

Jaynes–Cummings晶格模型和Rabi晶格模型的量子相变

尤冰凌 刘雪莹 成书杰 王晨 高先龙

The quantum phase transition in the Jaynes–Cummings lattice model and the Rabi lattice model

You Bing-Ling Liu Xue-Ying Cheng Shu-Jie Wang Chen Gao Xian-Long

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 100201 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20202066

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202066>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一维扩展量子罗盘模型的拓扑序和量子相变

Topological orders and quantum phase transitions in a one-dimensional extended quantum compass model

物理学报. 2018, 67(19): 190301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180855>

含有Dzyaloshinskii–Moriya相互作用的自旋1键交替海森伯模型的量子相变和拓扑序标度

Quantum phase transition and topological order scaling in spin-1 bond-alternating Heisenberg model with Dzyaloshinskii–Moriya interaction

物理学报. 2020, 69(9): 090302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191773>

横场中具有周期性各向异性的一维XY模型的量子相变

Quantum phase transitions of one-dimensional period-two anisotropic XY models in a transverse field

物理学报. 2017, 66(18): 180302 <https://doi.org/10.7498/aps.66.180302>

一簇金刚石晶格上 S^4 模型的相变

Phase transition of S^4 model on a family of diamond lattice

物理学报. 2019, 68(2): 026401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181315>

光腔中两组分玻色–爱因斯坦凝聚体的受激辐射特性和量子相变

Stimulated radiation characteristics and quantum phase transition for two-component Bose–Einstein condensate in optical cavity

物理学报. 2018, 67(18): 183701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180971>

一维自旋1键交替XXZ链中的量子纠缠和临界指数

Quantum entanglement and critical exponents in one-dimensional spin-1 bond-alternating XXZ chains

物理学报. 2017, 66(12): 120301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.120301>

Jaynes-Cummings 晶格模型和 Rabi 晶格模型的量子相变*

尤冰凌 刘雪莹 成书杰 王晨 高先龙†

(浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(2020 年 12 月 6 日收到; 2021 年 1 月 4 日收到修改稿)

采用平均场近似的方法, 分别研究了 Jaynes-Cummings 晶格模型和 Rabi 晶格模型的量子相变: Mott 绝缘体相-超流体相量子相变, 探索了光的聚束-反聚束行为, 研究了 Kerr 非线性作用对量子相变与光子统计特征的影响. 研究表明, 在 Rabi 晶格模型中二能级原子和光子相互作用强度 g 和格点之间光子跃迁强度 J 的增大会使晶格体系从 Mott 绝缘体相向超流体相转变, 同时, 光子统计行为由聚束转变为反聚束, 而 Kerr 非线性强度的增大抑制了 Mott 绝缘体相-超流体相转变, 但促进了光子聚束与反聚束之间的转变.

关键词: Jaynes-Cummings 晶格模型, Rabi 晶格模型, 量子相变, 光子统计

PACS: 02.30.Mv, 42.50.Ar

DOI: 10.7498/aps.70.20202066

1 引言

光与物质之间的作用是自然界中最基本的相互作用过程之一, 是理解多种物理现象的基础. Jaynes-Cummings (JC) 模型和 Rabi 模型是描述二能级系统与光场相互作用的核心模型. 随着科技的发展, 人们对原子和固态系统与光相互作用的控制水平不断提高, 在光晶格系统上实现了一系列新的量子物质的多体效应^[1–12]. 在这些系统中, 光和物质之间的相互作用有着非常重要的作用, 例如由单模的电磁谐振器和二能级系统相互作用形成的基本腔量子电动力学系统. 原子与光子之间的耦合会导致有效的非线性光子-光子排斥. Birnbaum 等^[13]研究表明这种光子排斥会阻止一个以上的光子进入空腔. 光子阻塞效应^[14–16]与腔内光子隧穿之间的相互作用导致腔量子电动力学系统耦合形成晶格, 形成大型的 Bose-Hubbard 模型^[17]. 最近, 有研

究者提出了一种光晶格中存在 JC 模型且腔之间存在光子跃迁项的模型^[1,8,18], 称之为 JC 晶格模型, 它描述了原子-光子之间的强耦合与腔间光子跃迁的竞争. 已经有一些文章使用 JC 晶格模型研究从 Mott 绝缘体相到超流体相的量子相图^[19,20]问题. 同样, 也可以在 Rabi 晶格模型中进行相应的研究.

近几年, 平均场近似^[2,6]为从 Mott 绝缘体相到超流体相的相变研究提供了方法, 这与 Bose-Hubbard 模型^[21]中的研究类似. 与蒙特卡罗方法^[22,23]相比, 平均场近似可以定性地描述大的系统^[24–26], 同时, 平均场近似的方法已经扩展到偶极玻色子^[27]和玻色子-费米子原子混合系统^[28–32], 以及激子-极化子凝聚^[33]等众多领域. 由于可以在光晶格中观察到非线性光学效应^[34,35], 且这种效应具有产生纠缠态的可能, 因此这种效应引起了人们的极大兴趣, 特别是在量子信息领域^[36,37]. 有一些实验已经对涉及 Kerr 效应的 JC 模型的特性进行了研究. 特别是探索了由外部激光源驱动非线性腔发

* 国家自然科学基金 (批准号: 11774316, 11704093) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gaoxl@zjnu.edu.cn

出光子的统计特性^[38-40]. 与此同时, 控制 Kerr 非线性的方法也已经得到了解决^[41-43], 因此进一步研究 Kerr 非线性对 Rabi 晶格模型的影响具有重要的理论意义.

本文采用平均场近似的方法, 研究了 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型中 Mott 绝缘体相到超流体相的量子相图, 以及从聚束到反聚束的转变行为. 并在此基础上考虑 Kerr 非线性项, 分析 Kerr 效应对 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型中光量子相变与统计特征的影响.

2 模型

Rabi 模型描述了一个二能级系统和光场之间的基本相互作用,

$$H_{\text{Rabi}} = \omega_0 a^\dagger a + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z + g(a^\dagger + a)(\sigma_- + \sigma_+), \quad (1)$$

这里, ω_0 是光场的频率, ω_1 是二能级原子的能级差, g 是光子与二能级原子的耦合强度, $a^\dagger(a)$ 为光子的产生(湮灭)算符, σ_z 是二能级原子的泡利矩阵, σ_\pm 是泡利矩阵的升降算符.

Rabi 模型的相互作用项 $(a^\dagger + a)(\sigma_- + \sigma_+)$ 可以写成旋波项 $a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+$ 和反旋波项 $a \sigma_- + a^\dagger \sigma_+$ 之和, 其中 $a^\dagger \sigma_-$ 表示释放一个光子的同时二能级原子从激发态跃迁到基态, $a \sigma_+$ 表示吸收一个光子的同时二能级原子从基态跃迁到激发态, $a \sigma_-$ 表示吸收一个光子的同时二能级原子从激发态跃迁到基态, $a^\dagger \sigma_+$ 表示释放一个光子的同时二能级原子从基态跃迁到激发态. 在光场频率和原子频率近共振、弱耦合的近似条件下, 反旋波项随时间演化会迅速衰减到零, 可以被忽略, 即在旋波近似下, (1) 式变为

$$H_{\text{JC}} = \omega_0 a^\dagger a + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z + g(a^\dagger \sigma_- + a \sigma_+), \quad (2)$$

即为 JC 模型.

如果考虑在晶格中每个格点上都有一个 Rabi 模型, 则得到 Rabi 晶格模型, 其哈密顿量为

$$\mathcal{H} = J \sum_{\langle i,j \rangle} a_i^\dagger a_j + \sum_i \left[\omega_0 a_i^\dagger a_i + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z + g(a_i^\dagger + a_i)(\sigma_- + \sigma_+) \right], \quad (3)$$

在这里, 第一项是格点与格点之间的光子跃迁项, J 是任意两格点的跃迁能量.

如果考虑在晶格中每个格点上的 Rabi 模型都

有 Kerr 非线性项, 哈密顿量则为

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{Kerr}} &= J \sum_{\langle i,j \rangle} a_i^\dagger a_j + \sum_i \left[\omega_0 a_i^\dagger a_i + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z \right. \\ &\quad \left. + g(a_i^\dagger + \hat{a}_i)(\sigma_- + \sigma_+) + \kappa a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i \right] \\ &= J \sum_{\langle i,j \rangle} a_i^\dagger a_j + \sum_i H_{\text{Rabi}}^i + \kappa \sum_i a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i, \quad (4) \end{aligned}$$

这里的 κ 是 Kerr 非线性强度, H_{Rabi}^i 代表第 i 个格点上的 Rabi 模型的哈密顿量.

3 平均场理论方法

Greentree 等^[2] 已经用平均场理论讨论过 JC 晶格模型, 他们揭示了从极化子的超流体相到 Mott 绝缘相的二阶相变. 这里用同样的方法研究 Rabi 晶格模型.

引入一个超流序参量

$$A = \langle a \rangle, \quad (5)$$

来描述从 Mott 绝缘体相到超流体相的相变, $\langle \cdots \rangle$ 表示对物理量求基态的期望值, 将跃迁项中的 a_i^\dagger 替换为 $(a_i^\dagger - \langle a_i^\dagger \rangle) + \langle a_i^\dagger \rangle$, a_j 替换为 $(a_j - \langle a_j \rangle) + \langle a_j \rangle$:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} &= J \sum_{\langle i,j \rangle} [(a_i^\dagger - \langle a_i^\dagger \rangle) + \langle a_i^\dagger \rangle][(a_j - \langle a_j \rangle) + \langle a_j \rangle] \\ &\quad + \sum_i H_{\text{Rabi}}^i \\ &= J \sum_{\langle i,j \rangle} [(a_i^\dagger - \langle a_i^\dagger \rangle)\langle a_j \rangle + (a_j - \langle a_j \rangle)\langle a_i^\dagger \rangle \\ &\quad + \langle a_i^\dagger \rangle\langle a_j \rangle + (a_i^\dagger - \langle a_i^\dagger \rangle)(a_j - \langle a_j \rangle)] + \sum_i H_{\text{Rabi}}^i \\ &\approx J \sum_{\langle i,j \rangle} [A(a_i^\dagger + a_j) - A^2] + \sum_i H_{\text{Rabi}}^i, \quad (6) \end{aligned}$$

其中 $(a_i^\dagger - \langle a_i^\dagger \rangle)(a_j - \langle a_j \rangle)$ 为高阶涨落项, 在平均场近似下可以忽略.

在一维晶格链中, 一个格点可以向相邻的两个格点跃迁, 所以, 有效哈密顿量可以写成:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{eff}} &= 2JA \sum_i (a_i^\dagger + a_i) + \sum_i \left[\omega_0 a_i^\dagger a_i + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z \right. \\ &\quad \left. + g(a_i^\dagger + a_i)(\sigma_- + \sigma_+) \right] + \text{const.} \quad (7) \end{aligned}$$

考虑矩阵直和, 有效哈密顿量可以分解为 $\mathcal{H}_{\text{eff}} = \sum_i \mathcal{H}_{\text{eff}}^i$. 其中, 第 i 个格点的有效哈密顿分量为

$$\mathcal{H}_{\text{eff}}^i = 2JA(a_i^\dagger + a_i) + g(\sigma_- + \sigma_+)(a_i^\dagger + a_i) + \omega_0 a_i^\dagger a_i + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z. \quad (8)$$

如果考虑 Kerr 非线性项, 则有效哈密顿量为

$$\mathcal{H}_{\text{Kerr,eff}}^i = 2JA(a_i^\dagger + a_i) + g(\sigma_- + \sigma_+)(a_i^\dagger + a_i) + \omega_0 a_i^\dagger a_i + \frac{\omega_1}{2} \sigma_z + \kappa a_i^\dagger a_i^\dagger a_i a_i, \quad (9)$$

这里的 κ 是 Kerr 非线性强度.

由此, 可以根据有效哈密顿量写出对应的哈密顿量矩阵, 从而数值计算出相图.

4 数值结果及讨论

光的量子相变是指当控制光子之间的有效相互作用的参数发生变化时, 腔中光子的量子态发生质的改变, 所以本文将通过不同的物理变量来观察

光的量子相变. 在数值计算上主要采用迭代法求得超流序参量 $A = \langle a \rangle$. 先为 A 设定一个初始值, 得到一个有效哈密顿量, 通过求解相应的薛定谔方程求出定态波函数, 并由此计算得出下一个 $A = \langle a \rangle$, 如此迭代直到得到一个收敛的 A 值. 利用超流序参量 $A = \langle a \rangle$ 、腔内光子数的基态期望值 $N = \langle a^\dagger a \rangle$ 和二阶关联函数 $g^2(0)$ 就可以描述 Rabi 晶格模型的量子相变.

首先研究两种晶格模型基态下的光量子相变行为. 图 1(a) 和图 1(b) 分别给出了 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型的 J - g 相图, 即 Mott 绝缘体相-超流体相转变的相图, 其中 g 为二能级原子和光子之间的相互作用强度, J 为格点之间的光子跃迁强度. 图中深蓝色区域 $A = 0$, 表示 Mott 绝缘体相, 而 $A > 0$ 的区域为超流体相. 根据哈密顿量, JC 晶

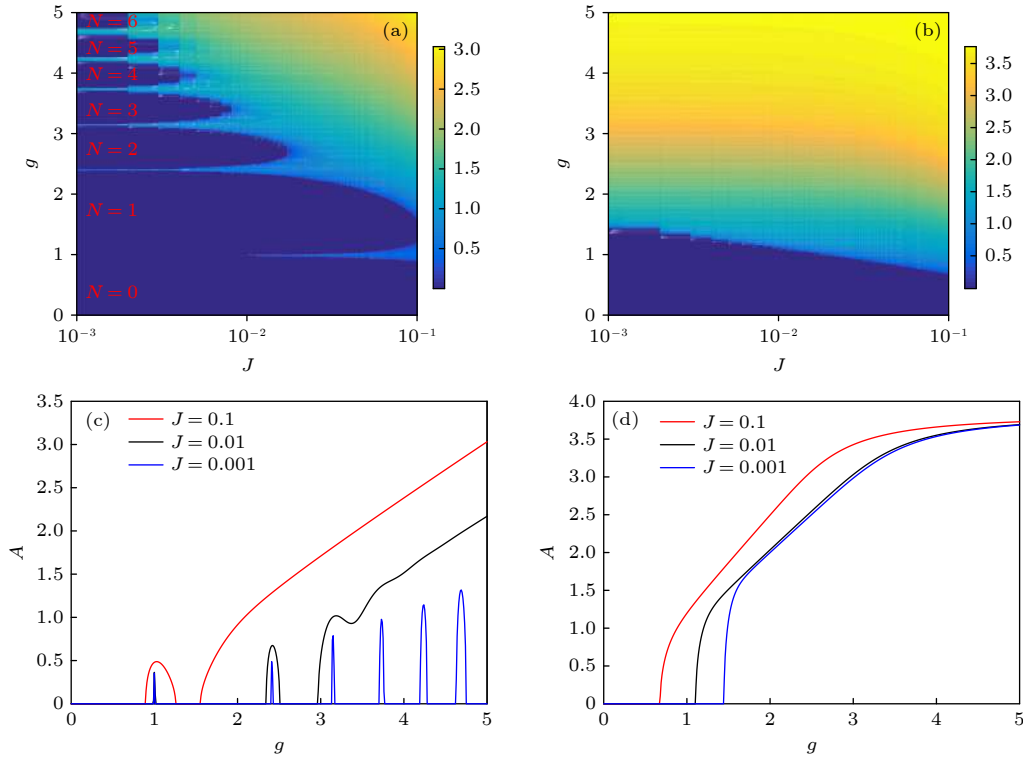


图 1 (a), (b) 平均场近似下, 不同晶格模型关于超流序参量 $A = \langle a \rangle$ 的 J - g 相图 (a) JC 晶格模型; (b) Rabi 晶格模型. 横坐标为格点之间的光子跃迁强度 J , 纵坐标为二能级原子和光子相互作用强度 g , 横纵坐标的单位为 ω_0 , 颜色条表示超流序参量 $A = \langle a \rangle$ 的大小. 深蓝色表示 Mott 绝缘相, 浅黄色表示超流体相. 其他参量取值为: $\omega_0 = \omega_1 = 1$, 光子截断数 $N = 20$. (c), (d) 对于不同的 J , 不同晶格模型的超流序参量 A 随 g 变化的图像 (c) JC 晶格模型; (d) Rabi 晶格模型

Fig. 1. (a), (b) Under the mean field approximation, the J - g phase diagram of different lattice models with respect to the superfluid order parameter $A = \langle a \rangle$: (a) JC lattice model; (b) Rabi lattice model. The abscissa is the photon transition intensity J between the lattice, the ordinate is the two-level atom and photon interaction strength g , the unit of the abscissa and the ordinate is ω_0 , and the color bar represents the value of the superfluid order parameter $A = \langle a \rangle$. Dark blue indicates Mott insulating phase, and light yellow indicates superfluid phase. Other parameters are taken as $\omega_0 = \omega_1 = 1$, and the number of the photon truncation $N = 20$. (c), (d) For different J , the superfluid order parameter A of different lattice models varies with g : (c) JC lattice model; (d) Rabi lattice model.

格模型相图 (图 1(a)) 中特殊的平台型图像 (深蓝色区域) 对应着不同的单格点内的总激发数, 并且此时的超流序参数 $A = 0$. 而在 Rabi 晶格模型中, 由于考虑了反旋转波项, 平均场近似后的单格点约化系统的总激发数即使在 Mott 相中也不再守恒. 因此, 为了更加直观地讨论 J 和 g 对量子相变的作用, 在图 1(c) 和图 1(d) 中对 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型的相变进行了分析. 图 1(c) 为对于不同的 J , JC 晶格模型的超流序参量 A 随 g 变化的图像, 在 J 很小时, 超流序参量 A 不会随 g 的增大而增大. 但当 J 和 g 增大达到一定值时, A 会随 g 的增大而增大. 图 1(d) 为对于不同的 J , Rabi 晶格模型的超流序参量 A 随 g 变化的图像, 可以看出, 当 g 达到一定值时, A 随 g 的增大而增大. 图 1(c) 和图 1(d) 说明光子跃迁强度 J 对超流体相的产生具有促进作用. 对于 JC 晶格模型, 在光子跃迁强度 J 较大的时候, 相互作用强度 g 才会对超流体相的产生有一定的促进作用; 对于 Rabi 晶格模型, 由于反旋波项的存在, 相互作用强度 g 会促进 Mott 绝缘相到超流体相的转变.

然后, 研究两类晶格体系中的光子统计行为, 利用 Glauber^[44] 于 1963 年在量子光学的研究中提出的无延时两光子关联函数:

$$g^2(0) = \frac{\langle a^\dagger a^\dagger a a \rangle}{\langle a^\dagger a \rangle^2}, \quad (10)$$

它表示测量第一个光子时测量到第二个光子的相

对概率, 描述了两个连续光子测量之间的相关性. 在量子光学中, 光子聚束和反聚束表征了腔内光子的两种可区分状态. 光子聚束表示更多的光子被检测到是相互靠近, 而不是相互远离, 所以光子有呈束状分布的趋势, 这时 $g^2(0) > 1$. 光子反聚束表示更多的光子单独存在而不是相互靠近, 这时光子没有呈束状分布的趋势, 这意味着要检测到第二个光子具有反相关效果, 即 $g^2(0) < 1$. 对于相干态, 两次连续光子检测之间没有相关性, 光子呈随机分布, 此时 $g^2(0) = 1$.

图 2 为二阶关联函数 $g^2(0)$ 的 J - g 相图, $g^2(0)$ 随 J 及 g 的增大而增大. 黑线为 $g^2(0) = 1$, $g^2(0) > 1$ 对应于光子聚束相, $g^2(0) < 1$ 对应于光子反聚束相. 可以看到, JC 晶格模型没有光子聚束行为, 一直处于反聚束状态. 而 Rabi 晶格模型在相互作用强度 g 较小的时候处于光子聚束, 随着 g 的增大, Rabi 晶格模型逐渐从光子聚束到反聚束变化. 同时, 随着光子跃迁强度 J 的增大, Rabi 晶格模型也逐渐从光子聚束到反聚束变化. 这说明相互作用强度 g 和光子跃迁强度 J 都会影响 Rabi 晶格模型光子聚束向反聚束的转变, 其性质与 JC 晶格模型有显著差异.

接下来, 研究 Kerr 非线性项对 Rabi 晶格模型和 JC 晶格模型的量子相变以及对聚束和反聚束转变行为的影响.

图 3(a) 和图 3(b) 分别为 JC 晶格模型和 Rabi

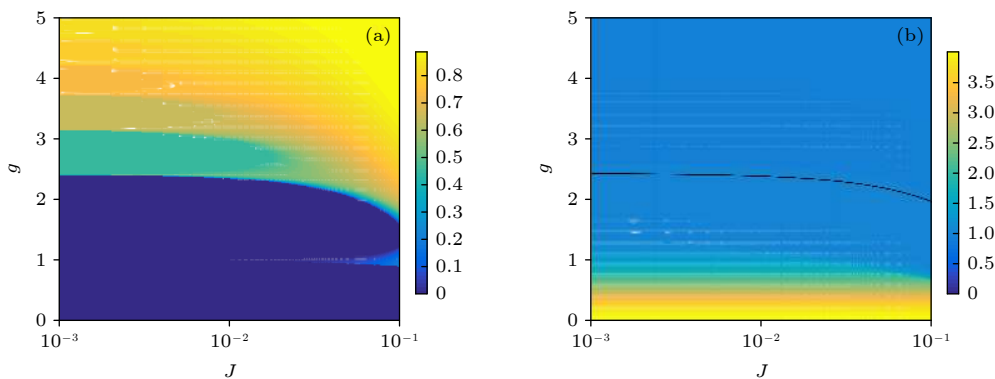


图 2 平均场近似下, 不同晶格模型关于二阶关联函数 $g^2(0)$ 的 J - g 相图 (a) JC 晶格模型; (b) Rabi 晶格模型. 横坐标为格点之间的光子跃迁强度 J , 纵坐标为二能级原子和光子相互作用强度 g , 横纵坐标的单位为 ω_0 , 颜色条表示二阶关联函数 $g^2(0)$ 的值. 其他参量取值为: $\omega_0 = \omega_1 = 1$, 光子截断数 $N = 20$

Fig. 2. Under the mean field approximation, the J - g phase diagram of different lattice models with respect to the second-order correlation function $g^2(0)$: (a) JC lattice model; (b) Rabi lattice model. The abscissa is the photon transition intensity J between the lattice, the ordinate is the two-level atom and photon interaction strength g , the unit of the abscissa and the ordinate is ω_0 , the color bar is represented by the value of the second-order correlation function $g^2(0)$. $\omega_0 = \omega_1 = 1$, and the number of photon truncation $N = 20$.

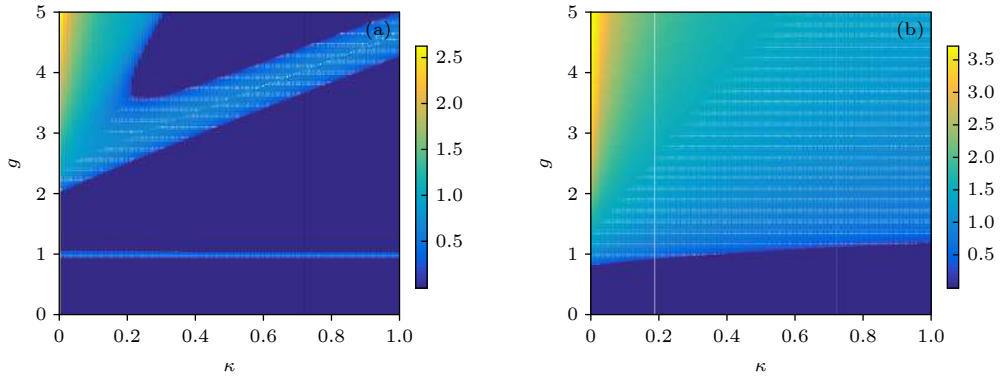


图3 Kerr效应下不同晶格模型关于超流序参量 $A = \langle a \rangle$ 的 κ - g 相图 (a) JC 晶格模型; (b) Rabi 晶格模型. 横坐标为 Kerr 非线性强度 κ , 纵坐标为二能级原子和光子相互作用强度 g , 横纵坐标的单位为 ω_0 , 颜色条表示超流序参量 A 的大小. 其他参量取值为: $\omega_0 = \omega_1 = 1$, $J = 0.05$, 光子截断数 $N = 20$

Fig. 3. The κ - g phase diagram of different lattice models under the Kerr effect with respect to the superfluid order parameter $A = \langle a \rangle$: (a) JC lattice model; (b) Rabi lattice model. The abscissa is the Kerr nonlinear intensity κ , the ordinate is the two-level atom and photon interaction strength g , the unit of the abscissa and the ordinate is ω_0 , and the color bar represents the value of the superfluid order parameter A . Other parameters are taken as $\omega_0 = \omega_1 = 1$, $J = 0.05$, and the number of photon truncation $N = 20$.

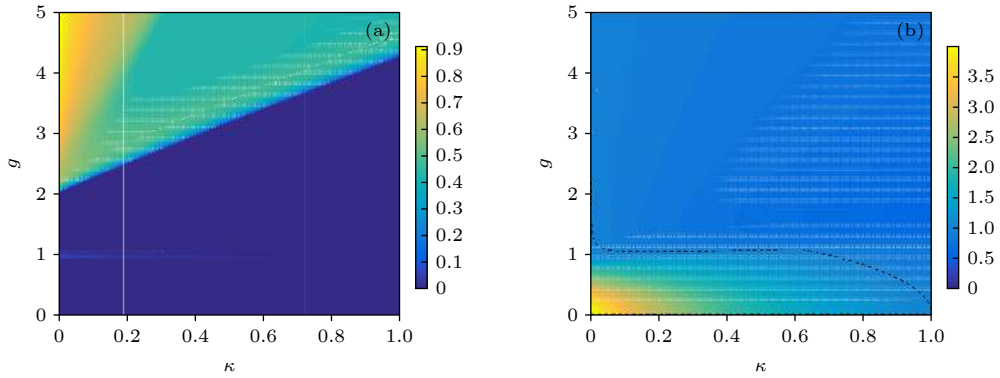


图4 Kerr效应下不同晶格模型关于二阶关联函数 $g^2(0)$ 的 κ - g 相图 (a) JC 晶格模型; (b) Rabi 晶格模型. 横坐标为 Kerr 非线性强度 κ , 纵坐标为二能级原子和光子相互作用强度 g , 横纵坐标的单位为 ω_0 , 颜色条表示二阶关联函数 $g^2(0)$. 其他参量取值为: $\omega_0 = \omega_1 = 1$, $J = 0.05$, 光子截断数 $N = 20$

Fig. 4. The κ - g phase diagram of different lattice models under the Kerr effect with respect to the second-order correlation function $g^2(0)$: (a) JC lattice model; (b) Rabi lattice model. The abscissa is the Kerr nonlinear intensity κ , the ordinate is the two-level atom and photon interaction strength g , the unit of the abscissa and the ordinate is ω_0 , and the color bar represents the value of second-order correlation function $g^2(0)$. Other parameters are taken as $\omega_0 = \omega_1 = 1$, $J = 0.05$, and the number of photon truncation $N = 20$.

晶格模型的 Mott 绝缘体相-超流体相相图, 刻画了二阶关联函数随二能级原子和光子之间的相互作用强度 g 和 Kerr 非线性强度 κ 的变化情况. 图 3(a) 中的 Mott 绝缘相被分为三个部分, 这与图 1(a) 中 JC 晶格模型的平台型结构有关, 可以验证对于不同的 J , Mott 绝缘相可以分成不同的区域. 从图 3(a) 可以看出, 序参量 A 随着 Kerr 非线性强度 κ 的增大而减小, 即 Kerr 非线性项对超流体相有抑制作用. 这是因为 JC 晶格模型中非线性项增加了每个格点中光子的排斥, 从而导致系统趋于

Mott 相^[2]. 图 3(a) 中淡蓝色直线区域与图 1(a) 中 $N = 0$ 和 $N = 1$ 之间的超流区域对应, 即在跃迁强度 J 较小的时候, Kerr 非线性项对 JC 晶格在 $g = 1$ 时 $N = 0$ 和 $N = 1$ 之间的超流区域没有影响, 这与文献 [45] 的结果一致.

在图 4(a) 和 4(b) 中, 研究了 JC 晶格模型没有聚束到反聚束的转变, 以及 Rabi 晶格模型随 g 和 κ 的变化从聚束到反聚束的转变. 可以看出, 二阶关联函数 $g^2(0)$ 随着 Kerr 非线性强度 κ 的增大而减小, 说明 Kerr 非线性强度 κ 会促进光子反聚束的产生.

5 结 论

本文采用平均场近似法研究了 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型, 得到了 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型的有效哈密顿量, 再用迭代法求得超流序参量, 然后对得到的物理图像进行分析, 从而研究了由二能级原子和光子耦合的晶格系统的性质.

研究发现, JC 晶格模型只存在 Mott 绝缘体相-超流体相量子相变, 而 Rabi 晶格模型存在 Mott 绝缘体相-超流体相的量子相变和光子聚束-反聚束的转变, 这是反旋波项影响的结果. 同时, 分别讨论了光子跃迁强度 J 和相互作用强度 g 对超流序参量 A 的影响, 发现在 Rabi 晶格模型中, 二能级原子与光子之间的相互作用强度 g 和格点之间的光子跃迁强度 J 的增大, 会促进模型从 Mott 绝缘体相到超流体相的量子相变和光子聚束到反聚束的转变. 同时, 考虑了 Kerr 非线性项对 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型的影响, 发现在 Rabi 晶格模型中, Kerr 非线性项抑制 Mott 绝缘体相向超流体相的转变, 但是促进光子聚束向反聚束转变, 这说明 Kerr 非线性项可以在光子之间产生有效的光子-光子排斥作用.

这些研究结果凸显了二能级系统与光腔的相互作用强度 g 和光子跃迁强度 J 对 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型的重要性, 以及 Kerr 非线性项对 Rabi 晶格模型具有重要影响, 为研究这些模型的量子相变提供了理论方法, 对实验研究 JC 晶格模型和 Rabi 晶格模型有一定的指导意义.

参考文献

- [1] Hartmann M J, Brandao F G S L, Plenio M B 2006 *Nat. Phys.* **2** 849
- [2] Greentree A D, Tahan C, Cole J H, Hollenberg L C 2006 *Nat. Phys.* **2** 856
- [3] Angelakis D G, Santos M F, Bose S 2007 *Phys. Rev. A* **76** 031805
- [4] Rossini D, Fazio R 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 186401
- [5] Aichhorn M, Hohenadler M, Tahan C, Littlewood P B 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 216401
- [6] Na N, Utsunomiya S, Tian L, Yamamoto Y 2008 *Phys. Rev. A* **77** 031803
- [7] Carusotto I, Gerace D, Türeci H E, De Liberato S, Ciuti C, and Imamoglu A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 033601
- [8] Schmidt S, Blatter G 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 086403
- [9] Koch J, Le Hur K 2009 *Phys. Rev. A* **80** 023811
- [10] Pippin P, Evertz H G, Hohenadler M 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033612
- [11] Ferretti S, Andreani L C, Türeci H E, Gerace D 2010 *Phys. Rev. A* **82** 013841
- [12] Umucalilar R O, Carusotto I 2011 *Phys. Rev. A* **84** 043804
- [13] Birnbaum K M, Boca A, Miller R, Boozer A D, Northup T E, Kimble H J 2005 *Nature* **436** 87
- [14] Tian L, Carmichael H J 1992 *Phys. Rev. A* **46** R6801
- [15] Imamoglu A, Schmidt H, Woods G, Deutsch M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1467
- [16] Rebic S, Tan S M, Parkins A S, Walls D F 1999 *J. Opt. B* **1** 490
- [17] Bloch I, Dalibard J, Zwerger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [18] Schmidt S, Koch J 2013 *Ann. Phys.* **525** 395
- [19] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, Hänsch T W, Bloch I 2002 *Nature* **415** 39
- [20] Lundqvist S, Nilsson N B 1989 *Physics of Low-dimensional Systems* (Sweden: World Scientific) pp89–95
- [21] Fisher M P, Weichman P B, Grinstein G, Fisher D S 1989 *Phys. Rev. B* **40** 546
- [22] van Oosten D, van Der Straten P, Stoof H T C 2001 *Phys. Rev. A* **63** 053601
- [23] van Oosten D, van Der Straten P, Stoof H T C 2003 *Phys. Rev. A* **67** 033606
- [24] Sheshadri K, Krishnamurthy H R, Pandit R, Ramakrishnan T V 1993 *Europhys. Lett.* **22** 257
- [25] Krauth W, Trivedi N 1991 *Europhys. Lett.* **14** 627
- [26] Krauth W, Trivedi N, Ceperley D 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2307
- [27] Xie Z W, Liu W M 2004 *Phys. Rev. A* **70** 045602
- [28] Albus A, Illuminati F, Eisert J 2003 *Phys. Rev. A* **68** 023606
- [29] Lewenstein M, Santos L, Baranov M A, Fehrmann H 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 050401
- [30] Illuminati F, Albus A 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 090406
- [31] Cramer M, Eisert J, Illuminati F 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 190405
- [32] Fehrmann H, Baranov M A, Damski B, Lewenstein M, Santos L 2004 *Opt. Commun.* **243** 23
- [33] Littlewood P B, Eastham P R, Keeling J M J, Marchetti F M, Simons B D, Szymanska M H 2004 *J. Phys. Condens. Matter* **16** S3597
- [34] He Y, Zhu X, Mihalache D, Liu J, Chen Z 2012 *Phys. Rev. A* **85** 013831
- [35] Eguchi K, Takagi Y, Nakagawa T, Yokoyama T 2012 *Phys. Rev. B* **85** 174415
- [36] Vitali D, Fortunato M, Tombesi P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 445
- [37] Angelakis D G, Dai L, Kwek L C 2010 *Europhys. Lett.* **91** 10003
- [38] Patargias N, Bartzis V, Jannussis A 1995 *Phys. Scr.* **52** 554
- [39] Bu S P, Zhang G F, Liu J, Chen Z Y 2008 *Phys. Scr.* **78** 065008
- [40] Cordero S, Récamier J 2011 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **44** 135502
- [41] Schmidt H, Imamoglu A 1996 *Opt. Lett.* **21** 1936
- [42] Harris S E, Hau L V 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 4611
- [43] Niu Y, Gong S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 053811
- [44] Glauber R J 1963 *Phys. Rev.* **130** 2529
- [45] Gomes C B C, Almeida F A G, Souza A M C 2016 *Phys. Lett. A* **38** 1799

The quantum phase transition in the Jaynes-Cummings lattice model and the Rabi lattice model*

You Bing-Ling Liu Xue-Ying Cheng Shu-Jie
Wang Chen Gao Xian-Long †

(*Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China*)

(Received 6 December 2020; revised manuscript received 4 January 2021)

Abstract

We use the mean field approximation method to study the quantum phase transitions of the Jaynes-Cummings lattice model and the Rabi lattice model. The effective Hamiltonians are obtained for the JC and Rabi model including the Kerr nonlinear term. Numerically we diagonalized the Hamiltonian matrix and calculated the superfluidity order parameter and the two-photon correlation function by solving the iteration equations.

We have explored the Mott insulating-superfluid quantum phase transition, the bunching-antibunching behavior of light, and the effect of Kerr nonlinear term on the quantum phase transition and photon statistical characteristics. Our results show that in the JC lattice model, by increasing J , a quantum phase transition takes place and the system is driven to a superfluid phase. The phase boundaries of the Mott lobes are N -dependent. However the photon will always be in a bunching statistical behavior irrelevant of the coupling strength between the two-level atom and the photon and the nonlinear Kerr effect.

In the Rabi lattice model, the anti-rotating wave term breaks Mott-lobe structure of the phase diagram and the increase of the two-level atom and photon interaction strength g and the photon transition strength J between the lattices drive the system from the Mott insulating phase to the superfluid phase. The photon statistical behavior changes from the bunching to the antibunching one when considering the anti-rotating wave term, which is important in the strongly coupled systems. Most interestingly, the increase of the Kerr nonlinear coefficient will inhibit the Mott insulating phase-superfluid phase transition, but favor the superfluid phase and the transition from the bunching to anti-bunching statistics.

Keywords: Jaynes-Cummings lattice model, Rabi lattice model, quantum phase transition, photon statistics

PACS: 02.30.Mv, 42.50.Ar

DOI: [10.7498/aps.70.20202066](https://doi.org/10.7498/aps.70.20202066)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11774316, 11704093).

† Corresponding author. E-mail: gaoxl@zjnu.edu.cn