



两次淬火下横场中XY链的动力学量子相变

符浩 曹凯源 钟鸣 童培庆

Dynamical quantum phase transitions in transverse field XY chain after a double quench

Fu Hao Cao Kai-Yuan Zhong Ming Tong Pei-Qing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 180502 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210728

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210728>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

横场中具有周期性各向异性的一维XY模型的量子相变

Quantum phase transitions of one-dimensional period-two anisotropic XY models in a transverse field

物理学报. 2017, 66(18): 180302 <https://doi.org/10.7498/aps.66.180302>

多格点相互作用对横向磁场作用下XY型自旋链中非平衡态热力学性质的影响

Effects of multisite interaction on nonequilibrium thermodynamics of XY spin chain in a transverse field

物理学报. 2019, 68(24): 240506 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190525>

淬火动力学中的拓扑不变量

Topological invariant in quench dynamics

物理学报. 2019, 68(22): 220304 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191410>

动力学淬火过程中的不动点及衍生拓扑现象

Fixed points and dynamic topological phenomena in quench dynamics

物理学报. 2019, 68(4): 040303 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181928>

具有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的XY模型的量子相干性

Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

物理学报. 2018, 67(14): 140303 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172755>

与XY双自旋链耦合的双量子比特系统的关联性与相干性

Correlation and coherence for two-qubit system coupled to XY spin chains

物理学报. 2018, 67(15): 150302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180812>

两次淬火下横场中 XY 链的动力学量子相变*符浩¹⁾ 曹凯源¹⁾ 钟鸣¹⁾ 童培庆^{1)2)†}¹⁾ (南京师范大学物理科学与技术学院, 南京 210023)²⁾ (南京师范大学, 江苏省大规模复杂系统数值模拟重点实验室, 南京 210023)

(2021 年 4 月 16 日收到; 2021 年 6 月 16 日收到修改稿)

研究了两次淬火下横场中 XY 链的动力学量子相变. 两次淬火是指系统的 Hamilton 量先由 H_0 淬火到 H_1 , 演化一段时间 T 后再由 H_1 淬火到 H_2 . 由于横场中 XY 链存在两种不同的量子相变 (Ising 相变和各向异性相变), 因此主要讨论淬火路径对横场中 XY 链的动力学量子相变的影响, 发现第 2 次淬火后系统发生动力学量子相变的临界时间存在三种典型的情形. 情形 I 对应于临界时间在一定的 T 范围内出现, 它与由 H_0 淬火到 H_1 的临界时间相联系. 情形 II 对应于临界时间在任意 T 时总是出现, 它与由 H_0 直接淬火到 H_2 的临界时间相联系. 情形 III 对应于临界时间也在任意 T 时总是出现, 它同时与由 H_0 淬火到 H_1 以及由 H_0 直接淬火到 H_2 的临界时间相联系. 还发现两次淬火都经过同一类相变点时, 第 2 次淬火后只会出现情形 I 对应的临界时间. 而两次淬火经过不同类相变点时, 第 2 次淬火后的临界时间会出现上述三种情形中的任意两种, 它与淬火路径有关.

关键词: 动力学量子相变, 横场中 XY 链, 量子淬火**PACS:** 05.90.+m, 05.30.-d, 75.10.Pq, 05.30.Rt**DOI:** 10.7498/aps.70.20210728

1 引言

近年来, 随着理论方法和计算机技术的提高以及实验技术的发展, 孤立量子系统的动力学行为得到了广泛研究, 取得了迅速的进展^[1-7]. 在众多的动力学行为中, 动力学量子相变是最近非常活跃的研究课题之一^[8-55]. 动力学量子相变最早是 Heyl 等^[8] 在研究淬火下量子 Ising 链的动力学行为时发现的. 它描述了 Loschmidt 振幅随时间演化的奇异性, 借助于 Loschmidt 振幅与统计物理中的配分函数的相似性, 研究发现出现奇异性的时间对应于复时间平面中的 Fisher 零点与虚轴的交点^[8-11]. 随后, 人们在许多不同的量子系统中都发现了动力学量子相变, 这些系统包括 XY 链^[9,16]、Kitaev 蜂窝模型^[17]、 XXZ 链^[18]、ANNNI 链^[19,20]、非均匀电子

系统^[21,22]、非均匀自旋系统^[11]、长程相互作用系统^[23]、量子 Potts 链^[24]、非厄米格点系统^[25,26]、Bose-Einstein 凝聚体^[27]、cross-stitch 平带网络^[28] 和有限温系统^[29] 等. 除了在研究淬火下的动力学行为以外, 人们也研究了线性退火^[10] 与周期 Floquet^[32] 系统的动力学行为. 此外, 在实验方面, 例如捕获离子模拟^[33]、动力学涡旋观测^[34]、量子模拟器观测^[35,36]、核磁共振模拟^[37]、单光子量子行走^[38] 和自旋量子凝聚^[39] 等, 也观察到了动力学量子相变.

最近, Kenness 等^[40] 研究了两次淬火下横场中量子 Ising 链和 ANNNI 链的动力学量子相变. 他们发现系统在两次淬火均经过 Ising 相变点 (即从顺磁相淬火到铁磁相, 然后再淬火到顺磁相) 的情形时, 系统第 2 次淬火后的动力学量子相变现象的出现与否取决于两次淬火之间的时间间隔, 从而可以通过调节两次淬火之间的时间间隔来调控动力

* 国家自然科学基金 (批准号: 11975126, 11575087) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: pqtong@njnu.edu.cn

学量子相变. 这提供了一种调控系统的动力学行为的新思路. 由于横场中量子 Ising 链的特殊性, 他们只讨论了两次淬火均经过 Ising 相变点的淬火路径. 众所周知, 横场中的量子 Ising 链是横场中 XY 链的一种特殊情形, 而 XY 链的相图要比量子 Ising 链的相图丰富得多, 不仅存在从铁磁相到顺磁相的 Ising 相变, 还存在从 x 方向的铁磁相到 y 方向的铁磁相的各向异性相变. 另一方面, 一次淬火下横场中 XY 链的动力学量子相变与淬火的路径有关, 如当淬火经过各向异性相变时, 会出现两个特征临界时间. 因此, 本文主要研究两次淬火的路径以及淬火间时间间隔对横场中 XY 链的动力学量子相变的影响.

本文第 2 节给出了横场中 XY 链经过两次淬火的计算方法. 第 3 节中就不同的淬火路径分别进行了讨论, 给出了不同淬火路径和时间间隔对 XY 链在两次淬火下的动力学量子相变的影响. 最后总结了第 2 次淬火后的临界时间与淬火路径的依赖关系.

2 模型和计算方法

本文研究的淬火过程如下: 假设系统在 $t < 0$ 时处在 H_0 的基态 $|\psi_0\rangle$ 上. 在 $t = 0$ 时, 系统经过第 1 次淬火后, Hamilton 量由 H_0 变到 H_1 , 然后在 H_1 下演化一段时间 T . 在 $t = T$ 时, 系统经过第 2 次淬火, Hamilton 量由 H_1 变到 H_2 后, 随时间的演化. 这里的 T 为两次淬火之间的时间间隔. 系统含时 Hamilton 量为

$$H(t) = \begin{cases} H_0, & t < 0, \\ H_1, & 0 \leq t < T, \\ H_2, & t \geq T, \end{cases} \quad (1)$$

本文研究的系统是一般的横场中 XY 链, 其 Hamilton 量可写成

$$H_l = - \sum_{n=1}^N \left\{ \frac{1}{2} \left[(1 + \gamma_l) \sigma_n^x \sigma_{n+1}^x + (1 - \gamma_l) \sigma_n^y \sigma_{n+1}^y \right] + h_l \sigma_n^z \right\},$$

其中, $l = 0, 1, 2$ 分别对应于 (1) 式中的 3 个 Hamilton 量, 它们的形式是一样的, 差别是具有不同的各向异性参数 γ_l ($l = 0, 1, 2$) 和外场 h_l ($l = 0, 1, 2$). 这里 σ_n^α ($\alpha = x, y, z$) 是第 n 个格点上的 Pauli 矩阵.

特别地, 当 $\gamma_l = \pm 1$ 时, 系统对应于横场中 Ising 链. 通过 Jordan-Wigner 变换、Fourier 变换和 Bogoliubov 变换 [56], 可以解析地得到

$$H_l = \sum_k \varepsilon_{l,k} \left(\eta_{l,k}^\dagger \eta_{l,k} - \frac{1}{2} \right),$$

其中 $\varepsilon_{l,k} = 2\sqrt{(h_l - \cos k)^2 + \gamma_l^2 \sin^2 k}$ 是 H_l 的准粒子能谱, $\eta_{l,k}^\dagger$ ($\eta_{l,k}$) 是准粒子的产生 (消失) 算符. 而对应不同 Hamilton 量的准粒子算符 $\eta_{l,k}^\dagger$ ($\eta_{l,k}$) 与 $\eta_{m,k}^\dagger$ ($\eta_{m,k}$) ($l, m = 0, 1, 2$ 且 $l \neq m$) 之间的关系为

$$\eta_{l,k} = \cos \frac{\theta_{m,k} - \theta_{l,k}}{2} \eta_{m,k} + i \sin \frac{\theta_{m,k} - \theta_{l,k}}{2} \eta_{m,k}^\dagger, \quad (2)$$

其中 $\theta_{l,k} = \arctan \frac{\gamma_l \sin k}{\cos k + h_l}$ 为 Bogoliubov 角.

系统经过两次淬火后 ($t \geq T$) 的状态与初态的 Loschmidt 振幅为

$$G(t) = \langle \psi_0 | e^{-iH_2(t-T)} e^{-iH_1 T} | \psi_0 \rangle. \quad (3)$$

值得注意的是, 如果系统在第 2 次淬火后的参数与系统初始的参数一样, 即 $H_2 = H_0$, 那么此时 Loschmidt 振幅 $G(t) = e^{-iE_0(t-T)} \langle \psi_0 | e^{-iH_1 T} | \psi_0 \rangle$ (E_0 为初态能级), 相当于系统只经过了第 1 次淬火并且时间 $t = T$ 的特殊情形, 所以本文选取的淬火路径使得 $H_2 \neq H_0$.

通过解析推导可以得到 [40]

$$G(t) = \prod_{k>0} \frac{e^{i\varphi_k}}{4} (A_k + B_k e^{-2i\varepsilon_{2,k}t}) = \prod_{k>0} e^{i\varphi_k} g_k, \quad (4)$$

其中

$$\varphi_k = (\varepsilon_{1,k} - \varepsilon_{2,k})T + \varepsilon_{2,k}t, \quad (5)$$

$$g_k = \frac{1}{4} (A_k + B_k e^{-2i\varepsilon_{2,k}t}), \quad (6)$$

$$A_k = 1 + \cos(\theta_{0,k} - \theta_{1,k}) + \cos(\theta_{0,k} - \theta_{2,k}) + \cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,k}) + [1 - \cos(\theta_{0,k} - \theta_{1,k}) + \cos(\theta_{0,k} - \theta_{2,k}) - \cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,k})] e^{-2i\varepsilon_{1,k}T}, \quad (7)$$

$$B_k = [1 + \cos(\theta_{0,k} - \theta_{1,k}) - \cos(\theta_{0,k} - \theta_{2,k}) - \cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,k})] e^{2i\varepsilon_{1,k}T} + [1 - \cos(\theta_{0,k} - \theta_{1,k}) - \cos(\theta_{0,k} - \theta_{2,k}) + \cos(\theta_{2,k} - \theta_{1,k})] e^{-2i(\varepsilon_{2,k} - \varepsilon_{1,k})T}. \quad (8)$$

对于均匀系统, 其 Hamilton 量可写成 $H = \sum_{k>0} H_k$,

其中 $H_k = \varepsilon_k \left(\eta_k^\dagger \eta_k - \frac{1}{2} \right) + \varepsilon_{-k} \left(\eta_{-k}^\dagger \eta_{-k} - \frac{1}{2} \right)$. 对于每个 $k > 0$, H_k 有 4 个本征态: $|0_k, 0_{-k}\rangle$, $|1_k, 1_{-k}\rangle$, $|0_k, 1_{-k}\rangle$ 和 $|1_k, 0_{-k}\rangle$, 其中 $0_k(0_{-k})$ 和 $1_k(1_{-k})$ 分别表示在 $\varepsilon_k(\varepsilon_{-k})$ 能级上未占据和占据 1 个准粒子. 前两个状态对应于偶数个准粒子元激发, 后两个状态对应于奇数个准粒子元激发, 它们分别构成两个独立的二维子空间. 在我们所讨论的情况下, 其动力学是由 H_2 的偶数子空间 (由 $|0_k, 0_{-k}\rangle_2$ 和 $|1_k, 1_{-k}\rangle_2$ 所构成, 这里下标 2 是指对应于 H_2 的本征态) 的状态所决定的. 系统淬火前的初态和淬火后的时间演化态均可以用二维子空间上的基展开, 即 $|\psi_{0,k}\rangle = u_k|0_k, 0_{-k}\rangle_2 + v_k|1_k, 1_{-k}\rangle_2$ 和

$$\begin{aligned} |\psi_{f,k}\rangle &\equiv e^{-iH_{2,k}(t-T)} e^{-iH_{1,k}T} |\psi_{0,k}\rangle \\ &= \tilde{u}_k|0_k, 0_{-k}\rangle_2 + \tilde{v}_k|1_k, 1_{-k}\rangle_2. \end{aligned}$$

因此, (6) 式中的 $A_k \sim u_k^* \tilde{u}_k$, $B_k e^{-2i\varepsilon_{2,k}t} \sim v_k^* \tilde{v}_k$ 分别

对应于偶数子空间的两个能级对 Loschmidt 振幅 $G(t)$ 的第 k 个分量 g_k 的贡献. 由于 A_k 和 B_k 是复数, 一般可以写为 $A_k = |A_k| e^{i\phi_k^A}$, $B_k = |B_k| e^{i\phi_k^B}$. 故可将 (6) 式写为 $g_k = e^{i\phi_k^A} [|A_k| + |B_k| e^{i(\phi_k^B - \phi_k^A) - 2i\varepsilon_{2,k}t}]$, 只有当 $|B_k/A_k| = 1$ 时, 在某些时间有 $g_k = 0$. 这些时间就是临界时间 $t_n = \frac{(2n+1)\pi - (\phi_{k^*}^A - \phi_{k^*}^B)}{2\varepsilon_{2,k^*}}$ [10,51].

上面的结果同样可以从对 Fisher 零点的讨论中得到. 借助于 Loschmidt 振幅与统计物理中的配分函数之间的相似性, 令 (4) 式中 $it = z$, 然后研究 Loschmidt 振幅 $G(z)$ 在复 z 平面上的零点 (也被称为 Fisher 零点). 在热力学极限下, 如果 Fisher 零点与虚轴 $\text{Re}(z) = 0$ 相交, 则其交点对应于发生动力学量子相变的时间. Fisher 零点对应 Loschmidt 振幅为 0 的点, 即 $g_k(z) = 0$, 由 (6) 式和文献 [8] 可知 Fisher 零点如下:

$$z_k = \begin{cases} \frac{1}{2\varepsilon_{1,k}} [\ln \tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2 + i(2n+1)\pi], & t < T, \\ \frac{1}{2\varepsilon_{2,k}} \left[\ln \left| \frac{B_k}{A_k} \right| + i(2n+1)\pi - i(\phi_k^A - \phi_k^B) \right], & t \geq T. \end{cases} \quad (9a)$$

这里 (9a) 式对应于第 1 次淬火 ($H_0 \rightarrow H_1$) 时的 Fisher 零点, 而 (9b) 式对应于第 2 次淬火后的 Fisher 零点. 公式中的 n 是整数, 每个 n 给出了一支 Fisher 零点. 给定 n 之后, 对于每 1 个 k 有 1 个 z_k 与之对应, 所以这里给出了一系列 Fisher 零点. 当存在某个 $k = k^*$ (k^* 为临界动量) 使得 $|B_{k^*}/A_{k^*}| = 1$, 则 z_{k^*} 就在虚轴上, 它对应于两次淬火后的临界时间如下:

$$\begin{aligned} t_n &= \frac{(2n+1)\pi - (\phi_{k^*}^A - \phi_{k^*}^B)}{2\varepsilon_{2,k^*}} \\ &= t^*(2n+1) - \frac{\phi_{k^*}^A - \phi_{k^*}^B}{2\varepsilon_{2,k^*}}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $t^* = \pi/(2\varepsilon_{2,k^*})$ 被称为特征临界时间. 如果系统中存在两个以上 k^* 满足 $|B_{k^*}/A_{k^*}| = 1$, 那么会出现多个特征临界时间. 这些临界时间随 t 周期性出现, 并且系统中存在几个特征临界时间就有几个不同的周期重合在一起. 从 (10) 式可以看出它与一次淬火时不一样 [8,9], 会多出 1 个因子 $\frac{\phi_{k^*}^A - \phi_{k^*}^B}{2\varepsilon_{2,k^*}}$.

另一个描述动力学量子相变的物理量是率函数 $\lambda(t)$. 它的定义为

$$\begin{aligned} \lambda(t) &= - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln |G(t)|^2 \\ &= - \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N} \sum_{k>0} \ln |A_k + B_k e^{-2i\varepsilon_{2,k}t}| + 2 \ln 2. \end{aligned} \quad (11)$$

在临界时间, 率函数是奇异的.

3 结果和讨论

图 1 给出了横场中 XY 链在 $h \geq 0$ 时的相图. 图中的实线 $h = 1$, $-1 \leq \gamma \leq 1$ 上的点是 Ising 相变点, 而 $0 \leq h \leq 1$, $\gamma = 0$ 上的点是各向异性相变点. 这两条临界线把参数空间分成 3 个区域, 其中 PM 表示顺磁相, FM_x 表示 x 方向的铁磁相, FM_y 表示 y 方向的铁磁相. 我们所讨论的系统的淬火主要是通过改变外场和各向异性参数来实现.

为了方便起见, 我们用 A, B, \dots, F 标记相图中典型的参数值 (γ, h) 所对应的位置. 用符号 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 表示系统从 A 淬火到 B 后, 再淬火到 C 的过程, 即点 A, B 和 C 的参数值分别对应于 (1) 式中的 H_0, H_1 和 H_2 中的外场和各向异性参数, 其他的情形是类似的. 在下面的讨论中, 将研究两类典型的情形. 一类是经过同一类量子相变点的两次

淬火, 其中包括经过 Ising 相变点 (如 $A \rightarrow B \rightarrow C$) 和经过各向异性相变点 (如 $C \rightarrow D \rightarrow E$) 的情

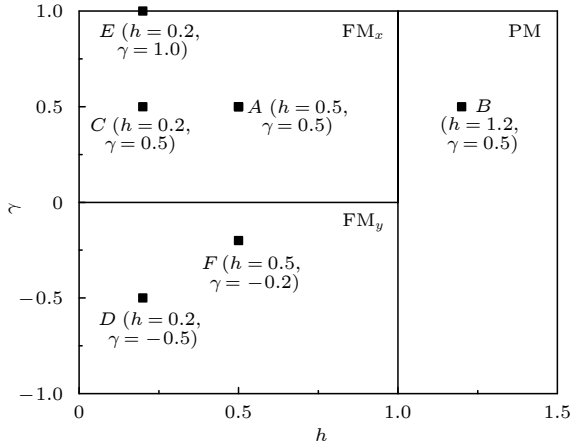


图 1 横场中 XY 链的相图, 其中的点 A, B, ..., F 表示典型的参数值所对应的位置

Fig. 1. Phase diagram of the XY chain in a transverse field. The points A, B, ..., F in the phase diagram correspond to the typical parameter values.

形. 另一类是经过不同类量子相变点的两次淬火, 其中包括先经过 Ising 相变点再经过各向异性相变点 (如 $B \rightarrow C \rightarrow D$)、先经过各向异性相变点再经过 Ising 相变点 (如 $D \rightarrow C \rightarrow B$) 以及先经过 Ising 相变点后同时经过 Ising 和各向异性相变点 (如 $C \rightarrow B \rightarrow D$) 的情形. 下面具体讨论这五种典型的情形.

3.1 两次淬火经过同一类相变点

3.1.1 均经过 Ising 相变点的两次淬火

首先讨论均经过 Ising 相变点 ($A \rightarrow B \rightarrow C$) 的两次淬火情形. T - t 平面内的临界时间在图 2(a) 中给出. 图中的实线描述了临界时间与时间间隔 T 的关系. 在图中的两条虚线分别对应于 $T = 0.5, 1.0$. 相应的 Fisher 零点分别在图 2(b1) 和图 2(b2) 中给出. 而相应的率函数随时间 t 的变化在图 2(c) 中给出.

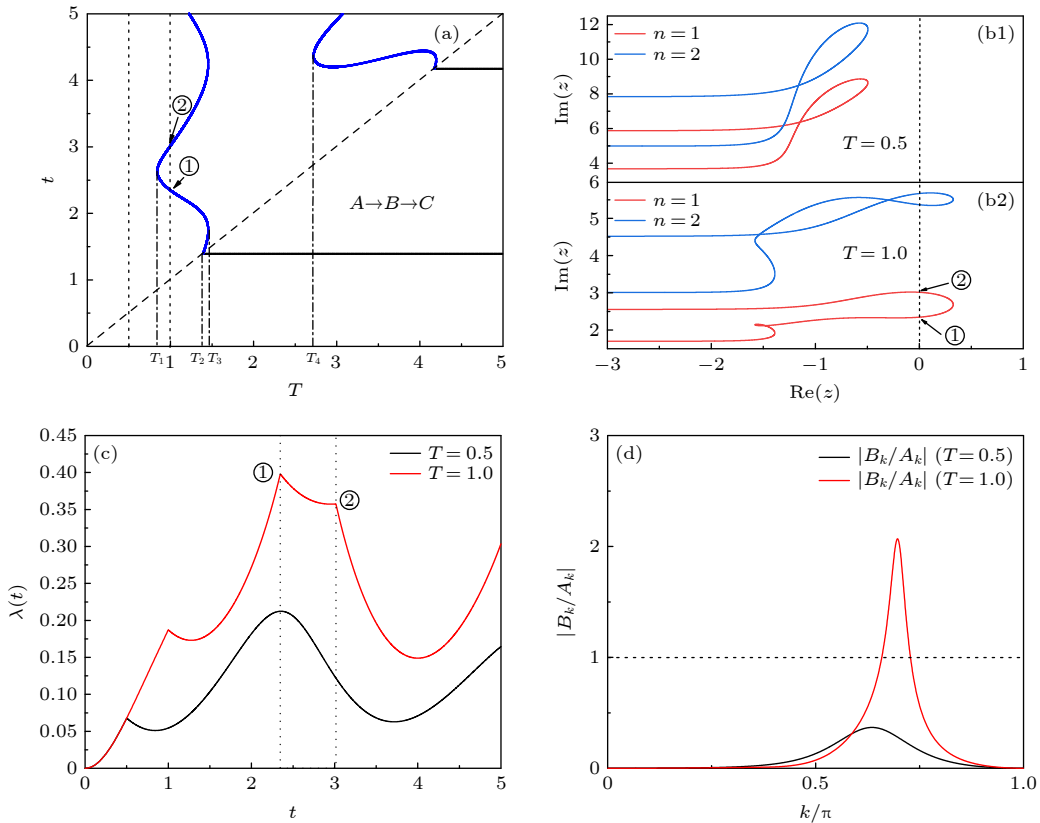


图 2 (a) 淬火路径 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 对应的临界时间图, 图中两条虚线对应的时刻分别为 $T = 0.5$ 和 1.0 ; (b1) $T = 0.5$ 和 (b2) $T = 1.0$ 且 $t > T$ 时的 Fisher 零点分布; (c) 两次淬火过程中的率函数, 黑色和红色实线分别对应 $T = 0.5$ 和 1.0 ; (d) $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 黑色和红色实线分别对应 $T = 0.5$ 和 1.0

Fig. 2. (a) Location of the critical times in the t - T plane for the path $A \rightarrow B \rightarrow C$. The dotted lines mark the times for $T = 0.5$ and 1.0 , respectively. (b) The Fisher zeros for $t > T$ with (b1) $T = 0.5$ and (b2) $T = 1.0$, respectively. (c) The rate functions corresponding to $T = 0.5$ and 1.0 , respectively. (d) The relationship between $|B_k/A_k|$ and k for $T = 0.5$ and 1.0 , respectively.

从图 2(a) 可以看出, 当 $T < T_1$ 时, 由于两次淬火之间的时间间隔 T 很小, 系统第 1 次淬火后还没有出现动力学量子相变就发生了第 2 次淬火, 因此第 2 次淬火前没有动力学量子相变. 第 2 次淬火后也不出现动力学量子相变, 相应的由 (9b) 式给出的 Fisher 零点如图 2(b1) 所示, 可以看出零点与虚轴没有交点. 相应的率函数如图 2(c) 中的黑色实线所示, 可以看出它是光滑的, 表示系统中没有动力学量子相变. 值得注意的是, 黑色实线在 $t = T = 0.5$ 时对应于第 2 次淬火前后率函数的交点, 所以此时曲线不光滑并不表示动力学量子相变. 当 $T_1 < T < T_2$ 时, 由于同样的原因第 1 次淬火之后仍然没有动力学量子相变, 然而第 2 次淬火后会出现动力学量子相变. 从图 2(b2) 可知每个 n 对应的 Fisher 零点与虚轴都有两个交点, 这两个交点对应于两个特征临界时间, 这与 1 次淬火后只有 1 个特征临界时间的情形不同. 相应的率函数如图 2(c) 中的红色实线所示, 其中的非解析点①和②对应的时间与图 2(a) 和 (b2) 里的点①和②相对应. 当 $T > T_2$ 时, 由于此时的时间间隔大于了第 1 次淬火后的特征临界时间, 故第 2 次淬火前会出现动力学量子相变. 在 $T_2 < T < T_3$ 范围内, 系统在第 2 次淬火后也会出现动力学量子相变. 而在 $T_3 < T < T_4$ 范围内, 系统在第 2 次淬火后不出现动力学量子相变. 最后当 $T > T_4$ 后, 系统第 2 次淬火前会出现动力学量子相变, 但是第 2 次淬火后的动力学量子相变将会循环出现前面的情形.

下面分析系统在第 2 次淬火后出现动力学量子相变的原因. 根据前面的讨论, 图 2(d) 给出了 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 图中的黑色和红色实线分别对应于 $T = 0.5$ 和 $T = 1.0$. 从图 2(d) 可以看出: 当 $T = 0.5$ 时, 对于任意 k 均满足 $|B_k/A_k| < 1$, 因此系统不存在动力学量子相变. 而当 $T = 1.0$ 时, 出现两个 k^* 使得 $|B_{k^*}/A_{k^*}| = 1$, 它们分别对应于图 2(b2) 中 Fisher 零点与虚轴的两个交点 (每个 n). 此时系统存在动力学量子相变.

这说明当淬火路径为 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 时, 第 2 次淬火后的动力学量子相变的出现与否取决于两次淬火之间的时间间隔 T . 这与横场中量子 Ising 链^[40] 的情形是类似的.

3.1.2 均经过各向异性相变点的两次淬火

其次讨论均经过各向异性相变点 ($C \rightarrow$

$D \rightarrow E$) 的两次淬火情形. 图 3(a) 给出了 $T-t$ 平面内的临界时间. 同样地, 可以看出当 T 比较小时, 第 1 次淬火后不出现动力学量子相变, 第 2 次淬火后只有在一定 T 的范围内会出现动力学量子相变. 当 T 大于第 1 次淬火后的较小的特征临界时间 T_5 时, 第 2 次淬火前只有 1 个临界时间, 而当 T 大于第 1 次淬火后的较大的特征临界时间 T_6 时, 第 2 次淬火前有两个临界时间. 在这个过程中, 第 2 次淬火后始终有动力学量子相变. 随着 T 的继续增大, 第 2 次淬火之后的动力学量子相变会消失, 然后循环出现前面的情形. 作为 1 个例子, 给出了 $T = 1.25$ (对应于图 3(a) 中的虚线) 时由 (9b) 式给出的 Fisher 零点 (如图 3(b)) 和率函数 (如图 3(c)). 从图 3(c) 可看出, 当 $t < 2.5$ 时率函数有 3 个奇异点, 分别对应于图 3(a) 中的①到③. 其中点②和③的临界时间对应于图 3(b) 中 $n = 1$ 的 Fisher 零点与虚轴的交点. 而点①的临界时间是对应于 (9a) 式所示的 Fisher 零点与虚轴的交点 (没有给出).

在一次淬火中, 经过各向异性相变点与经过 Ising 相变点不同, 它会出现两个特征临界时间. 每个特征临界时间所对应的两次淬火后的一支临界时间线与前面讨论的临界时间线相类似. 为了进一步理解第 1 次淬火后出现的临界时间与第 2 次淬火后出现的临界时间之间的联系, 图 3(d) 给出了 (9a) 式中 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 以及在 $T = T_5, T_6$ 时 (9b) 式中 $|B_k/A_k|$ 随动量 k 的变化. 当 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2 = 1$ (即图中的黑色实线与点线的交点) 时对应的横坐标 k_1 和 k_2 为两个特征动量, 它们对应了一次淬火后经过各向异性相变点时的两个特征时间. 我们发现, 当 $T = T_5 \approx 1.1574$ 时 $|B_k/A_k| = 1$ (即图中的红色实线与虚线的交点处) 时对应的动量与 k_1 重合, 这表明图中左起第 1 条的蓝色临界时间线是跟第 1 次淬火后的第 1 条临界时间线相联系. 而当 $T = T_6 \approx 1.3879$ 时 $|B_k/A_k| = 1$ (即图中的蓝色实线与虚线的交点) 对应的动量与 k_2 重合, 这表明图中左起第 2 条的蓝色临界时间线是跟第 1 次淬火后的第 2 条临界时间线相联系.

3.2 两次淬火经过不同类相变点

3.2.1 先经过 Ising 相变点再经过各向异性相变点的两次淬火

下面讨论先经过 Ising 相变点再经过各向异性

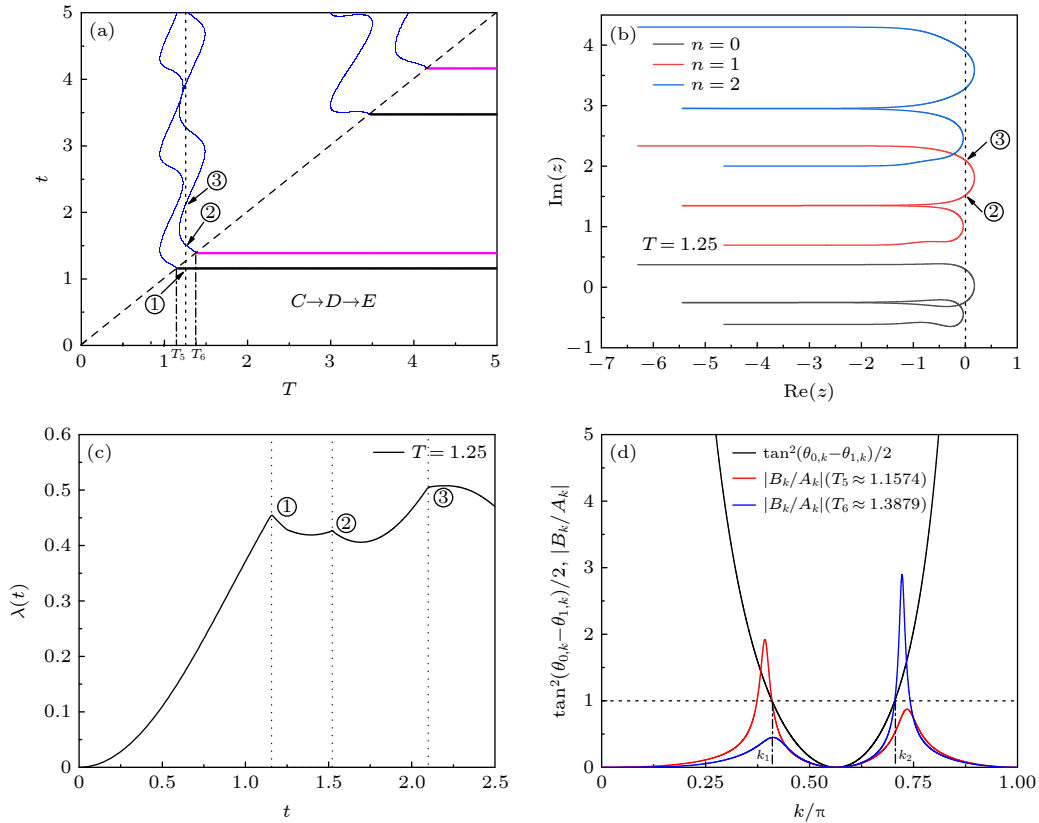


图 3 (a) 淬火路径 $C \rightarrow D \rightarrow E$ 对应的临界时间图, 图中虚线对应的时刻为 $T = 1.25$; (b) $T = 1.25$ 且 $t > T$ 时的 Fisher 零点分布; (c) $T = 1.25$ 时两次淬火过程的率函数; (d) 黑色实线是 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系, 图中红色和蓝色实线为 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 对应的时间间隔分别为 $T = T_5 \approx 1.1574$ 和 $T = T_6 \approx 1.3879$

Fig. 3. (a) Location of the critical times in the t - T plane for the path $C \rightarrow D \rightarrow E$. The dotted line marks the time for $T = 1.25$. (b) The Fisher zeros for $t > T$ with $T = 1.25$. (c) The rate function corresponding to $T = 1.25$. (d) The black line corresponding to the relationship between $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ and k . The red and blue lines corresponding to the relationships between $|B_k/A_k|$ and k for $T = T_5 \approx 1.1574$ and $T = T_6 \approx 1.3879$, respectively.

相变点 ($B \rightarrow C \rightarrow D$) 的两次淬火情形. 图 4(a) 中给出了 T - t 平面内的临界时间. 与前面不同的是, 可以看出在第 2 次淬火后系统中会出现两种类型的临界时间线. 一种临界时间线与前面讨论的一样 (图中的蓝色曲线), 它的出现与否和时间间隔 T 有关. 另一种临界时间线与前面讨论的不一样 (图中的红色曲线), 它在任意 T 下总是出现. 作为 1 个例子, 给出了 $T = 1.5$ (对应于图 4(a) 中的虚线) 时由 (9b) 式给出的 Fisher 零点 (图 4(b)) 和率函数 (图 4(c)). 类似地, 当 t 较小时的率函数有 3 个奇异点 ①到③, 其临界时间与图 4(a) 和图 4(b) 中的 ①到③相对应.

同样地, 图 4(d) 给出了 $T = T_7 \approx 1.5210$ 时的 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系 (红色实线). 从图 4(d) 可以看出, 与图 2(d) 不一样的是, 当 $k \rightarrow 0$ 时 $|B_k/A_k| \rightarrow \infty$, 而当 $k \rightarrow \pi$ 时 $|B_k/A_k| \rightarrow 0$. 根据连续性原理, 一定存在

一个 k^* 使得 $|B_{k^*}/A_{k^*}| = 1$ (如图 4(d) 中的 k_5), 因此系统会产生动力学量子相变. 这就是图 4(a) 中的红色临界时间线出现的原因. 而且, 当 $T = 0$ 时系统相当于直接由 B 点一次淬火到 D 点, 此时系统存在动力学量子相变, 临界时间就是图 4(a) 中的红色实线与 $T = 0$ 的交点. 所以红色临界时间线与直接从 $B \rightarrow D$ 淬火的临界时间相联系. 另外, 从图 4(d) 中的红色实线可以看出还存在两个临界动量 k_3 和 k_4 , 与 3.1.1 节类似, 它们对应于蓝色的临界时间线. 为了进一步分析这条临界时间线与第 2 次淬火前的临界时间的关系, 给出了 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系, 结果如图 4(d) 中的黑色实线所示. 它在虚线处与红色实线相交于 $k = k_3$, 这表明图 4(a) 中蓝色临界时间线与第 2 次淬火前的临界时间相联系.

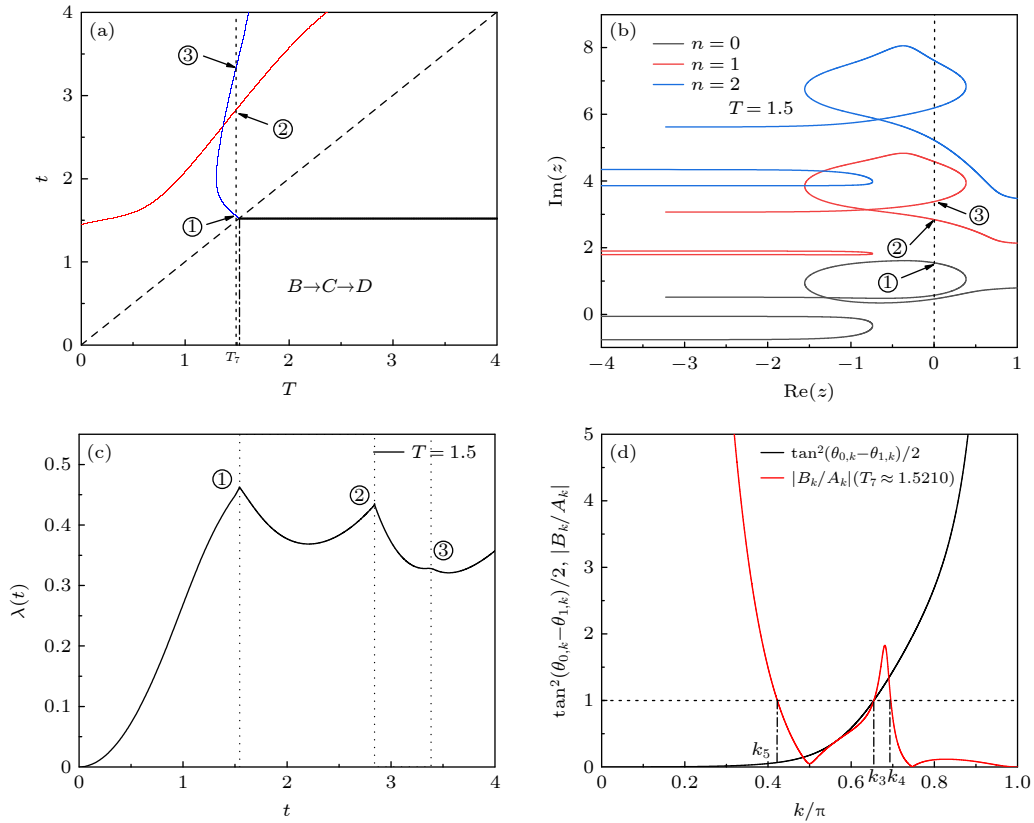


图 4 (a) 淬火路径 $B \rightarrow C \rightarrow D$ 对应的临界时间图, 图中虚线对应的时刻为 $T = 1.5$; (b) $T = 1.5$ 且 $t > T$ 时的 Fisher 零点分布; (c) $T = 1.5$ 时两次淬火过程的率函数; (d) 黑色实线是 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系. 红色实线为 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 对应的时间间隔为 $T = T_7 \approx 1.5210$

Fig. 4. (a) Location of the critical times in the t - T plane for the path $B \rightarrow C \rightarrow D$. The dotted line marks the time for $T = 1.5$. (b) The Fisher zeros for $t > T$ with $T = 1.5$. (c) The rate function corresponding to $T = 1.5$. (d) The black line corresponding to the relationship between $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ and k . The red line corresponding to the relationship between $|B_k/A_k|$ and k for $T = T_7 \approx 1.5210$.

3.2.2 先经过各向异性相变点再经过 Ising 相变点的两次淬火

接下来讨论先经过各向异性相变点再经过 Ising 相变点 ($D \rightarrow C \rightarrow B$) 的两次淬火情形. 同样地, 图 5(a) 给出了 T - t 平面内的临界时间. 可以看出在第 2 次淬火后系统中会出现两种类型的临界时间线. 一种与前面讨论的一样 (图中的蓝色曲线), 它的出现与否和时间间隔 T 有关. 另一种临界时间线 (图中的绿色曲线) 在任意 T 下总是出现, 但与 3.2.1 节不一样, 它在 $t = T$ (对角线上) 处与第 1 次淬火后的临界时间线相连. 作为 1 个例子, 给出了 $T = 1.5$ (对应于图 5(a) 中的虚线) 时由 (9b) 式给出的 Fisher 零点 (图 5(b)) 和率函数 (图 5(c)). 当 $t < 2.5$ 时率函数有 5 个奇异点, 分别对应于图 5(a) 中的 ①到⑤. 其中点 ③到⑤的临界时间对应于图 5(b) 中 $n = 0$ 的 Fisher 零点与虚轴

的交点. 而点 ①和②的临界时间是对应于 (9a) 式所示的 Fisher 零点与虚轴的交点 (没有给出).

同样地, 给出了 $T = T_8 \approx 1.1574$ 时的 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 结果如图 5(d) 中的红色实线所示. 与 3.2.1 节类似, 当 $k \rightarrow 0$ 时 $|B_k/A_k| \rightarrow \infty$, 而当 $k \rightarrow \pi$ 时 $|B_k/A_k| \rightarrow 0$. 所以也必定有一个 k^* 使得 $|B_{k^*}/A_{k^*}| = 1$. 也就是图 5(d) 中的 $k = k_7$ 的临界动量, 它对应的临界时间线即为图 5(a) 中的绿色临界时间线. 显然这条临界时间线在 $T = 0$ 时与直接从 $D \rightarrow B$ 淬火的临界时间相联系. 但是与 3.2.1 节不同的是, 这条临界时间线还与第 2 次淬火前的临界时间相交于 $t = T$ 处. 为了进一步说明这种情况, 给出了 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系, 结果如图 5(d) 中的黑色实线所示. 从图 5(d) 可以看出红色实线与黑色实线在虚线处相交于 k_7 , 这表明图 5(a) 中的

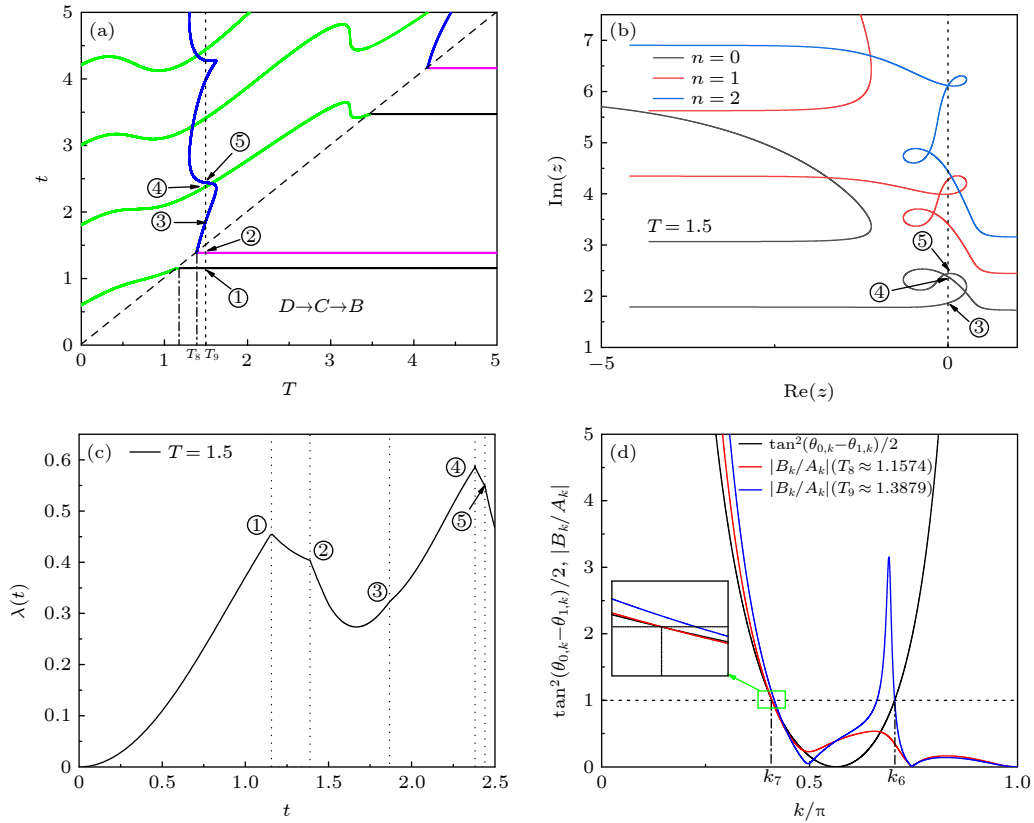


图 5 (a) 淬火路径 $D \rightarrow C \rightarrow B$ 对应的临界时间图, 图中虚线对应的时刻为 $T = 1.5$; (b) $T = 1.5$ 且 $t > T$ 时的 Fisher 零点分布; (c) $T = 1.5$ 时两次淬火过程的率函数; (d) 黑色实线是 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系, 其中红色和蓝色实线为 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 对应的时间间隔分别为 $T = T_8 \approx 1.1574$ 和 $T = T_9 \approx 1.3879$

Fig. 5. (a) Location of the critical times in the t - T plane for the path $D \rightarrow C \rightarrow B$. The dotted line marks the time for $T = 1.5$. (b) The Fisher zeros for $t > T$ with $T = 1.5$. (c) The rate function corresponding to $T = 1.5$. (d) The black line corresponding to the relationship between $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ and k . The red and blue lines corresponding to the relationships between $|B_k/A_k|$ and k for $T = T_8 \approx 1.1574$ and $T = T_9 \approx 1.3879$, respectively.

绿色临界时间线不仅与直接从 $D \rightarrow B$ 淬火的临界时间相联系, 还与第 2 次淬火前的临界时间相联系. 另外图 5(a) 中的蓝色临界时间线与前面讨论的类似, 这可以从图 5(d) 中的蓝色实线 (对应于 $T = T_9 \approx 1.3879$) 与黑色实线在虚线处相交于 k_6 看出.

3.2.3 先经过 Ising 相变点后同时经过 Ising 和各向异性相变点的两次淬火

最后讨论先经过 Ising 相变点后同时经过 Ising 和各向异性相变点 ($C \rightarrow B \rightarrow D$) 的两次淬火的情形. 图 6(a) 给出了 T - t 平面内的临界时间. 可以看出在第 2 次淬火后系统中会出现两种类型的临界时间线 (红色和绿色实线). 无论 T 取什么值, 这两种临界时间线在第 2 次淬火后一定存在. 作为 1 个例子, 给出了 $T = 1.5$ (对应于图 6(a) 中的虚线) 时由 (9b) 式给出的 Fisher 零点 (图 6(b)) 和率函数 (图 6(c)). 类似地, 图 6(d) 中的点①到

③ 分别对应于图 6(a) 中的点①到③, 而点②和③分别对应于图 6(b) 中的点②和③.

同样地, 也给出了 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 和 $\left| \frac{B_k}{A_k} \right|$ ($T = T_{10} \approx 0.9170$ 时) 与 k 的关系, 分别对应于图 6(d) 中的黑色和红色实线. 与前面不同的是, 当 $k \rightarrow 0$ 和 $k \rightarrow \pi$ 时均有 $\left| \frac{B_k}{A_k} \right| \rightarrow \infty$, 并且中间某个 k 时 $\left| \frac{B_k}{A_k} \right| \rightarrow 0$, 所以对于任意的 T , 一定存在两个 k^* , 使得 $\left| \frac{B_{k^*}}{A_{k^*}} \right| = 1$. 其中 1 个临界动量 (k_8) 对应的临界时间线即为图 6(a) 中的绿色临界时间线. 它与图 5(a) 中的绿色临界时间线类似, 这同样可以从图 6(d) 中的黑色实线与红色实线在虚线处相交于 k_8 看出. 而另 1 个临界动量 (k_9) 对应的临界时间线即为图 6(a) 中的红色临界时间线. 它与 3.2.2 节中的红色临界时间线类似, 只与直接从 $C \rightarrow D$ 淬火的临界时间相联系.

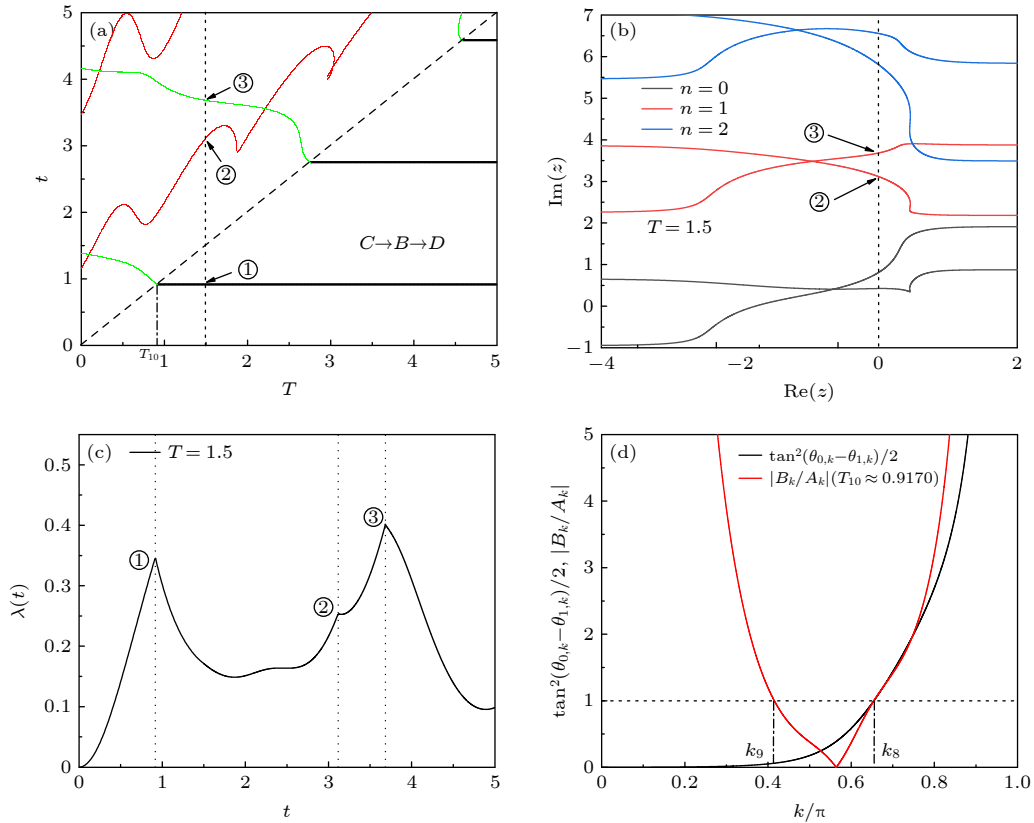


图 6 (a) 淬火路径 $C \rightarrow B \rightarrow D$ 对应的临界时间图, 图中虚线对应的时刻为 $T = 1.5$; (b) $T = 1.5$ 且 $t > T$ 时的 Fisher 零点分布; (c) $T = 1.5$ 时两次淬火过程的率函数; (d) 黑色实线是 $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ 与 k 的关系, 其中红色实线为 $|B_k/A_k|$ 与 k 的关系, 对应的时间间隔为 $T = T_{10} \approx 0.9170$

Fig. 6. (a) Location of the critical times in the t - T plane for the path $C \rightarrow B \rightarrow D$. The dotted line marks the time for $T = 1.5$. (b) The Fisher zeros for $t > T$ with $T = 1.5$. (c) The rate function corresponding to $T = 1.5$. (d) The black line corresponding to the relationship between $\tan^2(\theta_{0,k} - \theta_{1,k})/2$ and k . The red line corresponding to the relationship between $|B_k/A_k|$ and k for $T = T_{10} \approx 0.9170$.

4 结 论

本文讨论了两度淬火下横场中 XY 链的动力学量子相变. 研究发现, 在第 2 次淬火后, 系统在 T - t 平面内的临界时间线有三种典型的情形. 情形 I: 临界时间只在一定的 T 范围内出现, 它与第 1 次淬火 ($H_0 \rightarrow H_1$) 过程中的临界时间相联系, 在 T - t 平面中用蓝色曲线表示; 情形 II: 临界时间在第 2 次淬火后总是出现, 它与从 H_0 直接淬火到 H_2 的过程中的临界时间相联系, 在 T - t 平面中用红色曲线表示; 情形 III: 临界时间在第 2 次淬火后也总是出现, 它同时与 $H_0 \rightarrow H_1$ 和 $H_0 \rightarrow H_2$ 的淬火过程中的临界时间相联系, 在 T - t 平面中用绿色曲线表示.

上述三种情形的临界时间线是否出现, 取决于淬火路径. 考虑了两类典型的淬火路径, 一类是经过同一类量子相变点的两次淬火, 其中包括经过 Ising 相变点或者经过各向异性相变点. 此时第 2

次淬火后只有情形 I 的临界时间线. 另一类是分别经过不同类量子相变点的两次淬火, 其中包括三种情形. 第一种是先经过 Ising 相变点再经过各向异性相变点, 此时第 2 次淬火后有情形 I 和情形 II 的临界时间线. 第二种是先经过各向异性相变点再经过 Ising 相变点, 此时第 2 次淬火后有情形 I 和情形 III 的临界时间线. 第三种是先经过 Ising 相变点再同时经过 Ising 和各向异性相变点, 此时第 2 次淬火后有情形 II 和一种情形 III 的临界时间线. 这表明两次淬火下横场中 XY 链的动力学量子相变不仅与时间间隔 T 有关, 还与两次淬火的路径有关.

除了上述的五种淬火路径, 还有四种其他的淬火路径. 一种是均同时经过 Ising 和各向异性相变点的两次淬火情形, 它与均经过 Ising 相变点的两次淬火情形类似. 另一种是先同时经过 Ising 和各向异性相变点再经过各向异性相变点的两次淬火

情形, 它与先经过 Ising 相变点再经过各向异性相变点的两次淬火情形类似. 还有一种是先经过各向异性相变点再同时经过 Ising 和各向异性相变点的两次淬火情形, 它与先经过各向异性相变点再经过 Ising 相变点的两次淬火情形类似. 最后一种是两次淬火先同时经过 Ising 和各向异性相变点再经过 Ising 相变点的两次淬火情形, 它与先经过 Ising 相变点再同时经过 Ising 和各向异性相变点的两次淬火情形类似.

参考文献

- [1] Polkovnikov A, Sengupta K, Silva A, Vengalattore M 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 863
- [2] Dziarmaga J 2010 *Adv. Phys.* **59** 1063
- [3] Eisert J, Friesdorf M, Gogolin C 2015 *Nat. Phys.* **11** 124
- [4] Moessner R, Sondhi S L 2017 *Nat. Phys.* **13** 424
- [5] Bloch I, Dalibard J, Zwirger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [6] Blatt R, Roos C F 2012 *Nat. Phys.* **8** 277
- [7] Bloch I, Dalibard J, Nascimbene S 2012 *Nat. Phys.* **8** 267
- [8] Heyl M, Polkovnikov A, Kehrein S 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 135704
- [9] Vajna S, Dóra B 2014 *Phys. Rev. B* **89** 161105(R)
- [10] Sharma S, Divakaran U, Polkovnikov A, Dutta A 2016 *Phys. Rev. B* **93** 144306
- [11] Cao K Y, Li W W, Zhong M, Tong P Q 2020 *Phys. Rev. B* **102** 014207
- [12] Hickey J M, Genway S, Garrahan J P 2014 *Phys. Rev. B* **89** 054301
- [13] Bhattacharjee S, Dutta A 2018 *Phys. Rev. B* **97** 134306
- [14] Qiu X, Deng T S, Guo G C, Yi W 2018 *Phys. Rev. A* **98** 021601
- [15] Zache T V, Mueller N, Schneider J T, Jendrzewski F, Berges J, Hauke P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 050403
- [16] Ding C X 2020 *Phys. Rev. B* **102** 060409(R)
- [17] Schmitt M, Kehrein S 2015 *Phys. Rev. B* **92** 075114
- [18] Heyl M 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 205701
- [19] Karrasch C, Schuricht D 2013 *Phys. Rev. B* **87** 195104
- [20] Kriel J N, Karrasch C, Kehrein S 2014 *Phys. Rev. B* **90** 125106
- [21] Yin H H, Chen S, Gao X L, Wang P 2018 *Phys. Rev. A* **97** 033624
- [22] Yang C, Wang Y, Wang P, Gao X, Chen S 2017 *Phys. Rev. B* **95** 184201
- [23] Žunkovič B, Heyl M, Knap M, Silva A 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 130601
- [24] Karrasch C, Schuricht D 2017 *Phys. Rev. B* **95** 075143
- [25] Zhou L, Wang Q H, Wang H, Gong J 2018 *Phys. Rev. A* **98** 022129
- [26] Deng T S, Yi W 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 040303 (in Chinese)
- [27] Abdi M 2019 *Phys. Rev. B* **100** 184310
- [28] Liu T, Guo H 2019 *Phys. Rev. B* **99** 104307
- [29] Abeling N O, Kehrein S 2016 *Phys. Rev. B* **93** 104302
- [30] Vajna S, Dóra B 2015 *Phys. Rev. B* **91** 155127
- [31] Wang P, Gao X L 2018 *Phys. Rev. A* **97** 023627
- [32] Yang K, Zhou L, Ma W, Kong X, Wang P, Qin X, Rong X, Wang Y, Shi F, Gong J, Du J 2019 *Phys. Rev. B* **100** 085308
- [33] Jurcevic P, Shen H, Hauke P, Maier C, Brydges T, Hempel C, Lanyon B P, Heyl M, Blatt R, Roos C F 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 080501
- [34] Fläschner N, Vogel D, Tarnowski M, Rem B S, Lühmann D S, Heyl M, Budich J C, Mathey L, Sengstock K, Weitenberg C 2018 *Nat. Phys.* **14** 265
- [35] Martinez E A, Muschik C A, Schindler P, Nigg D, Erhard A, Heyl M, Hauke P, Dalmonte M, Monz T, Zoller P, Blatt R 2016 *Nature* **534** 516
- [36] Zhang J, Pagano G, Hess P W, Kyprianidis A, Becker P, Kaplan H, Gorshkov A V, Gong Z X, Monroe C 2017 *Nature* **551** 601
- [37] Nie X, Wei B B, Chen X, Zhang Z, Zhao X, Qiu C, Tian Y, Ji Y, Xin T, Lu D, Li J 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 250601
- [38] Wang K, Qiu X, Xiao L, Zhan X, Bian Z, Yi W, Xue P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 020501
- [39] Tia Tn, Yang H X, Qiu L Y, Liang H Y, Yang Y B, Xu Y, Duan L M 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 043001
- [40] Kennes D M, Schuricht D, Karrasch C 2018 *Phys. Rev. B* **97** 184302
- [41] cheraghi H, Mahdavi S 2020 *Sci. Rep.* **10** 4407
- [42] Hou X Y, Gao Q C, Guo H, He Y, Liu T, Chien C C 2020 *Phys. Rev. B* **102** 104305
- [43] Heyl M 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 140602
- [44] Lang J, Frank B, Halimeh J C 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 130603
- [45] Hagymási I, Hubig C, Legeza Ö, Schollwöck U 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 250601
- [46] Huang Y P, Banerjee D, Heyl M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 250401
- [47] Khatun A, Bhattacharjee S M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 160603
- [48] Zhou B, Yang C, Chen S 2019 *Phys. Rev. B* **100** 184313
- [49] Sun G, Wei B B 2020 *Phys. Rev. B* **102** 094302
- [50] Wu Y 2020 *Phys. Rev. B* **101** 014305
- [51] Divakaran U, Sharma S, Dutta A 2016 *Phys. Rev. E* **93** 052133
- [52] Zhang X X, Li F J, Wang K, Xue J, Huo G W, Fang A P, Li H R 2021 *Chin. Phys. B* **30** 090504
- [53] Mo H L, Zhang Q L, Wan X 2020 *Chin. Phys. Lett.* **37** 060301
- [54] Chen S, Yang C 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 220304 (in Chinese) [杨超, 陈澍 2019 物理学报 **68** 220304]
- [55] He Z, Yu M, Wang Q 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 240506 (in Chinese) [贺志, 余敏, 王琼 2019 物理学报 **68** 240506]
- [56] Lieb E, Schultz T, Mattis D 1961 *Ann. Phys. NY* **16** 407

Dynamical quantum phase transitions in transverse field XY chain after a double quench*

Fu Hao¹⁾ Cao Kai-Yuan¹⁾ Zhong Ming¹⁾ Tong Pei-Qing^{1)2)†}¹⁾ (*School of Physics and Technology, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China*)²⁾ (*Jiangsu Key Laboratory for Numerical Simulation of Large Scale Complex Systems, Nanjing Normal University, Nanjing 210023, China*)

(Received 16 April 2021; revised manuscript received 16 June 2021)

Abstract

Nonequilibrium dynamics of quantum many-body systems have achieved rapid progress from both theoretical and experimental perspectives. Recently, dynamical quantum phase transitions (DQPTs), which describe the nonanalytic behaviors of physical quantities during the time evolution, have attracted a lot of interest. The most studied protocol to drive the system out of equilibrium is via a quantum quench. Recently, the DQPTs in the Ising chain and ANNNI chain after double quench are studied. Double quench means that the Hamiltonian of the system is abruptly changed from H_0 to H_1 , and then abruptly changed from H_1 to H_2 after a evolutionary time T . One can control at will whether or not DQPTs appear after the second quench by varying T . In this paper, we study the DQPTs arising from a double quench in the anisotropic XY chain in a transverse field. The anisotropic XY chain in a transverse field has two kinds of quantum phase transitions (Ising transition and anisotropic transition). We discuss mainly the effects of quench paths on the DQPTs of the transverse field XY chain. By calculating the rate function of the Loschmidt echo and Fisher zeros, we find that there are three typical types of the critical times of DQPTs in the plane of the T and the evolution time t . Type I of critical times, which occurs only in a certain range of T , is related to the protocol of the Hamiltonian abruptly changed from H_0 to H_1 . Type II of critical times, which occurs all the time, is related to the protocol of the Hamiltonian abruptly changed from H_0 to H_2 . Type III of critical times, which occurs all the time, is related to the protocols of the Hamiltonian abruptly changed from H_0 to H_1 and H_0 to H_2 . When the double quench paths pass through the same kind of transition point, only the critical times corresponding to Type I will appear after the second quench. When the double quench paths pass through different kinds of transition points, the critical times after the second quench will appear any two of the above three types, which depend on the choice of quench path.

Keywords: dynamical quantum phase transition, XY chain in a transverse field, quantum quench**PACS:** 05.90.+m, 05.30.-d, 75.10.Pq, 05.30.Rt**DOI:** 10.7498/aps.70.20210728

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11975126, 11575087).

† Corresponding author. E-mail: pqtong@njnu.edu.cn