



非局域非线性耦合器中暗孤子的传输

李森清 张肖 林机

Propagation of dark soliton in nonlocal nonlinear coupler

Li Sen-Qing Zhang Xiao Lin Ji

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 184206 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210275

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210275>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非局域高次非线性介质中的多极暗孤子

Multi-pole dark solitons in nonlocal and cubic–quintic nonlinear medium

物理学报. 2018, 67(21): 214207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180786>

竞争非局域三次五次非线性介质中孤子的传输特性

Propagating properties of spatial solitons in the competing nonlocal cubic–quintic nonlinear media

物理学报. 2017, 66(5): 054208 <https://doi.org/10.7498/aps.66.054208>

非线性光学中的暗孤子分子

Dark soliton molecules in nonlinear optics

物理学报. 2020, 69(1): 014208 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191347>

电磁诱导透明暗孤子的耗散变分束缚分析

Dissipative variational analysis for bounded dark solitons of electromagnetically induced transparency

物理学报. 2018, 67(6): 064207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172567>

三体相互作用下准一维玻色–爱因斯坦凝聚体中的带隙孤子及其稳定性

Gap solitons and their stabilities in a quasi one–dimensional Bose–Einstein condensate under three–body interaction

物理学报. 2020, 69(1): 010301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191278>

爆轰驱动Cu界面的Richtmyer–Meshkov扰动增长稳定性

Stability analysis of interfacial Richtmyer–Meshkov flow of explosion–driven copper interface

物理学报. 2017, 66(20): 204701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.204701>

非局域非线性耦合器中暗孤子的传输*

李森清 张肖 林机†

(浙江师范大学物理系, 金华 321004)

(2021年2月5日收到; 2021年4月15日收到修改稿)

研究了空间暗孤子在非局域非线性耦合器中的新解和传输稳定性. 发现非局域非线性耦合器中存在稳定的基态暗孤子和多极暗孤子的束缚态. 分析了非局域程度、非线性参数、传播常数和耦合系数变化对基态暗孤子的峰值、束宽和功率的影响. 讨论了基态暗孤子和多极暗孤子的传输稳定性, 发现基态暗孤子在其存在的区域总是稳定的, 偶极以及多极暗孤子存在不稳定区间, 稳定区间取决于传播常数和介质的非局域程度, 并且多极暗孤子的稳定传输还受孤子间距的影响.

关键词: 非局域非线性, 暗孤子, 稳定性

PACS: 42.70.Nq, 42.65.Tg, 42.82.Et

DOI: 10.7498/aps.70.20210275

1 引言

由于光学耦合器的特殊性质及其潜在的应用前景, 对其作为光波导的研究一直是物理科学研究中重要的研究方向之一. 光学耦合器主要的工作原理是光波的分布式耦合, 导致光波导模式之间的能量传递和再分配. 光学耦合器主要应用于全光开关^[1]、逻辑门^[2]、波分复用^[3]以及非线性光放大^[4]. 这种类型的光学耦合器有众所周知的双芯光纤^[5]和光栅耦合器^[6]. 早期的耦合器结构简单、功能单一, 主要用于从传输线路中获取部分能量进行监控. 而今光学耦合器在结构和功能上有很大的突破, 如光纤耦合器已应用于光纤通信、光纤传感、光纤监测技术和信息处理系统. 光学耦合器的应用主要集中在非线性光学系统中, 如光的正交偏振^[7]、等离子体^[8]、三次五次非线性^[9,10]、玻色-爱因斯坦凝聚体^[11,12]以及非局域非线性^[13]等非线性系统中都有非线性耦合器的提出.

非线性耦合器中的 1 个基本的物理效应是非线性响应, 而有些光学介质中的非线性响应具有

空间非局域性, 这意味着光束引起的折射率的局部变化取决于光强在给定点附近的分布^[14]. 当非线性光学响应涉及到原子或分子的扩散、液晶中的分子再取向、热传导等非线性机制时就会产生非局域性. 非局域性普遍存在于各种非线性光学材料中, 包括向列相液晶^[15]、克尔非线性介质^[16–18]和光折变晶体^[19]. 非局域性可以显著地改变孤子之间相互作用的性质^[20–23], 避免有限尺寸光束的塌陷来稳定非线性介质中的多维孤子^[24,25]. 此外, 非局域还可以解释新型孤子模式的形成^[26–33]. 因此, 非线性耦合器的非局域效应研究引起很多学者的兴趣, 如非局域性能显著影响非线性耦合器中孤子的对称性破缺相变, 破坏孤子的对称模式, 产生不对称孤子^[34]. 叶芳伟小组^[35]研究了非局域性对非线性耦合器性能的影响, 发现在非局域非线性耦合器中存在 3 种类型的孤子, 即对称孤子、反对称孤子和不对称孤子; 党亚琳等^[36]研究表明非局域性不仅改变非线性耦合器中能量流的大小, 而且影响非线性耦合器中孤子的稳定性和类型. 考虑到非线性耦合器在光子学中潜在的应用价值, 在这些系统中通过非局域性来控制孤子动力学行为将有助于扩大

* 国家自然科学基金 (批准号: 11835011, 12004338) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: linji@zjnu.edu.cn

耦合器的应用范围.

最近几年,非局域非线性耦合器中的空间孤子一直是研究的热点.在文献 [37] 中,作者系统地研究了共传输的布拉格光栅孤子在双芯光纤中的相互作用,发现两个分开的同相孤子相互作用导致 3 个孤子的形成.此外,在非局域非线性耦合器中,利用李群约化方法给出了多种类型的光孤子的解析解和 Airy 数值解 [36]. Gao 等 [38] 在非局域非线性的熔锥型耦合器中发现了对称、反对称和不对称的亮孤子对和偶极孤子对,并研究了这些孤子的稳定性.随后,在非局域非线性耦合器中发现了多极亮孤子,得出在较强的非局域响应诱导下,两孤子会相互吸引融合成一个孤子 [39]. Mahato 等 [40] 演示了在三阶色散和共模色散存在下, P-T 对称非线性方向耦合器中暗孤子的动力学行为,得出在非常低的临界功率下,暗孤子作为全光开关比亮孤子更易观察到,并且效率高. Malomed 课题组 [41] 在 2015 年提出在色散耦合存在的双芯波导模型中,零频背景支持的是灰孤子,而非零频背景支持的是黑孤子.还有关于相位对 P-T 对称非线性方向耦合器中暗孤子稳定性的影响 [42] 和暗孤子作为全光开关的研究 [43,44]. 然而,在非局域非线性耦合器中,不同类型的暗孤子以及耦合器中暗孤子之间的相互作用的报道很少.本文的主要任务是研究非局域非线性耦合器中不同类型的暗孤子和暗孤子的特性.

2 非局域非线性耦合器中暗孤子的物理模型

光束在克尔非线性平面双芯波导中沿 z 轴传播可以用耦合非线性薛定谔方程描述:

$$i \frac{\partial U_j}{\partial z} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x^2} + m_j U_j + \alpha_j U_{3-j} = 0, \quad (1)$$

$$m_j - d \frac{\partial^2 m_j}{\partial x^2} - \beta_j |U_j|^2 = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (2)$$

其中 U_j 代表光束的振幅; x 和 z 分别表示光束宽度的横向坐标和光传播方向的纵向坐标; 光场诱导折射率 m_j 可以用公式

$$m_j(x, z) = - \int_{-\infty}^{+\infty} R(x - \xi) |U_j(\xi, z)|^2 d\xi$$

来描述; 折射率 m_j 可以通过改变入射光的强度来控制, 其中

$$R(x) = 1/2\sqrt{d} \exp(-|x|/\sqrt{d}), \quad \int R(x) dx = 1$$

是一个实对称的非局部响应函数; 参数 d 表示非局域程度 ($d \rightarrow 0$ 对应局域, $d \rightarrow \infty$ 对应强非局域). α_j 是耦合系数, 它反映了两个光束之间的相互作用程度. β_j 是克尔非线性项的系数. 具有传播常数 b 的方程 (1) 和方程 (2) 的静止解为 $U_j(x, z) = W_j(x) \exp(ibz)$, $m_j(x, z) = M_j(x)$, 将它们代入方程 (1) 和方程 (2), 实函数 W_j 和 M_j 满足以下常微分方程:

$$-bW_j + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 W_j}{\partial x^2} + M_j W_j + \alpha_j W_{3-j} = 0, \quad (3)$$

$$M_j - d \frac{\partial^2 M_j}{\partial x^2} - \beta_j |W_j|^2 = 0. \quad (4)$$

3 基态暗孤子及其稳定性

3.1 基态暗孤子

假设方程 (3) 和方程 (4) 的初解形式为 $W_j = A_j \tanh(x)$, $M_j = B_j \exp(-x^2)$, 其中 A_j ($j = 1, 2$) 是复合光场的振幅; B_j ($j = 1, 2$) 是诱导折射率的振幅; 选择合适的参数 $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = 2$, $\beta_1 = -2$, $\beta_2 = -1$, $A_1 = 1$, $A_2 = 2$, $B_1 = 1$, $B_2 = 1$ 和 $d \leq 12$ 的非负数, 把 W_j 和 M_j 的初值代入方程 (3) 和方程 (4) 中作为初始迭代解, 采用牛顿迭代的方法对方程 (3) 和方程 (4) 进行求解可以得到基态暗孤子 (见图 1). 图 1(a) 表明在其他参数不变的情况下, 非局域程度 $d = 2.0, 4.5, 7.5$ 时, 不同形状的暗孤子在非局域程度 d 增大时, 暗孤子的两个凸出的驼峰也相应增大, 而折射率随之减小且 m_1 和 m_2 相等. 暗孤子的幅值和束宽随非局域程度的增大而增大. 随着非局域程度的增大, 介质的非线性效应减弱, 光束的衍射效应增强, 导致孤子的宽度增大. 当非局域程度 d 分别为 2.0, 4.5, 7.5 时, 相应的功率 P 与传播常数 b 的关系如图 1(b) 所示. 可以看出, b 取不同的负值时, 基态暗孤子功率随 b 的增大而减小. 当 b 固定时, 非局域性程度 d 越大, 功率越大, 在这样的区间内, 基态暗孤子都是存在的. 在图 1(c) 中, $d = 2$ 和其他参数不变的情况下, 非线性参数 $\beta_1 = -2, -5, -7$ 时, 随着非线性参数 β_1 减小, 基态暗孤子的束宽增大, 幅值减小, 即增强非线性效应可以提高光束的振幅. 而相应的折射率 m_j 的分布因非线性参数 β_j 的变化存在一定的差异. 当 β_2 固定时, m_1 随着 β_1 的减少而减少, 而 m_2 随着 β_1 的减少而增大. 类似地, 当 β_1 固定时, m_1 随着

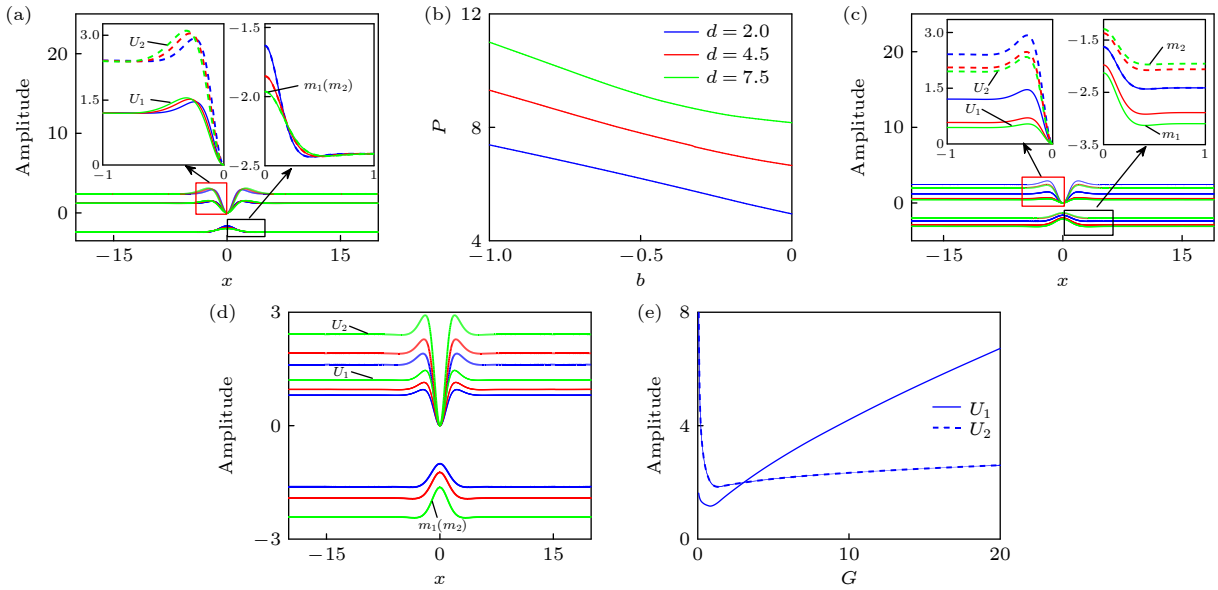


图 1 基态暗孤子数值解 (a) 不同 d 对应的波形 (d 分别取 2.0 (蓝线), 4.5 (红线) 和 7.5 (绿线)); (b) 功率与传播常数的关系图; (c) $b = -1$, $d = 2$, $\beta_2 = -1$ 时, 不同 β_1 对应的波形 (β_1 分别取 -2 (蓝线), -5 (红线) 和 -7 (绿线)); (d) $d = 2$ 时, 不同 b 对应的波形 (b 分别取 -0.2 (蓝线), -0.5 (红线) 和 -1.0 (绿线)); (e) 不同耦合系数比值下, U_1 和 U_2 的幅值图

Fig. 1. Numerical solution of the ground state dark soliton: (a) Waveform corresponds to different d (d selected as 2.0 (blue lines), 4.5 (red lines) and 7.5 (green lines), respectively); (b) the power versus the propagation constant; (c) waveform corresponds to different β_1 when $b = -1$, $d = 2$, $\beta_2 = -1$ (β_1 selected as -2 (blue lines), -5 (red lines) and -7 (green lines), respectively); (d) waveform corresponds to different b (b selected as -0.2 (blue lines), -0.5 (red lines) and -1.0 (green lines), respectively); (e) amplitude diagram of U_1 and U_2 for different coupling coefficient ratios.

β_2 的减少而增大, 而 m_2 则随着 β_2 的减少而减少. 从图 1(d) 可以看出, 随着传输常数 b 的减小, 光束宽度减小, 幅值增大, 相应的折射率减小并且 m_1 和 m_2 相等. 为了研究耦合系数 α_j 对孤子的影响, 引入耦合系数之比 $G = \alpha_1/\alpha_2$. 当 $G < 1$ 时, 基态暗孤子 U_2 的振幅包络随 G 的增大而迅速减小, 并大于基态暗孤子 U_1 的振幅包络. 基态暗孤子 U_1 的振幅包络缓慢减小, 直到 $G = 1$. 当 $G = 3.125$ 时, 两分量基态暗孤子的振幅相等. 当 $G > 1$ 时, 基态暗孤子 U_2 的振幅包络变化趋于平缓, 而孤子 U_1 的振幅包络随 G 的增大而增大 (见图 1(e)). 可以推断,

耦合系数越大, 对自身暗孤子的幅值的影响越大, 而对耦合孤子振幅的影响相对较小.

3.2 基态暗孤子的线性稳定性分析

为了进一步探究基态暗孤子的动力学行为, 对基态暗孤子的传输进行稳定性分析. 最简单的方法是在初值的基础上加随机白噪声, 并用分步傅里叶方法进行数值演化. 改变传播常数和局域程度得到的基态暗孤子可以稳定地进行长距离传播, 如图 2(a) 所示. 此外, 进一步证实基态暗孤子的稳定性是对其解做线性稳定性分析. 为此引入方程 (1)

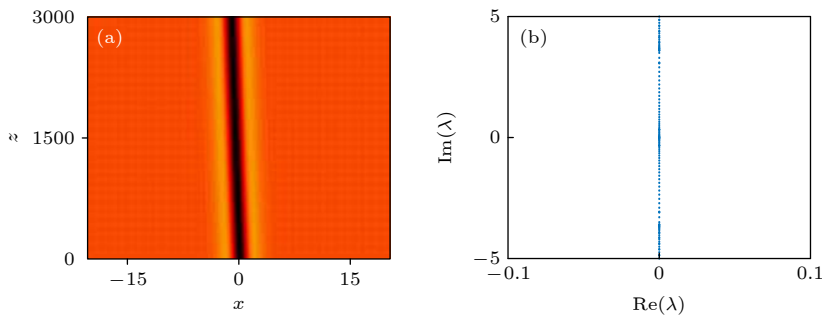


图 2 基态暗孤子的传输特征及稳定性 (a) $d = 2$, $b = -1$ 时, U_1 的加噪传输图; (b) 稳定性图谱

Fig. 2. Propagation characteristics and stability of the ground state dark soliton: (a) Propagation of U_1 with the white noise when $d = 2$ and $b = -1$; (b) stability profile.

和方程 (2) 的基态暗孤子的扰动解:

$$U_j(x, z) = \{u_j(x) + \epsilon[(v_j(x) + w_j(x))e^{\lambda z} + (v_j^*(x) - w_j^*(x))e^{\lambda^* z}]\} \times e^{ibz},$$

$$m_j(x, z) = n_j(x) + \epsilon\rho_j(x, z),$$

其中 $v_j(x)$, $w_j(x)$, $v_j^*(x)$, $w_j^*(x)$, $\rho_j(x, z)$ 是加的小

扰动, ϵ 是小参量; $u_j(x)$ 和 $n_j(x)$ 分别是 $U_j(x, z)$, $m_j(x, z)$ 的初始值, * 表示复共轭. 把 $U_j(x, z)$, m_j 代入方程 (1) 和方程 (2) 中, 收集 ϵ 的一阶系数, 得到了一组关于扰动 $v_j(x)$, $v_j^*(x)$, $w_j(x)$, $w_j^*(x)$ 和 $\rho_j(x, z)$ 的偏微分方程:

$$\left[(i\lambda + n_j - b)v_j + (i\lambda + n_j - b)w_j + \alpha_j v_{3-j} + \alpha_j w_{3-j} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_j}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} \right] e^{\lambda z} + \left[(i\lambda^* + n_j - b)v_j^* + (-i\lambda^* - n_j + b)w_j^* + \alpha_j v_{3-j}^* - \alpha_j w_{3-j}^* + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 v_j^*}{\partial x^2} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w_j^*}{\partial x^2} \right] e^{\lambda^* z} + \rho_j u_j(x) = 0, \quad (5)$$

$$-2u_j v_j e^{\lambda z} \beta_j - 2u_j v_j^* e^{\lambda^* z} \beta_j - \left(\frac{\partial^2 \rho_j}{\partial x^2} \right) d + \rho_j = 0. \quad (6)$$

为了描述方便, 令 $\partial^2 \rho_j / \partial x^2 = (1 - L_s) \rho_j / d$, 其中 $L_s = -d \times \partial^2 / \partial x^2 + 1$, 把 $\partial^2 \rho_j / \partial x^2$ 代入到方程 (6), 得到如下方程:

$$-2u_j v_j e^{\lambda z} \beta_j - 2u_j v_j^* e^{\lambda^* z} \beta_j - (1 - L_s) \rho_j + \rho_j = 0, \quad (7)$$

则 ρ_j 的值可以写成:

$$\rho_j = 2u_j \beta_j \left(e^{\lambda z} v_j + e^{\lambda^* z} v_j^* \right) / L_s. \quad (8)$$

再把 ρ_j 代入方程 (5) 得到

$$\frac{(i\lambda L_s + 2u_j^2 \beta_j + L_s n_j - L_s b)v_j}{L_s} + (i\lambda + n_j - b)w_j + v_{3-j} \alpha_j + w_{3-j} \alpha_j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} \right) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{(i\lambda^* L_s + 2u_j^2 \beta_j + L_s n_j - L_s b)v_j^*}{L_s} + (-i\lambda^* - n_j + b)w_j^* + v_{3-j}^* \alpha_j - w_{3-j}^* \alpha_j + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 v_j^*}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 w_j^*}{\partial x^2} \right) = 0. \quad (10)$$

进一步简化方程 (9) 和方程 (10) 后, 将方程 (9) 和方程 (10) 表达成 $\mathbf{A}\mathbf{a} = -i\lambda\mathbf{a}$ 的形式, 其中

$$\mathbf{a} = \begin{pmatrix} v \\ w \\ v_2 \\ w_2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & n_1 - b + \frac{1}{2} D_{xx} & 0 & \alpha_1 \\ \frac{2u_1^2 \beta_1 + L_s n_1 - L_s b}{L_s} + \frac{1}{2} D_{xx} & 0 & \alpha_1 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & 0 & n_2 - b + \frac{1}{2} D_{xx} \\ \alpha_2 & 0 & \frac{2u_2^2 \beta_2 + L_s n_2 - L_s b}{L_s} + \frac{1}{2} D_{xx} & 0 \end{pmatrix}.$$

根据文献 [45, 46] 中的线性稳定性分析方法, 可解决线性特征值问题. 如果 λ 的实部为零, 反映了基态暗孤子解是线性稳定的, 否则就是不稳定的. 图 2(b) 是图 2(a) 对应的基态暗孤子的线性扰

动增长率实部和虚部, 两图很好地验证了基态暗孤子的传输稳定性. 通过线性稳定性分析和在初值的基础上加微扰进行数值模拟, 发现基态暗孤子在其存在的区域均是稳定的.

4 多极暗孤子及其稳定性

4.1 偶极暗孤子及其稳定性

通过改变试探解和选择合适的参数,可以得到偶极、三极、四极以及五极的暗孤子. 根据数值研究结果,发现基态暗孤子中非局域程度 d 、传播常数 b 、非线性参数 β_j 与暗孤子的宽度、幅值、功率之间的关系在多极暗孤子中也存在相似的关系. 多极暗孤子可以被视为多个反对称的相位分布的基态暗孤子的非线性组合(束缚态),它们之间的作用力将它们聚集在一起. 这种束缚态不可能存在于局域克尔介质中,因为孤子间的 π 相位差会导致折射率分布在交界处有个局部下降,并导致排斥;相反,在非局域克尔介质中,由于介质具有卷积形式的非线性响应,折射率变化取决于整个横截面上的光强分布,因此在两个反相位孤子之间形成足够高的折射率分布,引起两孤子的相互吸引,当排斥相互作用最终被吸引相互作用平衡,这样就会形成束缚态. 当 $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \beta_1 = -4, \beta_2 = -2$ 时,可以得到偶极暗孤子. 图 3 给出了偶极暗孤子的特征和传输稳定性. 偶极暗孤子折射率呈钟形分布,顶部中心区域有 1 个非零倾角,倾角两边是两个微微凸

起的驼峰,驼峰提供吸引相互作用与孤子间原有的排斥相互作用相抗衡,这在偶极暗孤子调制稳定性中起了重要的作用,如图 3(a) 所示. 类似的三极、四极以及五极也可以得到相似的暗孤子分布和折射率呈钟形分布,只是折射率中心区域的顶部微微凸起的驼峰数与暗孤子的极数相同. 暗孤子幅值为零处,对应的折射率出现驼峰,此处折射率更大,提供更大的吸引力. 图 3(b) 显示偶极暗孤子是区域不稳定的. 显然,在 $-2 \leq b \leq -0.2$ 范围内,当非局域程度 d 增大时,白色稳定区域变宽且移向更大的 b . 当传播常数 b 固定时,在 $3.5 \leq d \leq 6.4$ 区间,白色稳定区域向较大的 d 移动,进一步证实了非局域性可以调节孤子的稳定性. 在 $b = -1.5, d = 4.2$ 的情况下,在初解的基础上加白噪声作为初始扰动解,得到偶极暗孤子传播路径不变的结果(见图 3(c)). 然而,当 $b = -2, d = 1.5$ 时,偶极暗孤子在传播过程中不能保持稳定,如图 3(d) 所示. 相应的传输图(图 3(c) 和图 3(d))证实了图 3(b) 中所示的稳定性分析结果是正确的. 同样地,可以得到三极和四极甚至五极暗孤子类似的结果. 研究表明,在非局域非线性耦合器中,偶数极暗孤子比奇数极暗孤子更容易稳定,并且随着极数的增加,多极暗孤子稳定区域变窄.

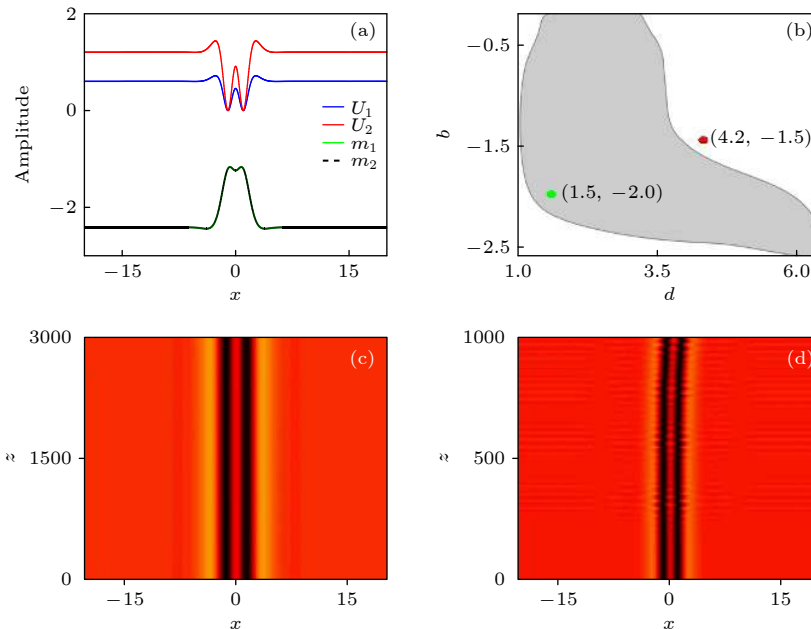


图 3 偶极暗孤子的特性 (a) $d = 1, b = -1$ 时偶极暗孤子的强度分布图; (b) 线性稳定性区域图; (c) $d = 4.2, b = -1.5$ 时, U_1 传输图; (d) $d = 1.5, b = -2$ 时, U_1 传输图

Fig. 3. Characteristics of the dipole dark soliton: (a) Intensity profiles of dipole dark soliton when $d = 1$ and $b = -1$; (b) linear stability region diagram; (c) transmission diagram of U_1 when $d = 4.2$ and $b = -1.5$; (d) transmission diagram of U_1 when $d = 1.5$ and $b = -2$.

4.2 不同类型的偶极暗孤子及其稳定性

在这一节中, 分析不同类型的偶极暗孤子的传输特性, 数值结果如图 4 所示. 当 $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \beta_1 = -2, \beta_2 = -1$ 时, 得到图 4(a) 和图 4(d) 两种

不同类型的偶极暗孤子. 图 4(a) 和图 4(d) 显示折射率在中心区域的分布几乎呈亮孤子型. 折射率达到最大值时, 暗孤子的幅值为零, 此处吸引相互作用最大. 在图 4(a) 中的两个暗孤子形成 1 个势阱,

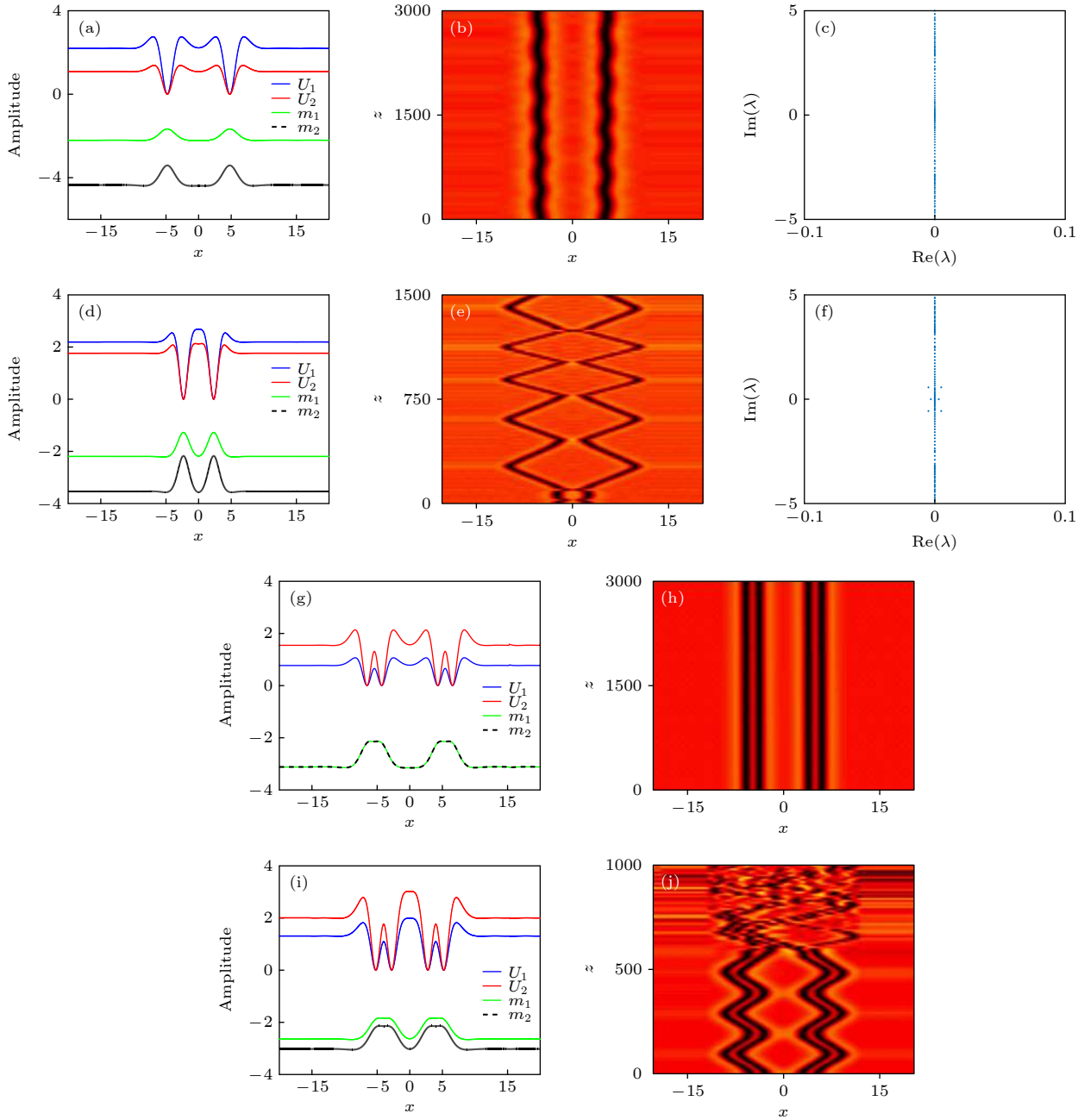


图 4 不同类型的偶极暗孤子的强度分布和传播特性 (a)—(c) 分别为 $d = 4, b = -1.5$ 时, 偶极暗孤子的强度分布图、传输图和稳定性图谱; (d)—(f) 分别为 $b = -1.3, d = 1$ 时, 偶极暗孤子的强度分布图、传输图和稳定性图谱; (g) 和 (h) 分别为 $b = -1.7, d = 2$ 时, 两个偶极暗孤子的强度分布和 U_1 的传输图; (i) 和 (j) 分别为 $b = -1.4, d = 5$ 时, 两个偶极暗孤子的强度分布和 U_1 的传输图

Fig. 4. Intensity profiles and propagating characteristics of different types of dipole dark soliton: (a)–(c) The intensity distribution diagram, the transmission diagram and the stability diagram of the dipole dark soliton when $d = 4$ and $b = -1.5$ respectively; (d)–(f) the intensity distribution diagram, the transmission diagram and the stability diagram of the dipole dark soliton when $b = -1.3$ and $d = 1$ respectively; (g) and (h) the intensity distribution of dipole-dipole dark solitons and the transmission diagram of U_1 when $b = -1.7$ and $d = 2$, respectively; (i) and (j) the intensity distribution of dipole-dipole dark solitons and the transmission diagram of U_1 when $b = -1.4$ and $d = 5$, respectively.

对应的折射率分布区域形成 1 个波谷, 波谷的宽度决定孤子的间距, 即孤子间距越大, 波谷的宽度就越宽. 图 4(a) 中两暗孤子间距为 10, 在初值的基础上加白噪声作为初始微扰解进行传播时, 发现两暗孤子能以蛇形稳定传输 (见图 4(b)). 为了更好地证明其传输稳定性, 图 4(c) 给出了线性扰动增长率 λ 的实部和虚部, λ 的实部为零, 这验证了图 4(b) 的传输演化结果. 相反地, 在图 4(d) 中, 在偶极暗孤子之间形成势垒, 这导致吸引相互作用和排斥相互作用之间存在竞争. 在中心轴上, 偶极暗孤子相距最近, 对应的折射率最小, 相互排斥作用最大. 随着折射率的增大, 吸引相互作用增大, 直到两个孤子相距最远. 在这种情况下, 偶极暗孤子沿 z 方向周期性传输, 如图 4(e) 所示. 经过线性稳定性分析, 发现其扰动增长率 λ 存在实部. 值得注意的是, 耦合器中还存在高度对称的两个偶极暗孤子. 当 $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \beta_1 = -4, \beta_2 = -2$ 时, 可以得到图 4(g) 和图 4(i) 所示的两个偶极暗孤子. 在图 4(g) 中, 在两个偶极孤子之间形成 1 个势阱, 相邻两个偶极孤子之间的孤子间距为 8. 显然, 两个偶极暗孤子的传输互不干扰, 传输过程中的整个波形可以保持稳定, 如图 4(g) 所示; 相反, 在图 4(i) 中, 两个

偶极暗孤子之间形成势垒, 相邻两个偶极暗孤子之间的距离为 5, 比图 4(g) 中的距离窄. 在这种情况下, 两个偶极暗孤子传输很短的距离就开始扩散 (见图 4(j)), 其传输机制与图 4(e) 的偶极暗孤子类似. 从以上结果可以得知: 分开的偶极暗孤子之间存在周期性相互作用, 为了减弱这种孤子间的干扰, 一种方法是使孤子间距足够大, 使折射率中心区域的波谷宽度达到吸引相互作用等于排斥相互作用时的宽度. 很明显, 图 4(d) 中的孤子间距小于图 4(a), 图 4(g) 的孤子间距大于图 4(i), 图 4(d) 和图 4(i) 中的暗孤子在短距离内周期性传输就开始振动 (见图 4(e) 和图 4(j)), 可以得出孤子间距对偶极暗孤子的稳定性有影响.

4.3 三极暗孤子及其稳定性

当 $\alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2, \beta_1 = -2, \beta_2 = -1$ 时, 可以得到三极暗孤子. 从图 5(a) 和图 5(c) 可以看出, 传输稳定性的性质与偶极暗孤子相似. 在相邻的两个孤子之间形成势阱, 使得暗孤子更容易稳定传输; 相反, 两个相邻的孤子之间形成势垒, 孤子传输很短一段距离就开始发散, 很难保持稳定. 比较图 5(a) 和图 5(c), 图 5(c) 中的三极暗孤子之间形成势垒,

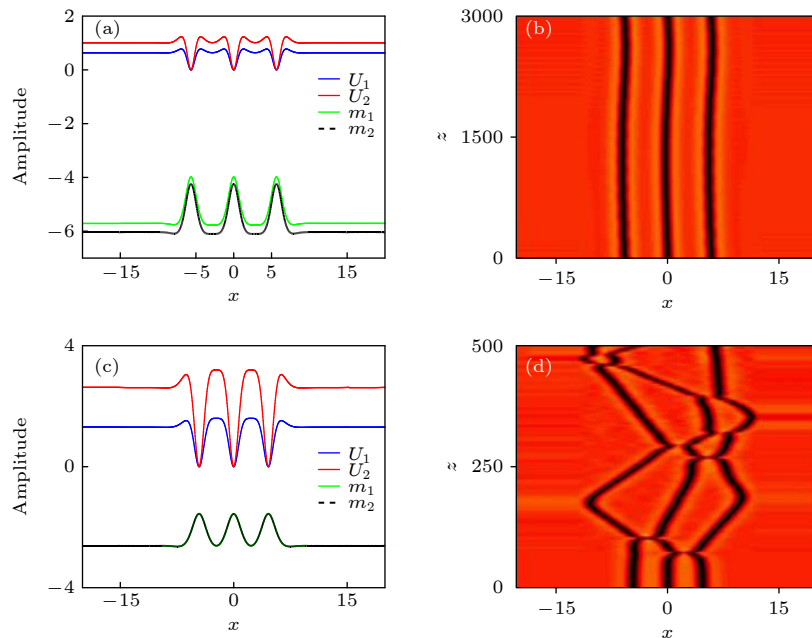


图 5 不同类型的三极暗孤子的强度分布和传播特性 (a) 和 (b) 分别为 $b = -4.45, d = 1$ 时, 三极暗孤子的强度分布和 U_1 传输图; (c) 和 (d) 分别为 $b = -1.2, d = 1$ 时, 三极暗孤子的强度分布和 U_1 传输图

Fig. 5. Intensity profiles and propagating characteristics of tripole dark soliton: (a) and (b) The intensity distribution of the tripole dark soliton and the transmission diagram of U_1 when $b = -4.45$ and $d = 1$, respectively; (c) and (d) the intensity distribution of the tripole dark soliton and the transmission diagram of U_1 when $b = -1.2$ and $d = 1$, respectively.

对应的折射率分布区域形成波谷, 波谷的宽度对应了孤子间的间距. 图 5(c) 中的孤子间距为 4.6, 比图 5(a) 中的孤子间距小, 图 5(a) 中的孤子可以长距离稳定传输. 对三极暗孤子的稳定性分析, 进一步证实了暗孤子的稳定性受孤子间距的影响.

5 结 论

本文采用牛顿迭代法, 通过选取不同的初始值和合适的参数, 得到了基态暗孤子和多极暗孤子. 首先, 探究了非局域程度、传播常数、非线性参数和耦合系数与基态暗孤子的宽度、幅值、功率之间的关系, 并且发现在多极暗孤子中也存在类似的关系. 研究表明, 暗孤子的功率随着非局域程度和非线性参数的增大而增大, 而随着传播常数的增大而减小. 光场诱导的折射率总是在孤子幅值为零时达到最大, 并且两端值始终是 1 个固定的值. 其次, 通过数值分析, 发现基态暗孤子可以稳定传输, 偶极和三极暗孤子也存在稳定的束缚态, 对于更高极暗孤子, 选择合适的迭代初值和参数, 同样可以得到稳定传输的四极和五极暗孤子. 此外, 通过线性稳定性分析, 发现多极暗孤子存在不稳定区域, 其线性稳定性分析结果与传播的稳定性结果一致. 结果表明, 在非局域非线性耦合器中, 基态暗孤子在其存在的区域总是稳定的; 而多极暗孤子在一定的非局域程度和传播常数范围内, 偶数极暗孤子比奇数极更容易稳定, 并且随着极数的增加, 多极暗孤子稳定区域变窄, 稳定区宽度随非局域程度的增大而变宽, 并移动较大的传播常数 b . 最后, 得到了几种不同类型的多极暗孤子, 并对其进行了稳定性分析. 结合暗孤子传输稳定性分析, 发现在非局域非线性耦合器中, 暗孤子的稳定性不仅受非局域程度和传播常数的影响, 而且还受孤子间距的影响. 因此, 如何控制非局域非线性耦合器中的孤子间距是一个具有挑战性的问题, 值得进一步研究.

参考文献

- [1] Lederer F, Stegeman G I, Christodoulides D N, Assanto G, Segev M, Silberberg Y 2008 *Phys. Rep.* **463** 1
- [2] Wu Y D 2004 *Fiber Integr. Opt.* **23** 405
- [3] Nistazakis H E, Frantzeskakis D J, Atai J, Malomed B A, Efremidis N, Hizanidis K 2002 *Phys. Rev. E* **65** 036605
- [4] Malomed B A, Peng G D, Chu P L 1996 *Opt. Lett.* **21** 330
- [5] Harel A, Malomed B A 2014 *Phys. Rev. A* **89** 043809
- [6] Mak W C, Malomed B A, Chu P L 2004 *Phys. Rev. E* **69** 279

- [7] Trillo S, Wabnitz S 1988 *J. Opt. Soc. Am. B* **5** 483
- [8] Smirnova D A, Gorbach A V, Iorsh I V, Shadrivov I V, Kivshar Y S 2013 *Phys. Rev. B* **88** 045443
- [9] Albuch L, Malomed B A 2007 *Math. Comput. Simul.* **74** 312
- [10] Huang G Q, Lin J 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 054208 (in Chinese) [黄光桥, 林机 2017 物理学报 **66** 054208]
- [11] Gubeskys A, Malomed B A 2007 *Phys. Rev. A* **75** 063602
- [12] Zhao X, Tian B, Qu Q X, Yuan Y Q, Du X X, Chu M X 2020 *Mod. Phys. Lett. B* **34** 2050282
- [13] Stegeman G I, Assanto G, Zanon R, Seaton C T, Garmire E, Maradudin A A, Reinisch R, Vitrant G 1988 *Appl. Phys. Lett.* **52** 869
- [14] Krölikowski W, Bang O, Nikolov N I, Neshev D, Wyller J, Rasmussen J J, Edmundson D 2004 *J. Opt. B: Quantum Semiclassical Opt.* **6** S288
- [15] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073902
- [16] Jia J, Lin J 2012 *Opt. Express* **20** 7469
- [17] Liang G, Dang D L, Li W, Li H G, Guo Q 2020 *New J. Phys.* **22** 073024
- [18] Chen M N, Ping X R, Liang G, Guo Q, Lu D Q, Hu W 2018 *Phys. Rev. A* **97** 013829
- [19] Mitchell M, Segev M, Christodoulides D N 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4657
- [20] Dreischuh A, Neshev D N, Petersen D E, Bang O, Krölikowski W 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 043901
- [21] Lin Y Y, Lee R K, Malomed B A 2009 *Phys. Rev. A* **80** 013838
- [22] Conti A, Peccianti M, Assanto G 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 113902
- [23] Gao X H, Yang Z J, Zhou L H, Zheng Y Z, Lu D Q, Hu W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 084213 (in Chinese) [高星辉, 杨振军, 周罗红, 郑一周, 陆大全, 胡巍 2011 物理学报 **60** 084213]
- [24] Kong Q, Wei N, Fan C Z, Shi J L, Shen M 2017 *Phys. Rep.* **7** 4198
- [25] Briedis D, Petersen D E, Edmundson D, Krölikowski W, Bang O 2005 *Opt. Express* **13** 435
- [26] Rotschild C, Cohen O, Manela O, Segev M, Carmon T 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 2365
- [27] Cao J N, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3688 (in Chinese) [曹觉能, 郭旗 2005 物理学报 **54** 3688]
- [28] Ye F, Kartashov Y, Hu B, Torner L 2010 *Opt. Lett.* **35** 628
- [29] Sun C Z, Liang G 2019 *Chin. Phys. B* **28** 074206
- [30] Ye F, Dong L, Hu B 2009 *Opt. Lett.* **34** 584
- [31] Chen W, Wang Q, Shi J L, Shen M 2017 *Opt. Commun.* **403** 22
- [32] Zheng Y F, Huang G Q, Lin J 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 214207 (in Chinese) [郑一凡, 黄光桥, 林机 2018 物理学报 **67** 214207]
- [33] Wang Q, Deng Z Z 2020 *Results Phys.* **17** 103056
- [34] Akhmediev N, Ankiewicz A 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 2395
- [35] Shi X L, Malomed B A, Ye F W, Chen X F 2012 *Phys. Rev. A* **85** 053839
- [36] Dang Y L, Li H J, Lin J 2017 *Nonlinear Dynam.* **88** 489
- [37] Islam M J, Atai J 2018 *J. Mod. Opt.* **65** 1499980
- [38] Gao Z J, Dang Y L, Lin J 2018 *Opt. Commun.* **44** 302
- [39] Fang P P, Jin X W, Lin J 2019 *Acta Photon. Sin.* **48** 51 (in Chinese) [方乒乓, 金新伟, 林机 2019 光子学报 **48** 51]
- [40] Mahato D K, Govindarajan A, Sarma A K 2020 *J. Opt. Soc. Am. B* **37** 3443
- [41] Kartashov Y V, Konotop V V, Malomed B A 2015 *Opt. Lett.* **40** 004126
- [42] Safaei L, Zarandi M B, Hatami M 2018 *Opt. Quantum Electron.* **50** 382

- [43] Zakery A, Hatami M 2007 *J. Phys. D: Appl. Phys.* **40** 1010 053803
 [44] Govindaraji A, Mahalingam A, Uthayakumar A 2015 *Appl. Phys. B* **120** 341 [46] Gao X H, Zhang C Y, Tang D, Zheng H, Lu D Q, Hu W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044214 (in Chinese) [高星辉, 张承云, 唐冬, 郑晖, 陆大全, 胡巍 2013 物理学报 **62** 044214]
 [45] Armaroli A, Trillo S, Fratalocchi A 2009 *Phys. Rev. A* **80**

Propagation of dark soliton in nonlocal nonlinear coupler^{*}

Li Sen-Qing Zhang Xiao Lin Ji[†]

(Department of Physics, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

(Received 5 February 2021; revised manuscript received 15 April 2021)

Abstract

The characteristics of fundamental and multipole dark solitons in the nonlocal nonlinear couplers are studied through numerical simulation in this work. Firstly, the fundamental dark solitons with different parameters are obtained by the Newton iteration. It is found that the amplitude and beam width of the ground state dark soliton increase with the enhancement of the nonlocality degree. As the nonlinear parameters increase or the propagation constant decreases, the amplitude of the fundamental dark soliton increases and the beam width decreases. The power of the fundamental dark soliton increases with the nonlocality degree and nonlinear parameters increasing, and decreases with the propagation constant increasing. The refractive index induced by the light field decreases with the nonlocality degree increasing and the propagation constant decreasing. The amplitudes of the two components of the fundamental dark soliton can be identical by adjusting the coupling coefficient. These numerical results are also verified in the case of multipole dark solitons. Secondly, the transmission stability of fundamental and multipole dark solitons are studied. The stability of dark soliton is verified by the linear stability analysis and fractional Fourier evolution. It is found that the fundamental dark solitons are stable in their existing regions, while the stable region of the multipolar dark solitons depends on the nonlocality degree and the propagation constant. Finally, these different types of dark dipole solitons and dark tripole solitons are obtained by changing different parameters, and their structures affect the stability of dark soliton. It is found that the multipole dark soliton with potential well is more stable than that with potential barrier. The refractive-index distribution dependent spacing between the adjacent multipole dark solitons favors their stability.

Keywords: nonlocal nonlinearity, dark soliton, stability

PACS: 42.70.Nq, 42.65.Tg, 42.82.Et

DOI: 10.7498/aps.70.20210275

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11835011, 12004338).

† Corresponding author. E-mail: linji@zjnu.edu.cn