



基于弹性变分模态提取的时间相关单光子计数信号去噪

汪书潮 苏秀琴 朱文华 陈松懋 张振扬 徐伟豪 王定杰

A time-correlated single photon counting signal denoising method based on elastic variational mode extraction

Wang Shu-Chao Su Xiu-Qin Zhu Wen-Hua Chen Song-Mao Zhang Zhen-Yang Xu Wei-Hao Wang Ding-Jie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 174304 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210149

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210149>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于弹性变分模态分解的癫痫脑电信号分类方法

eEpileptic electroencephalogram signal classification method based on elastic variational mode decomposition

物理学报. 2021, 70(1): 018702 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200904>

基于地基观测的时序卫星红外光谱建模与分析

Modeling and analyzing of time-resolved satellite infrared spectrum based on ground-based detector

物理学报. 2019, 68(5): 059501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181933>

混沌信号自适应协同滤波去噪

An adaptive denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering

物理学报. 2018, 67(6): 060501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172470>

流场非线性特征提取与混沌分析

Nonlinear feature extraction and chaos analysis of flow field

物理学报. 2020, 69(24): 249501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200625>

优化递归变分模态分解及其在非线形信号处理中的应用

Application of the proposed optimized recursive variational mode decomposition in nonlinear decomposition

物理学报. 2019, 68(23): 238401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191005>

集合背景误差方差中小波阈值去噪方法研究及试验

Investigation and experiments of wavelet thresholding in ensemble-based background error variance

物理学报. 2017, 66(2): 020505 <https://doi.org/10.7498/aps.66.020505>

基于弹性变分模态提取的时间相关 单光子计数信号去噪*

汪书潮¹⁾²⁾³⁾ 苏秀琴^{1)3)†} 朱文华¹⁾²⁾³⁾ 陈松懋¹⁾³⁾
张振扬¹⁾²⁾³⁾ 徐伟豪¹⁾²⁾ 王定杰¹⁾²⁾

1) (中国科学院西安光学精密机械研究所, 中国科学院空间精密测量技术重点实验室, 西安 710119)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

3) (青岛海洋科学与技术试点国家实验室, 青岛 266237)

(2021年1月22日收到; 2021年4月26日收到修改稿)

单光子激光雷达的回波信号具有极低的信噪比, 有效地消除噪声和提取出回波信号特征是提升单光子激光雷达测距精度的关键, 变分模态分解算法需要使用者依据经验确定分解本征模态函数数量, 不具有适用性和通用性. 为此, 本文基于时间相关单光子计数信号特点, 提出了在变分模态分解中让信号按照指定频率进行聚类分解的变分约束条件, 并采用弹性网回归重构不适定问题的求解模型, 提出了弹性变分模态提取算法. 实验结果表明, 在波段 850 nm、平均发射功率为 25 nW、背景噪声平均功率为 19.51 μ W 的条件下, 利用该方法, 得到了时间相关单光子计数信号重建精度的均方根误差为 1.414 ns. 同时在不同的累积时间下, 能够稳定且快速地提取出回波信号特征, 有效地提高了算法的去噪能力和特征提取的性能.

关键词: 弹性变分模态提取, 时间相关单光子计数, 去噪, 特征提取

PACS: 43.60.Cg

DOI: 10.7498/aps.70.20210149

1 引言

时间相关单光子计数技术目前是激光雷达领域中前沿的研究方向之一. 该技术采用时间相关单光子计数器 (time-correlated single photon counter, TCSPC), 对单光子探测器的输出信号进行统计分析, 将激光雷达的探测能力提升到了单光子级, 进一步提升了激光雷达的探测范围和测距精度. 本技术在天地目标识别^[1]、水下目标探测^[2]、非视域成像^[3]、远距离激光三维成像^[4]、生物学医疗^[5]和大气观测^[6]等众多领域都有广泛的应用前景.

近年来, 基于时间相关单光子计数技术的应用

在各个领域逐步普及. Aurora 等^[2]实现了无背光环境下, 水下 6.7 个衰减长度的动态目标成像; David 等^[3]实现了对隐藏目标进行激光器到墙面的距离为 1 m、分辨率为 512×512 的非视域成像, 累积时间长达 50 min; Li 等^[4]实现了夜间对 45 km 外目标进行三维成像. 这些应用都是在弱噪声环境、长累积时间等理想条件下进行的. 这是由于时间相关单光子计数技术易受噪声干扰, 尤其是在白天强太阳背景光的情况下, TCSPC 会受噪声光子堆积效应的影响, 有效信号完全被噪声淹没. 同时, 由于该技术采用的单光子探测器, 对回波信号的响应和器件本身的热噪声响应均服从泊松分布^[7], 是典型的非平稳信号 (时间序列), 由于非平

* 中国博士后科学基金 (批准号: 2020M683600) 和中国科学院战略高新技术创新项目 (批准号: GQRC-19-19) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: suxiuqin@opt.ac.cn

稳信号稳定性差、随机性强、易与其他信息混叠^[8], 从中提取出有效信号十分困难. 此外单光子探测器需要对回波信号进行累积, 累积时间与信号信噪比呈正相关, 而总累积时间直接影响探测过程的实时性, 很难平衡探测时间和信噪比之间的关系.

为了从被噪声污染的非平稳信号中提取有效信息, 可以采用图像后处理的方法, 文献^[9]和文献^[10]利用相邻像素之间的关系进行去噪, 但处理实时性差; 也可以采用信号分解的方法, 相关学者已经取得了诸多研究成果, 获得较为广泛应用的方法有小波变换 (wavelet transform, WT)^[11]、希尔伯特振动分解 (Hilbert vibration decomposition, HVD)^[12]、经验模态分解 (empirical mode decomposition, EMD)^[13] 和自适应噪声总体集合经验模态分解 (complete ensemble empirical mode decomposition method based on adaptive noise, CEEMDAN)^[14] 等. WT 算法构建了可随频率改变的窗口函数, 可以方便地分离出目标信息, 但需要人为地针对信号特征选取小波基, 且分解结果包含无意义的谐波成分^[15]. HVD 算法则采用的是希尔伯特变换和低通滤波的组合, 会产生端点效应^[16]. EMD 算法在分解过程中用包络线进行拟合, 会引起端点效应和模态混叠^[17]; CEEMDAN 算法作为 EMD 的改进, 减小了模态混叠, 但依然无法避免端点效应, 且计算复杂度大幅度增加^[18].

鉴于上述方法存在的诸多问题, Dragomiretskiy 等^[19]提出了变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD) 算法, 它是一种包含 Wiener 滤波和 Hilbert 变换的新型模态分解算法, 并将求解本征模态函数 (intrinsic mode function, IMF) 这一变分问题通过 Parseval/Plancherel 等距变换映射到频域. 因其具有完备的数学理论基础, 对非平稳信号进行 VMD 分解时, 克服了 EMD 类经验分解算法存在的端点效应和模态混叠问题, 从而对非平稳信号有着更强的适应性. 然而, VMD 无法提取特定频率范围内的信号, 当其分解模态数量参数 M 确定了之后, VMD 算法会按频率从低到高对信号进行分解, 而感兴趣的信号往往和其他频率的噪声信号混叠在一起, 要想将目标频段的信号分离出来, 只能手动调节分解模态数量, 不仅提升了计算复杂度, 也降低了算法的适用性^[20]. 针对这些问题, 国内外学者开展了更加深入的研究. 文献^[21]在 VMD 算法基础上增加了新的迭代停止判定条件,

具有较高的收敛速度; 文献^[22]提出采用神经网络优化 VMD 算法参数; 在文献^[23]和文献^[24]中则结合不同类型的群优化算法, 基于信号的特征, 确定最优的模态分解的层数. 这些改进方法仅考虑模态函数数量对分解效果的影响, 而忽略了底层不适定问题模型对迭代的影响, 从而导致分解效果不佳.

为了进一步提高非平稳信号的重建精度, 同时提升重建方法的通用性和适应性, 本文提出了一种新的非平稳信号的时频分解方法, 称为弹性变分模态提取 (elastic variational mode extraction, EVME). 此方法对以时间相关单光子计数信号为例的非平稳信号进行分析, 增加了信号按照在指定频率进行聚类分解的变分约束条件, 并采用弹性网回归重构了变分模态分解中基于吉洪诺夫 (Tikhonov) 正则化的不适定问题的求解模型, 从而改进算法结构, 提升其性能. 利用本文所提出的方法对噪声条件下的时间相关单光子计数信号进行处理, 并与相关非平稳信号处理算法进行对比, 以验证本方法的性能.

2 弹性变分模态提取方法

2.1 理论基础

VMD 算法通过迭代来搜索将实信号 $f(t)$ 分解为若干个本征模态函数的组合, 其本质是将时域上的不适定问题用 Tikhonov 正则化转换为适定问题, 再映射到频域上, 构建成变分约束问题进行求解. 求解出来的本征模态函数组在频域上从低频到高频分离, 每一个本征模态函数都需要估计其中心频率和带宽, 且所有本征模态函数的估计带宽之和最小. VMD 算法对应的约束变分模型为:

$$\min_{\{u_k\}, \{\omega_k\}} \left\{ \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-j\omega_k t} \right\|_2^2 \right\},$$

$$\text{s.t. } \sum_k u_k = f, \quad (1)$$

其中, $\{u_k(t)\} = \{u_1(t), u_2(t), \dots, u_M(t)\}$ 是分解后的 M 个本征模态函数, $\{\omega_k\} = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_M\}$ 为对应的中心频率, $*$ 为卷积运算, $\|\cdot\|$ 为范数, $\delta(t)$ 为单位冲激函数.

通过交替方向乘子法 (alternating direction method of multipliers, ADMM)^[19] 将上述变分约束求极值问题转变成凸优化问题, 写出对应约束变分模型的增广 Lagrange 方程:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\{u_k\}, \{\omega_k\}) \\ &= \alpha \sum_k \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{i}{\pi t} \right) * u_k(t) \right] e^{-i\omega_k t} \right\|_2^2 \\ &+ \left\| f(t) - \sum_k u_k(t) \right\|_2^2 \\ &+ \left\langle \lambda(t), f(t) - \sum_k u_k(t) \right\rangle, \end{aligned} \quad (2)$$

其中, λ 为 Lagrange 乘子, α 为惩罚因子, $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 代表两个向量的点积. 再利用对偶上升法求解出 u_k, ω_k 和 λ 在频域内的迭代算式.

利用 VMD 算法将信号分解成 M 个本征模态函数的步骤如下.

1) 初始化输入 $\{\hat{u}_k^{(1)}\}, \{\hat{\omega}_k^{(1)}\}, \hat{\lambda}^{(1)}$.

2) $\hat{u}_k(\omega)$ 和 ω_k 分别由 (3) 式和 (4) 式迭代得出:

$$\begin{aligned} & \hat{u}_k^{(n+1)}(\omega) \\ & \hat{f}(\omega) - \sum_{i=1}^{k-1} \hat{u}_i^{(n+1)}(\omega) - \sum_{i=k+1}^K \hat{u}_i^{(n)}(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{2} \\ &= \frac{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^{(n)})^2}{1 + 2\alpha(\omega - \omega_k^{(n)})^2}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\omega_k^{(n+1)} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_k^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (4)$$

3) λ 通过 (5) 式迭代更新确定,

$$\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega) = \hat{\lambda}^{(n)}(\omega) + \tau \left(\hat{f}(\omega) - \sum_K \hat{u}_k^{(n+1)}(\omega) \right). \quad (5)$$

4) 重复运行步骤 2) 和步骤 3) 直到满足迭代的停止条件

$$\sum_K \left\| \hat{u}_k^{(n+1)} - \hat{u}_k^{(n)} \right\|_2^2 / \left\| \hat{u}_k^{(n)} \right\|_2^2 < \varepsilon. \quad (6)$$

(3) 式—(6) 式中, 上标 \wedge 代表傅里叶变换, 右上角标 (n) 和 $(n+1)$ 为迭代次数, 右下角标 k 表明对应第 k 个分解模态, τ 为更新参数, ε 为判别精度, 且有 $\varepsilon > 0$.

5) 输出 M 个本征模态函数 $\{u_k\}$.

2.2 弹性变分模态提取原理

本文提出的弹性模态提取算法是时频信号分解方法, 它相较于原始的变分模态分解算法, 增加了变分约束条件, 让信号按照在指定频率进行聚类

分解, 通过得到模态中心频率的近似值, 可以提取出一个中心频率在预定模态附近的本征模态, 让信号按照预设中心频率进行聚类提取, 而无需人为地调节分解模态的个数. 同时, 本文方法采用弹性网回归重新构建不适定问题的求解模型, 从 2-范数和 1-范数结合的角度来对代价函数进行有偏分析, 克服了基于 Tikhonov 正则化的 VMD 算法带来的回归结果失真问题, 让信号分解更加精确.

弹性模态提取算法的推导过程如下.

首先构建本文提出的弹性模态提取算法的变分约束模型, 设输入信号 $f(t)$ 被分解为两种信号: 期望模式 $u_d(t)$ 和残差信号 $f_r(t)$, 如下所示:

$$f(t) = u_d(t) + f_r(t). \quad (7)$$

本文提出的方法建立在以下基础上.

1) 所期望的模态应该紧凑地围绕其中心频率. VMD 算法通过 Tikhonov 正则化将病态问题转化为适定问题, 再利用最小化准则来寻找最优解, 如 (1) 式中变分约束方程所示. 并对其进行扩充, 修改为弹性网回归, 则变分约束方程变为

$$\begin{aligned} J_1 &= \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{i}{\pi t} \right) * u_d(t) \right] e^{-i\omega_d t} \right\|_2^2 \\ &+ \left\| \partial_t \left[\left(\delta(t) + \frac{i}{\pi t} \right) * u_d(t) \right] e^{-i\omega_d t} \right\|_1, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 ω_d 是第 d 个模态的中心频率.

2) 残余信号 $f_r(t)$ 与期望模态 $u_d(t)$ 的频谱重叠应尽量小, 即在期望模态所在的频带内残余信号的能量应尽量小. 特别是 $f_r(t)$ 在 ω_d 处的能量应为零, 以保证完全提取模态.

为了满足这些约束条件, 首先通过合适的滤波器提取出属于期望模态的 $u_d(t)$ 分量, 然后将滤波后的 $f_r(t)$ 的能量作为 $f_r(t)$ 和 $u_d(t)$ 谱重叠的指标. 为此, 使用滤波器的频率响应为

$$\hat{\beta}(\omega) = 1/\varphi(\omega - \omega_d^{(n)})^2, \quad (9)$$

其中, φ 为滤波器 $\hat{\beta}(\omega)$ 的系数, 滤波器 $\hat{\beta}(\omega)$ 在 $\omega = \omega_d^{(n)}$ 处具有无限增益, 在其他频率处可以近似为维纳滤波器. 因此, 为了使 $f_r(t)$ 和 $u_d(t)$ 的谱重叠最小, 在解中考虑如下惩罚函数:

$$J_2 = \|\beta(t) * f_r(t)\|_2^2, \quad (10)$$

其中, $\beta(t)$ 是所使用滤波器的脉冲响应. 所以, 寻找期望模态的问题可以表示为一个 (8) 式和 (10) 式联合约束的最小化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{u_d, \omega_d, f_r} \{ \alpha J_1 + J_2 \}, \\ & \text{s.t } u_d(t) + f_r(t) = f(t), \end{aligned} \quad (11)$$

其中, α 是平衡 J_1 和 J_2 的参数.

由 (7) 式—(11) 式所推导出的变分约束模型, 即是本文提出算法的理论模型. 然后就可以按照 2.1 节中的 ADMM 迭代优化算法 [19], 将上述变分约束求极值问题转变成凸优化问题进行求解, 同时采用 Parseval/Plancherel 等距变换, 在频域上写出对应约束变分模型的增广 Lagrange 方程:

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(u_d, \omega_d, \lambda) \\ & = \alpha \|j(\omega - \omega_d) [1 + \text{sgn}(\omega) \hat{u}_d(\omega)]\|_2^2 \\ & \quad + \alpha \|j(\omega - \omega_d) [1 + \text{sgn}(\omega) \hat{u}_d(\omega)]\|_1 + \|\hat{\beta}(\omega) \hat{f}_r(\omega)\|_2^2 \\ & \quad + \|\hat{f}(\omega) - \hat{u}_d(\omega) - \hat{f}_r(\omega)\|_2^2 \\ & \quad + \left\langle \hat{\lambda}(\omega), \hat{f}(\omega) - \hat{u}_d(\omega) - \hat{f}_r(\omega) \right\rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

其中, $\hat{f}(\omega) - \hat{u}_d(\omega) - \hat{f}_r(\omega)$ 为损失项.

再按照文献 [19] 中所提出的交替迭代方法, 该最小化问题可以通过一系列迭代优化来求解. 即第 $(n + 1)$ 次迭代所需模态函数可以表述为 (13) 式—(15) 式. 对 (12) 式求解以 $\hat{u}_d(\omega)$ 为变量时, (12) 式的变分最小值问题, 解得:

$$\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \hat{f}_r(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{2} - \alpha(\omega - \omega_d^{(n)})}{2\alpha(\omega - \omega_d^{(n)})^2 + 1}. \quad (13)$$

同样, 分别对 (12) 式求解关于 ω_d 和 $\hat{f}_r(\omega)$ 变分最小值问题, 可以得出:

$$\begin{aligned} & \omega_d^{(n+1)} \\ & = \left[2\alpha \int_0^\infty \omega |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega + \alpha \int_0^\infty \omega \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) d\omega \right. \\ & \quad \left. - \frac{2}{\varphi^2} \int_0^\infty \frac{1}{(\omega - \omega_d^{(n)})^5} |\hat{f}_r(\omega)|^2 d\omega \right] \\ & \quad \times \left(\alpha \int_0^\infty |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & \hat{f}_r^{(n+1)}(\omega) \\ & = \frac{\varphi^2 (\omega - \omega_d^{(n+1)})^4 \left(\hat{f}(\omega) - \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{2} \right)}{1 + \alpha^2 (\omega - \omega_d^{(n+1)})^4}. \end{aligned} \quad (15)$$

由于构建上述方程的目的是确定 $\hat{u}_d(\omega)$ 和 ω_d , 而不是计算 $\hat{f}_r(\omega)$, 故对 (13) 式—(15) 式进行重新迭代计算, 得到:

$$\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) = \frac{\hat{f}(\omega) - \hat{f}_r(\omega) + \frac{\hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{2} - \alpha(\omega - \omega_d^{(n)})}{\left[1 + \alpha^2 (\omega - \omega_d^{(n)})^4 \right] \left[1 + 2\alpha (\omega - \omega_d^{(n)})^2 \right]}. \quad (16)$$

对 (13) 式进行相同的推导操作. 在 (13) 式中, 因为系数 α 取值很大, 分子处的第三项远远小于第一项. 因此, 可以通过合理的近似对 (13) 式加以简化, 忽略其分子中的第三个子项, ω_d 更新表达式可近似表示为

$$\omega_d^{(n+1)} = \frac{2 \int_0^\infty \omega |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega + \int_0^\infty \omega \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (17)$$

最后, 通过对偶上升法得到 Lagrange 乘子 λ 的迭代公式, 当滤波器 $\hat{\beta}(\omega)$ 中的系数 φ 取值与增广 Lagrange 方程的惩罚因子 α 相等时, λ 迭代公式得到最简形式:

$$\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega) = \hat{\lambda}^{(n)}(\omega) + \eta \left\{ \frac{\hat{f}(\omega) - \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)}{1 + \alpha^2 (\omega - \omega_d^{(n+1)})^4} \right\}, \quad (18)$$

其中, η 是更新参数. 综上所述 (16) 式—(18) 式即是本文提出算法的最终迭代公式.

至此, 弹性模态提取算法已经介绍完成, 算法流程如算法 1 所示.

算法 1: EVME

初始化 $\hat{u}_d^{(1)}$, $\hat{\lambda}^{(1)}$, $n = 0$, $\omega_d^{(1)}$ 初始化为预测值

repeat

$n \leftarrow n + 1$

对于所有 $\omega \geq 0$ 更新 \hat{u}_d :

$$\begin{aligned} \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) & = \left\{ \hat{f}(\omega) + \alpha^2 (\omega - \hat{\omega}_d^{(n)})^4 \hat{u}_d^{(n)}(\omega) \right. \\ & \quad \left. + \frac{\hat{\lambda}^{(n)}(\omega)}{2} - \alpha^3 (\omega - \hat{\omega}_d^{(n)})^5 \right\} \times \\ & \quad \left\{ \left[1 + \alpha^2 (\omega - \hat{\omega}_d^{(n)})^4 \right] \left[1 + 2\alpha (\omega - \hat{\omega}_d^{(n)})^2 \right] \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (19)$$

更新 ω_d :

$$\omega_d^{(n+1)} = \frac{2 \int_0^\infty \omega |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega + \int_0^\infty \omega \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)|^2 d\omega}. \quad (20)$$

对于所有 $\omega \geq 0$ 进行对偶上升:

$$\hat{\lambda}^{(n+1)}(\omega) = \hat{\lambda}^{(n)}(\omega) + \eta \left\{ \frac{\hat{f}(\omega) - \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega)}{1 + \alpha^2 (\omega - \omega_d^{(n+1)})^4} \right\}. \quad (21)$$

until 收敛:

$$\left\| \hat{u}_d^{(n+1)}(\omega) - \hat{u}_d^{(n)}(\omega) \right\|_2^2 / \left\| \hat{u}_d^{(n)}(\omega) \right\|_2^2 < \varepsilon. \quad (22)$$

3 实验系统及测量结果

为了显示本文所提出方法的准确性和有效性, 搭建了时间相关单光子探测系统进行了实验验证. 时间相关单光子探测系统工作原理如图 1 所示, 信

号发生器产生编码脉冲信号驱动激光器, 同时产生计时信号输入到 TCSPC 的计时通道 2 中作为计时参考. 发射激光脉冲通过发射光路进行调节, 并经过扫描镜照射到目标上. 目标物体反射激光脉冲, 接收光路收集到回波信号, 通过光纤耦合输入到单光子雪崩二极管 (single photon avalanche photon diode, SPAD) 中, 探测器将光信号转换为数字信号输入 TCSPC 的计时通道 1 中. 最后对通道 1 和通道 2 的信号进行互相关计算, 可以计算出单个像素的距离.

实验系统实物图如图 2 所示, 激光器型号为 PicoQuant LDH-D-C-850, 波段为 850 nm, 最大脉冲发射频率为 80 MHz, 平均功率为 40 mW; TCSPC 为 PicoQuant PicoHarp 300, 最大时间分辨率为 4 ps; 探测器是型号为 EXCELITAS DTS_SPCM-AQRH-16-FC 的 SPAD, 量子效率 $> 40\%$ @850 nm, 暗计数率 < 20 cps; 采用型号为 Xilinx KINTEX XC7 K325 T 的现场可编程逻辑阵列 (field pro-

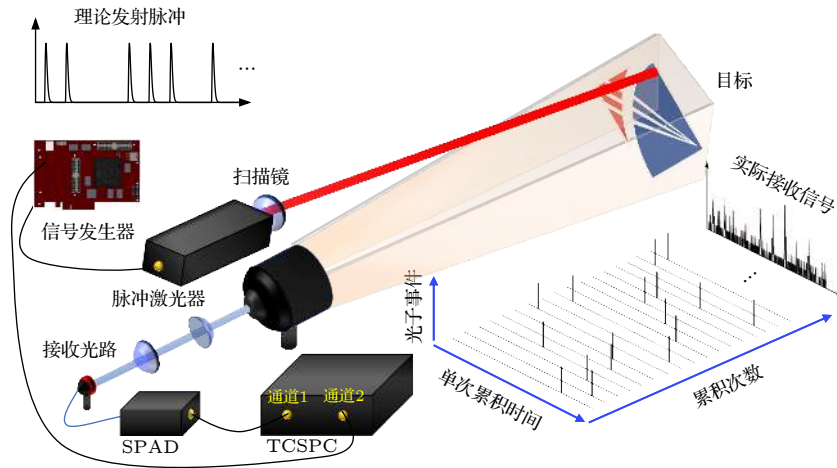


图 1 系统工作原理图

Fig. 1. The principal components of the system.

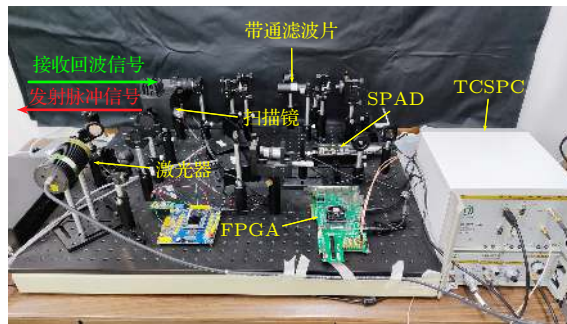


图 2 实验系统实物图

Fig. 2. Experimental system.

grammable gate array, FPGA) 作为信号发生器; 二维扫描镜型号为 Thorlab GVS012; 带通滤波片型号为 Semrock FF01-850, 通过带宽为 ± 10 nm.

3.1 强噪声条件下的信号去噪实验

目标物体到接收光路物镜的距离为 7.3 m, 扫描镜调整发射光束对准目标物体, 激光器实际输出编码脉冲频率为 1 MHz, 脉宽为 500 ps, 平均发射功率为 0.11 mW (由 OPHIR PD300-3W-v1 & VEGA 光功率计测量, 下同), 带通滤波片用于滤掉除了 850 nm 以外的背景杂散光. 为了模拟远距离测试中的强衰减场景, 发射光路包含两个型号为 Thorlab NE30B-B 的衰减片, 衰减倍数为 4296.51 倍, 故系统平均发射功率为 25.6 nW, 发射激光单个脉冲能量为 25.6 fJ. 而接收光路中 SPAD 探测器前放置了一个衰减倍数为 380.99 的衰减片, 型号为 Thorlab NE40B-B, 可以通过激光雷达方程计算出此时目标物体到接收光路物镜的等效距离约为 3000 m. 同时实验在强噪声场景进行, 接收光路物镜处的 850 nm 波段背景噪声平均功率实测为

19.51 μ W. 所有数据是在基于 Intel(R) Core(TM) i7-6700CPU 和 24GB 2133MHz DDR4 的计算机平台上测得的.

进行累积时长为 5 s 的探测, 截取部分 TCSPC 输出探测信号段, 时间分辨率为 16 ps, 截取的信号对应发射脉冲编码为“1 1 0 0 1 1 1 0 1 0”, 如图 3(a) 所示, 将其与经过不同算法处理后的信号进行对比.

图 3(a) 理论发射信号由 FPGA 产生的实测输出脉冲信号结合激光器出厂报告中给出的实测发射脉冲波形曲线计算生成. 对比图 3(b) 实际接收信号和图 3(a) 理论发射信号, 可见本应有回波信号的地方, 由于系统发射平均发射功率为 25.6 nW, 此时接收光路物镜处经过非协作目标物体漫反射的回波能量达到了 10^{-18} W 量级, 远远小于实测 850 nm 波段背景噪声平均功率 19.51 μ W, 这造成了大量的数据缺失, 无法重建出有效的信号波形图, 导致信号失真.

对图 3(b) 的实际接收信号进行 Hilbert 包络重建, 结果如图 3(c) 所示, 部分区域的噪声能量密

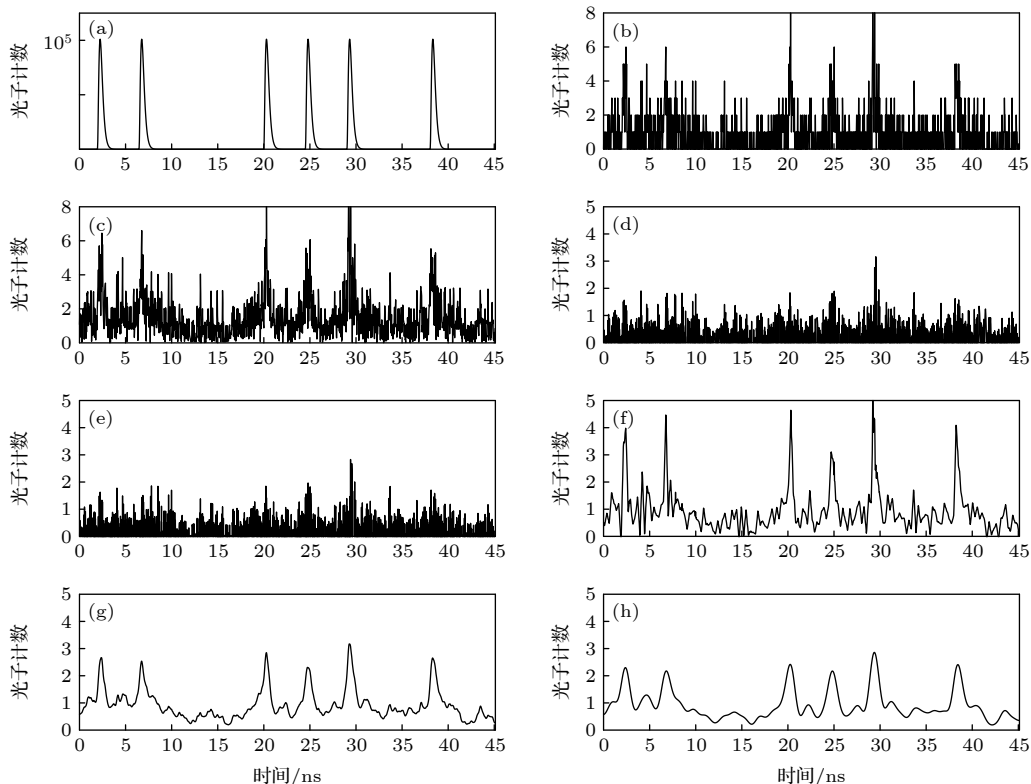


图 3 时间相关单光子探测原始信号与 6 种方法对其重建的信号效果图 (a) 激光器理论发射光信号; (b) 实际接收信号; (c) Hilbert 包络; (d) EMD; (e) CEEMDAN; (f) Haar 小波软阈值法; (g) VMD; (h) 本文方法

Fig. 3. The curves of time-correlated single photon single-photon signal and its six reconstruction algorithms: (a) Original signal; (b) theoretical output signal; (c) Hilbert envelope; (d) EMD; (e) CEEMDAN; (f) Haar wavelet; (g) VMD; (h) proposed method.

度和峰值已经超过了信号段的平均水平,可见对实际接收信号采用基于峰值、半高全宽、包络、能量密度、短时能量等常用信号特征提取手段无法直接提取出回波脉冲信号的准确位置信息.

图 3(d), (e) 分别采用的 EMD 和 CEEMDAN 方法对图 3(b) 信号进行处理,均取分解后的本征模态函数 1. 将其与图 3(a) 对比,这两种方法处理效果很差,无法将信号与噪声进行分离,它们的信号特征相较于原始信号更差,且随着模态分解数量提升后,模态混叠效果越严重. 这是由于 EMD 和 CEEMDAN 方法都是利用信号自身统计特征,在时域上对信号本身进行经验分解. 由于时间相关单光子计数技术所探测到的信号存在有效数据大量缺失、噪声功率远大于信号功率等问题,造成信号自身的统计特征被破坏,并不适用于这类以有效数据本身作为驱动的分解方法.

图 3(f) 为采用 Haar 小波软阈值 (Haar wavlet, Haar WT) 方法对原始信号进行重建的效果图. 将其与图 3(a) 进行对比,可见此方法仅在一定程度上提取出回波信号的位置,但重建出的信号波形仍然受到泊松噪声的影响,重建出来的信号波形宽度不尽相同,信号波形畸变程度大.

图 3(g) 是基于 VMD 方法进行重建后取其本征模态函数 1 的效果图,模态分解数量为 5. 将其与图 3(a) 进行对比,可见此方法可以很好地提取出回波信号所在的位置,但信号波形仍然存在明显畸变,信号波形的峰值随机不固定. 且模态分解数量需要多次实验后确定.

图 3(h) 为本文所提出的弹性变分模态提取方法的重建效果图,将其与图 3(a) 进行对比. 可以发现本方法不仅去除了泊松噪声的影响,在有效数据大量缺失的情况下依然可以提取出回波信号,且每一个信号波形形状基本相同,畸变程度小,信号峰值与图 3(a) 中的理论峰值位置误差在上述 6 种方法中最小.

为了进一步分析 6 种重建方法的重建效果,采用均方根误差 (root mean square error, RMSE)、平均绝对值误差 (mean absolute error, MAE) 和对称平均绝对百分比误差 (symmetric mean absolute percentage error, SMAPE) 这三种常用误差评价指标来比较经这 6 种方法重建出来的信号和理论真值之间的误差. 这三种指标是信号处理领域广泛使用的误差评价指标,用来衡量信号的重

建质量,例如在本领域文献 [14,15,25] 中都有使用,因此本文采用这三种评价指标来量化上述 6 种重建方法的性能. 计算公式见 (23) 式—(25) 式. 6 种方法重建图 3(b) 中的实际接收信号,并以图 3(a) 激光器理论发射光信号波形作为参考真值,分别选取峰值、半高全宽、短时能量 (计算公式为 (26) 式) 三种信号特征作为信号位置判断依据,计算 RMSE, MAE 和 SMAPE 值,结果见表 1.

表 1 6 种方法重建信号性能分析
Table 1. Performance comparison among proposed method and previously published methods.

信号特征	重建方法	RMSE/ns	MAE/ns	SMAPE/%
峰值	本文方法	1.779	1.167	1.156
	VMD	2.415	2.167	2.100
	Haar WT	3.829	3.000	2.959
	EMD	4.242	3.667	3.599
	CEEMDAN	5.147	4.167	3.599
	Hilbert包络	4.143	3.167	3.104
半高全宽	本文方法	1.528	1.333	1.056
	VMD	1.969	1.417	1.115
	Haar WT	2.369	2.250	1.096
	EMD	8.539	6.333	5.060
	CEEMDAN	8.150	6.000	4.740
	Hilbert包络	10.00	5.333	4.469
短时能量	本文方法	1.414	1.000	0.855
	VMD	1.826	1.667	1.402
	Haar WT	2.3811	2.000	1.694
	EMD	4.143	3.500	2.962
	CEEMDAN	4.163	3.667	3.107
	Hilbert包络	4.282	3.667	3.140

均方根误差计算公式为

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \bar{y}_i)^2}, \quad (23)$$

其中: \bar{y}_i 为回波信号真值, y_i 为回波信号测量值, m 为回波信号样本数据数量.

平均绝对值误差计算公式为

$$MAE = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m |y_i - \bar{y}_i|. \quad (24)$$

对称平均绝对百分比误差计算公式为

$$SMAPE = \frac{100\%}{m} \sum_{i=1}^m \frac{|y_i - \bar{y}_i|}{(|y_i| + |\bar{y}_i|)/2}. \quad (25)$$

短时能量的计算公式为

$$E_i = \sum_{j=0}^{\infty} [s(j)w(l-j)]^2, \quad j = 0, 1, 2, \dots, \quad (26)$$

其中, E_i 代表第 i 个时间窗内的短时能量, $s(\cdot)$ 为输入信号, $w(\cdot)$ 则为窗函数, l 为窗函数的长度. 窗函数一般取矩形窗, 公式如下:

$$w(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n \leq l-1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (27)$$

由表 1 可见, 对于采用短时能量作为信号特征时, 在平均发射功率为 25.6 nW、背景噪声平均功率为 19.51 μ W 的强噪声条件下, 时间相关单光子计数信号重建精度的均方根误差为 1.414 ns, 对应到单个脉冲测距时, 其重建误差为 0.21 m; 而当采用脉冲伪随机编码方法时, 测距精度可提升至厘米级. 与之相对的, 在文献 [1] 中对天基非合作目标进行测距, 在激光脉冲重复频率为 200 Hz、功率为 40 W、脉冲宽度为 5.5 ns 的条件下, 测距精度约为 1.6 m. 若采用本文去噪算法, 可以进一步提升测距精度.

3.2 不同累积时间下的信号实验

为了进一步验证本文提出方法的性能和普遍适应性, 在相同实验环境下, 分别进行了不同累积时间下的实验, 并采用上述 6 种方法对重建信号进行去噪, 进行比对. 本实验中, 调节发射光路衰减倍数为 407.27 倍, 故平均发射功率为 270 nW, 单个脉冲发射能量的为 270 fJ. 接收光路物镜处的 850 nm 波段背景噪声平均功率为 40.61 μ W, SPAD 探测器前放置了一个衰减倍数为 380.99 的衰减片, 型号为 Thorlab NE40 B-B. 采用 3.1 节中精度最高的短时能量信号特征作为信号位置判定依据, 采用 RMSE 作为衡量性能的指标.

由图 4 可见, 本文提出的方法明显优于其余 5 种方法, 其重建的时间相关单光子计数信号最为准确, 误差最小, 其次为 VMD, Haar WT, Hilbert 包络, CEEMDAN, EMD. 由于噪声的功率远大于有效信号的功率, 随着累积时间的逐步增加, 噪声信号的增量也会大于有效信号的增量. 这 6 种算法达到一定累积时间后, 去噪效果均会达到极限, 其中 Hilbert 包络、CEEMDAN、EMD 这三种方法即使达到了极限, 其随机波动性依然很大. 而采用本文方法进行重建, 随着有效信号能量增强, 其重建

信号误差逐步减小至收敛, 随机波动也逐步减小, 当累积时间达到 10 s 时, 信号重建精度的 RMSE 误差为 0.408 ns.

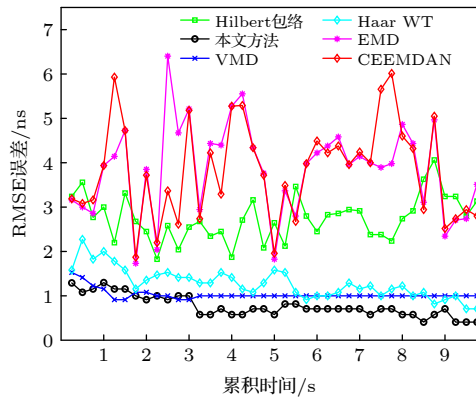


图 4 6 种方法在不同累积时间下去噪性能对比
Fig. 4. The line chart of the results comparison among proposed method and previously published methods.

表 2 给出了 6 种不同算法的计算耗时情况, 数据取自图 4 中累积时长为 10 s 的实验, 对应光子事件总数为 17436 个.

表 2 本文方法耗时与其他方法的对比

Table 2. Time consumption comparison among proposed method and previously published methods.

算法	耗时/ms
Hilbert包络	20
本文算法	50
VMD	1470
Haar WT	75
EMD	1100
CEEMDAN	37060

由表 2 可知, 本文提出的算法计算速度仅次于采用 Hilbert 包络方法, 略优于 Haar WT 算法, 相较于 VMD 算法有了大幅度的提升, 这是由于本文方法在构建变分约束条件的时候, 仅仅在信号感兴趣的中心频率附近进行模态提取, 而不需要逐次迭代生成信号在所有频段上的本征模态函数, 故而大幅度提升了计算速度.

4 结论

本文分析了非平稳信号的特征, 深入研究了相关模态分解, 有针对性地在变分模态分解基础上增加了相关约束条件, 从而能够在指定中心频率附近提取出有效信号, 并采用弹性网回归来修改以

Tikhonov 正则化为基础的不稳定问题求解模型, 提出了一种新的非平稳信号的时频分解方法——弹性变分模态提取, 并给出其推导过程. 经过理论分析与实测表明, 应用本文提出的方法对时间相关单光子计数信号进行去噪和特征提取, 在波段 850 nm、系统平均发射功率为 25 nW、背景噪声平均功率为 19.51 μ W 的条件下, 得到的重建信号与理论信号之间的均方根误差为 1.414 ns, 且不受模态混叠的影响. 与现有 VMD, EMD, CEEMDAN 等特征提取方法相比, 本文提出的方法去噪性能更好, 特征提取精度更高, 运算速度更快; 能够让基于时间相关单光子计数技术的远距离激光三维成像、非视域成像、水下目标探测等应用对复杂环境的适应性更强.

参考文献

- [1] Meng W D, Zhang H F, Deng H R, Tang K, Wu Z B, Wang Y R, Wu G, Zhang Z P, Chen X Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 019502 (in Chinese) [孟文东, 张海峰, 邓华荣, 汤凯, 吴志波, 王煜蓉, 吴光, 张忠萍, 陈欣扬 2020 物理学报 **69** 019502]
- [2] Aurora M, Framncesco M D R, Aongus M, Robert H, Gerald S B 2019 *Opt. Express* **27** 28437
- [3] David B L, Gordon W, Matthew O T 2019 *ACM Trans. Graph.* **38** 116
- [4] Li Z P, Huang X, Cao Y, Wang B, Li Y H, Jin W J, Yu C, Zhang J, Zhang Q, Peng C Z, Xu F H, Pan J W 2020 *Photonics Res.* **8** 9
- [5] Swamy P C A, Sivaraman G, Priyanka R N, Raja S O 2020 *Coord. Chem. Rev.* **411** 213233
- [6] Shangguan M J, Xia H Y, Wang C, Qiu J W, Lin S F, Dou X K, Zhang Q, Pan J W 2017 *Opt. Lett.* **42** 3541
- [7] Rachael T, Abderrahim H, Aongus M, Martin L, Frank C, Gerald S B 2019 *Opt. Express* **27** 4590
- [8] Ingerman E A, London R A, Heintzmann R, Gustafsson M G L 2019 *J. Microsc.* **273** 3
- [9] Chen S M, Halimi A, Ren X M, McCarthy A, Su X Q, McLaughlin S, Buller G S 2020 *IEEE Trans. Image Process* **29** 3119
- [10] Ren X M, Frick S, McMillan A, Chen S M, Halimi A, Connolly P W R, Joshi S K, Mclaughlin S, Rarity J G, Matthews J C F, Buller G B, 2020 *Conference on Lasers and Electro-Optics* San Jose, CA, USA May 10–15 2020 pAM3K6
- [11] Chervyakov N, Lyakhov P, Kaplun D, Butusov D, Nagornov N 2018 *Electronics* **8** 135
- [12] Buyukcakir B, Elmaz F, Mutlu A Y 2020 *Comput. Biol. Med.* **119** 103665
- [13] Flandrin P, Rilling G, Goncalves P 2004 *IEEE Signal Process Lett.* **11** 112
- [14] Zhang Z C, Hong W C 2019 *Nonlinear Dyn.* **98** 1107
- [15] Li N, Huang W G, Guo W J, Gao G Q, Z hu, Z K 2020 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **69** 770
- [16] Asbjornsson G, Erdem I, Evertsson M 2020 *Miner. Eng.* **147** 106086
- [17] Rakshit M, Das S 2018 *Biomed Signal Process Control* **40** 140
- [18] Abdelkader R, Kaddour A, Bendiabdellah A, Derouiche Z 2018 *IEEE Sens. J.* **18** 7166
- [19] Dragomiretskiy K, Zosso D 2014 *IEEE Trans. Signal Process.* **62** 531
- [20] Li Z X, Jiang Y, Guo Q, Hu C, Peng Z X 2018 *Renewable Energy* **116** 55
- [21] Nazari M, Sakhaei S M 2018 *IEEE J. Biomed. Health Inform.* **22** 1059
- [22] Zhang Y G, Pan G F, Chen B, Han J Y, Zhao Y, Zhang C H 2020 *Renewable Energy* **156** 1373
- [23] Xu Z F, Yue M N, Li C 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 238401 (in Chinese) [许子非岳敏楠李春 2019 物理学报 **68** 238401]
- [24] Diao X, Jiang J C, Shen G D, Chi Z Z, Wang Z R, Ni L, Mebarki A, Bian H T, Hao Y M 2020 *Mech. Syst. Signal Process.* **143** 106787
- [25] Fu W L, Wang K, Li C S, Tan J W 2019 *Energy Convers. Manage.* **187** 356

A time-correlated single photon counting signal denoising method based on elastic variational mode extraction*

Wang Shu-Chao¹⁾²⁾³⁾ Su Xiu-Qin^{1)3)†} Zhu Wen-Hua¹⁾²⁾³⁾ Chen Song-Mao¹⁾³⁾
 Zhang Zhen-Yang¹⁾²⁾³⁾ Xu Wei-Hao¹⁾²⁾ Wang Ding-Jie¹⁾²⁾

1) (*Key Laboratory of Space Precision Measurement Technology, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710119, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

3) (*Pilot National Laboratory for Marine Science and Technology, Qingdao 266237, China*)

(Received 22 January 2021; revised manuscript received 26 April 2021)

Abstract

The performance of the method of measuring the time-correlated single photon counting signal is the key to improving the ranging accuracy of single photon light detection and ranging (LiDAR) technique, where noise elimination is a critically essential step to obtain the characteristics of signal. In this paper, a new method called elastic variational mode extraction (EVME) is proposed to extract the feature of the reflected photons from noisy environment. The method takes into account the characteristic of photon counting signal, and improves variational mode decomposition (VMD) method by adopting a new assumption that the extractive mode signal should be compact around desired center frequency. The proposed method also uses the elastic net regularization to solve ill-posed problem instead of Tikhonov regularization mentioned in VMD. Elastic net regularization takes into account both L2-norm regularization and L1-norm regularization, which can add an extra analysis dimension compared with the Tikhonov regularization. The method is validated with real data which are acquired on condition that average transmitting power is 25 nW while the average background noise power is 19.51 μ W. The root mean square error of the reconstruction accuracy reaches 1.414 ns. Furthermore, compared with VMD, Haar wavelet, Hibert envelope, empirical mode decomposition (EMD) and complete ensemble empirical mode decomposition method based on adaptive noise (CEEMDAN) under different conditions, the proposed method show fast and stable performance under an extreme case.

Keywords: elastic variational mode extraction, time-correlated single photon counting, denoise, feature extraction

PACS: 43.60.Cg

DOI: 10.7498/aps.70.20210149

* Project supported by the China Postdoctoral Science Foundation (Grant No. 2020M683600) and the Strategic High Technology Innovation Project of the Chinese Academy of Sciences (Grant No. GQRC-19-19).

† Corresponding author. E-mail: suxiuqin@opt.ac.cn