

## 超导约瑟夫森结物理参数的实验推算

韩金舸 欧阳鹏辉 李恩平 王轶文 韦联福

## Experimentally estimating of physical parameters of the fabricated superconducting Josephson junctions

Han Jin-Ge Ouyang Peng-Hui Li En-Ping Wang Yi-Wen Wei Lian-Fu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 170304 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210393

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210393>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

一种通过约瑟夫森结非线性频率响应确定微波耗散的方法

A method of determining microwave dissipation of Josephson junctions with non-linear frequency response

物理学报. 2019, 68(11): 118501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190167>

MgO衬底上YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub>台阶边沿型约瑟夫森结的制备及特性

Fabrication and characterization of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> step-edge Josephson junctions on MgO substrate for high-temperature superconducting quantum interference devices

物理学报. 2021, 70(3): 037401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201291>

用于精密测量玻尔兹曼常数的量子电压噪声源芯片研制

Development of quantum voltage noise source chip for precision measurement of Boltzmann constant

物理学报. 2018, 67(10): 108501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172643>

基于强耦合Duffing振子的微弱脉冲信号检测与参数估计

Detection and parameter estimation of weak pulse signal based on strongly coupled Duffing oscillators

物理学报. 2019, 68(8): 080501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181856>

基于最大似然的单通道交叠激光微多普勒信号参数分离估计

Separate estimation of laser micro-Doppler parameters based on maximum likelihood schemes

物理学报. 2018, 67(11): 114202 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172639>

基于双高斯衰减模型的超声回波处理方法

Ultrasonic echo processing method based on dual-Gaussian attenuation model

物理学报. 2019, 68(8): 084303 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182080>

# 超导约瑟夫森结物理参数的实验推算\*

韩金舸<sup>1) #</sup> 欧阳鹏辉<sup>1) #</sup> 李恩平<sup>1)</sup> 王轶文<sup>2)</sup> 韦联福<sup>1) 3) †</sup>

1) (西南交通大学信息科学与技术学院, 信息量子技术实验室, 成都 610031)

2) (西南交通大学物理科学与技术学院, 量子光电实验室, 成都 610031)

3) (东华大学理学院, 光子学实验室, 上海 201620)

(2021年3月2日收到; 2021年4月23日收到修改稿)

超导约瑟夫森结是实现超导量子计算和微波单光子探测的核心器件, 其物理参数很难直接测定. 与之前常用的测量结微波激励效应估计方法不同, 本文通过实验测量低频电流驱动下的约瑟夫森结  $I-V$  曲线及其跳变电流统计分布, 并与基于标准电阻电容分路结模型数值模拟进行对比, 推算出了约瑟夫森结的临界电流  $I_c$ 、电容  $C$ 、电阻  $R$  及阻尼参数  $\beta_c$  等物理参数. 结果表明, 所推算的参数值与基于微观理论推导所得到的 Ambaokar-Baratoff 公式基本符合, 可供约瑟夫森结的器件参数按需设计和制备工艺的参数设置等参考.

**关键词:** 约瑟夫森结, 电阻电容分路结模型, 跳变电流, 物理参数估计

**PACS:** 03.75.Lm, 06.20.Dk, 06.20.fb

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210393

## 1 引言

目前经典计算机的计算能力渐趋极限, 量子计算机的超强计算能力得到了广泛关注<sup>[1,2]</sup>. 如谷歌构建的 53 位的超导量子“霸权”机和中国科技大学实现的 76 个光子的“九章”量子计算原型机都展示了经典电子计算机所不可比拟的计算功能<sup>[3,4]</sup>. 作为一种广受关注的量子计算实现模式, 超导量子计算机因其特有的易于集成、芯片设计和加工技术相对成熟等方面的优势, 成为量子计算领域的研究热点. 超导量子计算的基本物理单元比特是超导量子比特, 它的三种基本的构型——电荷量子比特、磁通量子比特和相位量子比特等的实现, 取决于核心器件——约瑟夫森结的物理参数. 这些参数决定了结的电容充电能  $E_C$  和约瑟夫森隧穿效应能量  $E_J$  之

间的比值, 进而决定了超导量子比特的构型. 此外, 约瑟夫森结也是实现微波单光子探测的核心器件<sup>[5,6]</sup>.

$E_C$  的大小与约瑟夫森结的电容有关, 而  $E_J$  的取值则由约瑟夫森结的临界电流决定<sup>[7-9]</sup>. 这些参数是量子比特设计与制备的重要依据, 但实际上它们很难在实验上直接测量得到, 通常需要根据其他的某些相关参量的测量来推算得到. 之前采用的方法有测量微波驱动下的约瑟夫森结跳变电流统计分布, 通过与理论模型拟合来推算约瑟夫森结各物理参数. 显然, 这一方法有两点不足: 第一, 通过微波激励来进行的参数标定, 实际上是一种动态标定, 有一定的不确定性; 其二, 微波激励本身需要考虑阻抗匹配实现问题. 此外, 还可采用回滞电流与临界电流的比值来标定阻尼参数, 此方法也存在一定的局限性. 当外界干扰造成约瑟夫森结  $I-V$  特

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11974290, 61871333) 资助的课题.

# 同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: lfwei@dhu.edu.cn

性曲线零点上下涨落时,回滞电流与临界电流比值对原点上下涨落比较敏感,会给标定结果带来较大误差<sup>[10,11]</sup>.为尽可能精确地测定结的各种静态物理参数,本文提出一种基于标准 RCSJ (resistively capacitance shunted junction)模型拟合、仅需要低频电流偏置下的结跳变电流统计分布测量和结  $I$ - $V$  特征曲线测量的更为简便的方法,实现约瑟夫森结各静态物理参数的推算.当然,实际应用时可能还需要通过其他方法来标定这些参数,但本推算方法在器件按需设计和制备工艺相关参数设置中仍具有一定的参考意义.

## 2 约瑟夫森结物理参数的推算方法

### 2.1 结电容和结临界电流的推算方法

电流偏置下的约瑟夫森结可以看作是一个质量为  $m = C [\Phi_0/(2\pi)]^2$  的“粒子”在搓衣板势  $U(\varphi) = -E_J [(I_b/I_c)\varphi + \cos(\varphi)]$  中运动的动力学模型<sup>[12]</sup>,如图 1 所示.其中,  $I_b$  是外加偏置电流,  $C$  为结电容,  $\Phi_0 = h/(2e)$  为磁通量子,  $\varphi$  为约瑟夫森结两端的位相差,结的约瑟夫森能为  $E_J = I_c\Phi_0/(2\pi)$ ,  $I_c$  为约瑟夫森结的临界电流.

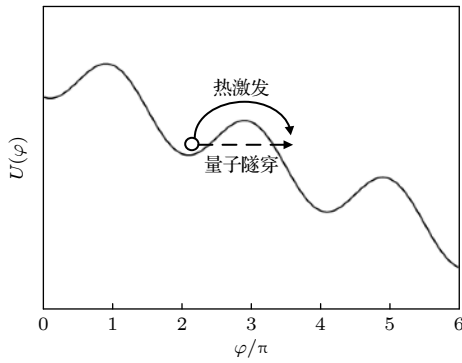


图 1 电流偏置下的约瑟夫森结势能曲线

Fig. 1. Potential of a current-biased Josephson junction.

势阱中“粒子”的运动由方程

$$m\ddot{\varphi} + \frac{1}{RC}\dot{\varphi} + \frac{dU(\varphi)}{d\varphi} = 0 \quad (1)$$

描述,其中  $R$  为结电阻.势阱的高度(即“粒子”跑出势阱的束缚需要克服的势垒高度)由下式给出<sup>[13]</sup>:

$$\Delta U = 2E_J \left[ \sqrt{\left(1 - \frac{I_b}{I_c}\right)^2 - \frac{I_b}{I_c} \arccos(\varphi)} \right]. \quad (2)$$

显然,当外加偏置电流远小于约瑟夫森结临界电流

时,“粒子”被很好地囚禁在势阱中.这时,结处于超导状态因而结两端的电压为零.当偏置电流缓慢增加到接近结的临界电流  $I_c$  时,“粒子”可以通过热激发或者量子隧穿效应逃逸出势阱,在宏观上就表现为约瑟夫森结两端可测量的电压信号,这时所偏置的电流就称为跳变电流.当然,由于热激发效应和量子隧穿效应都是随机事件,因此测量中记录下来的与电压信号对应的跳变电流也就是一种随机分布.

对应于“粒子”逃逸出或囚禁于势阱的两种不同状态.假设“粒子”逃逸出势阱的分布函数由  $P$  来描述,  $N(t)$  为粒子在势阱中的数目.则:

$$N(t) = 1 - \int_0^t P(t') dt'. \quad (3)$$

因此,在  $\Delta t$  时间内“粒子”从势阱中逃逸的数目为

$$dN = -N(t)\Gamma(t)dt = -N\Gamma(I) \left( \frac{dI}{dt} \right)^{-1} dI, \quad (4)$$

其中,  $\Gamma(t)$  为“粒子”的逃逸概率,  $I$  为实验上可测量的跳变电流大小.在  $N(0) = 1$  的初始条件下,(4)式积分得:  $N(I) = \exp \left[ - \left( \frac{dI}{dt} \right)^{-1} \int_0^I \Gamma(I') dI' \right]$ .可得跳变电流的分布函数为<sup>[14]</sup>

$$P(I) = - \frac{dN}{dI} = \Gamma(I) \left( \frac{dI}{dt} \right)^{-1} \times \exp \left[ - \left( \frac{dI}{dt} \right)^{-1} \int_0^I \Gamma(I') dI' \right]. \quad (5)$$

当温度高于某个临界温度  $T^*$  时,热激发占主导地位,“粒子”逃逸的速度由 Kramers 公式<sup>[15]</sup>给出:

$$\Gamma_t = \frac{\omega_p}{2\pi} a_t \exp \left( - \frac{\Delta U}{k_B T} \right), \quad (6)$$

其中,  $a_t$  是阻尼系数,其取值范围为  $0 < a_t \leq 1$ ,一般将  $a_t$  近似为 1.(6)式中,  $\omega_p = \omega_{p0} [1 - (I_b/I_c)^2]^{1/4}$ ,  $\omega_{p0} = 2\pi I_c / (\Phi_0 C)$ .当温度小于  $T^*$  时,“粒子”逃逸出势阱主要是由量子隧穿效应导致,其速度可通过 WKB 方法计算<sup>[16]</sup>:

$$\Gamma_q = \frac{\omega_p}{2\pi} a_q \exp \left[ - \frac{7.2\Delta U}{h\omega_p} \left( 1 + \frac{0.87}{Q} \right) \right]. \quad (7)$$

它几乎与温度无关.其中  $a_q \approx [120\pi(7.2\Delta U/h\omega_p)]^{1/2}$ .以上的理论结果被广泛应用于早期的约瑟夫森电子学特性研究,下面将其应用于推算结的物理参数,即实验测量跳变电流的统计分布,并通过与理论模型的拟合,来推算约瑟夫森结的临界电流  $I_c$  和

电容参数  $C$ .

## 2.2 结阻尼参数的推算方法

直流偏置下的约瑟夫森结 RCSJ 模型由如下方程描述<sup>[17]</sup>:

$$I_b = I_c \sin(\varphi) + \frac{V}{R} + C \frac{dV}{dt}, \quad (8)$$

其中  $I_b$  为结的直流偏置,  $V = [\hbar/(2e)]d\varphi/dt$  为结两端的电压. 令  $\tau = \omega_c t$ , 其中  $\omega_c = \sqrt{2eI_c/(\hbar C)}$ , 则方程 (8) 可化为如下形式:

$$i_b = \frac{d^2\varphi}{d\tau^2} + \frac{1}{\sqrt{\beta_c}} \frac{d\varphi}{d\tau} + \sin\varphi, \quad (9)$$

这里,  $\beta_c = 2eI_c CR^2/\hbar$  为阻尼参数,  $i_b = I_b/I_c$ . 因此, 对  $i_b > 1$  的非超导态,  $i_b$  应该是  $d\varphi/d\tau$  的一个线性函数. 不失一般性, 假设:

$$i_b = K \left( \frac{d\varphi}{d\tau} \right) + i_{b0}, \quad (10)$$

这里,  $i_{b0}$  为常数, 斜率  $K$  可由实验测得的结  $I-V$  曲线提取. 由此, 通过与 (9) 式数值解的比较即可建立阻尼参数  $\beta_c$  与斜率  $K$  的联系, 就可实现阻尼参数  $\beta_c$  的推算, 进而计算出低温条件下的结电阻  $R$ .

## 3 约瑟夫森结的制备及其物理参数推算

### 3.1 约瑟夫森结的制备

采用悬空掩膜斜角度蒸发镀膜的工艺来制备 SIS (superconductor-insulator-superconductor) 约瑟夫森结<sup>[18]</sup>. 所采用的超导材料为 Al, 对 Al 氧化生成的氧化铝做势垒层, 制备的主要步骤分为匀胶、光刻、显影、斜角度蒸发镀膜和去胶等. 在清洗好的硅片上先后匀上 LOR10B 负胶和 S1805 正胶, 匀胶后分别进行烘胶, 溶解掉其中的有机溶剂, 使其与硅片贴牢固. 用深紫外曝光机和设计好的掩模版对其进行曝光; 曝光后的硅片使用显影液进行显影, 便可得到所需要的悬空掩膜结构. 进而, 将其放入电子束蒸发镀膜仪完成斜角度镀膜、氧化、和再一次斜角度镀膜三个步骤, 制备出约瑟夫森结样品. 整个结样品的制备流程如图 2 所示.

最后将剩余的正、负光刻胶分别使用丙酮和 N-甲基吡咯烷酮进行去除, 就可完成图 3 所示的约瑟夫森结样品的制备.

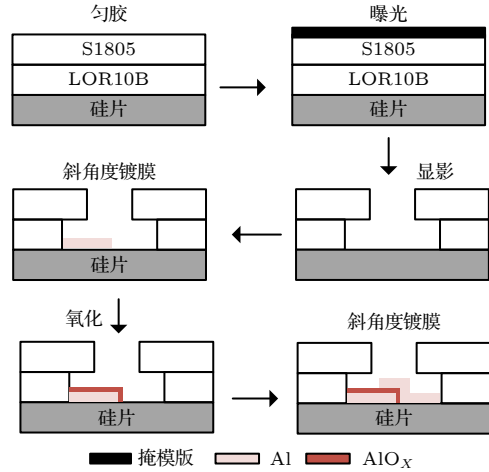


图 2 约瑟夫森结制备流程图

Fig. 2. Preparation process of a Josephson junction.

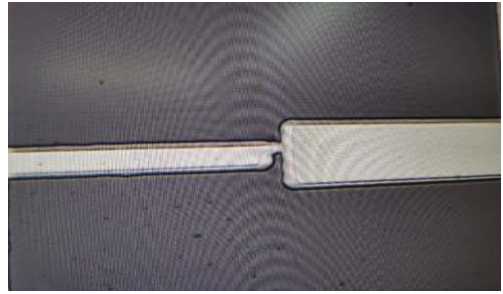


图 3 约瑟夫森结样品

Fig. 3. Josephson junction sample.

### 3.2 约瑟夫森结 $I-V$ 曲线和跳变电流的测量

约瑟夫森结  $I-V$  曲线一般采用四端子法进行测量, 一条线路通过一个 1000 倍的放大器测量结两端的电压信号, 另一条线路测流过结的电流信号. 任意波形发生器将电压信号通过可调电阻加到结的两端, 实现结的电流偏置. 这里, 可调电阻阻值远大于约瑟夫森结电阻, 以逐渐增大结的低频偏置电流. 流过结的电流和结两端可能产生的电压信号由数据采集卡采集. 将数据采集卡采集的数据在 PC 端进行处理, 便可得到图 4 所示的过阻尼约瑟夫森结标准  $I-V$  特性曲线.

下面介绍在 50 mK 的极低环境温度下对约瑟夫森结跳变电流的实验测量. 为此, 需要给约瑟夫森结施加一个大小可调的直流偏置 (直流值以  $dI/dt$  的速率逐渐增大). 在 0 时刻触发同步信号, 开始计时; 随后调节偏置电流使之逐渐增大, 同时监测结两端的电压; 当结电压从零跳变到一阈值时, 计时结束, 记录此时的偏置电流大小作为跳变电流. 测量信号的时序设置如图 5 所示<sup>[19]</sup>.

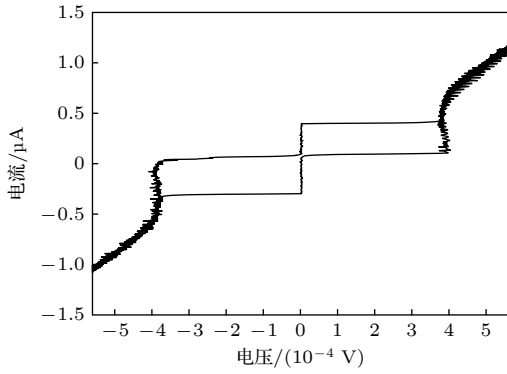


图 4 约瑟夫森结  $I-V$  特性曲线

Fig. 4. Measured  $I-V$  characteristic curve of the fabricated Josephson junction.

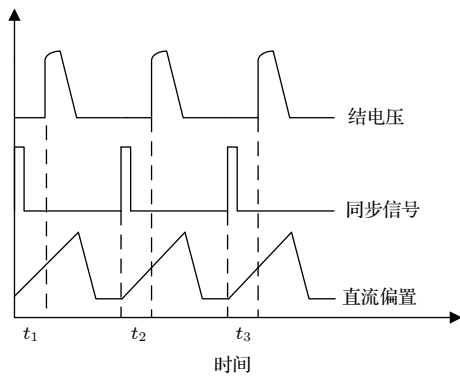


图 5 约瑟夫森结跳变电流实验测量的时序图

Fig. 5. Time sequence diagram for the junction jump current measurements.

重复以上测量过程  $10^4$  次, 并对采集的测量数据在 PC 端进行数据处理, 得到如图 6 所示的跳变电流大小测量值的统计分布图,  $M$  为测得对应跳变电流值的次数. 从图 6 中的数据可以看出, 在偏置电流小于  $4.0 \times 10^{-7}$  A 时, 没有测到任何跳变事件 (即没有非零的电压信号); 在偏置电流大于  $4.8 \times 10^{-7}$  A 时, 结两端的电压几乎不再发生跳变,

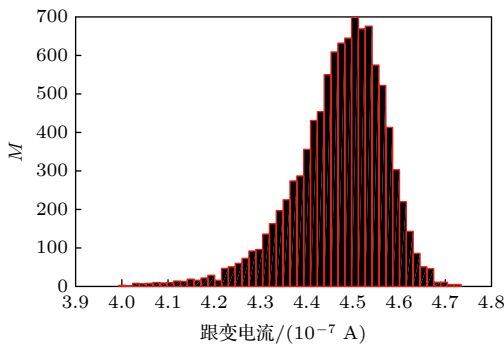


图 6 约瑟夫森结跳变电流及其次数统计

Fig. 6. Josephson junction jump currents and their statistical distributions.

而是逐渐增大. 因此, 可以预计所测量结的临界电流应该大于  $4.8 \times 10^{-7}$  A.

### 3.3 约瑟夫森结物理参数的推算

首先, 根据测量得到的跳变电流统计分布特性, 来推算结的临界电流  $I_c$  和结电容  $C$ . 对实验测得的结跳变电流的分布做归一化处理, 得到图 7 中的点状线跳变电流的统计分布. 利用跳变电流的统计分布公式 (5) 式, 通过调整约瑟夫森结临界电流  $I_c$  和电容  $C$  的预定值, 得到如图 7 所示的实验测量数据拟合. 在拟合实验数据时, 理论模型的参数设定为  $I_c = 5.56 \times 10^{-7}$  A,  $C = 23.3$  fF. 由于跳变电流统计分布理论模型中对结电阻的取值很不敏感, 因此在理论拟合中暂时取其室温测量值  $R = 598 \Omega$ .

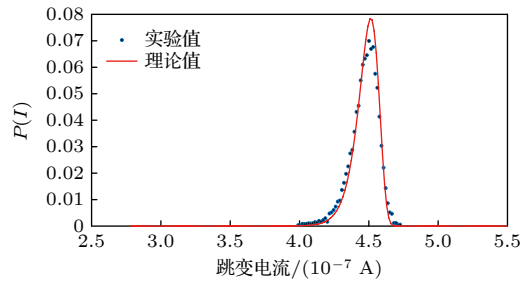


图 7 结跳变电流的归一化统计分布: 理论拟合 (红实线) 与实验数据 (点状线)

Fig. 7. Statistical distributions of the junction jump currents: theoretical simulations (red solid line), and measurement data (dot line).

为证实理论拟合中预定的参数是最优的, 具体分析了临近参数值对实验数据拟合的偏差程度, 如表 1 所列. 综合表 1 的数据可见, 图 7 中实验数据的理论拟合是最优的, 因此所测量约瑟夫森结的临界电流可推算为  $I_c = 5.56 \times 10^{-7}$  A, 结电容可估计为  $C = 23.3$  fF.

表 1 不同参数取值对实验数据拟合的偏差度分析  
Table 1. Deviations from the data simulated by using the different theoretical parameters.

$I_c/(10^{-7} \text{ A})$	$C/\text{fF}$	峰值位置 偏差(误差/ 实验值)	峰值高度 偏差(误差/ 实验值)	半高宽偏差 (误差/实验值)
5.56	23.3	0.06%	9.75%	3.52%
5.57	23.3	0.27%	9.75%	3.52%
5.55	23.3	0.15%	9.75%	3.52%
5.56	23.4	0.17%	9.74%	3.53%
5.56	23.2	0.31%	9.76%	3.52%

下面推算结的阻尼参数值和电阻值. 由于约瑟夫森结的跳变电流分布的理论模型对电阻的变化很不敏感, 所以上拟合时所取的室温结电阻测量值与极低温工作环境下的结电阻的实际数值有所偏离. 为此, 采用与归一化 RCSJ 方程 (9) 的数值解进行拟合的方法, 数值求解采用四阶龙格库塔算法. 先实现约瑟夫森结阻尼参数  $\beta_c$  的推算, 进而计算出极低温工作时结电阻  $R$  的取值. 为此, 将实验测得的结  $I-V$  曲线 (图 4) 中的  $I$  变量值除以  $I_c$ 、电压变量除以  $\hbar\omega_c/(2e)$  得到图 8 中黑色点状线所示的等效  $I-V$  曲线; 进而, 对非超导态工作区的结  $I-V$  特征曲线进行线性拟合, 其均方根误差 RMSE (root mean squared error) 为 0.197. 得到如图 8 中红实线所示的拟合直线. 由此, 可提取方程 (10) 中的斜率参数为  $K = 0.295$ .

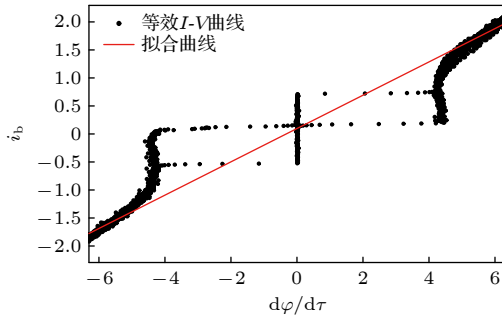


图 8 约瑟夫森结的等效  $I-V$  曲线

Fig. 8. Effective  $I-V$  curve of the measured Josephson junction.

接下来, 在非超导态区域 (即取  $i_b > 1$ ) 对方程 (9) 采用四阶龙格库塔算法进行数值求解, 得出阻尼参数  $\beta_c$  和斜率参数  $K$  的数值解, 并进行拟合. 图 9 中, 点状线表示由方程 (9) 数值解所得的阻尼参数  $\beta_c$  和斜率参数  $K$  的对应关系, 红实线是利用以下公式对点状线变化规律的拟合:

$$K = 0.9679 \times \beta_c^{-0.4721}, \quad (11)$$

均方根 RMSE 为 0.006. 因此, 根据以上对所测试约瑟夫森结的  $K$  参数推算值  $K = 0.295$ , 再根据 (11) 式便可推算出该约瑟夫森结的阻尼系数为  $\beta_c = 12.3$ , 由此说明所制备的约瑟夫森结是一个过阻尼结, 进而可推算极低温工作环境下结的正常态电阻值为  $R = 558.99 \Omega$ .

至此完成了对所制备的约瑟夫森结样品的物理参数推算. 为了检验根据低频电流偏置下进行实验测量所推算的约瑟夫森结物理参数的准确度, 将根据实验推算所得到的参数代入计算得到  $I_c R =$

$5.56 \times 10^{-7} \times 558.99 = 3.108 \times 10^{-4} \text{ A} \cdot \Omega$ , 与由著名的 Ambgaokar-Baratoff 公式 [20]

$$I_c R = \frac{\pi}{2e} \Delta \tanh\left(\frac{\Delta}{2k_B T}\right) \quad (12)$$

在  $T = 50 \text{ mK}$  工作温度下代入 Al 的超导能隙值  $\Delta = 2.906 \times 10^{-23} \text{ J}$  计算所得到的值  $I_c^{\text{AB}} R_n = 2.849 \times 10^{-4} \text{ A} \cdot \Omega$  进行比较, 两者相差 9.10%. 需要说明的是, 由于实验测量是在远离超导转变温区进行的, 所以这里超导 Al 膜超导能隙  $\Delta$  可看成是不随温度变化的常数. 其中存在误差的主要原因是约瑟夫森结跳变电流的测量误差, 在与理论模型拟合时对临界电流和电容的推算误差导致了后续推算结果与超导能隙理论存在一定误差. 因此, 通过跳变电流分布实验测量所推算得到的  $I_c, R$  基本符合 Ambgaokar-Baratoff 公式, 这说明通过测量低频电流偏置下跳变电流的统计分布响应, 来实现约瑟夫森结物理参数推算的方法是可行的.

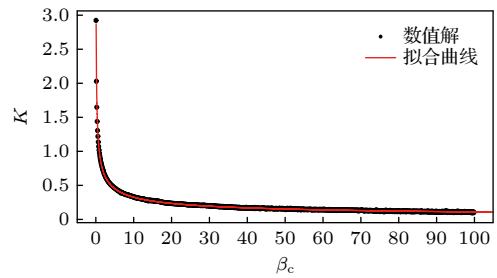


图 9 斜率  $K$  随阻尼参数变化  $\beta_c$  关系

Fig. 9. Relationship between the parameters  $\beta_c$  and  $K$ .

## 4 结 论

约瑟夫森结作为超导量子计算芯片和微波单光子探测芯片的核心器件, 其物理参数很难直接测定但对器件的按需设计和制备却极其重要. 不同于通常的高频微波激励响应测量, 本文提出了一种基于低频电流偏置下跳变电流分布测量和  $I-V$  特性曲线的测量, 结合结 RCSJ 模型和跳变电流统计分布的理论模型, 实现了约瑟夫森结物理参数——结的临界电流  $I_c$ 、结电容  $C$ 、结电阻  $R$  以及结阻尼参数  $\beta_c$  的推算方法. 这些根据实验数据推算出来的参数, 基本符合著名的 Ambgaokar-Baratoff 公式, 所以该实验推算方法是可行的. 本文所提出的方法, 与测量微波驱动下约瑟夫森结跳变电流统计分布的方案相比, 在实验上更加简便; 与采用回滞电流

与临界电流比值相比, 不受  $I-V$  特性曲线原点上上下涨落的影响, 具有独有的优势.

当然, 本文所实现的基于跳变电流分布实验测量的约瑟夫森结物理参数推算, 其精度有待于进一步提高. 首先, 跳变电流测量的样本数可以更多, 从而减少统计误差; 其次, 根据电压信号的跳变记录到的跳变电流, 通过精密地控制信号同步使其测量精度还有很大的提升空间, 等等. 不过, 受限于数值拟合的理论公式大多数也只是某种近似处理下的结果, 通过基于近似理论模型来拟合实验测量数据从中提取结的物理参数值, 本身也是影响参数推算的准确度. 所以, 约瑟夫森结的物理参数值还需要在器件后续应用 (比如超导量子计算和微波单光子探测等) 的研究中, 应用其他方法 (如器件的能谱测量等) 来进行进一步的测定. 本文的工作只是提供了可应用于约瑟夫森结器件设计和制备中, 如何实现物理参数实验推算的简单而有效方法, 为按需设计约瑟夫森结器件参数和设置器件制备工艺参数提供参考.

## 参考文献

- [1] Barends R, Kelly J, Megrant A, Veitia A, Sank D, Jeffrey E, White T C, Mutus J, Fowler A G, Campbell B, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Neill C, Malley P O, Roushan P, Vainsencher A, Wenner J, Korotkov A N, Cleland A N, Martinis J M 2014 *Nature* **508** 500
- [2] Li C G, Wang J, Wu Y, Wang X, Sun L, Dong H, Gao B, Li H, You L X, Lin Z R, Ren H, Li J, Zhang W, He Q, Wang Y W, Wei L F, Sun H C, Wang H B, Li J J, Qu J F 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 018501 (in Chinese) [李春光, 王佳, 吴云, 王旭, 孙亮, 董慧, 高波, 李浩, 尤立星, 林志荣, 任浩, 李婧, 张文, 贺青, 王轶文, 韦联福, 孙汉聪, 王华兵, 李劲劲, 屈继峰 2021 物理学报 **70** 018501]
- [3] Arute F, Arya K, Babbush R, Bacon D, Bardin J, Barends R, Biswas R, Boixo S, Brandao F, Buell D, Burkett B, Chen Y, Chen Z J, Chiaro B, Collins R, Courtney W, Dunsworth A, Farhi E, Foxen B, Fowler A, Gidney C, Giustina M, Graff B, Guerin K, Habegger S, Harrigan M, Hartmann M, Ho A, Hoffmann M, Huang T, Humble T, Isakov S, Jeffrey E, Zhang J, Kafri D, Kechedzhi K, Kelly J, Klimov P, Knysh S, Korotkov A, Kostritsa F, Landhuis D, Lindmark M, Lucero E, Lyakh D, Mandrà S, McClean J, McEwen M, Megrant A, Mi X, Michielsen K, Mohseni M, Mutus J, Naaman O, Neeley M, Neill C, Niu M Y, Ostby E, Petukhov A, Platt J, Quintana C, Rieffel E, Roushan P, Rubin N, Sank D, Satzinger K, Smelyanskiy V, Sung K, Trevithick M, Vainsencher A, Villalonga B, Yao T J, Yeh P, Zalcman A, Neven H, Martinis J 2019 *Nature* **574** 505
- [4] Zhong H S, Wang H, Deng Y H, Chen M C, Peng L C, Luo Y H, Qin J, Wu D, Ding X, Hu Y, Hu P, Yang X Y, Zhang W J, Li H, Li Y X, Jiang X, Gan L, Yang G W, You L X, Wang Z, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2020 *Science* **370** 1460
- [5] Sathyamoorthy S R, Stace T M, Johansson G 2016 *C. R. Phys.* **17** 756
- [6] Chen Y F, Hover D, Sendelbach S, Maurer L, Merkel S T, Pritchett E J, Wilhelm F K, McDermott R 2011 *Phys. Rev. Lett.* **370** 1460
- [7] Zhang Y H, Li Y Z 2009 *Superconductor Physics* (Vol. 3) (Hefei: China University of science and Technology Press) pp342–484 (in Chinese) [张裕恒, 李玉芝 2009 超导物理 (卷3) (合肥: 中国科学技术大学出版社) 第342—484页]
- [8] Zheng D L 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 018502 (in Chinese) [郑东宁 2021 物理学报 **70** 018502]
- [9] Clarke J, Wilhelm F K 2008 *Nature* **453** 1031
- [10] Sun G Z, Wang Y W, Cao J Y, Chen J, Ji Z M, Kang L, Xu W W, Yu Y, Han S Y, Wu P H 2008 *Phys. Rev. B* **77** 104531
- [11] Stewart W C 1968 *Appl. Phys. Lett.* **12** 277
- [12] Makhlin Y, Sch?n G, Shnirman A 2001 *Rev. Mod. Phys.* **73** 357
- [13] Stoutimore M J A, Rossolenko A N, Bolginov V V, Oboznov V A, Rusanov A Y, Baranov D S, Pugach N, Frolov S M, Ryazanov V V, Van Harlingen D J 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 17
- [14] Cui D J, Lin D H, Yu H F, Peng Z H, Zhu X B, Zheng D N, Jing X N, Lu L, Zhao S P 2008 *Acta Phys. Sin.* **09** 5933 (in Chinese) [崔大健, 林德华, 于海峰, 彭智慧, 朱晓波, 郑东宁, 景秀年, 吕力, 赵士平 2008 物理学报 **09** 5933]
- [15] Kramers H A 1940 *Physica* **7** 284
- [16] Caldeira A O, Leggett A J 1981 *Phys. Rev. Lett.* **46** 211
- [17] Trees B R, Saranathan V, Stroud D 2005 *Phys. Rev. E* **71** 016215
- [18] Chen W 2019 *Ph. D. Dissertation* (Nanjing: Nanjing University) (in Chinese) [陈伟 2019 博士学位论文 (南京: 南京大学)]
- [19] Cao J Y, Sun G Z, Wang Y W, Chen J, Wu P H 2007 *Chin. J. Low Temp.* 2007 **03** 196 (in Chinese) [曹俊宇, 孙国柱, 王轶文, 陈健, 吴培亨 2007 低温物理学报 **03** 196]
- [20] Ambegaokar V, Baratoff A 1963 *Phys. Rev. Lett.* **10** 486

# Experimentally estimating of physical parameters of the fabricated superconducting Josephson junctions<sup>\*</sup>

Han Jin-Ge<sup>1) #</sup>   Ouyang Peng-Hui<sup>1) #</sup>   Li En-Ping<sup>1)</sup>  
 Wang Yi-Wen<sup>2)</sup>   Wei Lian-Fu<sup>1) 3) †</sup>

1) (*School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

2) (*School of Physics Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

3) (*School of Science, Donghua University, Shanghai 201620, China*)

( Received 2 March 2021; revised manuscript received 23 April 2021 )

## Abstract

Superconducting Josephson junctions are the key devices for superconducting quantum computation and microwave single photon detection. It is important to fabricate the Josephson junctions with designable parameters. Different from the typical methods to calibrate the parameters of the Josephson junctions, e.g., by using the microwave drivings and measuring the ratio of hysteresis current to critical one, in this paper we achieve the calibrations with the low frequency current biases. First, we measure the  $I$ - $V$  characteristic curves of the fabricated Al/AIO<sub>x</sub>/Al junctions. Second, we measure the statistical distributions of the jump currents of the Josephson junction samples driven by the low frequency (@71.3 Hz) biased currents at an extremely low temperature of 50 mK. These two sets of experimental data are utilized to estimate the typical parameters of the Josephson junction, i.e., junction capacitance, critical current, and the damping coefficient, which are difficult to be directly measured in the usual experiments. The critical current and capacitance of the Josephson junction are estimated by fitting the statistical distribution of the measured jump currents with the relevant theoretical model of the "particle" escape from the potential driven by the thermal excitations and quantum tunnelings. With the calibrated critical current of the junction, the relation between  $I/I_c$  and  $d\varphi/d\tau$ ,  $\tau = \omega_c t$  (with  $\omega_c$  being the plasmon frequency) is obtained from the measured  $I$ - $V$  curve. Using the standard resistively capacitance shunted junction model to fit such a relation, the damping coefficient of the junction can be estimated. With the estimated critical current, capacitance, and damping coefficient, the resistance  $R_n$  of the junction at the working temperature is calibrated consequently. It is shown that our estimated results are in good agreement with that predicted by the famous Ambgaokar-Baratoff formula. Physically, the method demonstrated here possesses two advantages. First, it is relatively insensitive to the noise during the measurement of the junction's  $I$ - $V$  characteristic curve, compared with the usual method to calibrate damping coefficient by measuring the ratio of hysteresis current to critical current. Second, only the low frequency driving is required to measure the jump current of the junction for estimating the damping coefficient. The microwave driving is not necessary. Hopefully, the present work is useful for the on-demand designs of the Josephson junctions for various applications.

**Keywords:** Josephson junction, resistively capacitance shunted junction model, jump current, parameter estimation

**PACS:** 03.75.Lm, 06.20.Dk, 06.20.fb

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210393

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11974290, 61871333).

<sup>#</sup> These authors contributed equally.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [lfwei@dhu.edu.cn](mailto:lfwei@dhu.edu.cn)