

Stark效应诱导的类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 跃迁几率的理论研究

万建杰 赵鑫婷 李冀光 董晨钟

Theoretical investigation on Stark-induced transition probabilities of hydrogen-like ions

Wan Jian-Jie Zhao Xin-Ting Li Ji-Guang Dong Chen-Zhong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 173201 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210181

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210181>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

Hg⁺离子 $5d^{10}6s^2S_{1/2} \rightarrow 5d^96s^2D_{5/2}$ 钟跃迁同位素位移和超精细结构的理论研究

Theoretical investigation on hyperfine structure and isotope shift for $5d^{10}6s^2S_{1/2} \rightarrow 5d^96s^2D_{5/2}$ clock transition in Hg⁺

物理学报. 2019, 68(4): 043101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182136>

Al⁺离子 $3s^2 1S_0 \rightarrow 3s3p 3,1P_{10}$ 跃迁同位素偏移的理论研究

Theoretical study on the isotope shift factors for the $3s^2 1S_0 \rightarrow 3s3p 3,1P_{10}$ transitions in Al⁺ ion

物理学报. 2018, 67(5): 053101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172261>

氢化杂质和厚度效应对高斯势量子点中二能级体系量子跃迁的影响

Influence of Hydrogen-like impurity and thickness effect on quantum transition of a two-level system in an asymmetric Gaussian potential quantum dot

物理学报. 2018, 67(17): 177801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180341>

类硼S离子K壳层激发共振态的辐射和俄歇跃迁

Radiative and Auger transitions of K-shell excited resonance states in boron-like sulfur ion

物理学报. 2019, 68(16): 163101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190481>

类氢原子核质量对电子状态的影响

Influence of hydrogen-like nucleus mass on electronic state

物理学报. 2021, 70(7): 070301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201754>

基于跃迁的CaH分子激光冷却光谱理论研究

Theoretical investigation into spectrum of transition for CaH molecule toward laser cooling

物理学报. 2021, 70(16): 163302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210522>

Stark 效应诱导的类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 跃迁几率的理论研究*

万建杰^{1)†} 赵鑫婷¹⁾²⁾ 李冀光^{2)‡} 董晨钟¹⁾

1) (西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

2) (北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(2021 年 1 月 25 日收到; 2021 年 4 月 25 日收到修改稿)

基于微扰理论研究了静电场 Stark 效应诱导的类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 跃迁, 给出了 $Z = 1-92$ 类氢离子的 Stark 混合系数和 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 跃迁几率, 讨论了 Stark 效应诱导的类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 跃迁几率随原子序数的变化规律以及相对论效应对 Stark 混合系数和诱导跃迁几率的影响. 结果表明, 给定电场强度时, 类氢离子的 Stark 诱导跃迁几率随着原子序数 Z 的增大单调减小. 另外, 相对论效应使得类氢离子的 Stark 诱导跃迁几率减小, 甚至在 $Z = 92$ 时会减小到非相对论近似的 55%.

关键词: Stark 诱导跃迁, Stark 效应, 类氢离子, 标度关系

PACS: 32.60.+ i, 31.15.xp, 31.15.A-, 31.30.J-

DOI: 10.7498/aps.70.20210181

1 引言

外电场会使原子能级发生分裂和位移, 这种效应被称为 Stark 效应. 同时, 由于外电场会破坏原子体系的空间对称性, 进而导致具有不同宇称的原子态发生混合, 从而可能打开新的跃迁通道, 导致原子能级尤其是亚稳态能级的寿命显著减小, 这种由外电场诱发的跃迁称为 Stark 诱导跃迁 (Stark-induced transition, SIT).

Stark 诱导跃迁与其他跃迁通道之间产生的干涉效应是探测微弱原子跃迁振幅的一种强有力的手段, 通常被用于观测一些极其细微的原子物理过程. 例如, Bucksbaum 等^[1]及 Drell 和 Commins^[2]通过 Stark 诱导跃迁和弱相互作用跃迁之间的干

涉观测了 Tl 原子 $6^2P_{1/2}-7^2P_{1/2}$ 跃迁过程中的宇称不守恒效应. Gilbert 等^[3]通过 Stark 诱导干涉法观测了 Cs 原子 $6S-7S$ 跃迁过程中的宇称不守恒效应. Maul 等^[4]对重原子中的宇称破坏效应进行了观测, 并得到了弱相互作用矩阵元. Hunter 等^[5]及 Lellouch 和 Hunter^[6]首次观察到 Sr 原子和 Ca 原子中 Stark 诱导跃迁振幅和电四极跃迁振幅之间的干涉, 先后测定了 $5s5p\ ^1P-5s4d\ ^1D$ 的跃迁几率和 $4s4p\ ^1P-4s3d\ ^1D$ 的跃迁几率. Wielandy 等^[7]又使用相同的 Stark 诱导跃迁干涉技术研究了 Ba 原子 $6s5d\ ^1D$ 的诱导取向.

实际上, 早期已通过 Stark 诱导跃迁对中低 Z 类氢离子的 Lamb 位移进行了精密的测量. Fan 等^[8]在 1967 年首次通过测量类氢 Li^{2+} 离子亚稳态 $2S_{1/2}$ 在静电场中的 Stark 猝灭寿命确定了

* 国家自然科学基金 (批准号: 11874090, 12075193)、甘肃省自然科学基金 (批准号: 20JR10RA084)、甘肃省基础研究创新群体项目 (批准号: 20JR5RA541)、甘肃省自然科学基金青年科技计划 (批准号: 1506RJYA131)、西北师范大学青年教师科研能力提升计划 (批准号: NWNLU-LKQN-10-7) 和西北师范大学物理与电子工程物理学科科研创新团队项目资助的课题.

† 通信作者. E-mail: wanjj@nwnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: li_jiguang@iapcm.ac.cn

$2S_{1/2}$ 和 $2P_{1/2}$ 的能量差即 Lamb 位移. 他们根据实验观测的电场强度和相应的 $2S_{1/2}$ 能级寿命, 利用三能级系统的 Bethe-Lamb 含时理论反推出类氢 Li^{2+} 离子的 Lamb 位移, 达到 5 位有效数字的精度. Leventhal 和 Murnick^[9] 及 Murnick 等^[10] 分别于 1970 年和 1971 年通过运动电场猝灭实验, 利用二能级含时理论公式对类氢 C^{5+} 离子的 Lamb 位移实现了间接测量, 得到具有 3 位有效数字的 Lamb 位移. 1972 年, Kugel 等^[11] 也通过运动电场的 Stark 猝灭研究了类氢 C^{5+} 离子的 Lamb 位移, 他们使用二能级和三能级体系的含时理论对类氢 C^{5+} 离子的 Lamb 位移进行了详细的分析和讨论, 得到的 Lamb 位移具有 4 位有效数字. 同年, Leventhal 等^[12] 和 Lawrence 等^[13] 通过 Stark 猝灭技术又分别利用二能级和三能级含时理论公式分析了类氢 O^{7+} 离子的 Lamb 位移, 均达到 6 位有效数字的精度. 1978 年, Gould 和 Marrus^[14] 通过运动电场猝灭实验, 利用比较简单的二能级含时理论公式分析得到了类氢 Ar^{17+} 离子的 Lamb 位移, 其精度达到 3 位有效数字.

尽管在类氢离子 Lamb 位移的实验观测中存在大量涉及 Stark 诱导跃迁几率的工作, 但是 Stark 诱导跃迁几率的测量结果却鲜有提及, 也缺乏系统的理论研究. 本文基于微扰理论, 分别推导和计算了类氢离子的相对论 Stark 诱导跃迁几率及其非相对论近似, 并给出了非相对论和相对论 Stark 诱导跃迁几率随原子序数 Z 的标度关系.

2 Stark 诱导跃迁几率

如图 1 所示, 把原子置于沿 z 方向的外电场 ϵ 中, 电场和原子相互作用的哈密顿量算符可以表示为

$$H'_{\text{elec}} = -\mathbf{D} \cdot \boldsymbol{\epsilon} = e\epsilon r C_0^{(1)}, \quad (1)$$

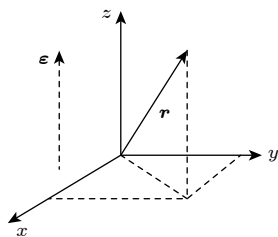


图 1 外电场取向示意图

Fig. 1. Schematic diagram of an external electric field.

其中, $\mathbf{D} = -e\mathbf{r}$ 是原子的电偶极矩, ϵ 是电场强度. 在外加电场与原子内部电场相比较弱的情况下, 电场与原子相互作用的哈密顿量可以被视为零场哈密顿量的微扰.

图 2 是 Stark 诱导跃迁示意图. 无静电场 (此文中也称为零场) 时, 亚稳态 $|\Psi_i^{(0)}\rangle$ 到基态 $|\Psi_k^{(0)}\rangle$ 是单光子电偶极禁戒跃迁, 激发态 $|\Psi_j^{(0)}\rangle$ 到基态 $|\Psi_k^{(0)}\rangle$ 之间存在强的 E1 跃迁. 双向箭头表示外电场作用下零场亚稳态 $|\Psi_i^{(0)}\rangle$ 和零场激发态 $|\Psi_j^{(0)}\rangle$ 之间的混合, 这导致了外电场中亚稳态 $|\Psi_i\rangle$ 到基态 $|\Psi_k\rangle$ 的 Stark 诱导跃迁. 在外电场的微扰作用下, 由于亚稳态和相反宇称态的混合, 亚稳态能级波函数变成如下形式^[15]:

$$|\Psi_i\rangle = |\Psi_i^{(0)}\rangle + c_{ij}|\Psi_j^{(0)}\rangle, \quad (2)$$

其中, c_{ij} 表示亚稳态 $|\Psi_i^{(0)}\rangle$ 和相反宇称激发态 $|\Psi_j^{(0)}\rangle$ 之间的 Stark 混合系数, 在一阶微扰近似下

$$c_{ij} = \frac{\langle \Psi_j^{(0)} | H'_{\text{elec}} | \Psi_i^{(0)} \rangle}{E_i^{(0)} - E_j^{(0)}}, \quad (3)$$

若外电场中基态依然用零场基态近似表示, 即

$$|\Psi_k\rangle = |\Psi_k^{(0)}\rangle, \quad (4)$$

从而, 外电场中亚稳态能级到基态能级的 Stark 诱导跃迁几率可以写成^[16]

$$\begin{aligned} A_{i \rightarrow k}^{\text{SIT}} &= \frac{4}{3} \alpha^3 \omega_{i \rightarrow k}^3 |\langle \Psi_k | \mathbf{r} | \Psi_i \rangle|^2 \\ &= \frac{\omega_{i \rightarrow k}^3}{\omega_{j \rightarrow k}^3} c_{ij}^2 A_{j \rightarrow k}^{(0)}, \end{aligned} \quad (5)$$

由于电偶极算符仅导致宇称相反的态发生混合, 因此, 对于类氢离子, 电场将使零场态 $2s_{1/2}$ 和 $nP_{1/2, 3/2}$ 发生混合, 如图 3 所示.

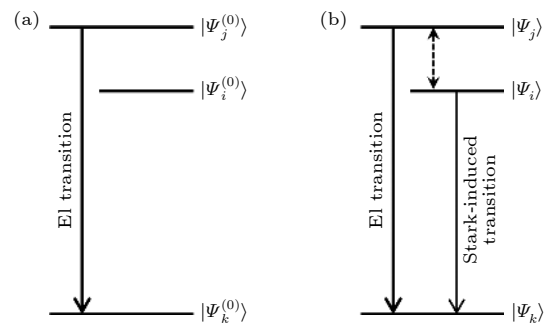


图 2 Stark 诱导跃迁示意图 (a) 无电场; (b) 外加电场

Fig. 2. Stark-induced transition diagram: (a) without electric field; (b) with electric field.

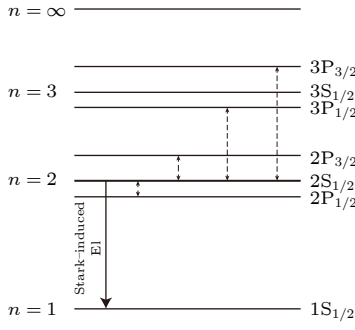


图 3 类氢离子能级示意图

Fig. 3. Schematic diagram of hydrogen-like ion levels.

2.1 相对论 Stark 诱导跃迁几率

在相对论框架下, 类氢离子的相对论波函数写成^[17]:

$$\Psi_{n\kappa m}(\mathbf{r}) = \frac{1}{r} \begin{pmatrix} P_{n\kappa}(r) \Omega_{\kappa m}(\theta, \phi) \\ iQ_{n\kappa}(r) \Omega_{-\kappa m}(\theta, \phi) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中, n 是主量子数, m 表示总角动量 j 在 z 方向的分量, κ 表示相对论角量子数, 当 $l = j \pm 1/2$ 时对应的 $\kappa = \pm(j + 1/2)$, 角向函数 $\Omega_{\kappa m}(\theta, \varphi)$ 由自旋函数 $\chi_{m_s}^{1/2}$ 和球谐函数 Y_{lm_l} 耦合而成, 即

$$\Omega_{\kappa m}(\theta, \phi) = \sum_{m_l} \sum_{m_s} \langle l, m_l, \frac{1}{2}, m_s | j, m \rangle Y_{lm_l}(\theta, \phi) \chi_{m_s}^{\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

波函数的径向部分由大分量 $P_{n\kappa}(r)$ 和小分量 $Q_{n\kappa}(r)$ 组成, 具体形式如下^[17]:

$$\begin{cases} P_{n\kappa}(r) = N_{n\kappa} \sqrt{1 + W_{n\kappa} r (2qr)^{s-1}} e^{-qr} \\ \quad \times \left[-n' F_1 + \left(\frac{\alpha Z}{q\lambda_c} - \kappa \right) F_2 \right], \\ Q_{n\kappa}(r) = -N_{n\kappa} \sqrt{1 - W_{n\kappa} r (2qr)^{s-1}} e^{-qr} \\ \quad \times \left[n' F_1 + \left(\frac{\alpha Z}{q\lambda_c} - \kappa \right) F_2 \right], \end{cases} \quad (8)$$

其中,

$$n' = n - |\kappa|, \quad s = \sqrt{\kappa^2 - (\alpha Z)^2},$$

$$q = \frac{Z}{\sqrt{(\alpha Z)^2 + (n' + s)^2}},$$

$$N_{n\kappa} = \frac{\sqrt{2} q^{\frac{5}{2}} \lambda_c}{\Gamma(2s + 1)} \left[\frac{\Gamma(2s + n' + 1)}{n'! (\alpha Z) (\alpha Z - \kappa q \lambda_c)} \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$W_{n\kappa} = 1 / \left[1 + \left(\frac{\alpha Z}{n' + s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

另外,

$$F_1 = F(-n' + 1, 2s + 1; 2qr),$$

$$F_2 = F(-n', 2s + 1; 2qr)$$

是合流超几何函数. 一般而言^[18]:

$$\langle \Psi_{n\kappa m}^{(0)} | H'_{\text{elec}} | \Psi_{n'\kappa' m'}^{(0)} \rangle = \langle n\kappa m | \varepsilon r C_0^{(1)} | n'\kappa' m' \rangle, \quad (9)$$

根据 Wigner-Eckart 定理:

$$\begin{aligned} & \langle n\kappa m | \varepsilon r C_0^{(1)} | n'\kappa' m' \rangle \\ &= \varepsilon \langle n\kappa || r C^{(1)} || n'\kappa' \rangle (-1)^{j-m} \begin{pmatrix} j & 1 & j' \\ -m & 0 & m' \end{pmatrix} \\ &= \varepsilon \langle n\kappa || r || n'\kappa' \rangle \langle n\kappa || C^{(1)} || n'\kappa' \rangle (-1)^{j-m} \\ & \quad \times \begin{pmatrix} j & 1 & j' \\ -m & 0 & m' \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中角向部分是:

$$\langle n\kappa || C^{(1)} || n'\kappa' \rangle = (-1)^{j+1/2} [j, j']^{\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} j & 1 & j' \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad (11)$$

径向部分是:

$$\begin{aligned} & \langle n\kappa || r || n'\kappa' \rangle \\ &= \int_0^\infty [P_{n\kappa}(r) P_{n'\kappa'}(r) + Q_{n\kappa}(r) Q_{n'\kappa'}(r)] r dr. \end{aligned} \quad (12)$$

若微扰中只考虑邻近能级 $2p_{1/2}$ 的影响 (记作 Model I), 波函数表示为

$$\begin{aligned} & \left| \Psi_{2s_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}} \right\rangle \\ &= \left| \Psi_{2s_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}}^{(0)} \right\rangle + c_{1, m=\pm\frac{1}{2}} \left| \Psi_{2p_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}}^{(0)} \right\rangle; \end{aligned} \quad (13)$$

若不仅考虑 $2p_{1/2}$, 还考虑 $2p_{3/2}$ (记作 Model II), 波函数表示为

$$\begin{aligned} & \left| \Psi_{2s_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}} \right\rangle \\ &= \left| \Psi_{2s_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}}^{(0)} \right\rangle + c_{1, m=\pm\frac{1}{2}} \left| \Psi_{2p_{1/2}, m=\pm\frac{1}{2}}^{(0)} \right\rangle \\ & \quad + c_{2, m=\pm\frac{1}{2}} \left| \Psi_{2p_{3/2}, m=\pm\frac{1}{2}}^{(0)} \right\rangle, \end{aligned} \quad (14)$$

根据类氢离子 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2}$ 之间的能级差由 Lamb 位移^[19] 给出, 在原子单位下表示为

$$\Delta E_1 = \frac{\alpha^3 Z^4}{6\pi} F(\alpha Z), \quad (15)$$

其中, α 是精细结构常数, $F(\alpha Z)$ 是无量纲的缓变

函数^[19]. 另外, $2s_{1/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 之间的能级差可由能级公式给出, 即:

$$\Delta E_2 = -\frac{\alpha^2 Z^4}{32}. \quad (16)$$

则 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2, 3/2}$ 的混合系数分别为

$$c_{1,m=\pm\frac{1}{2}} = \mp \frac{2\pi}{\alpha^3 F(\alpha Z)} \langle 2p_{1/2} \| r \| 2s_{1/2} \rangle \frac{\varepsilon}{Z^4}, \quad (17)$$

$$c_{2,m=\pm\frac{1}{2}} = -\frac{32\sqrt{2}}{3\alpha^2} \langle 2p_{3/2} \| r \| 2s_{1/2} \rangle \frac{\varepsilon}{Z^4}. \quad (18)$$

在 Model I 中, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 的相对论 Stark 诱导跃迁几率表达为

$$\begin{aligned} & A_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^{\text{SIT}} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m'=\pm\frac{1}{2}} \sum_{m=\pm\frac{1}{2}} A_{2s_{1/2}, m' \rightarrow 1s_{1/2}, m}^{\text{SIT}} \\ &= \frac{\omega_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3}{\omega_{2p_{1/2} \rightarrow 1p_{1/2}}^3} c_{1, m'=\pm\frac{1}{2}}^2 A_{2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}. \end{aligned} \quad (19)$$

在 Model II 中, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 的相对论 Stark 诱导跃迁几率表达为

$$\begin{aligned} A_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^{\text{SIT}} &= \frac{1}{2} \sum_{m'=\pm\frac{1}{2}} \sum_{m=\pm\frac{1}{2}} A_{2s_{1/2}, m' \rightarrow 1s_{1/2}, m}^{\text{SIT}} = \\ & \frac{2}{3} \alpha^3 \omega_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3 \sum_{m'=\pm\frac{1}{2}} \sum_{m=\pm\frac{1}{2}} |c_{1, m'} \langle 1s_{1/2}, m | \mathbf{r} | 2p_{1/2}, m' \rangle \\ & + c_{2, m'} \langle 1s_{1/2}, m | \mathbf{r} | 2p_{3/2}, m' \rangle|^2. \end{aligned} \quad (20)$$

2.2 非相对论近似

为了研究相对论效应的影响, 进一步考虑了相对论径向轨道波函数的非相对论极限, 即在计算矩阵元时直接使用非相对论径向波函数, 则:

$$\begin{aligned} c_{1, m=\pm\frac{1}{2}} &= \mp \frac{2\pi}{\alpha^3 F(\alpha Z)} \langle 2p \| r \| 2s \rangle \frac{\varepsilon}{Z^4} \\ &= \mp \frac{6\sqrt{3}\pi}{\alpha^3 F(\alpha Z)} \frac{\varepsilon}{Z^5}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} c_{2, m=\pm\frac{1}{2}} &= -\frac{32\sqrt{2}}{3\alpha^2} \langle 2p \| r \| 2s \rangle \frac{\varepsilon}{Z^4} \\ &= \frac{32\sqrt{6}}{\alpha^2} \frac{\varepsilon}{Z^5}, \end{aligned} \quad (22)$$

在 Model I 中, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 的非相对论 Stark 诱导跃迁几率表达为

$$\begin{aligned} & A_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^{\text{SIT}} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{m'=\pm\frac{1}{2}} \sum_{m=\pm\frac{1}{2}} A_{2s_{1/2}, m' \rightarrow 1s_{1/2}, m}^{\text{SIT}} \\ &= \frac{\omega_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3}{\omega_{2p_{1/2} \rightarrow 1p_{1/2}}^3} c_{1, m'=\pm\frac{1}{2}}^2 A_{2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}} \\ &= \frac{\lambda_{2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3}{\lambda_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3} c_{1, m'=\pm\frac{1}{2}}^2 A_{2p_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}} \\ &= \frac{64\pi^4 e^2 a_0^2}{3h\lambda_{\text{H}2s \rightarrow \text{H}1s}^3} \left[\frac{256}{27} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\pi}{\alpha^3 F(\alpha Z)} \right]^2 \times \frac{\varepsilon^2}{Z^6}, \end{aligned} \quad (23)$$

为简单起见, (23) 式中仅考虑非相对论波长

$$\lambda_{2s \rightarrow 1s} = \frac{\lambda_{\text{H}2s \rightarrow \text{H}1s}}{Z^2} = \frac{121.503 \text{ nm}}{Z^2}.$$

可见, 非相对论近似的几率表达式能够呈现出更加明确的标度关系. 在 Model II 中, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 的非相对论 Stark 诱导跃迁几率表达为

$$\begin{aligned} & A_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^{\text{SIT}} = \\ & \frac{1}{2} \sum_{m'} \sum_m \frac{64\pi^4 e^2 a_0^2}{3h\lambda_{2s_{1/2} \rightarrow 1s_{1/2}}^3} |c_{1, m'} \langle 1s_{1/2}, m | \mathbf{r} | 2p_{1/2}, m' \rangle \\ & + c_{2, m'} \langle 1s_{1/2}, m | \mathbf{r} | 2p_{3/2}, m' \rangle|^2, \end{aligned} \quad (24)$$

可以得出, 两种非相对论近似均包含相同的标度因子 $\varepsilon^2 Z^{-6}$.

3 结果与讨论

本文对类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率进行了系统的计算. 表 1 给出 $2s$ 和 $2p$ 之间的能量差以及相对论和非相对论径向矩阵元的计算结果, 其中 $\Delta E_1 = E(2s_{1/2}) - E(2p_{1/2})$ 取自文献 [19], $\Delta E_2 = E(2s_{1/2}) - E(2p_{3/2})$. 从表 1 可以看出, $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2, 3/2}$ 之间能量差的绝对值随着原子序数 Z 的增大而急剧增大, 且 $2s_{1/2}$ - $2p_{3/2}$ 的间距总是大于 $2s_{1/2}$ - $2p_{1/2}$ 的间距. 这表明随着 Z 的增大, 相对论效应越来越显著, 使得 $2p_{1/2, 3/2}$ 轨道的能级分裂越来越明显. 另一方面, 从径向矩阵元中也可以看出相对论效应的影响. 对于低 Z 离子, 相对论轨道径向矩阵元和非相对论轨道径向矩阵元均非常接近, 而对于高 Z 离子, 不仅相对论轨道径向矩阵元与非相对论轨道径向矩阵元均存在较大差别, 而且相对论矩阵元之间的差别也越来越明

显. 例如 $Z = 1$ 时, 相对论轨道径向矩阵元 $\langle 2p_{1/2},_{3/2} || r || 2s_{1/2} \rangle$, $\langle 1s_{1/2} || r || 2p_{1/2},_{3/2} \rangle$ 和对应非相对论轨道径向矩阵元 $\langle 2p || r || 2s \rangle$, $\langle 1s || r || 2p \rangle$ 的相对差别分别是 0.002%, 0.0008% 和 0.002%, 0.002%, $Z = 92$ 时, 对应的相对差别分别达到了 20.81%, 9.46% 和 18.76%, 19.22%. 对于相对论轨道径向矩阵元, $\langle 2p_{1/2} || r || 2s_{1/2} \rangle$ 的绝对值均小于 $\langle 2p_{3/2} || r || 2s_{1/2} \rangle$ 的绝对值, 而 $\langle 1s_{1/2} || r || 2p_{1/2} \rangle$ 的绝对值均大于 $\langle 1s_{1/2} || r || 2p_{3/2} \rangle$ 的绝对值.

图 4 给出不同电场强度下 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2},_{3/2}$ 之

间的非相对论和相对论 Stark 混合系数模方与原子序数 Z 的依赖关系. 可以看出, 在给定电场强度时, 类氢离子 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2},_{3/2}$ 之间的混合系数模方均随着原子序数 Z 的增大而迅速减小而且前者比后者大 1 个数量级以上. 表明在给定的电场中 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2},_{3/2}$ 之间的混合程度随着原子序数 Z 的增大会急剧降低且 $2p_{1/2}$ 的混合占据主导地位. 另一方面, 对于给定的原子序数, 电场越强, 混合系数的模方就越大且与电场强度的平方成正比. 这说明只要电场足够强, 都可以使给定类氢离子

表 1 类氢离子 $n = 2$ 能级差及径向轨道矩阵元, 其中 $a[b]$ 表示 $a \times 10^b$

Table 1. Energy differences and radial orbital matrix elements for hydrogen-like ions, where $a[b]$ stands for $a \times 10^b$.

Z	Energy difference/cm ⁻¹		Matrix element					
	$\Delta E_1^{[19]}$	ΔE_2	$\langle 2p_{1/2} r 2s_{1/2} \rangle$	$\langle 2p_{3/2} r 2s_{1/2} \rangle$	$\langle 2p r 2s \rangle$	$\langle 1s_{1/2} r 2p_{1/2} \rangle$	$\langle 1s_{1/2} r 2p_{3/2} \rangle$	$\langle 1s r 2p \rangle$
1	3.52868[-2]	-3.65221[-1]	-5.19604	-5.19611	-5.19615	1.29024	1.29024	1.29027
2	4.68400[-1]	-5.84353[0]	-2.59785	-2.59798	-2.59808	0.64509	0.64508	0.64513
3	2.09220[0]	-2.95829[1]	-1.73170	-1.73191	-1.73205	0.43002	0.43001	0.43009
4	5.99720[0]	-9.34965[1]	-1.29858	-1.29885	-1.29904	0.32247	0.32247	0.32257
6	2.60840[1]	-4.73326[2]	-0.86533	-0.86575	-0.86603	0.21490	0.21489	0.21504
8	7.32500[1]	-1.49594[3]	-0.64860	-0.64915	-0.64952	0.16109	0.16108	0.16128
10	1.62100[2]	-3.65221[3]	-0.51846	-0.51915	-0.51962	0.12879	0.12878	0.12903
12	3.08800[2]	-7.57322[3]	-0.43163	-0.43246	-0.43301	0.10724	0.10722	0.10752
14	5.30600[2]	-1.40303[4]	-0.36954	-0.37051	-0.37115	0.09183	0.09181	0.09216
16	8.46400[2]	-2.39351[4]	-0.32291	-0.32402	-0.32476	0.08026	0.08024	0.08064
18	1.27570[3]	-3.83394[4]	-0.28659	-0.28784	-0.28868	0.07125	0.07123	0.07168
20	1.83800[3]	-5.84353[4]	-0.25749	-0.25888	-0.25981	0.06403	0.06401	0.06451
24	3.45000[3]	-1.21171[5]	-0.21372	-0.21539	-0.21651	0.05318	0.05315	0.05376
28	5.86400[3]	-2.24485[5]	-0.18232	-0.18426	-0.18558	0.04540	0.04537	0.04608
32	9.28800[3]	-3.82962[5]	-0.15865	-0.16087	-0.16238	0.03954	0.03950	0.04032
36	1.39300[4]	-6.13430[5]	-0.14013	-0.14263	-0.14434	0.03496	0.03492	0.03584
40	2.00100[4]	-9.34965[5]	-0.12522	-0.12799	-0.12990	0.03127	0.03123	0.03226
44	2.78800[4]	-1.36888[6]	-0.11292	-0.11597	-0.11809	0.02823	0.02819	0.02932
48	3.78200[4]	-1.93874[6]	-0.10259	-0.10592	-0.10825	0.02568	0.02563	0.02688
52	5.03100[4]	-2.67035[6]	-0.09376	-0.09737	-0.09993	0.02351	0.02345	0.02481
56	6.56100[4]	-3.59176[6]	-0.08612	-0.09001	-0.09279	0.02162	0.02156	0.02304
60	8.45400[4]	-4.73326[6]	-0.07942	-0.08359	-0.08660	0.01997	0.01991	0.02150
64	1.08200[5]	-6.12739[6]	-0.07348	-0.07793	-0.08119	0.01850	0.01844	0.02016
68	1.37000[5]	-7.80892[6]	-0.06817	-0.07290	-0.07641	0.01720	0.01713	0.01897
72	1.73900[5]	-9.81489[6]	-0.06338	-0.06839	-0.07217	0.01601	0.01595	0.01792
76	2.20000[5]	-1.21846[7]	-0.05902	-0.06432	-0.06837	0.01494	0.01487	0.01698
80	2.79500[5]	-1.49594[7]	-0.05503	-0.06060	-0.06495	0.01395	0.01388	0.01613
84	3.56700[5]	-1.81833[7]	-0.05135	-0.05720	-0.06186	0.01304	0.01297	0.01536
88	4.62700[5]	-2.19021[7]	-0.04793	-0.05406	-0.05905	0.01219	0.01212	0.01466
92	6.07300[5]	-2.61642[7]	-0.04473	-0.05114	-0.05648	0.01139	0.01133	0.01402

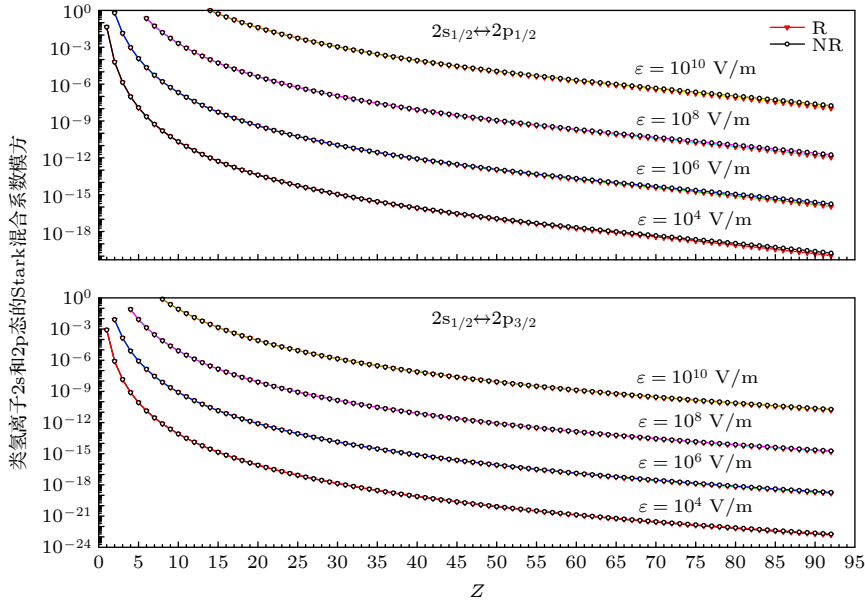


图 4 类氢离子 $2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2, 3/2}$ 之间的 Stark 混合系数模方 (NR 和 R 分别表示非相对论和相对论结果)

Fig. 4. Module squares of Stark mixing coefficients between $2s_{1/2}$ and $2p_{1/2, 3/2}$ states of hydrogen-like ions (NR and R stand for non-relativistic and relativistic cases, respectively).

$2s_{1/2}$ 和 $2p_{1/2, 3/2}$ 之间产生足够强的混合而导致足够强的 Stark 诱导跃迁. 换句话说, 不论低 Z 离子还是高 Z 离子, 都可以通过调节电场对 Stark 诱导跃迁进行调控.

表 2 列出了 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 之间的非相对论跃迁波长和 1 V/m 的电场中使用两种计算模型得到的非相对论和相对论 Stark 诱导跃迁几率, 其中, Model I 表示只考虑 $2p_{1/2}$ 的 Stark 混合, Model II 表示同时考虑 $2p_{1/2, 3/2}$ 的 Stark 混合. 从表 2 可以看出, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 之间的跃迁波长随 Z 的增大而急剧减小. 另一方面, 在 $Z = 1-92$ 的范围内, 不论是非相对论还是相对论的模型, 1 V/m 的电场中 Model II 的结果都是略大于 Model I 的结果, 具体地说, $2p_{3/2}$ 的混合对 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 的 Stark 诱导跃迁几率的提高不超过 2%, 这说明 $2p_{3/2}$ 的 Stark 混合与 $2p_{1/2}$ 的 Stark 混合相比依然是相当弱的. 同时, 本文的计算还发现, 类氢离子 ($Z = 1-92$) $3p_{1/2}$ 激发态的 Stark 混合对 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$, 电场诱导跃迁几率的提高不超过 0.22%, 而 $3p_{3/2}$ 激发态的 Stark 混合对 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$, 电场诱导跃迁几率的降低不超过 0.01%, $n_{p_{1/2, 3/2}}$ ($n > 3$) 激发态的 Stark 混合对 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 电场诱导跃迁几率的贡献将会更小, 因此对 $2s_{1/2}$ 只考虑 $2p_{1/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 的 Stark 混合是合理的.

根据计算得到的非相对论和相对论跃迁矩阵

元, 可以进一步计算不同电场强度下类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率. 表 3 和图 5 给出类氢 Li^{2+} 离子和 Ar^{17+} 离子 $2s$ 能级的相对论 Stark 诱导跃迁寿命的计算结果与实验结果 [8,14] 的比较, 其差别最大不超过 10%. 研究发现, Li^{2+} 离子跃迁寿命的计算结果偏低, 而 Ar^{17+} 离子的计算结果略高于实验测量寿命 [14], 并且两者在电场强度较大时符合较好. 可推测 Li^{2+} 离子跃迁寿命差异较大的原因或许是因为理论仅考虑了 $2p_{1/2}$ 和 $2p_{3/2}$ 的 Stark 混合的一阶微扰, 而对于其他更高轨道的一阶微扰和所有的高阶微扰都没有计及, 将在进一步的工作中继续深入研究该问题. 另一方面, 实验测量的 Stark 跃迁寿命需要扣除磁偶极 (M1) 和双光子 (2E1, 2M1) 等电偶极禁戒跃迁的贡献, 而这些实验使用的电偶极禁戒跃迁的几率基本都是根据其他理论工作提供的标度公式得到的, 因此可认为这也是实验观测误差的主要来源之一, 所以期望能出现更新的实验测量结果作以比较.

图 6 展示了电场强度分别为 10^4 , 10^6 , 10^8 和 10^{10} V/m 时, 类氢离子 $2s_{1/2}$ - $1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率以及相对论与非相对论诱导跃迁几率的比值随原子序数 Z 的变化趋势, 其中仅给出 Model II 的计算结果. 可以看出, 随着原子序数 Z 增大, 由于 $2p$ - $1s$ 跃迁径向矩阵元不断减小,

表 2 类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 之间的跃迁波长和 1 V/m 电场中的 Stark 诱导跃迁几率, 其中 $a[b]$ 表示 $a \times 10^b$

Table 2. Transition wavelength and Stark-induced probability between $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ of hydrogen-like ions in electric field of 1 V/m, where $a[b]$ stands for $a \times 10^b$.

Z	λ/nm	Transition probability/ s^{-1}			
		Model I		Model II	
		$A^{\text{SIT}}(\text{NR})$	$A^{\text{SIT}}(\text{R})$	$A^{\text{SIT}}(\text{NR})$	$A^{\text{SIT}}(\text{R})$
1	121.50287	2.7510[-1]	2.7508[-1]	2.8023[-1]	2.8022[-1]
2	30.37572	6.2450[-3]	6.2439[-3]	6.3253[-3]	6.3242[-3]
3	13.50032	7.0428[-4]	7.0399[-4]	7.1133[-4]	7.1104[-4]
4	7.59393	1.5238[-4]	1.5227[-4]	1.5364[-4]	1.5353[-4]
6	3.37508	1.8124[-5]	1.8095[-5]	1.8234[-5]	1.8205[-5]
8	1.89848	4.0858[-6]	4.0740[-6]	4.1054[-6]	4.0936[-6]
10	1.21503	1.3036[-6]	1.2978[-6]	1.3087[-6]	1.3029[-6]
12	0.84377	5.1727[-7]	5.1392[-7]	5.1899[-7]	5.1564[-7]
14	0.61991	2.3847[-7]	2.3637[-7]	2.3915[-7]	2.3705[-7]
16	0.47462	1.2240[-7]	1.2099[-7]	1.2271[-7]	1.2130[-7]
18	0.37501	6.8196[-8]	6.7198[-8]	6.8347[-8]	6.7348[-8]
20	0.30376	4.0558[-8]	3.9825[-8]	4.0638[-8]	3.9904[-8]
24	0.21094	1.6577[-8]	1.6143[-8]	1.6603[-8]	1.6169[-8]
28	0.15498	7.8098[-9]	7.5301[-9]	7.8204[-9]	7.5406[-9]
32	0.11866	4.0660[-9]	3.8747[-9]	4.0708[-9]	3.8794[-9]
36	0.09375	2.2878[-9]	2.1507[-9]	2.2901[-9]	2.1530[-9]
40	0.07594	1.3688[-9]	1.2668[-9]	1.3700[-9]	1.2680[-9]
44	0.06276	8.5316[-10]	7.7563[-10]	8.5387[-10]	7.7630[-10]
48	0.05274	5.5176[-10]	4.9160[-10]	5.5218[-10]	4.9199[-10]
52	0.04493	3.6594[-10]	3.1869[-10]	3.6620[-10]	3.1894[-10]
56	0.03874	2.4954[-10]	2.1184[-10]	2.4971[-10]	2.1199[-10]
60	0.03375	1.7254[-10]	1.4233[-10]	1.7265[-10]	1.4243[-10]
64	0.02966	1.1984[-10]	9.5735[-11]	1.1992[-10]	9.5802[-11]
68	0.02628	8.4389[-11]	6.5035[-11]	8.4441[-11]	6.5081[-11]
72	0.02344	5.8719[-11]	4.3471[-11]	5.8755[-11]	4.3503[-11]
76	0.02104	4.0878[-11]	2.8934[-11]	4.0905[-11]	2.8956[-11]
80	0.01898	2.8062[-11]	1.8889[-11]	2.8082[-11]	1.8905[-11]
84	0.01722	1.8996[-11]	1.2085[-11]	1.9011[-11]	1.2096[-11]
88	0.01569	1.2390[-11]	7.3978[-12]	1.2401[-11]	7.4061[-12]
92	0.01436	7.8610[-12]	4.3696[-12]	7.8695[-12]	4.3757[-12]

类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率会不断减小. 给定原子序数 Z , 由于 Stark 诱导跃迁几率与电场强度的平方成正比, 因此电场越强, 诱导跃迁几率也越大. 计算结果表明, 随着电场强度的增大, 对于原子序数较小的类氢离子体系, 其相互作用将强于电子和原子核之间的 Coulomb

表 3 类氢 Li^{2+} 离子和 Ar^{17+} 离子 $2s$ 能级的相对论 Stark 诱导跃迁寿命, 其中 $a(b)[c]$ 表示 $a(b) \times 10^c$, b 是实验测量不确定度

Table 3. Relativistic Stark-induced transition lifetime for $2s$ level of hydrogen-like Li^{2+} and Ar^{17+} ions, where $a(b)[c]$ stands for $a(b) \times 10^c$ and b is the experimental uncertainty.

Z	$\epsilon/(\text{V}\cdot\text{m}^{-1})$	$\tau^{\text{SIT}}/\text{ns}$		
		Exp	Model I	Model II
3	7.425(2)[5]	2.629(21) ^[8]	2.58	2.55
	9.173(2)[5]	1.764(35) ^[8]	1.69	1.67
18	5.93[7]	3.86(3) ^[14]	4.23	4.22
	7.14[7]	2.80(6) ^[14]	2.92	2.91
	8.06[7]	2.28(2) ^[14]	2.29	2.29
	8.60[7]	2.00(2) ^[14]	2.01	2.01

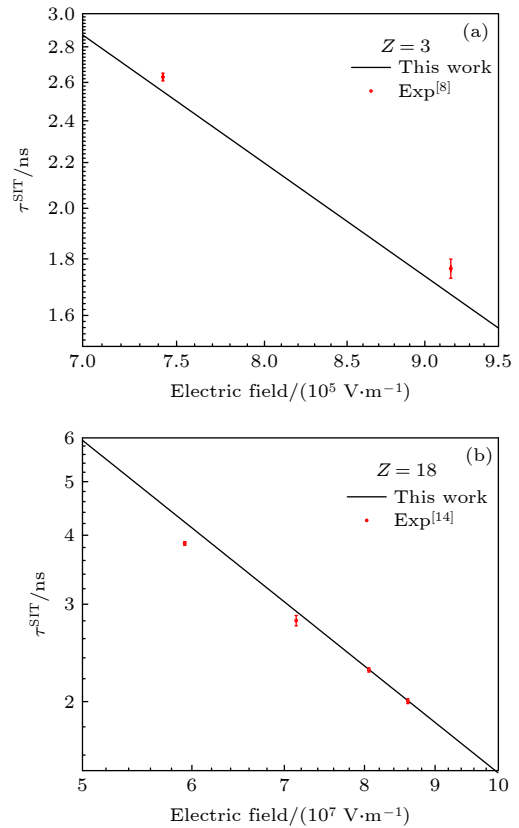


图 5 类氢 Li^{2+} 离子和 Ar^{17+} 离子 $2s_{1/2}$ 能级的 Stark 诱导跃迁寿命

Fig. 5. Stark-induced lifetime of $2s_{1/2}$ levels for hydrogen-like Li^{2+} and Ar^{17+} ions.

相互作用, 微扰理论并不适用, 即本文推导的 Stark 诱导跃迁几率的公式不再适用. 由于相对论径向轨道矩阵元的绝对值均小于非相对论径向轨道矩阵元的绝对值, 因此相对论 Stark 诱导跃迁几率总是小于非相对论 Stark 诱导跃迁几率, 并且随着原子序数 Z 的增大这个差别将越来越大, 这也

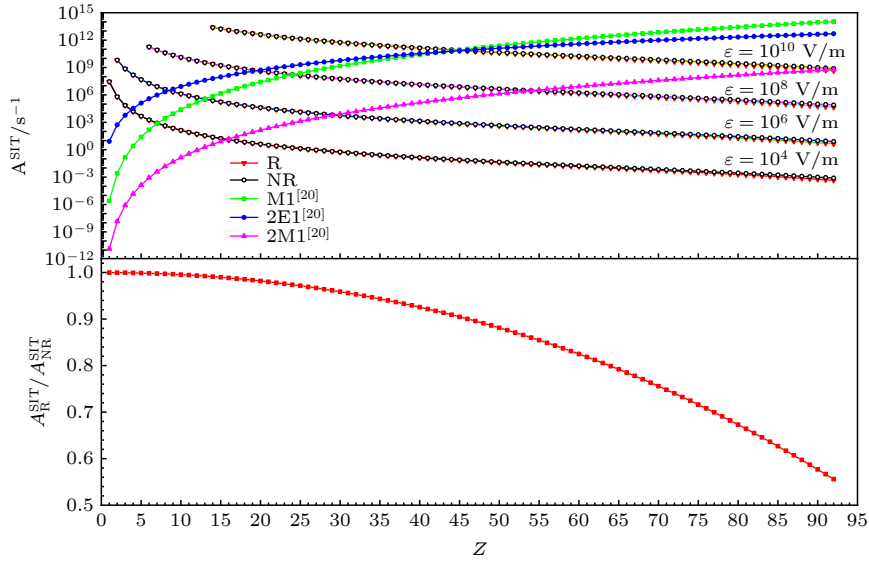


图 6 类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率

Fig. 6. Stark-induced transition probability between $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ levels of hydrogen-like ions.

表明随着原子序数 Z 的增大, 相对论效应也逐渐变强. 例如, $Z = 18$ 时, $\langle 2p_{1/2} || \mathbf{r} || 2s_{1/2} \rangle = 0.9928 \langle 2p || \mathbf{r} || 2s \rangle$, 这与文献 [14] 的结果 $\langle 2p_{1/2} || \mathbf{r} || 2s_{1/2} \rangle = 0.992 \langle 2p || \mathbf{r} || 2s \rangle$ 符合得很好. 当 $Z = 92$ 时, 相对论 Stark 诱导跃迁几率仅仅是非相对论 Stark 诱导跃迁几率的 55% 左右. 另外, 由于电场的改变不会影响相对论 Stark 诱导跃迁几率与非相对论 Stark 跃迁几率的比值, 因此不同电场强度下类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 之间相对论 Stark 诱导跃迁几率与非相对论 Stark 跃迁几率的比值是完全一致的.

为了比较弱静电场对类氢离子中 $2s_{1/2}$ 能级寿命的影响, 图 6 还给出了 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 磁偶极跃迁几率和双光子跃迁几率的标度曲线, 其中类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 的磁偶极 M1 跃迁几率、双光子 2E1 跃迁几率和双光子 2M1 跃迁几率的标度关系分别是 $2.496 \times 10^{-6} Z^{10} \text{ s}^{-1}$ 、 $8.2292 Z^6 \text{ s}^{-1}$ 和 $1.38 \times 10^{-11} Z^{10} \text{ s}^{-1}$ [20]. 可以看出, 磁偶极 M1 跃迁几率、双光子 2E1 跃迁几率和双光子 2M1 跃迁几率随着 Z 的增大均急剧增大且双光子 2M1 跃迁总是三者之中最弱的. 当 $Z = 1 - 42$ 时, $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 的自发辐射衰变的主要方式是双光子 2E1 跃迁. 当 $Z = 43 - 92$ 时, 磁偶极 M1 跃迁成为 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 自发辐射衰变的主要途径. 然而, 当电场强度为 10^4 V/m 时, 类氢离子 ($Z = 1 - 3$) 的 Stark 诱导跃迁占主导地位. 当电场强度为 10^6 V/m 时, 类氢离子 ($Z = 2 - 8$) 的 Stark 诱导跃迁占主导地位. 当电场强度为 10^8 V/m 时, 类氢离子 ($Z = 6 - 19$) 的 Stark

诱导跃迁占主导地位. 当电场强度为 10^{10} V/m 时, 类氢离子 ($Z = 14 - 44$) 的 Stark 诱导跃迁占主导地位. 这说明当电场强度较弱时, 中低 Z 类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 辐射衰变的主要途径以 Stark 诱导跃迁为主, 因此中低 Z 类氢离子可以作为研究 Stark 诱导跃迁较为理想的对象. 同时, 不同的电场强度下满足微扰适用条件的类氢离子范围不同. 通过微扰系数的计算将易于确定这个范围.

4 结 论

基于微扰理论, 本文研究了类氢离子的相对论 Stark 诱导跃迁及其非相对论近似, 解析推导并系统地计算了类氢离子 ($Z = 1 - 92$) 在电场诱导作用下的 Stark 混合系数和 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 能级之间的 Stark 诱导跃迁几率. 结果表明, 在给定电场的情况下, 随着原子序数 Z 的增大, 亚稳态和宇称相反态之间的混合程度急剧降低, Stark 诱导跃迁几率沿等电子序列急剧减小. 而相对论效应使得 Stark 诱导跃迁几率整体下降, 并在 $Z = 92$ 时减小到非相对论近似的 55%.

另外, 类氢离子非相对论 Stark 诱导跃迁几率显示出明显的标度关系, 即在满足微扰适用条件时, 非相对论 Stark 诱导跃迁几率服从以下模型.

$$\text{Model I: } A_{2s \rightarrow 1s}^{\text{SIT}} = f_I^{(\text{NR})}(Z) \times \frac{\epsilon^2}{Z^6} \text{ s}^{-1}; \quad (25)$$

Model II : $A_{2s \rightarrow 1s}^{\text{SIT}} = f_{\text{II}}^{(\text{NR})}(Z) \times \frac{\varepsilon^2}{Z^6} s^{-1}. \quad (26)$

由于系数中含有 $F(\alpha Z)$, 对其系数直接进行多项式拟合给出定性趋势, 分别得到

$$f_{\text{I}}^{(\text{NR})}(Z) = 0.1566 + 0.12496Z - 0.00317Z^2 + 3.23122 \times 10^{-4}Z^3 - 1.38174 \times 10^{-5}Z^4 + 3.53579 \times 10^{-7}Z^5 - 5.66538 \times 10^{-9}Z^6 + 5.46049 \times 10^{-11}Z^7 - 2.93855 \times 10^{-13}Z^8 + 6.88431 \times 10^{-16}Z^9, \quad (27)$$

$$f_{\text{II}}^{(\text{NR})}(Z) = 0.16174 + 0.12496Z - 0.00317Z^2 + 3.23122 \times 10^{-4}Z^3 - 1.38174 \times 10^{-5}Z^4 + 3.53579 \times 10^{-7}Z^5 - 5.66538 \times 10^{-9}Z^6 + 5.46049 \times 10^{-11}Z^7 - 2.93855 \times 10^{-13}Z^8 + 6.88431 \times 10^{-16}Z^9. \quad (28)$$

然而, 由于相对论轨道径向积分的复杂性, 本文只给出了数值结果, 并依据非相对论近似的标度关系拟合出了类氢离子 $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ 能级之间的相对论 Stark 诱导跃迁几率的标度关系, 即在满足微扰适用条件时, 相对论 Stark 诱导跃迁几率服从以下模型.

Model I : $A_{2s \rightarrow 1s}^{\text{SIT}} = f_{\text{I}}^{(\text{R})}(Z) \times \frac{\varepsilon^2}{Z^6} s^{-1}; \quad (29)$

Model II : $A_{2s \rightarrow 1s}^{\text{SIT}} = f_{\text{II}}^{(\text{R})}(Z) \times \frac{\varepsilon^2}{Z^6} s^{-1}, \quad (30)$

其中:

$$f_{\text{I}}^{(\text{R})}(Z) = 0.15819 + 0.12364Z - 0.00287Z^2 + 2.86138 \times 10^{-4}Z^3 - 1.20409 \times 10^{-5}Z^4 + 2.93685 \times 10^{-7}Z^5 - 4.48008 \times 10^{-9}Z^6 + 4.05953 \times 10^{-11}Z^7 - 2.00189 \times 10^{-13}Z^8 + 4.21183 \times 10^{-16}Z^9, \quad (31)$$

$$f_{\text{II}}^{(\text{R})}(Z) = 0.16332 + 0.12364Z - 0.00287Z^2 + 2.86138 \times 10^{-4}Z^3 - 1.20409 \times 10^{-5}Z^4 + 2.93685 \times 10^{-7}Z^5 - 4.48008 \times 10^{-9}Z^6 + 4.05953 \times 10^{-11}Z^7 - 2.00189 \times 10^{-13}Z^8 + 4.21183 \times 10^{-16}Z^9. \quad (32)$$

可见, Z 的低次幂和高次幂分别反映了低 Z 和高 Z 类氢离子 Stark 诱导跃迁几率的行为.

参考文献

- [1] Bucksbaum P, Commins E D, Hunter L 1981 *Phys. Rev. Lett.* **46** 640
- [2] Drell P S, Commins E D 1984 *Phys. Rev. Lett.* **53** 968
- [3] Gilbert S L, Noecker M C, Watts R N, Wieman C E 1985 *Phys. Rev. Lett.* **55** 2680
- [4] Maul M, Schäfer A, Indelicato P 1998 *J. Phys. B* **31** 2725
- [5] Hunter L R, Walker W A, Weiss D S 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 823
- [6] Lellouch L P, Hunter L R 1987 *Phys. Rev. A* **36** 3490
- [7] Wielandy S, Sun T H, Hilborn R C, Hunter L R 1992 *Phys. Rev. A* **46** 7103
- [8] Fan C Y, Garcia-Munoz M, Sellin I A 1967 *Phys. Rev.* **161** 6
- [9] Leventhal M, Murnick D E 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25** 1237
- [10] Murnick D E, Leventhal M, Kugel H W 1971 *Phys. Rev. Lett.* **27** 1625
- [11] Kugel H W, Leventhal M, Murnick D E 1972 *Phys. Rev. A* **6** 1306
- [12] Leventhal M, Murnick D E, Kugel H W 1972 *Phys. Rev. Lett.* **28** 1609
- [13] Lawrence G P, Fan C Y, Bashkin S 1972 *Phys. Rev. Lett.* **28** 1612
- [14] Gould H, Marrus R 1978 *Phys. Rev. Lett.* **41** 1457
- [15] Zhou S X, Chen H 2009 *Quantum Mechanics* (Beijing: Higher Education Press) p121 (in Chinese) [周世勋 原著, 陈灏 修订 2009 量子力学教程 (北京: 高等教育出版社) 第121页]
- [16] Cowan R D 1981 *The Theory of Atomic Structure and Spectra* (Berkeley: University of California) p400
- [17] Surzhykov A, Koval P, Fritzsche S 2005 *Comput. Phys. Comm.* **165** 139
- [18] Grant I P 2007 *Relativistic Quantum Theory of Atoms and Molecules* (New York: Springer) p640
- [19] Johnson W R 1985 *Atom. Data Nucl. Data Tables* **33** 405
- [20] Johnson W R 1972 *Phys. Rev. Lett.* **29** 1123

Theoretical investigation on Stark-induced transition probabilities of hydrogen-like ions *

Wan Jian-Jie^{1)†} Zhao Xin-Ting¹⁾²⁾ Li Ji-Guang^{2)‡} Dong Chen-Zhong¹⁾

1) (*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

2) (*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088, China*)

(Received 25 January 2021; revised manuscript received 25 April 2021)

Abstract

Based on the nondegenerate perturbation theory, the Stark-induced transitions are studied for hydrogen-like isoelectronic sequences ($Z = 1-92$). The Stark-induced mixing coefficients and transition probabilities between the $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ levels of hydrogen-like ions are reported. The trend of Stark-induced transition probabilities varying with atomic number Z between $2s_{1/2}-1s_{1/2}$ levels of hydrogen-like ions and the relativistic effect on the Stark-induced mixing coefficients and transition probabilities are discussed. The scaling relations of the nonrelativistic and relativistic Stark-induced transition probabilities with atomic number Z are obtained. The results show that the Stark-induced transition probabilities of hydrogen-like ions decrease monotonically along the isoelectronic sequence with the increase of atomic number Z . In addition, the relativistic effect reduces the Stark-induced transition probabilities of hydrogen-like ions, for example, by about 55% at $Z = 92$.

Keywords: Stark-induced transition, Stark effect, Hydrogen-like ions, scaling law

PACS: 32.60.+ i, 31.15.xp, 31.15.A-, 31.30.J-

DOI: [10.7498/aps.70.20210181](https://doi.org/10.7498/aps.70.20210181)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11874090, 12075193), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant Nos. 20JR10RA084, 20JR5RA541, 1506RJYA131), the Foundation of Northwest Normal University, China (Grant No. NWNNU-LKQN-10-7), and the Scientific Research Foundation of Physics of College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, China.

† Corresponding author. E-mail: wanjj@nwnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: li_jiguang@iapcm.ac.cn