

基于单元辐射叠加法的结构声源声场重建方法

时胜国 高源 张昊阳 杨博全

Sound field reconstruction of structural source based on element radiation superposition method

Shi Sheng-Guo Gao Yuan Zhang Hao-Yang Yang Bo-Quan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 134301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201971

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201971>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于联合波叠加法的浅海信道下圆柱壳声辐射研究

Sound radiation of cylinder in shallow water investigated by combined wave superposition method

物理学报. 2018, 67(8): 084301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171963>

阵元随机均匀分布球面阵列联合噪声源定位方法

Noise source identification by using near field acoustic holograpy and focused beamforming based on spherical microphone array with random unifrom distribution of elements

物理学报. 2017, 66(1): 014303 <https://doi.org/10.7498/aps.66.014303>

三维浅海下弹性结构声辐射预报的有限元-抛物方程法

Acoustic radiation from a cylinder in shallow water by finite element-parabolic equation method

物理学报. 2019, 68(2): 024301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181452>

用于热光伏系统的近场辐射光谱控制表面结构

Surface structure for manipulating the near-field spectral radiative transfer of thermophotovoltaics

物理学报. 2018, 67(2): 024209 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171531>

近场目标自适应聚焦天线

Antenna with adaptively focusing on near-field target

物理学报. 2020, 69(21): 218402 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20201525>

内部体积源作用下的圆柱壳内外声场特性

Sound radiation from finite cylindrical shell excited by inner finite-size sources

物理学报. 2018, 67(24): 244301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181716>

基于单元辐射叠加法的结构声源声场重建方法*

时胜国¹⁾²⁾³⁾ 高塬³⁾ 张昊阳^{1)2)3)†} 杨博全³⁾

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (哈尔滨工程大学, 海洋信息获取与安全工业和信息化部重点实验室, 哈尔滨 150001)

3) (哈尔滨工程大学水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2020 年 11 月 23 日收到; 2021 年 2 月 15 日收到修改稿)

为了提高分布式结构声源的声场重建精度, 本文提出了基于单元辐射叠加法的结构声源声场重建方法. 该方法首先利用声场叠加原理和结构振声传递特性, 建立了结构声源表面振动与辐射声场之间的振声传递关系解析表达式, 得到便于快速计算的振声传递矩阵, 能够解决连续分布、相干结构噪声源的声传播模型精细化表征问题. 然后利用振声传递矩阵作为传递算子进行声场重建, 并与迭代加权算法相结合. 通过将基于单元辐射叠加法的声场预报结果与解析法预报结果进行比较, 验证了单元辐射叠加法具有较高的准确性. 并将基于单元辐射叠加法的声场重建方法与传统等效源法近场声全息和迭代加权等效源法相比较, 通过仿真分析与矩形板声场重建实验证明了基于单元辐射叠加法的声场重建方法能够改善结构声源的声场重建精度并增大近场声全息的有效测试距离范围.

关键词: 结构声源, 单元辐射叠加法, 近场声全息, 声场重建**PACS:** 43.40.+s, 43.60.Sx, 43.60.Pt**DOI:** 10.7498/aps.70.20201971

1 引言

近场声全息是一种常用的基于阵列测量的声场重建技术, 由于其利用了包含声源细节信息的倏逝波成分, 可获得不受波长限制的高分辨率^[1]. 但声源的倏逝波成分随距离的增大急剧衰减, 因此利用近场声全息方法重建声场通常要求测量阵列距离声源半个波长以内, 甚至更近. 但对于较大型的分布式结构声源, 近距离测试可能会带来较大的实施难度. 基于等效源法 (equivalent source method, ESM) 的近场声全息近年来已广泛应用于结构声源的识别与声场重建. ESM 的主要思想是将声源的辐射声场由其内部一系列等效源产生的声场叠加代替, 等效源的源强可通过匹配声源表面的法向

振速得到. 该方法适用于任意形状声源, 同时避免复杂的插值运算、奇异积分处理和解的非唯一性问题, 计算效率和精度都大大提高. 毕传兴等^[2-4]在国内提出将 ESM 引入近场声全息, 并在提高声源分辨率和声场重建精度方面做了一系列研究. Pinho^[5]以无限大障板中的简支板为例分析了等效源的数目、布置位置和测量误差等因素对 ESM 重建声场的影响. Valdivia 和 Williams^[6]以圆柱壳为目标, 对 ESM 和边界元法的柱壳辐射声场重建精度进行了比较. Zhang^[7]采用质点振速作为输入数据, 降低了 ESM 的声场重建结果对测量误差的灵敏度. 等效源源强的求解是 ESM 能否精确重建声场的关键, Oudompheng 等^[8]将包含声源先验信息的加权矩阵引入源强的最优化问题求解, 提高了声场重建精度; Xu 等^[9]采用迭代加权等效源法

* 国家自然科学基金 (批准号: 61701133) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhanghaoyang@hrbeu.edu.cn

(iterative weighted ESM, IWESM) 显著提高了声源识别的分辨率; 蔡鹏飞^[10]将迭代加权最小二乘法引入等效源强的求解中, 通过迭代运算保留了声源强度中幅值较大的部分, 能够提高稀疏声源的识别和声场重建精度; Ping 等^[11]将 IWESM 与宽带声全息相结合, 提高了低频声源的分辨率和声场重建精度. 近年来, 许多学者将压缩感知与 ESM 相结合, 并涌现出了许多在稀疏框架下建立的声场重建算法^[12–14]. 由于基于压缩感知原理建立的 ESM 对声源的稀疏性有一定要求, 对于较复杂振动结构的声场重建精度仍有待改善. 目前所有基于 ESM 的声场重建方法都是采用点源 Green 函数传递算子, 对于连续分布的结构声源, 点源传播模型可能存在一定的局限性, 影响算法的声场重建性能.

如何提高结构声源的声场重建精度, 近年来引起了较多关注. 例如优化等效源配置、选择合适正则化方法、调整结构声源的点源 Green 函数等^[15,16]. 而结构声源的声辐射计算与表征则是提升结构声源声场重建精度的关键. 模态分析法^[17,18]是一种常用的解析计算方法, 通过分析各阶模态的声辐射阻抗和声辐射效率来确定辐射声场, 常用于分析矩形板、球壳或有限长圆柱壳等特殊规则结构的振动声辐射问题. 在实际应用中, 随着分析频率的提高, 参与振动的模态越来越多, 计算量巨大. 因此模态分析法仅适用于简单结构的中低频振动声辐射分析. 有限元法^[19]是目前理论计算弹性结构声辐射较为常用的数值计算方法, 但因涉及有限元网格划分, 其计算能力受到分析频率、结构尺寸及声场计算距离的严重限制. 为提升辐射声场的计算效率, 王斌等^[20]提出了一种新的辐射声场近似计算方法——单元辐射叠加法 (element radiation superposition method, ERSM), 其核心是采用规则障板表面活塞的辐射声场去近似实际障板表面活塞的辐射声场, 直接建立结构声源表面振动与辐射声场之间的传递关系, 并对表面振速进行加权、求和得到结构声源辐射声压. 该方法避免了求解 Helmholtz 表面积分方程及其逆矩阵, 在计算速度上明显优于边界元等其他数值积分方法, 没有非唯一性、奇异积分及高维矩阵求逆等问题的困扰, 且具有较大的频率适用范围.

本文为了提高结构声源的声场重建精度, 根据

单元辐射叠加法, 建立了结构声源表面振动与辐射声场之间的振声传递关系的解析表达式, 得到便于快速计算的振声传递矩阵. 该矩阵表征结构声源表面振动与辐射声场之间的传递关系, 能够解决连续分布、相干结构声源的声传播模型精细化表征问题. 并将振声传递矩阵作为传递算子对矩形板结构声源进行声场重建, 通过仿真与实验能够验证, 相比于传统等效源法近场声全息, 所提方法能够改善结构声源声场重建精度以及增大近场声全息的有效测试距离范围.

2 单元辐射叠加法理论研究

本节将基于单元辐射叠加法, 获得反映结构声源传递特性、便于快速计算的振声传递矩阵. 并以矩形板为例, 将基于单元辐射叠加法的矩形板声场预报结果与解析法预报结果相比较, 以验证单元辐射叠加法的准确性.

由声学理论可知, 任意形状辐射面的辐射声场可以由 Helmholtz 积分公式计算得到, 对 Helmholtz 表面积分方程离散化处理后, 可得到表面声压向量 $\mathbf{p}_s$ 与法向振速向量 $\mathbf{v}_s$ 的关系:

$$[\mathbf{A}]_{N \times N} [\mathbf{p}_s]_{N \times 1} = [\mathbf{B}]_{N \times N} [\mathbf{v}_s]_{N \times 1}, \quad (1)$$

其中, N 为声源表面离散单元数, 矩阵 $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$ 与表面振速无关, 仅与辐射面形状以及分析频率有关^[20]. 在 (1) 式两边同时左乘矩阵 $\mathbf{A}$ 的逆可得到

$$\mathbf{p}_s = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{v}_s = [\mathbf{Z}]_{N \times N} \mathbf{v}_s, \quad (2)$$

式中, 矩阵 $\mathbf{Z}$ 为表面辐射阻抗矩阵. 再由 Helmholtz 积分公式可以得到空间 r 点处的辐射声压表达式为

$$p(r) = [\mathbf{C}]_{1 \times N} \mathbf{p}_s + [\mathbf{D}]_{1 \times N} \mathbf{v}_s, \quad (3)$$

式中, 向量 $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ 同样与表面振速无关^[20]. 将 (2) 式代入 (3) 式可得到

$$p(r) = (\mathbf{C}\mathbf{Z} + \mathbf{D}) \mathbf{v}_s = [\mathbf{G}]_{1 \times N} \mathbf{v}_s. \quad (4)$$

(4) 式表明, 辐射声压可根据向量 $\mathbf{G} = [G_1, G_2, \dots, G_N]$ 对表面振速加权、求和得到, 向量 $\mathbf{G}$ 又被称为振声传递 (vibration acoustic transfer, VAT) 向量. 振声传递向量主要依赖于分析频率、辐射面形状以及离散情况、观察点位置等, 但振声传递向量不依赖于表面振速的具体分布, 即不依赖于激励特性与内部结构, 反映了从辐射表面到观察点的固有声传递特性.

由于振声传递向量与结构表面振速分布无关, 令 $\mathbf{v}_S = [1, 0, \dots, 0]^T$, 并代入 (4) 式可得 $p_1 = G_1$; 令 $\mathbf{v}_S = [0, 1, 0, \dots, 0]^T$, 则可得到 $p_2 = G_2$; 最终依次得到 $p_i = G_i, i = 1, 2, \dots, N$. 则振声传递向量的表达式变为

$$\mathbf{G} = [p_1, p_2, \dots, p_N], \quad (5)$$

式中, p_i 为第 i 个离散单元以单位速度振动、其他单元振速为零时的辐射声压. 因此, 振声传递向量中各项元素等于辐射面共形障板表面所对应的刚性活塞面以单位速度振动时的辐射声压. 进一步可构建振声传递矩阵

$$\mathbf{G}_{\text{vat}} = \begin{bmatrix} p_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & p_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & p_N \end{bmatrix}. \quad (6)$$

振声传递矩阵与基于点源 Green 函数建立的传递矩阵不一样, 反映了结构声源的障板效应对其辐射声场声传播特性的影响. 无限大平面、无限长圆柱壳、球面、椭球面等规则形状刚性障板表面活塞的辐射声场具有解析解, 在实际应用中可采用规则障板拟合实际障板近似计算振声传递矩阵. 在部分情况下, 实际障板的局部区域不能很好地与规则障板进行拟合, 计算结果会存在误差. 但是, 由于总辐射声场等于每个活塞单独振动时辐射声场的叠加, 只要保证大多数起主要贡献的活塞所对应的振声传递矩阵元素是准确的, 就能得到较精确的声场计算结果. 以平面障板为例, 其结构及表面矩形活塞示意图如图 1 所示, 其表面矩形活塞的辐射声压可由无限大平面障板表面矩形活塞的远场辐射声压表达式近似计算 [20]:

$$\begin{aligned} p(R, \theta, \varphi) &= \frac{-2j\rho c k v L_x L_y e^{jkR}}{\pi R} J_0(k L_x \cos \theta \cos \varphi) \\ &\quad \times J_0(k L_y \cos \theta \sin \varphi), \end{aligned} \quad (7)$$

式中, R 为活塞中心到声场一点的距离, θ 为对应俯仰角, φ 为对应方位角, L_x, L_y 分别为矩形活塞的长与宽; j 为虚数单位, ρ 为介质密度, c 为介质中的声速, k 为声波波数, v 表示活塞法向振速, $J_0(\cdot)$ 为零阶球贝塞尔函数. (7) 式适用于矩形活塞的远场, 按照近-远场判距公式 $r_g = (L_x/2)^2/\lambda$, λ 为结构辐射波长 [21], (7) 式能够应用于大于 r_g 处

的声场预报和重建. 因此, 可通过调节活塞尺寸来改变 r_g , 使 (7) 式适用的下限距离远小于整个障板的结构辐射波长 λ , 则 (7) 式能够应用在障板的近场范围内. 以上限频率 2 kHz 为例, 取活塞尺寸 $L_x \approx 0.147\lambda$ (下文中仿真参数), 则计算得到 $r_g \approx 0.0054\lambda$. 下面以矩形板声源为例, 通过仿真对比基于 ERSM 的声场预报结果和解析法预报结果 (瑞利积分公式计算 [17,18]), 以验证 ERSM 的准确性, 具体的研究参数如表 1 所列.

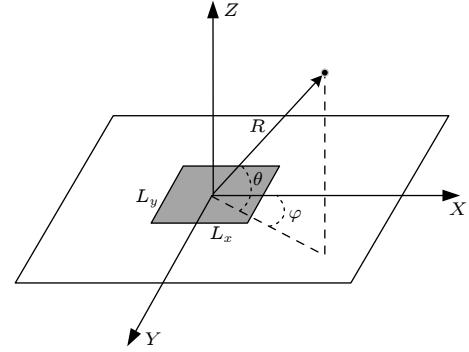


图 1 平面障板及其表面活塞示意图

Fig. 1. Plane baffle and corresponding pistons.

表 1 仿真参数
Table 1. Parameters of simulations.

仿真参数	数值/单位	仿真参数	数值/单位
矩形板长度	1 m	弹性模量	$2.1 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
矩形板宽度	0.8 m	泊松比	0.3
矩形板厚度	0.0036 m	损耗因子	0.002
矩形板密度	7800 kg/m^3	简谐力幅值	1 N
空气密度	1.29 kg/m^3	激励点位置	矩形板中心
空气声速	340 m/s	参考声压	$2 \times 10^{-5} \text{ Pa}$
矩形活塞长	0.025 m	矩形活塞宽	0.02 m

图 2 和图 3 分别为在 100 和 1000 Hz 振动频率下的矩形板辐射声场预报结果, 预报距离分别取距板面 $0.005\lambda, 0.3\lambda, 0.6\lambda, 0.9\lambda, 1.2\lambda$, 图例中 SPL 为声压级. 从图 2 和图 3 可以看到, 随着振动频率的增加, 辐射声场的复杂性也在提高, 而无论 100 Hz 还是 1000 Hz, ERSM 的预报结果与解析法预报结果都基本一致. 在预报距离 0.005λ 和 1.2λ 处, 取 $y = 0$ 的一条切线, 对比不同振动频率下的声压, 结果如图 4 和图 5 所示, 可见无论是在接近活塞近场的距离处还是在超过一倍波长的距离处, 基于 ERSM 的预报结果均与解析法预报结果有较高的符合度.

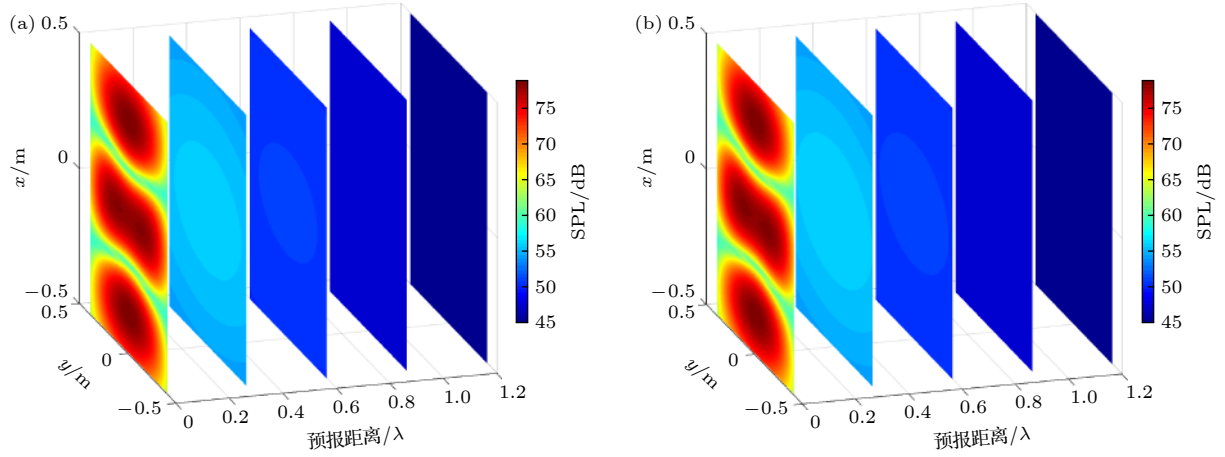


图 2 不同距离处的声场预报结果 (100 Hz) (a) 解析法; (b) 单元辐射叠加法

Fig. 2. Sound field prediction at 100 Hz: (a) Analytical value (theoretical); (b) ERSM.

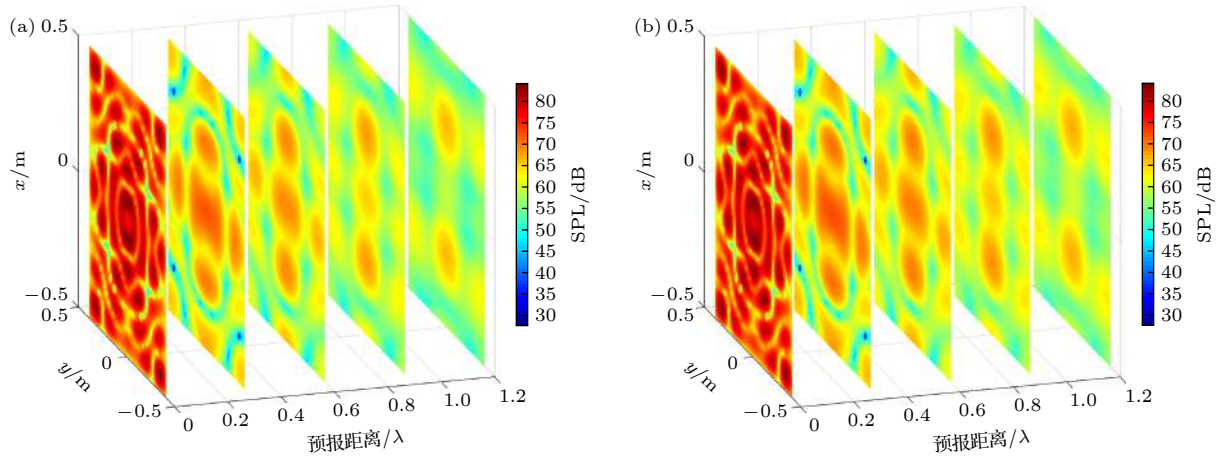


图 3 不同距离处的声场预报结果 (1000 Hz) (a) 解析法; (b) 单元辐射叠加法

Fig. 3. Sound field prediction at 1000 Hz: (a) Analytical value (theoretical); (b) ERSM.

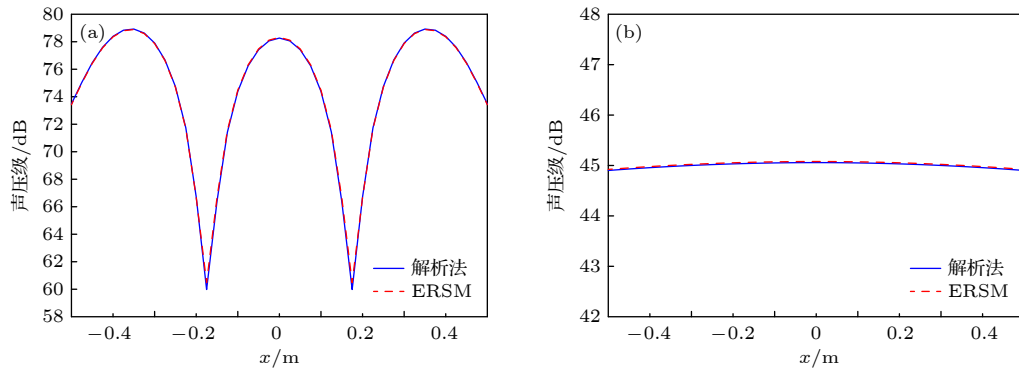

 图 4 100 Hz 预报声压切线对比图 (a) 0.005λ ; (b) 1.2λ

 Fig. 4. Pressure profiles at 100 Hz: (a) 0.005λ ; (b) 1.2λ .

为进一步定量地分析单元辐射叠加法的准确性, 定义误差计算公式为

$$\text{Error} = \frac{\|p_{\text{ersm}} - |p_t|\|_2}{\|p_t\|_2} \times 100\%, \quad (8)$$

式中, $\|\cdot\|_2$ 表示取 2 范数, $|\cdot|$ 表示取幅值, p_{ersm} 为单元辐射叠加法预报的声压, p_t 为解析法所预报的声压 (理论值), 预报距离为 0.005λ . 图 6 为单元辐射叠加法预报声压随频率变化的误差曲线, 频率

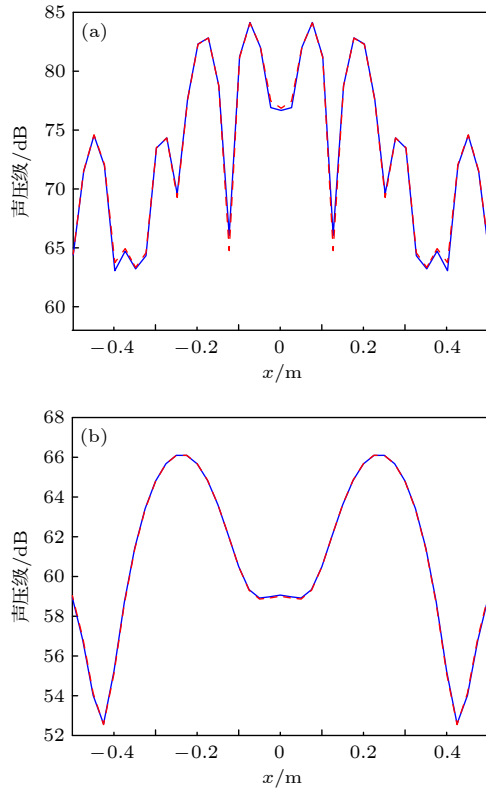


图 5 1000 Hz 预报声压切线对比图 (a) 0.005λ ; (b) 1.2λ
Fig. 5. Pressure profiles at 1000 Hz: (a) 0.005λ ; (b) 1.2λ .

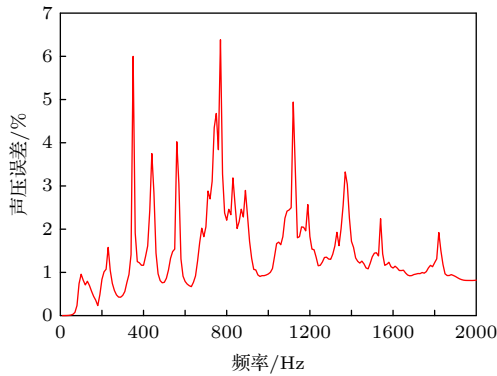


图 6 0.005λ 预报距离处的声压误差曲线
Fig. 6. Error-frequency curve of ERSM at 0.005λ .

为 10—2000 Hz. 可以看到, 除开极个别频率点, 误差基本都控制在 5% 以内. 出现误差峰值的原因可能有两个: 一是该频率正好为某一阶振动模态的固有频率, 矩形板在该频率处的响应幅值会有较大变化, 因此进行声场预报的误差可能会增加; 二是在矩形板的边缘处, (7) 式在某些频率处的误差会有所增大. 综合以上对比结果, 可以验证基于单元辐射叠加法的建模方法具有较高的准确性.

3 基于单元辐射叠加法的近场声全息

现有的声场重建算法都是将点源 Green 函数作为传递算子来对目标声场进行重建. 本文提出将 ERSM 引入近场声全息, 并采用振声传递矩阵 $\mathbf{G}_{\text{vat}}$ 作为传递算子, 建立适用于结构声源声场重建的振声传递模型, 实现声源表面振动到声场空间的传递. 同时引入迭代加权算法, 进一步提高结构声源的声场重建精度和声全息阵列测试距离.

3.1 ERSM 声场重建基本理论

传统等效源法将目标声场看成由一系列等效点源辐射声场的叠加, 通过计算等效源强来重建声场. 本节基于 ERSM, 将结构声源表面划分成若干规则活塞, 声源的外部辐射声场可看成由一系列活塞的辐射声场叠加而成, 则基于 ERSM 的全息面测点声压可表示为

$$\mathbf{p}_H = \mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S) \mathbf{v}_S, \quad (9)$$

式中 $\mathbf{p}_H = [p(r_{H1}), p(r_{H2}), \dots, p(r_{HM})]^T$ 为全息面上所测声压向量, M 为全息测点数, T 表示转置; $\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S$ 分别表示全息面测点位置和声源表面活塞位置, $\mathbf{v}_S = [v(r_{S1}), v(r_{S2}), \dots, v(r_{SN})]^T$ 为全部活塞的振速向量, N 为活塞个数; $\mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S)$ 为结构声源表面到全息面的振声传递矩阵, 表示为

$$\mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S) = \begin{bmatrix} G_{\text{vat}}(r_{H1}, r_{S1}) & G_{\text{vat}}(r_{H1}, r_{S2}) & \cdots & G_{\text{vat}}(r_{H1}, r_{SN}) \\ G_{\text{vat}}(r_{H2}, r_{S1}) & G_{\text{vat}}(r_{H2}, r_{S2}) & \cdots & G_{\text{vat}}(r_{H2}, r_{SN}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{\text{vat}}(r_{HM}, r_{S1}) & G_{\text{vat}}(r_{HM}, r_{S2}) & \cdots & G_{\text{vat}}(r_{HM}, r_{SN}) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

通常在此情况下的 (9) 式是不适定的, 为求解全部活塞的振速向量 $\mathbf{v}_S$, 引入 Tikhonov 正则化技术, 求解 $\mathbf{v}_S$ 的过程可转变为最优化如下函数:

$$\min\{\|\mathbf{p}_H - \mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S) \mathbf{v}_S\|_2^2 + \beta^2 \|\mathbf{v}_S\|_2^2\}, \quad (11)$$

式中 β 为正则化参数, 本文采用 Bayesian 准则 [22] 来获取最佳参数值. 在活塞数多于测量点数的情况

下 ($M < N$), (11) 式的最优解可表示为

$$\mathbf{v}_S = \mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S)^H (\mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S) \mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}_H, \mathbf{r}_S)^H + \beta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{p}_H, \quad (12)$$

式中 $[\cdot]^H$ 表示转置共轭, $\mathbf{I}$ 为单位矩阵. 结构声源的声场由其表面振速分布与声传递特性唯一确定, 可利用 $\mathbf{v}_S$ 与振声传递矩阵来重建声场:

$$\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S) \mathbf{v}_S, \quad (13)$$

式中 $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ 为声场重建声压, $\mathbf{G}_{\text{vat}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_S)$ 为声源表面到声场空间的振声传递矩阵, $\mathbf{r}$ 表示声场空间的位置.

3.2 迭代加权的 ERSM

本小节通过在约束项中引入加权矩阵而加强对 (11) 式中最优化问题的解的约束, 则引入迭代加权的 ERSM (IWERSM) 声场重建最优化问题可表示为

$$\min\{\|\mathbf{p}_H - \mathbf{G}_{\text{vat}} \mathbf{v}_S\|_2^2 + \beta^2 \|\mathbf{W} \mathbf{v}_S\|_2^2\}, \quad (14)$$

式中 $\mathbf{G}_{\text{vat}}$ 为结构声源表面到全息面的振声传递矩阵 (省略位置向量), 权矩阵 $\mathbf{W}$ 为对角矩阵且对角元素非零, 设 $\mathbf{W}$ 可逆并且满足 $\mathbf{W} \mathbf{W}^{-1} = \mathbf{I}$. 定义 $\tilde{\mathbf{v}}_S = \mathbf{W} \mathbf{v}_S$, 代入 (14) 式得

$$\min\{\|\mathbf{p}_H - \mathbf{G}_{\text{vat}} \mathbf{W}^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_S\|_2^2 + \beta^2 \|\tilde{\mathbf{v}}_S\|_2^2\}. \quad (15)$$

(15) 式可视为标准的 Tikhonov 泛函问题, 其解为

$$\tilde{\mathbf{v}}_S = \tilde{\mathbf{G}}_{\text{vat}}^H (\tilde{\mathbf{G}}_{\text{vat}} \tilde{\mathbf{G}}_{\text{vat}}^H + \beta^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{p}_H, \quad (16)$$

式中 $\tilde{\mathbf{G}}_{\text{vat}} = \mathbf{G}_{\text{vat}} \mathbf{W}^{-1}$, 对其进行奇异值分解

$$\tilde{\mathbf{G}}_{\text{vat}} = \tilde{\mathbf{U}} \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{V}}^H, \quad (17)$$

式中 $\tilde{\mathbf{U}}$ 为左奇异向量矩阵, $\tilde{\mathbf{V}}$ 为右奇异向量矩阵, $\tilde{\mathbf{S}}$ 为奇异值矩阵. 将 (17) 式代入 (16) 式得

$$\tilde{\mathbf{v}}_S = \tilde{\mathbf{V}} (\tilde{\mathbf{S}}^2 + \beta^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{S}} \tilde{\mathbf{U}}^H \mathbf{p}_H, \quad (18)$$

则振速向量为

$$\mathbf{v}_S = \mathbf{W}^{-1} \tilde{\mathbf{v}}_S. \quad (19)$$

权矩阵的初始值可设为

$$\mathbf{W}_0 = \text{diag}(1/r_1, 1/r_2, \dots, 1/r_N), \quad (20)$$

式中 r_N 为第 N 个活塞中心到阵列中心的距离. 在求解出初始振速向量后, 继续以迭代的方式构造权矩阵, 定义

$$\mathbf{W}_i = \text{diag}(|\mathbf{v}_S^{(i-1)}|^{-1}), \quad (21)$$

式中 $i = 1, 2, \dots$ 为迭代次数. 当满足如下收敛条

件时迭代终止:

$$(\|\mathbf{v}_S^{(i-1)}\|_1 / \|\mathbf{v}_S^{(i)}\|_1) \leq 10^\tau, \quad (22)$$

式中 $\|\cdot\|_1$ 表示取 1 范数; τ 为收敛阈值, 通常取值在 0.01—0.1 之间, 即两次迭代的振速幅值相差小于一定值时可终止迭代. 迭代计算时采用 Bayesian 正则化准则确定正则化参数 β . 利用 IWERSM 来重建声场的步骤可表示如下:

- 1) 根据 (20) 式定义权矩阵初始值 $\mathbf{W}_0$;
- 2) 求解加权方程 (18) 式与 (19) 式, 得到初始振速向量 $\mathbf{v}_S^{(0)}$;
- 3) 根据 (21) 式重新定义权矩阵 $\mathbf{W}_i$, 且 $\mathbf{W} = \mathbf{W}_0 \mathbf{W}_i$;
- 4) 继续求解 (18) 式与 (19) 式, 输出 $\mathbf{v}_S^{(i)}$;
- 5) 循环计算;
- 6) 根据 (22) 式计算收敛条件, 若满足收敛条件, 迭代终止;
- 7) 循环结束, 得到最终的振速向量;
- 8) 根据 (13) 式可重建声场声压.

4 矩形板声场重建研究

本节进行矩形板声场重建仿真分析, 重建算法包括传统等效源法近场声全息 (ESM)、迭代加权等效源法 (IWESM)、基于单元辐射叠加法的近场声全息 (ERSM)、以及迭代加权单元辐射叠加法 (IWERSM). 其中, ESM 和 IWESM 的传递算子为自由场点源 Green 函数; ERSM 和 IWERSM 的传递算子为振声传递矩阵 $\mathbf{G}_{\text{vat}}$, 其元素由 (7) 式求得.

矩形板的研究参数如表 1 所列. 图 7 是声场重建示意图, 全息面的阵列孔径为 $1 \text{ m} \times 1 \text{ m}$, 阵元间距 0.05 m, 重建面距板面 0.01 m, ESM 和 IWESM 的等效源面距板面 0.05 m, ERSM 和 IWERSM 则在板面划分矩形活塞. 在此以解析解 (瑞利积分公式计算) 为理论值, 计算各算法重建声压与理论值之间的误差, 定义误差计算公式为

$$\text{Error} = \frac{\|\mathbf{p}_r\|_2 - \|\mathbf{p}_t\|_2}{\|\mathbf{p}_t\|_2} \times 100\%, \quad (23)$$

式中 $\mathbf{p}_r$ 为算法重建声压, $\mathbf{p}_t$ 为重建面声压理论值.

图 8 是测试距离为 0.5λ 的各算法重建声压误差, 频率为 100—2000 Hz, 频率间隔为 50 Hz. 可以看到, 各算法的误差随频率变化而波动起伏, 重建

误差关系为 $ERSM < ESM$, $IWERSM < IWESM$. 重点分析不同阵列测试距离情况下的各算法声场重建精度, 矩形板振动频率分别取 500, 1000 和 1500 Hz, 阵列分别设置在距板面 0.1λ — 1λ 之间的各位置, 图 9 为 500, 1000, 1500 Hz 振动频率下的重建误差随测试距离的变化曲线.

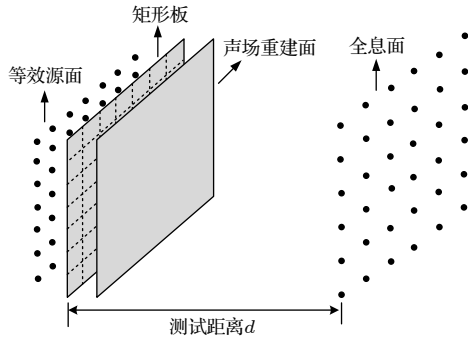


图 7 声场重建示意图

Fig. 7. Diagram of sound field reconstruction.

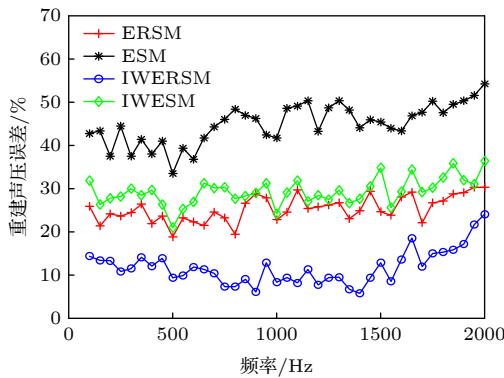
图 8 声场重建误差 ($d = 0.5\lambda$)Fig. 8. Errors of sound field reconstruction ($d = 0.5\lambda$).

图 10 为 500 Hz 振动频率下测试距离为 0.1λ , 0.5λ , 1λ 的各算法重建面声压横向切线图, 切线取在重建面中间位置. 结合图 9(a) 可得: 在 0.1λ 处, 各算法的重建误差都很低且重建结果与理论值高度符合. 随着测试距离的增大, 各算法的重建误差也在增大. 其中, ESM 的重建误差增大最明显, 在 0.5λ 处, 边缘处的重建声压与理论值相比已有较大差距. ERSM 与 IWESM 在 0.5λ 处的重建误差都要低于 ESM 且重建结果与理论值大致相符, 但在 1λ 处误差增大明显. IWERSM 的重建误差随距离的变化增加最小, 在 0.5λ 和 1λ 处的误差都要低于其他算法, 在 1λ 处也能大致重建出真实声压分布. 综合可得各算法的重建精度关系为 $ERSM > ESM$, $IWERSM > IWESM$.

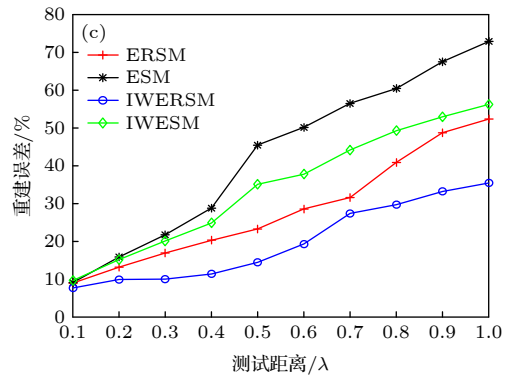
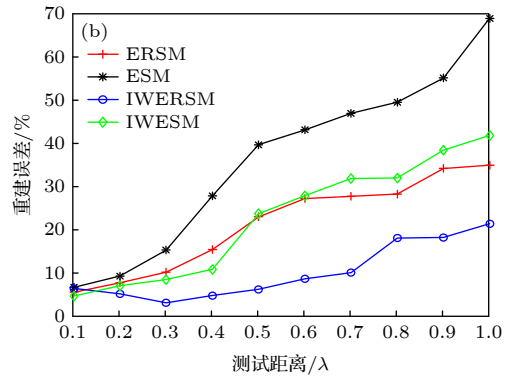
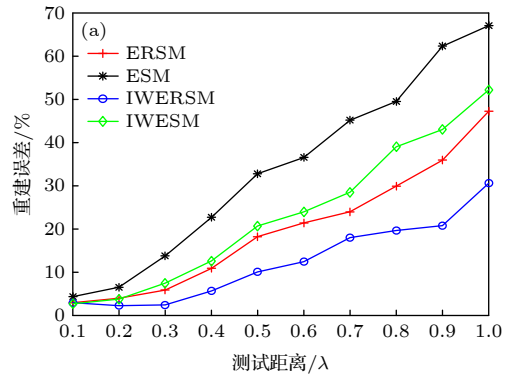
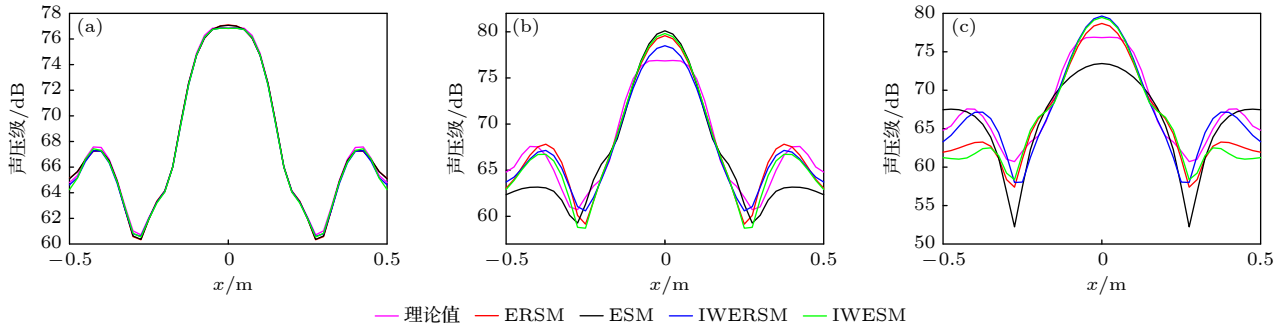
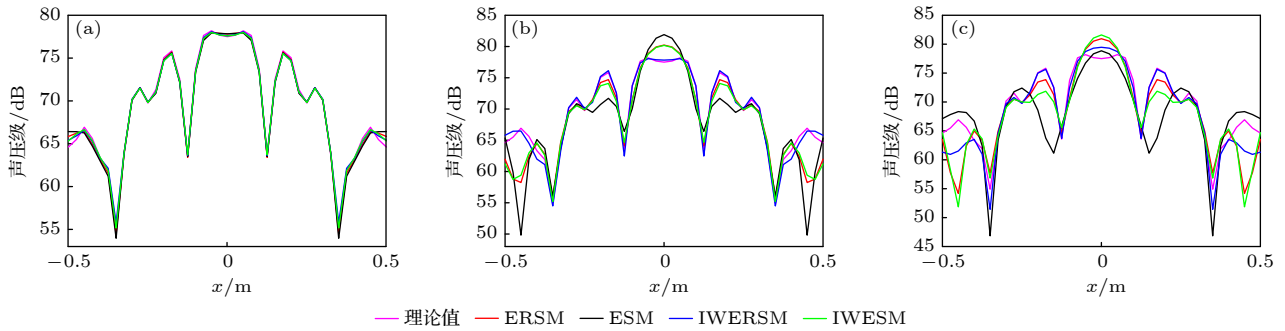
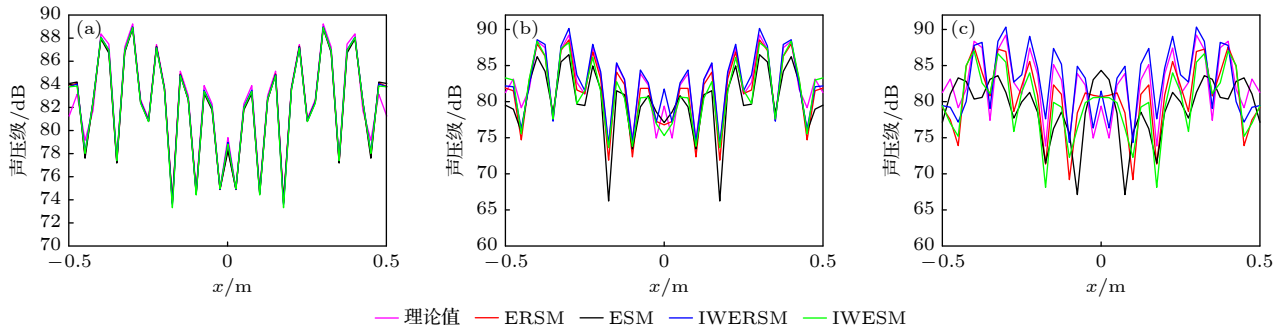


图 9 重建声压误差随测试距离变化曲线 (a) 500 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 1500 Hz

Fig. 9. Curves of pressure error with different test distances: (a) 500 Hz; (b) 1000 Hz; (c) 1500 Hz.

图 11 为 1000 Hz 振动频率下的重建声压切线结果. 结合图 9(b) 可得: 0.1λ 处各算法的误差都很低且能准确重建声压分布. 当测试距离增大, ESM 的重建误差增大仍是最明显的, 在 0.5λ 处误差已达 40%. ERSM, IWESM 在 0.5λ 处的重建误差较 ESM 要低, 除边缘处外大致符合理论声压分布. 但在 1λ 处误差增大同样明显, 已不能准确重建出声压分布. IWERSM 的重建误差增加最小, 在 1λ 处的重建结果也相对准确, 重建精度为各算法中最高的, 通过图 9(b) 可更直观地得出结论, 各算法重建精度关系为 $ERSM > ESM$, $IWERSM > IWESM$. 究其原因, 迭代加权能让重建结果更精

图 10 500 Hz 不同测试距离处的重建声压切线 (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ Fig. 10. Pressure profiles with different test distances at 500 Hz: (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ .图 11 1000 Hz 不同测试距离处的重建声压切线 (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ Fig. 11. Pressure profiles with different test distances at 1000 Hz: (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ .图 12 1500 Hz 不同测试距离处的重建声压切线 (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ Fig. 12. Pressure profiles with different test distances at 1500 Hz: (a) 0.1λ ; (b) 0.5λ ; (c) 1λ .

确,同时 ERSM 采用振声传递矩阵作为传递算子,考虑了矩形板固有的传递特性,能更好地对板结构声源进行识别,进一步提高其声场重建精度,在测试距离增大的情况下也能具有较小误差,从而可增大近场声全息的有效测试距离范围。

图 12 为 1500 Hz 振动频率下的重建声压切线图.结合图 9(c) 可得:在 1500 Hz 振动频率下, 0.1λ 处的各算法误差较前两个频率要高,但仍能较准确地重建出声压分布.在其他测量距离处,测量精度的高低依次是: IWERSM > ERSM > IWESM > ESM, 足以看出基于 ERSM 的算法能够提升对

结构声源的声场重建精度.在测试距离大于 0.5λ 时,各算法的误差普遍都有较大增加,但 IWERSM 将振声传递模型与迭代加权相结合,能够改善 IWESM 对分布式板结构声源的声场重建性能,在测试距离接近 1λ 的情况下,重建误差也能基本控制在 30% 左右。

5 实验研究

本节将通过实验进一步验证基于 ERSM 的声场重建方法的有效性.实验装置连接示意图如

图 13 所示, 信号源发出单频周期信号, 通过功率放大器将信号放大再输入激励器, 激励器作用于钢板下表面几何中心, 钢板振动向外辐射噪声. 传声器线阵在钢板正上方, 与 Y 轴平行, 可沿 X 轴方向左右滑动进行扫描, 垂直高度上下可以调节. 传声器接收声压信号, 并通过程控滤波器进行滤波放大, 然后用采集器进行信号采集, 最后用计算机通过第三节所述方法对信号进行处理, 实现声场重建. 实验现场如图 14 所示, 矩形钢板长 1 m, 宽 0.8 m, 厚 0.0036 m, 其他参数与仿真条件一致. 传声器为 17 元线阵, 阵元间距 0.05 m, 实验中移动线阵进行扫描, 并选取与钢板孔径一致的 21×17 元阵列数据进行处理, 阵列到钢板的垂直距离分别取 0.04, 0.14, 0.29, 0.54 m. 本实验选取 0.04 m 处测量的声压作为理论值, 分别用 ESM, ERSM, IWESM, IWERSM 这 4 种算法在其他距离重建 0.04 m 处的钢板辐射声压, 并对比各算法的重建精度. 钢板振动频率取 100, 200, 400 Hz. 图 15 所示为各算法在 100, 200, 400 Hz 振动频率下不同测试距离处的重建误差, 误差计算公式如 (23) 式所示. 图 16—图 18 分别为 100, 200, 400 Hz 振动频率下各算法的声场重建结果.

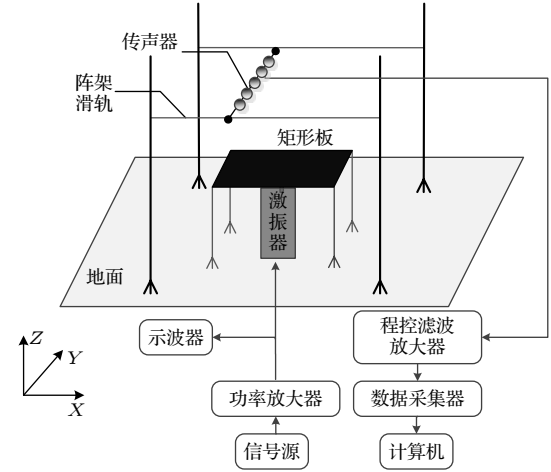


图 13 实验装置连接示意图

Fig. 13. Diagram of measurement.

结合图 15(a) 和图 16 可以看出: 在 100 Hz 振动频率下, 随着测试距离的增大, 重建误差在增加, 声压重建精度依次降低. 在相同测试距离的情况下, 各算法的重建误差关系为: $\text{ERSM} < \text{ESM}$, $\text{IWERSM} < \text{IWESM}$. 在 0.14 m 处, ERSM 和 IWERSM 能较准确地重建真实的声压分布; ESM 和 IWESM 的误差主要来自声压幅值较大的区域. 在 0.29 m 处, 各算法的误差进一步扩大, ESM 已

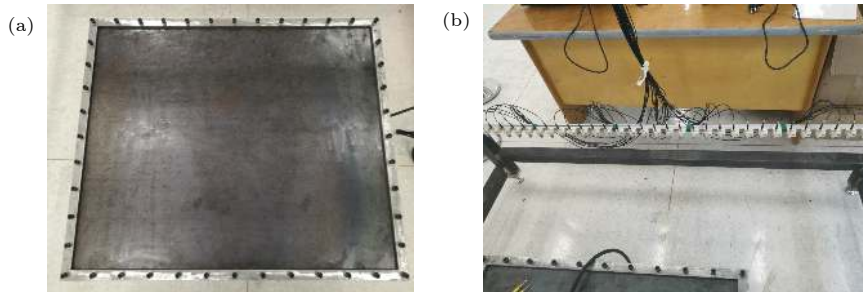


图 14 实验现场图 (a) 矩形钢板; (b) 传声器阵列

Fig. 14. Experimental facilities: (a) Rectangular steel plate; (b) microphones array.

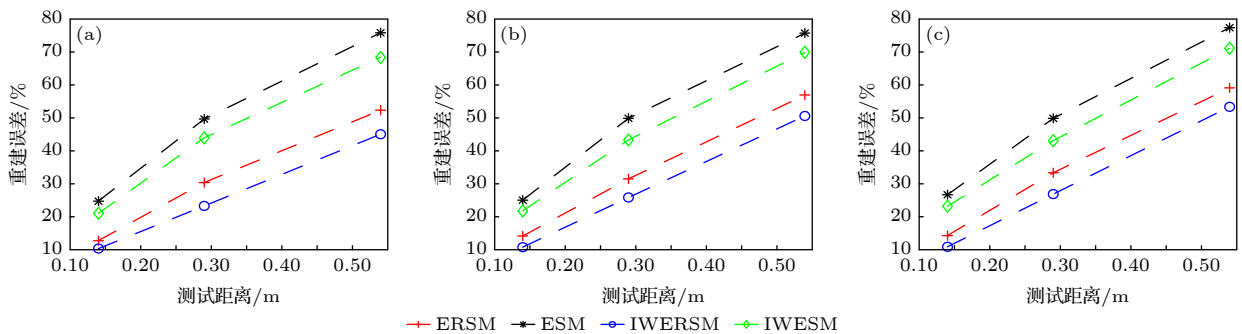


图 15 不同距离处的重建声压误差 (a) 100 Hz; (b) 200 Hz; (c) 400 Hz

Fig. 15. Reconstruction error with different test distances: (a) 100 Hz; (b) 200 Hz; (c) 400 Hz.

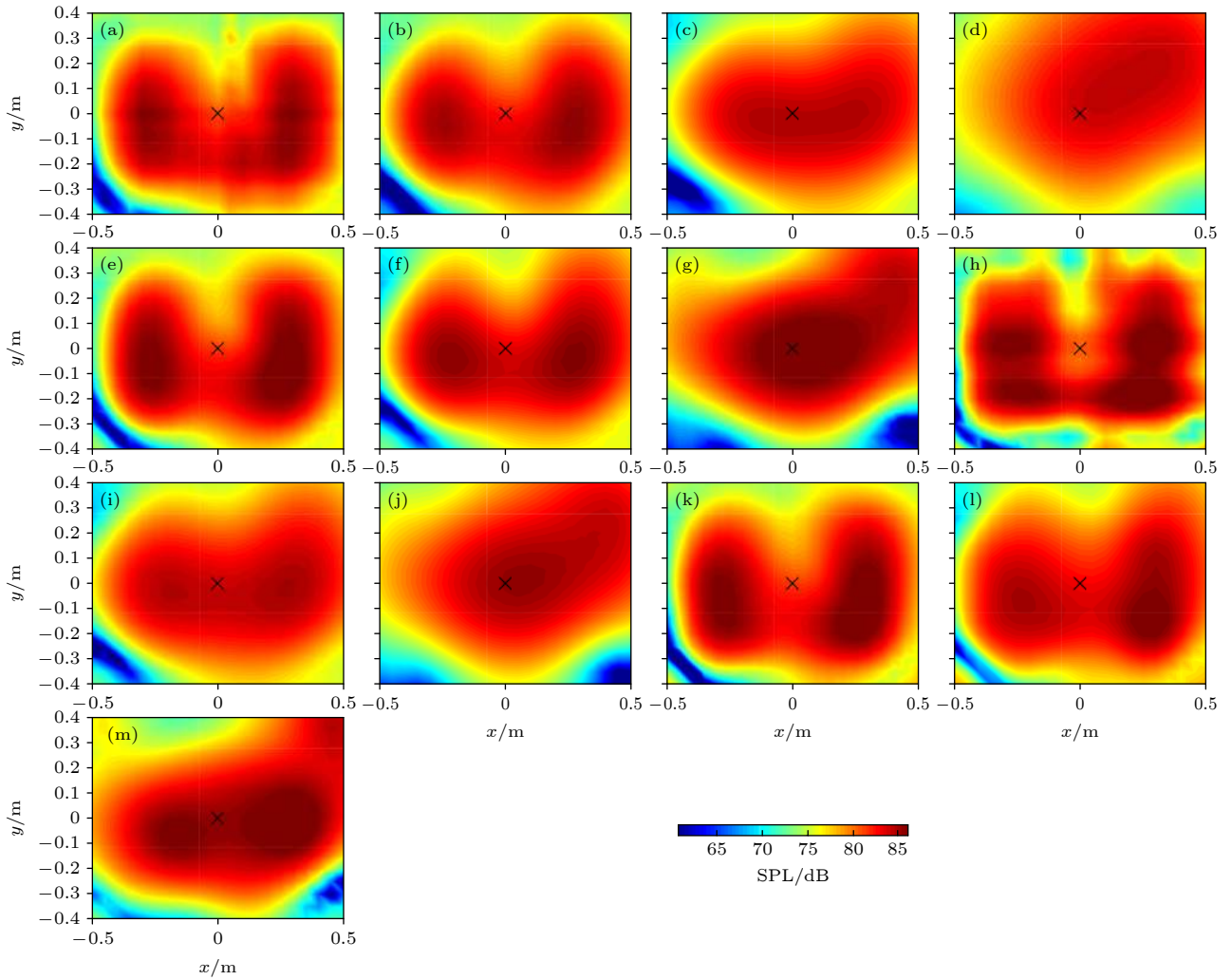


图 16 不同测试距离的实验重建声压 (100 Hz) (a) 理论值; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m)

Fig. 16. Experimental acoustic pressure reconstruction at 100 Hz: (a) Theoretical; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m).

无法分辨左右两块幅值较大的区域, 但 ERS 和 IWERS 仍能大致重建出真实的声压分布. 在 0.54 m 处, IWERS 还能保持 50% 以下的误差, 与 ESM 和 IWES 在 0.29 m 处的误差结果近似.

结合图 15(b) 和图 17 可以看出: 在 200 Hz 振动频率时, 相同测试距离下的各算法重建误差关系为: $ERS < ESM$, $IWERS < IWES$. 在 0.14 m 处, ERS 和 IWERS 能较准确地重建真实的声压分布, 误差主要来自板的中心区域; ESM 没有完整地重建出部分辐射声压较弱的区域; IWES 的重建误差略微低于 ESM. 在 0.29 m 处, ERS 和 IWERS 仍能大致重建出真实的声压分布; ESM 和 IWES 的重建结果与理论分布相比有较明显

的缺失或不一致. 在 0.54 m 处, 随着测试距离的增大, 受实际测量因素等影响较大, 各算法的误差都明显增大, ERS 和 IWERS 的优势无法充分体现.

结合图 15(c) 和图 18 可以看出: 在 400 Hz 振动频率时, 相同测试距离下的各算法重建误差关系为: $ERS < ESM$, $IWERS < IWES$. ERS 和 IWERS 在 0.14 m 处能够较准确地重建出真实声压分布, 随着测试距离的增大, 重建精度在 0.29 m 处下降, 但与实际声压分布仍大致相符. ESM 和 IWES 在 0.14 和 0.29 m 处的声场重建精度均不如 ERS 和 IWERS. 在 0.54 m 处, 各算法重建误差都明显增大.

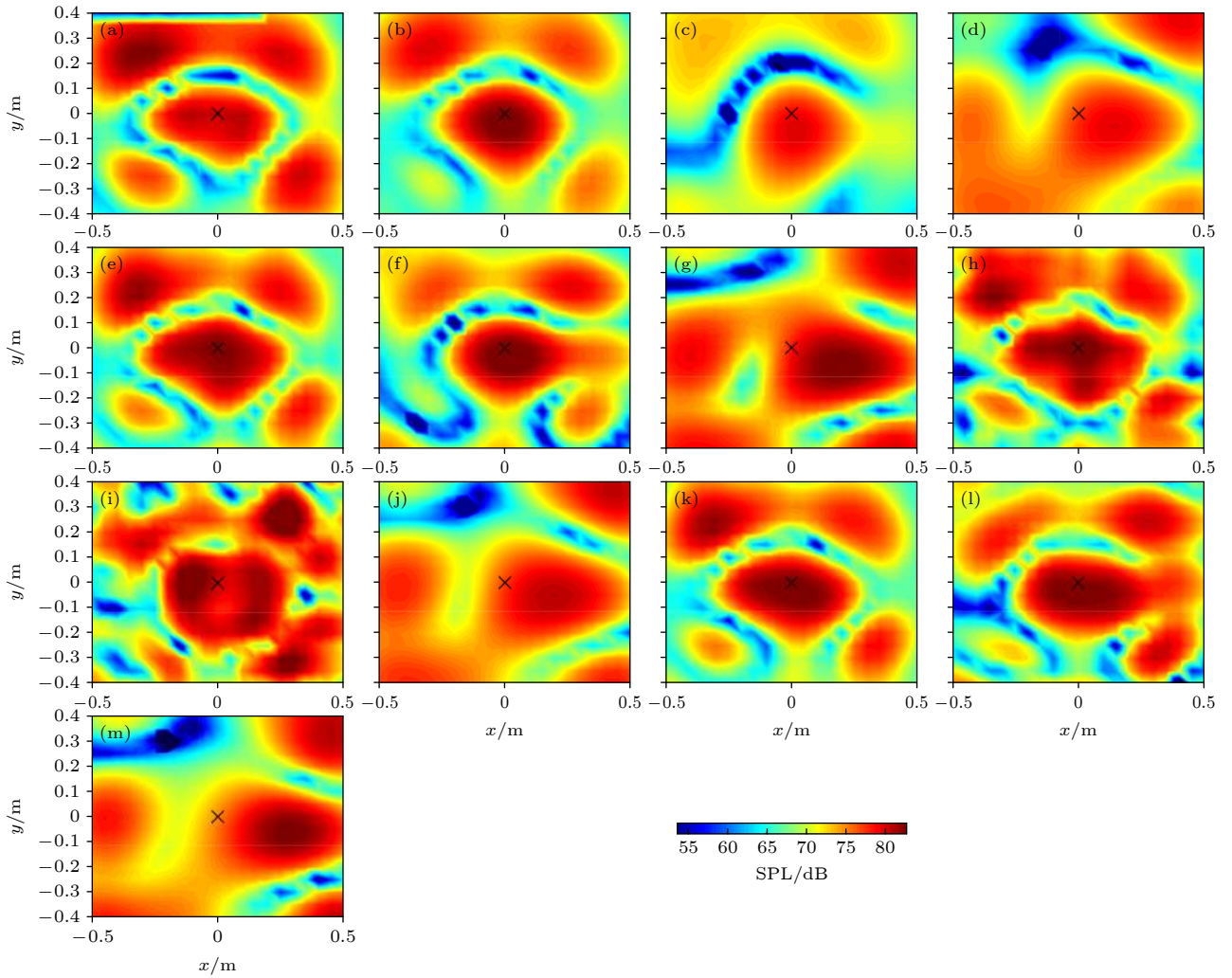


图 17 不同测试距离的实验重建声压 (200 Hz) (a) 理论值; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m)

Fig. 17. Experimental acoustic pressure reconstruction at 200 Hz: (a) Theoretical; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m).

6 结 论

为了提高结构声源的声场重建精度, 本文首先利用声场叠加原理和结构振声传递特性, 获得了结构声源表面振动到辐射声场的振声传递矩阵. 该矩阵与表面法向振速无关, 而与振动频率、结构声源形状、活塞划分大小等有关, 反映了结构声源固有的传递特性. 进一步提出了基于 ERS 的近场声全息, 该方法利用结构声源的振声传递矩阵代替传统点源 Green 函数作为传递算子进行声场重建, 并引入迭代加权算法. 通过与解析法的预报结果进行比较, 证明了 ERS 具有较高的准确性. 通过矩

形板的声场重建仿真证明了在相同测试距离下, ERS 和 IWERS 的重建误差要分别低于 ESM 和 IWES, 且随着测试距离的增大, 该现象更加明显. 其中 IWERS 在接近 1 倍波长的测试距离时, 误差基本能控制在 30% 以下. 通过钢板空气实验同样验证了在相同测试距离下, ERS 和 IWERS 具有更低的重建误差, 并能在适当范围内提升阵列测试距离. 所提出的声场重建方法适用于特殊规则结构声源的声场重建, 根据已知其他规则曲面结构表面活塞 (柱面活塞、球冠活塞等) 的辐射声场表达式, 该方法还有望应用于柱壳、球壳等结构声源的声场重建, 为空气中或水下的大型结构声源精准声场重建提供参考.

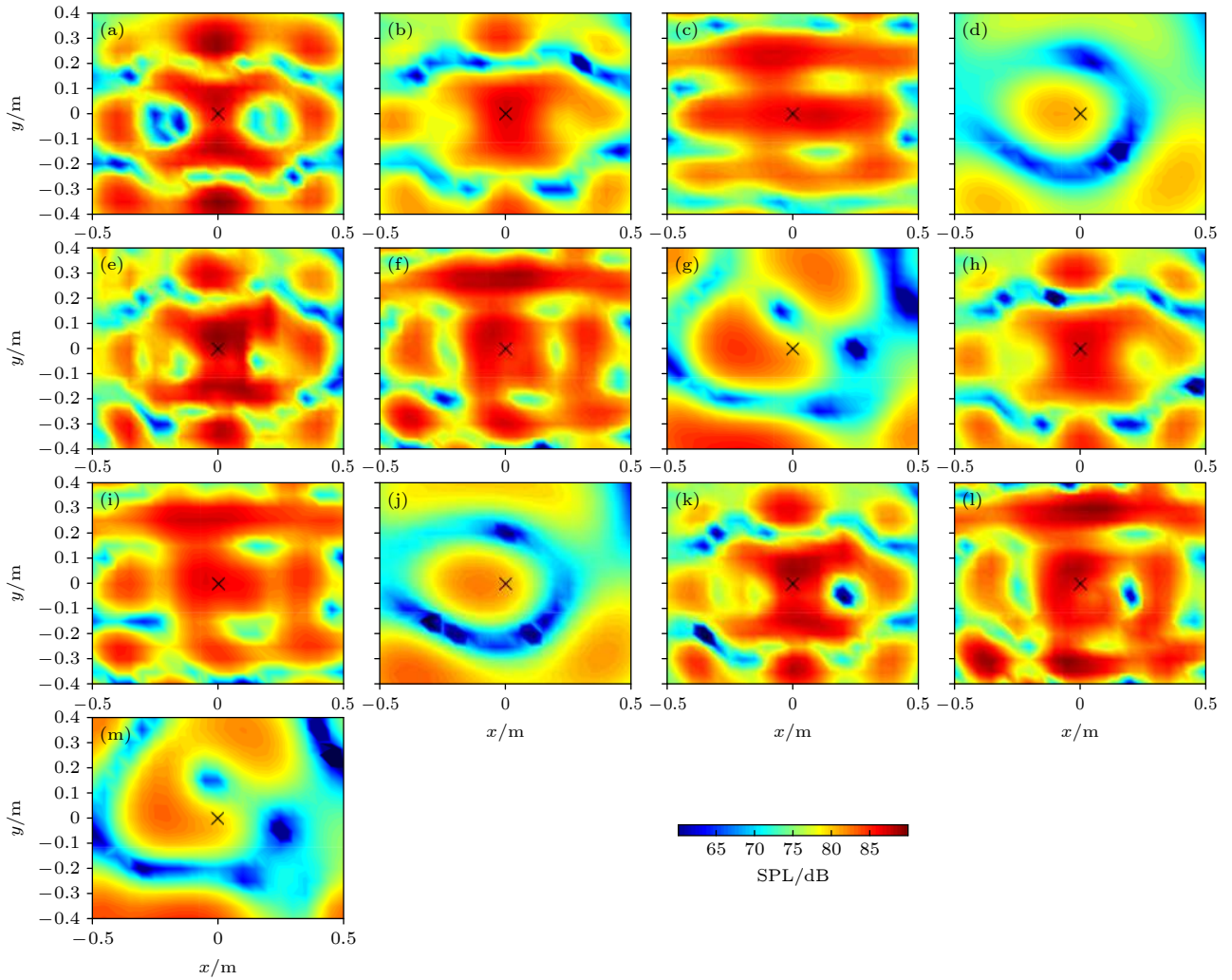


图 18 不同测试距离的实验重建声压 (400 Hz) (a) 理论值; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m)

Fig. 18. Experimental acoustic pressure reconstruction at 400 Hz: (a) Theoretical; (b) ESM (0.14 m); (c) ESM (0.29 m); (d) ESM (0.54 m); (e) ERS (0.14 m); (f) ERS (0.29 m); (g) ERS (0.54 m); (h) IWES (0.14 m); (i) IWES (0.29 m); (j) IWES (0.54 m); (k) IWERS (0.14 m); (l) IWERS (0.29 m); (m) IWERS (0.54 m).

参考文献

- [1] Nie Y F, Zhu H C 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104303 (in Chinese) [聂永发, 朱海潮 2014 物理学报 **63** 104303]
- [2] Bi C X, Chen X Z, Chen J, Zhou R 2005 *Sci. China Ser. E: Technol. Sci.* **48** 338
- [3] Li W B, Chen J, Bi C X, Chen X Z 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1264 (in Chinese) [李卫兵, 陈剑, 毕传兴, 陈心昭 2006 物理学报 **55** 1264]
- [4] Zhang X Z, Bi C X, Xu L, Chen X Z 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 5564 (in Chinese) [张小正, 毕传兴, 徐亮, 陈心昭 2010 物理学报 **59** 5564]
- [5] Pinho M E V 2004 *ABCM Symposium Series in Mechatronics* (Vol. 1) Sao Paulo, Brazil, November 10–14, 2004 p590
- [6] Valdivia N P, Williams E G 2006 *J. Acoust. Soc. Am.* **120** 3694
- [7] Zhang Y B 2009 *J. Acoust. Soc. Am.* **126** 1257
- [8] Oudompheng B, Pereira A, Picard C, Leclerc Q, Nicolas B 2014 5th Berlin Beamforming Conference Berlin, Germany, February 19–20, 2014 p12
- [9] Xu L, Bi C X, Zhang X, Zheng C J 2014 *INTERNOISE 2014-43rd International Congress on Noise Control Engineering: Improving the World Through Noise Control* Melbourne, Australia, November 16–19, 2014 p458
- [10] Cai P F 2015 *M. S. Thesis* (Chongqing: Chongqing University) (in Chinese) [蔡鹏飞 2015 硕士学位论文 (重庆: 重庆大学)]
- [11] Ping G L, Chu Z G, Xu Z M, Shen L B 2017 *Sci. Rep.* **7** 43458
- [12] Fernandez-Grande E, Xenaki A 2015 *Proceedings of Internoise 2015-44th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering* San Francisco, United States, August 9–12, 2015 p10
- [13] Bi C X, Liu Y, Xu L, Zhang Y B 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **141** 73
- [14] Hald J 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** 2211

- [15] Li J Q, Chen J, Yang C, Jia W Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4258 (in Chinese) [李加庆, 陈进, 杨超, 贾文强 2008 物理学报 **57** 4258]
- [16] Shang D J, Qian Z W, He Y A, Xiao Y 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 084301 (in Chinese) [商德江, 钱治文, 何元安, 肖妍 2018 物理学报 **67** 084301]
- [17] Zhu Y Y, Liu B 2016 *Noise Vibra. Contrl.* **36** 11 (in Chinese) [朱拥勇, 刘宝 2016 噪声与振动控制 **36** 11]
- [18] Ren H J, Yao Z, Xue X Q, Liu T, Lei Y 2016 *J. Shanxi Univ. Sci. Technol.* **34** 183 (in Chinese) [任惠娟, 姚展, 薛小庆, 刘婷, 雷烨 2016 陕西科技大学学报 **34** 183]
- [19] Qian Z W, Shang D J, Sun Q H, He Y A, Zhai J S 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 024301 (in Chinese) [钱治文, 商德江, 孙启航, 何元安, 翟京生 2019 物理学报 **68** 024301]
- [20] Wang B, Tang W L, Fan J 2008 *Acta Acust.* **33** 226 (in Chinese) [王斌, 汤渭霖, 范军 2008 声学学报 **33** 226]
- [21] He Z Y, Zhao Y F 1981 *Theories of Acoustics* (Beijing: National Defense Industry Press) pp237–241 (in Chinese) [何祚镛, 赵玉芳 1981 声学理论基础 (北京: 国防工业出版社) 第 237—241页]
- [22] Antoni J 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 2873

Sound field reconstruction of structural source based on element radiation superposition method*

Shi Sheng-Guo¹⁾²⁾³⁾ Gao Yuan³⁾ Zhang Hao-Yang^{1)2)3)†} Yang Bo-Quan³⁾

1) (*Acoustic Science and Technology Laboratory, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

2) (*Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security (Harbin Engineering University), Ministry of Industry and Information Technology; Harbin 150001, China*)

3) (*College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China*)

(Received 23 November 2020; revised manuscript received 15 February 2021)

Abstract

In order to improve the sound field reconstruction accuracy of distributed structural source, a new near-field acoustic holography is established based on the element radiation superposition method (ERSM). In the proposed method, the surface of structural source is divided into several regular pistons. The sound field of structural source is considered as the superposition of sound field of pistons. Firstly, we compare the sound field calculated by ERSM with that by Rayleigh's integral. It is proved that ERSM is quite accurate in sound field prediction. Based on ERSM, a vibration acoustic transfer (VAT) function is derived. The VAT function has computable analytical expression and embodies the transfer relationship between the structural source surface and the radiated sound field. The VAT function can precisely characterize the acoustic propagation of continuous distributed coherent sources. Subsequently, we employ the VAT function to replace the Green's function, and apply the VAT function to sound field reconstruction. Different with the equivalent source method (ESM) which is widely used in sound field reconstruction, ERSM directly divides the piston-sources on the surface of structural source rather than constructing the equivalent point-sources on a plane behind the structural source. Furthermore, we introduce a weight matrix into ERSM and iteratively calculate the vibration velocity for a more accurate result, and we call the proposed method as iterative weighted ERSM (IWERSM). In this paper, the simulations and experiment of sound field reconstruction of a rectangular plate are performed. In the proposed method, the rectangular plate is divided into several rectangular pistons. The reconstruction results of ERSM and IWERSM are compared with that of ESM and iterative weighted ESM (IWESM) respectively. The reconstruction accuracies at different distances between the plate and array (test distances) are analyzed. The simulation results show the accuracy of ERSM and IWERSM are better than that of ESM and IWESM respectively. With the increase of test distance, the phenomenon is more obvious, and IWERSM even shows a good reconstruction accuracy while the test distance is more than half a wavelength. The experiment results also validate that ERSM and IWERSM have better reconstruction accuracy than ESM and IWESM respectively at the same test distance. In a word, the simulations and experiments demonstrate that the proposed method can improve the sound field reconstruction accuracy of regular structural source and expand the valid test distance of near-field acoustic holography.

Keywords: distributed structural source, element radiation superposition method, near-field acoustic holography, sound field reconstruction

PACS: 43.40.+s, 43.60.Sx, 43.60.Pt

DOI: 10.7498/aps.70.20201971

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61701133).

† Corresponding author. E-mail: zhanghaoyang@hrbeu.edu.cn