



## 超声场中单气泡的平移和非球形振动

吴学由 梁金福

### Translation and nonspherical oscillation of single bubble in ultrasound field

Wu Xue-You Liang Jin-Fu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 184301 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210513

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210513>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

声场中空化气泡的耦合振动及形状不稳定性的研究

Coupled oscillation and shape instability of bubbles in acoustic field

物理学报. 2018, 67(3): 034301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171573>

非球形效应对强声场中次Bjerknes力的影响

Influence of nonspherical effects on the secondary Bjerknes force in a strong acoustic field

物理学报. 2017, 66(1): 014302 <https://doi.org/10.7498/aps.66.014302>

超声场中空化泡对弹性粒子微流的影响

Effect of micro-bubble in ultrasonic field on microstreaming of elastic particle

物理学报. 2019, 68(24): 244301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191253>

声场中球形空化云中气泡的耦合谐振

Coupled resonance of bubbles in spherical cavitation clouds

物理学报. 2019, 68(13): 134301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190360>

超声在液体中的非线性传播及反常衰减

Nonlinear propagation and anomalous absorption of ultrasound in liquid

物理学报. 2020, 69(13): 134301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200425>

弹性介质包围的球形液体腔中气泡和粒子的相互作用

Interaction between bubble and particle in spherical liquid cavity surround by an elastic medium

物理学报. 2020, 69(23): 234301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200764>

# 超声场中单气泡的平移和非球形振动\*

吴学由 梁金福†

(贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550025)

(2021年3月16日收到; 2021年5月1日收到修改稿)

基于摄动理论和广义伯努利方程, 推导出单气泡在超声场中径向振动方程、平移方程和气泡形变方程. 数值计算这3个方程, 可以得到气泡半径、气泡中心的位移和气泡形变随时间的演化图. 计算结果表明: 当气泡初始半径和驱动声压不变时, 气泡中心初始平移速度增大, 气泡径向振动几乎不变, 但气泡中心位移和形变量增大, 气泡非球形振动愈加明显. 当初始平移速度比较小时, 气泡的  $R_0-p_a$  相图中, 不稳定区域仅集中在高驱动声压区域. 随着气泡中心初始平移速度不断增大, 半径和驱动声压均较小的区域开始呈现不稳定性, 且整体不稳定空间范围逐渐增大. 另外, 气泡在声驻波场中不同位置呈现出不同的振动特征. 离波腹点越近的气泡, 其径向振动幅度越大, 但气泡的平移和形变量变化很小,  $R_0-p_a$  相图中不稳定性区域平面分数之间的误差小于4%.

**关键词:** 空化泡, 平移, 非球形振动, 非稳定性

**PACS:** 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210513

## 1 引言

当强超声通过液体时, 液体中微小气泡(即空化核)会成长为肉眼可见的、微米量级的气泡, 这种现象称为声空化<sup>[1]</sup>. 形成的气泡叫做空化泡. 空化泡在声场的作用下, 其径向运动表现出先缓慢膨胀, 然后急剧塌缩, 最后反弹的周期性脉动现象. 空化泡塌缩至最小半径前后, 其内部会产生极端的高温高压, 气泡内部物质可能发生电离, 导致光辐射, 这种现象称为声致发光<sup>[2]</sup>. 空化泡内部的高温高压已被应用到超声清洗<sup>[3]</sup>、纳米材料制备<sup>[4]</sup>和催化化学反应<sup>[5]</sup>等领域.

声致发光是空化泡急剧运动导致的结果, 空化泡动力学一直以来是声空化和声致发光研究的课题之一. 早在1917年, Rayleigh<sup>[6]</sup>就建立了著名的球形空化泡动力学模型. 1954年, Plesset<sup>[7]</sup>从流体

力学基本方程组出发, 研究了单个球形空化泡的形状不稳定性. 1980年, Keller和Miksis<sup>[8]</sup>建立了压缩液体中空化泡的动力学模型. 1996年, Hilgenfeldt等<sup>[9]</sup>从扩散平衡不稳定性方面系统地研究了单个空化泡的非稳定性. 2005年, An等<sup>[10]</sup>考虑了非球形声压对单泡声致发光气泡不稳定性的影响, 计算了气泡的不稳定性相图. 2013年, Zhang和An<sup>[11]</sup>研究了空化泡链中气泡的不稳定性, 具体分析了气泡的形状不稳定性、扩散平衡不稳定性以及位移不稳定性. 2012年, Liang等<sup>[12]</sup>研究了两个气泡在球形声场非球形振动; 2017年, 他们研究了两个气泡在非球形声场中的动力学行为<sup>[13]</sup>. 在这些研究中, 气泡均被假定在一个固定的位置.

但实验观测结果表明, 气泡在超声驱动下的运动是非常复杂的. 1998年, Madrazo等<sup>[14]</sup>观测到单气泡在超声场中的非球形脉动. 1999年, Barbat等<sup>[15]</sup>观察到两个气泡在声场中周期性平移运动.

\* 国家自然科学基金(批准号: 11864007, 11564006)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [jfliang@gznu.edu.cn](mailto:jfliang@gznu.edu.cn)

2007年, Flannigan和Suslick<sup>[16]</sup>观测到硫酸溶液中单个快速平移气泡的声致发光光谱. 2012年, Cui等<sup>[17]</sup>观察到含不同酒精量水溶液中单个空化泡平移、抖动行为. 2019年, Wu等<sup>[18]</sup>研究了强超声场中多气泡环境下单个气泡的振动和平移. 2021年, Wu等<sup>[19]</sup>用高速相机观测到空化泡在油-水界面处的动力学行为. 这些工作说明气泡在超声场中的动力学行为包含了气泡的径向脉动、气泡的平移和气泡表面的形变. 为了研究气泡脉动、平移和形变的动力学机制, 一些学者做了很多有价值的工作. 2001年, Doinikov<sup>[20]</sup>运用拉格朗日理论体系研究了两个空化泡在超声场中径向脉动和平移运动; 2002年, Doinikov<sup>[21]</sup>研究了平面驻波声场中单个空化泡平移运动和径向振动. 2015年, 沈壮志<sup>[22]</sup>研究了声驻波场中空化泡在不同位置处的动力学特性. 2018年, 马艳等<sup>[23]</sup>基于拉格朗日方程得到两个空化气泡的动力学方程, 分析了两个气泡的耦合振动及其形状的不稳定性. 2020年, Zhang等<sup>[24]</sup>详细研究了两个气泡在声场中的平移动力学机制. 这些工作只考虑了气泡的径向脉动和平移或气泡的径向脉动和形变两种情况, 没有把气泡的径向脉动、平移和形变进行耦合. 1995年, Feng和Leal<sup>[25]</sup>首次建立了单个气泡在超声场的径向脉动、气泡平移以及气泡形变的动力学耦合模型. 2002年, Reddy和Szeri<sup>[26]</sup>研究了单个气泡的径向脉动、气泡平移随时间的演化关系. 2004年, Doinikov等<sup>[27]</sup>研究了单个气泡在声驻波场中径向脉动、气泡平移和形变三者的非线性耦合运动. 2009年, Mettin和Doinikov<sup>[28]</sup>研究了单个气泡在高频声场中不同位置的稳定性特征. 但气泡径向脉动、平移和形变之间的相互作用以及声场分布对气泡稳定性的影响还不十分清楚. 本文建立了单个气泡径向脉动、平移和形变相互耦合的动力学模型, 数值计算这3个方程, 得到了气泡初始平移速度和驻波声场分布分别对气泡的脉动、平移、形变、非球形振动和稳定性的影响.

## 2 含脉动、平移和形变的气泡动力学模型

考虑不可压缩液体中的1个气泡, 且液体流动是无旋的. 以气泡中心为球坐标原点, 如图1所示. 气泡在超声波驱动和液体黏滞力作用下, 可能会

沿  $x$  方向平动. 根据势流理论, 液体中气泡附近的速度势 ( $\phi$ ) 满足拉普拉斯方程  $\nabla^2 \phi = 0$ , 则液体中单个空化泡附近的速度势可以假定为<sup>[12,20]</sup>

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{A_n}{r^{n+1}} P_n(\cos\theta), \quad (1)$$

气泡表面的方程可以表述为

$$F(r, \theta, \phi, t) = r - S(\theta, \phi, t) = 0, \quad (2)$$

如果气泡的形状在  $Z$  轴方向是旋转对称的, 则气泡表面函数可以近似表示为

$$S(\theta, t) \approx R + \epsilon a_2 P_2(\mu), \quad (3)$$

其中,  $R$  表示气泡振动的球形半径;  $a_2$  表示气泡非球形振动部分的振幅;  $\epsilon$  是摄动参数, 其值设定小于1, 保证  $a_2$  小于  $R$ . 为了简化, 这里只取第2阶勒让德函数 ( $P_2(\mu)$ ) 描述气泡的形变,  $\mu = \cos\theta$ .

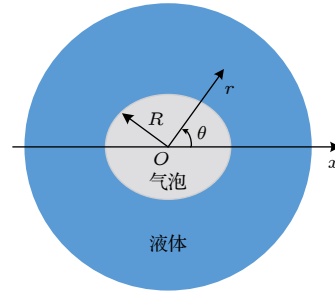


图1 含有气泡脉动、平移和形变的几何图形

Fig. 1. Geometry for single bubble with pulsation, translation and shape perturbation.

根据方程 (1)—(3), 气泡附近总的速度势近似为

$$\phi \approx \frac{A_0}{r} P_0(\mu) + \frac{A_1}{r^2} P_1(\mu) + \epsilon \frac{A_2}{r^3} P_2(\mu), \quad (4)$$

考虑气泡的径向脉动、平移和形变, 气泡表面的法向速度近似满足方程

$$\frac{\partial F}{\partial t} - \dot{x} \cos\theta + (\nabla \phi) \cdot \mathbf{e}_r \frac{\partial F}{\partial r} = 0, \quad (5)$$

其中,  $F \equiv F(r, \theta, t)$ ,  $\mathbf{e}_r$  是速度法向方向单位矢量,  $\nabla$  表示沿  $\mathbf{r}$  方向的梯度,  $\dot{x}$  表示  $x$  对时间的一阶导数. 把方程 (2)—(4) 代入方程 (5), 然后对方程 (5) 进行  $\epsilon$  泰勒级数展开, 可以得到

$$\epsilon^0 : \left( \frac{A_0}{R^2} + \dot{R} \right) P_0 + \left( \frac{2A_1}{R^3} + \dot{x} \right) P_1 = 0, \quad (6)$$

$$\epsilon^1 : \left( -\dot{a}_2 - \frac{3A_2 + 6A_1 a_2 P_1}{R^4} + \frac{2A_0 a_2}{R^3} \right) P_2 = 0, \quad (7)$$

其中  $P_0 \equiv P_0(\mu)$ ,  $P_1 \equiv P_1(\mu)$ ,  $P_2 \equiv P_2(\mu)$ ,  $\dot{R}$  表示  $R$

对时间的一阶导数. 根据勒让德函数的正交性<sup>[29]</sup>, 由方程 (6) 和方程 (7) 解得:

$$A_0 = -R^2 \dot{R}, \quad (8)$$

$$A_1 = -\frac{1}{2}R^3 \dot{x}, \quad (9)$$

$$A_2 = -\frac{1}{3}R^3(R\dot{a}_2 + 2a_2\dot{R} + 3a_2\dot{x}P_1). \quad (10)$$

在不可压缩的液体中, 如果流体是无旋的, 则液体中 1 个平动气泡周围的速度势满足广义伯努利方程<sup>[30]</sup>:

$$p - p_\infty = -\rho \left[ \frac{\partial \phi}{\partial t} - \dot{x} \cdot \nabla \phi + \frac{1}{2}(|\nabla \phi|^2) \right], \quad (11)$$

其中,  $\rho$  是液体密度,  $p$  和  $p_\infty$  分别表示液体中  $r$  处和无穷远处的压强. 把方程 (4) 和方程 (8)–(10) 代入方程 (11), 然后对方程 (11) 进行  $\epsilon$  泰勒级数展开, 利用勒让德多项式的性质<sup>[29]</sup>, 可以得到

$$\epsilon^0: R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 - \frac{\dot{x}}{4} = \frac{p - p_\infty}{\rho}, \quad (12)$$

$$\frac{3}{2}\dot{R}\dot{x} + \frac{1}{2}R\ddot{x} = 0, \quad (13)$$

$$\epsilon^1: \dot{a}_2\dot{R} - \frac{a_2\dot{x}^2}{14R} + \frac{1}{3}R\ddot{a} - \frac{1}{3}a_2\ddot{R} = 0, \quad (14)$$

其中,  $\ddot{R}$ ,  $\ddot{x}$  分别表示  $R$ ,  $x$  对时间的二阶导数.  $p = p(r)$  的表达式为<sup>[12]</sup>

$$p(r) = p_g - p_d - \frac{2\sigma}{R} - \frac{4\eta\dot{R}}{R} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt}(p_g - p_d), \quad (15)$$

$$p_g = \left( p_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left( \frac{R_0^3 - h^3}{R^3 - h^3} \right)^\gamma, \quad (16)$$

$$p_d = -p_a \sin(\omega t), \quad \omega = 2\pi f, \quad (17)$$

其中,  $\sigma$  是气泡的表面张力,  $p_0$  是气泡内初始压强,  $\eta$  表示液体的黏度系数,  $R_0$  表示气泡初始半径,  $h$  表示范德瓦耳斯排斥半径,  $h = 8.5/R_0$ ,  $\gamma$  表示气体的绝热指数,  $p_a$  和  $f$  分别表示驱动声压幅度和超声频率. 从方程 (12)–(14) 能明显看出, 若不考虑气泡的平移, 方程 (12) 就退化为著名的单气泡动力学 Rayleigh-Plesset (RP) 方程<sup>[6,31]</sup>, 方程 (14) 也退化为文献 [32] 中的单气泡形变方程.

值得注意的是, 在推导方程 (12)–(14) 的过程中, 因在假定速度势时,  $\epsilon^0$  项只考虑了气泡的径向振动和翻译, 所以只选取了  $\epsilon^0$  中的  $P_0$  和  $P_1$  项, 分别用来描述气泡的径向振动和翻译, 省略  $P_2$  项. 同理, 对于含有  $\epsilon^1$  的式子, 类比速度势中的微扰项, 只取

$\epsilon^1$  中的  $P_2$  项来描述气泡的形变, 省略  $P_0$ ,  $P_1$ ,  $P_3$  和  $P_4$  项.

### 3 数值模拟结果和讨论

为了分析单个气泡在液体超声场中的脉动、平移和形变等动力学特性, 采用龙格-库塔法数值计算方程 (12)–(14). 初始条件为  $t = 0$  时,  $R = R_0$ ,  $dR/dt = 0$ ,  $x = 0$ ,  $dx/dt = v_{x0}$ ,  $a_2 = 1 \times 10^{-10}$  m,  $da_2/dt = 0$ . 本文使用的物理量参数见表 1.

表 1 数值计算中使用的物理量参数

Table 1. Physical parameters used in the numerical calculation.

物理量	单位	数值
液体密度 $\rho$	kg/m <sup>3</sup>	1000
液体中声速 $c$	m/s	1481
液体表面张力系数 $\sigma$	N/m	0.072
液体粘度系数 $\eta$	Pa·s	0.001
超声频率 $f$	Hz	$2.5 \times 10^4$
气泡内初始压强 $p_0$	Pa	$1.013 \times 10^5$
环境压强 $p_\infty$	Pa	$1.013 \times 10^5$
绝热指数 $\gamma$		1.4

#### 3.1 初始平移速度对气泡的脉动、平移位移和形变的影响

为了研究初始平移速度对气泡的脉动、平移和形变的影响, 联合方程 (12)–(17), 分别计算模拟气泡在不同初始平移速度 ( $v_{x0} = 0, 0.1, 1, 3, 5$  m/s) 下, 其半径、中心平移位移和形变随时间的演化图像, 结果如图 2 所示. 可以看出, 随着初始

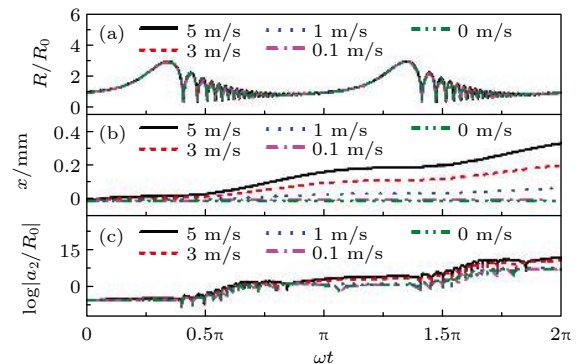


图 2 不同初始平移速度  $v_{x0}$  下, (a) 气泡径向半径、(b) 气泡中心平移以及 (c) 气泡表面形变随时间的演化.  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa

Fig. 2. Evolutions of (a) radius, (b) translation and (c) deformation with time for a cavitation bubble with different initial translational velocity ( $v_{x0}$ ), respectively.  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa.

平移速度的增加, 即从 0 增加到 5 m/s 时, 气泡半径的大小及其周期性演化几乎没有变化, 但位移和形变的大小不断增大, 形变的增大最终导致气泡的破裂.

### 3.2 初始平移速度对气泡非球形振动的影响

为了模拟气泡的非球形振动, 把气泡的形状近似看成 1 个轴对称的椭球. 椭球两个轴的伸长范围由  $L = a_2/R$  决定, 第 3 个轴看成是恒定对称的. 当  $L = 0$  时, 气泡的形状是完全球形的. 当  $0 < L < 1$  时, 气泡变成 1 个椭球. 当  $L \geq 1$  时, 气泡被认为破裂. 考虑椭球的对称性 (即气泡在每个时刻都被看成是对称的椭球), 应用文献 [13, 33, 34] 中方法, 把气泡投影到  $XY$  平面, 可以得到气泡振动时的形状. 图 3(a)—(d) 分别表示气泡中心初始平移速度  $v_{x0}$  分别等于 0, 1, 3 和 5 m/s 时, 气泡在不同时刻的振动形状. 图中  $t = 0$  表示气泡初始时刻的形状,  $t = 13.42 \mu\text{s}$  表示气泡膨胀到最大半径时刻的形状,  $t = 18.61 \mu\text{s}$  表示气泡坍塌到最小半径时刻的形状. 当  $v_{x0}$  分别等于 0, 1, 3 和 5 m/s 时, 在  $t$  等于 58.04, 56.11, 31.76 和 24.76  $\mu\text{s}$  (1 个声周期 40  $\mu\text{s}$ )

时, 气泡形状严重变形, 容易破灭. 这说明气泡初始平移速度越大, 气泡存活的时间越短.

### 3.3 初始平移速度对气泡非稳定性的影响

气泡在超声场中的非稳定性空间范围是表征气泡动力学的重要指标之一. 本文采用 Rayleigh-Taylor (RT) 判据  $|a_2/R| \geq 1$  来确定气泡的不稳定性空间 [9]. RT 判据是指随着气泡的周期性振动, 其形变量  $a_2$  可能会不断增大. 当  $a_2$  大于气泡球形半径  $R$  时, 气泡就会破灭. 根据该判据, 计算得到 4 种不同初始平移速度的  $R_0$ - $p_a$  相图, 如图 4 所示. 图中蓝色部分表示不稳定性区域, 灰色部分表示固定不变区域.  $S_a$  表示不稳定性区域的面积百分数, 其值等于蓝色区域面积与灰色区域面积 (恒定) 的百分比.

从图 4(a)—(d) 可以看出, 当  $v_{x0}$  较小时 (图 4(a) 和图 4(b)), 不稳定区域仅集中在高驱动声压区域 ( $p_a \geq 0.9 \times 10^5 \text{ Pa}$ ); 随着  $v_{x0}$  的不断增大 (图 4(c) 和图 4(d)), 初始半径和驱动声压均在较小的区域开始呈现不稳定性, 整体的不稳定性空间范围逐渐增大.

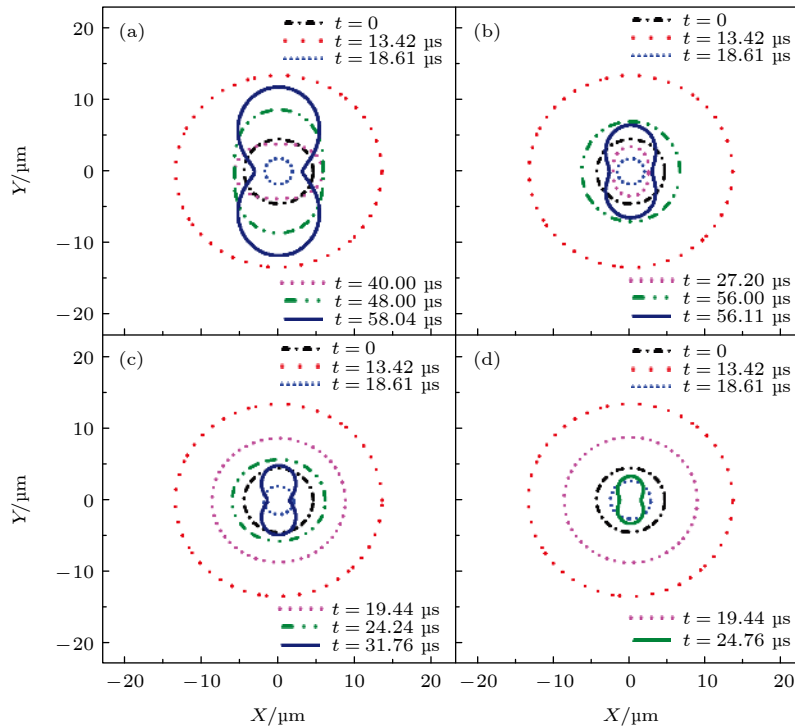


图 3 不同初始平移速度条件下, 不同时刻气泡振动的形状 (a)  $v_{x0} = 0$ ; (b)  $v_{x0} = 1 \text{ m/s}$ ; (c)  $v_{x0} = 3 \text{ m/s}$ ; (d)  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ . 其中  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$

Fig. 3. Simulations of shapes of a gas bubble's oscillation at different times under different initial translational velocity: (a)  $v_{x0} = 0$ ; (b)  $v_{x0} = 1 \text{ m/s}$ ; (c)  $v_{x0} = 3 \text{ m/s}$ ; (d)  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ .  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$ .

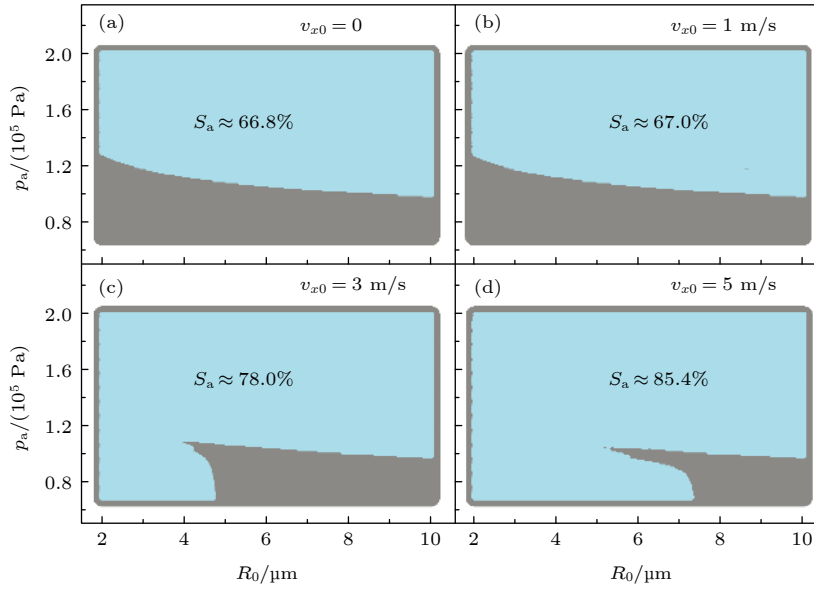


图 4 不同初始平移速度下, 气泡的  $R_0$ - $p_a$  相图 (a)  $v_{x0} = 0$ ; (b)  $v_{x0} = 1$  m/s; (c)  $v_{x0} = 3$  m/s; (d)  $v_{x0} = 5$  m/s.  $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa,  $R_0 = 4.5$   $\mu\text{m}$

Fig. 4.  $R_0$ - $p_a$  phase diagram of a gas bubble under different initial translational velocity: (a)  $v_{x0} = 0$ ; (b)  $v_{x0} = 1$  m/s; (c)  $v_{x0} = 3$  m/s; (d)  $v_{x0} = 5$  m/s.  $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa,  $R_0 = 4.5$   $\mu\text{m}$ .

### 3.4 声驻波场中不同位置处气泡的非球形振动和非稳定性

为研究声场分布对单气泡的径向振动、平移、形变、非球形振动和稳定性的影响, 计算模拟气泡在声驻波场中不同位置处的动力学行为. 声驻波场可以表示为  $p_d = -p_a \sin(\omega t) \cos(kd)$ . 这里的  $k$  表示声波的波数,  $k = 1/\lambda = f/c$ ,  $d$  表示气泡到波腹点的距离,  $\lambda$  表示声波波长.

图 5 给出波腹点不同位置处, 气泡的半径、平移位移和形变随时间的演化图像. 从图 5 可以看

出, 当  $d$  从 0 变化到  $\lambda/2$  时, 气泡振动过程中径向部分的最大半径压缩比  $R/R_0$  从 2.5 减小到 1.5, 如图 5(a) 所示, 这说明气泡在波腹处的振动比较剧烈. 气泡中心的位移和气泡形变变化较小 (如图 5(b) 和图 5(c)).

图 6 是对应  $d$  在 0,  $\lambda/5$ ,  $\lambda/4$  和  $\lambda/2$  处, 气泡的非球形振动图像.  $t = 0$  是初始时刻的图像.  $t = 10.63$   $\mu\text{s}$  是气泡膨胀到最大半径时的图像.  $t = 23.60$   $\mu\text{s}$  是气泡坍塌到最小半径时的图像.  $t = 24.02, 24.60, 34.60$   $\mu\text{s}$  是气泡反弹阶段的图像. 从

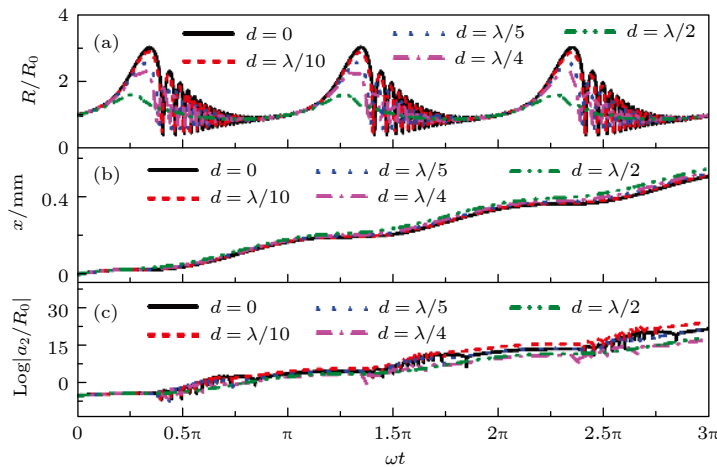


图 5 不同位置处, 气泡半径、平移位移和形变随时间的演化图像 ( $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa,  $R_0 = 4.5$   $\mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5$  m/s)

Fig. 5. Evolution of bubble's radius, translation and deformation at different distance  $d$  from the antinodal point of acoustical wave.  $p_a = 1.15 \times 10^5$  Pa,  $R_0 = 4.5$   $\mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5$  m/s.

图 6 可以看出, 气泡在  $d = 0$  (波腹处), 气泡的形变较小. 随着  $d$  值增大到  $\lambda/2$  处, 气泡的最大半径明显变小. 当  $t = 35.60 \mu\text{s}$  时, 气泡扭曲最大, 说明离波腹点的距离越大, 气泡越容易破裂.

图 7 是根据 RT 判据  $|a_2/R| \geq 1$ , 数值计算得

到的气泡在声驻波场中不同位置处的  $R_0$ - $p_a$  相图. 从图 7(a)–(d) 可以看出, 4 个不同位置处的不稳定性空间区域的面积分数非常接近, 相互之间的差值小于 4%. 这说明声驻波场分布对气泡的整体不稳定性空间范围影响较小.

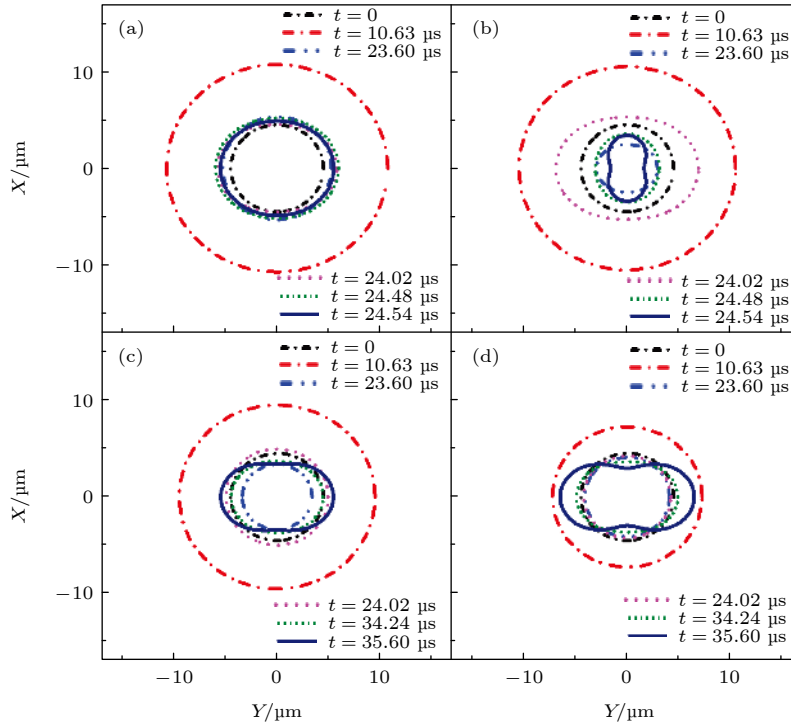


图 6 不同位置处, 不同时刻气泡振动的形状 ( $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ ) (a)  $d = 0$ ; (b)  $d = \lambda/5$ ; (c)  $d = \lambda/4$ ; (d)  $d = \lambda/2$

Fig. 6. Simulations of shapes of a gas bubble's oscillation at different times at different distances from the antinodal of acoustical wave: (a)  $d = 0$ ; (b)  $d = \lambda/5$ ; (c)  $d = \lambda/4$ ; (d)  $d = \lambda/2$ .  $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ .

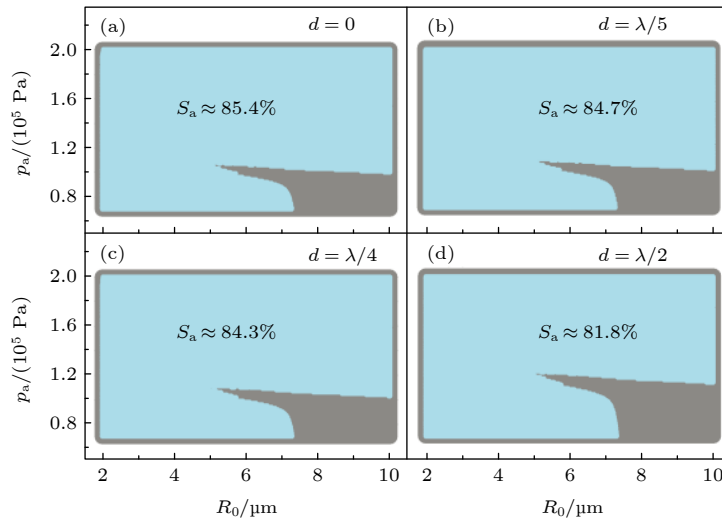


图 7 不同位置处, 气泡的  $R_0$ - $p_a$  相图 ( $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ ) (a)  $d = 0$ ; (b)  $d = \lambda/5$ ; (c)  $d = \lambda/4$ ; (d)  $d = \lambda/2$

Fig. 7.  $R_0$ - $p_a$  phase diagrams of a gas bubble at different distances from the antinodal of acoustical wave: (a)  $d = 0$ ; (b)  $d = \lambda/5$ ; (c)  $d = \lambda/4$ ; (d)  $d = \lambda/2$ .  $p_a = 1.15 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $R_0 = 4.5 \mu\text{m}$ ,  $v_{x0} = 5 \text{ m/s}$ .

## 4 结 论

基于摄动理论和广义伯努利方程,建立了描述单气泡在超声场中的径向振动、平移和形变的数学模型.数值模拟结果表明,当气泡的初始半径和驱动声压幅度不变时,随着气泡中心初始速度增大,气泡的非球形振动更加明显, $R_0-p_a$ 相图中非稳定性空间范围增大.分析了离波腹点不同位置处气泡的径向振动、平移、形变、非球形振动和稳定性.在1个声波长内,声场位置对气泡的平移和不稳定性空间范围影响较小,但对气泡的径向振动影响较大.气泡在波腹点的振动幅度最大,距离波腹点越远,振动幅度越小.本文的研究结果对研究空化泡动力学有一定的指导意义.

## 参考文献

- [1] Leighton T G 1977 *The Acoustic Bubble* (San Diego: Academic Press) p72
- [2] Frenzel H, Schultes H 1934 *Z. Phys. Chem. Abt. B* **27** 421
- [3] Niemczewski B 2014 *Ultrason. Sonochem.* **21** 354
- [4] Oshima R, Yamamoto T A, Mizukoshi Y, Nagata Y, Maeda Y 1999 *Nanostruct. Mater.* **12** 111
- [5] Hussein E M, Khairou K S 2014 *Rev. J. Chem.* **4** 221
- [6] Rayleigh L 1917 *Philos. Mag.* **34** 94
- [7] Plesset M S 1954 *J. Appl. Phys.* **25** 96
- [8] Keller J B, Miksis M 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [9] Hilgenfeldt S, Lohse D, Brenner M P 1996 *Phys. Fluids* **8** 2808
- [10] An Y, Lu T, Yang B 2005 *Phys. Rev. E* **71** 026310
- [11] Zhang W J, An Y 2013 *Phys. Rev. E* **87** 053023
- [12] Liang J F, Chen W Z, Shao W H, Qi S B 2012 *Chin. Phys. Lett.* **29** 074701
- [13] Liang J F, Wang X, Yang J, Gong L X 2017 *Ultrasonics* **75** 58
- [14] Madrazo A, García N, Nieto-Vesperinas M 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4590
- [15] Barbat T, Ashgriz N, Liu C S 1999 *J. Fluid Mech.* **389** 137
- [16] Flannigan D J, Suslick K S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 134301
- [17] Cui W C, Chen W Z, Qi S B, Zhou C, Tu J 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **132** 138
- [18] Wu W H, Yang P F, Zhai W, Wei B B 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 084302
- [19] Wu W H, Eskin D G, Priyadarshi A, Subroto T, Tzanakis I, Zhai W 2021 *Ultrason. Sonochem.* **73** 105501
- [20] Doinikov A A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 026301
- [21] Doinikov A A 2002 *Phys. Fluids* **14** 1420
- [22] Shen Z Z 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 124702 (in Chinese) [沈壮志 2015 物理学报 **64** 124702]
- [23] Ma Y, Lin S Y, Xu J 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 034301 (in Chinese) [马艳, 林书玉, 徐洁 2018 物理学报 **67** 034301]
- [24] Zhang L L, Chen W Z, Zhang Y Y, Wu Y R, Wang X, Zhao G Y 2020 *Chin. Phys. B* **29** 034303
- [25] Feng Z C, Leal L G 1995 *Phys. Fluids* **7** 1325
- [26] Reddy A J, Szeri A J 2002 *Phys. Fluids* **14** 2216
- [27] Doinikov A A 2004 *J. Fluid Mech.* **501** 1
- [28] Mettin R, Doinikov A A 2009 *Appl. Acoust.* **70** 1330
- [29] Liu S S, Liu S D 2002 *Special Function* (2nd Ed.) (Beijing: Qixiang Press) pp255, 237–240, 247–251 (in Chinese) [刘式适, 刘式达 2002 特殊函数 (第二版) (北京: 气象出版社) 第255, 237—240, 247—251页]
- [30] Franc J P, Michel J M 2004 *Fundamentals of Cavitation* (Netherlands: Kluwer Academic Publisher) p341
- [31] Plesset M S 1949 *J. Appl. Mech.* **16** 277
- [32] Chen W Z 2014 *Physics of Acoustic Cavitation* (Beijing: Science Press) pp250–253 (in Chinese) [陈伟中 2014 声空化物理 (北京: 科学出版社) 第250—253页]
- [33] Tsiglifis K, Pelekasi N A 2005 *Phys. Fluids* **17** 102101
- [34] Kostas T, Pelekasis N A 2007 *Ultrason. Sonochem.* **14** 456

# Translation and nonspherical oscillation of single bubble in ultrasound field\*

Wu Xue-You    Liang Jin-Fu<sup>†</sup>

(*School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550025, China*)

( Received 16 March 2021; revised manuscript received 1 May 2021 )

## Abstract

Based on the perturbation theory and generalized Bernoulli equation, the equations describing the radius, translation and deformation of a single gas bubble in ultrasonic field are derived. The evolutions of the radius, displacement and deformation of the bubble with time can be obtained by numerically calculating these equations. The calculation results show that when the initial radius of the bubble and the driving pressure both keep constant, the displacement and shape variable of the bubble increase with the augment of the initial translational velocity of the bubble's center, and the non-spherical vibration of the bubble becomes more intense. However, the radial vibration of the bubble almost remains unchanged. When the initial translation velocity of the bubble is relatively small, the unstable region is concentrated only in the region of high driving sound pressure in the  $R_0$ - $p_a$  phase diagram of the bubble. As the initial translational velocity increases, the region with small radius and driving sound pressure begins to show instability, and the overall unstable region gradually increases. In addition, a bubble presents different vibration characteristics at different positions in the acoustic standing wave field. The closer to the antinode of sound wave the bubble is, the greater the radial amplitude of the bubble's vibration is. However, the variable of the translation and shape of the bubble are very small. The error between the plane fractions of the unstable region in the phase diagram of  $R_0$ - $p_a$  is less than 4%.

**Keywords:** cavitation bubble, translation, non-spherical oscillation, instability

**PACS:** 43.35.+d, 43.25.+y, 47.55.dp

**DOI:** 10.7498/aps.70.20210513

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11864007, 11564006).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [jfliang@gznu.edu.cn](mailto:jfliang@gznu.edu.cn)