



热尘埃等离子体中(2 + 1)维尘埃声孤波的传播特征

林麦麦 付颖捷 宋秋影 于腾萱 文惠珊 蒋蕾

Propagation characteristics of (2 + 1) dimensional dust acoustic solitary waves in hot dusty plasma

Lin Mai-Mai Fu Ying-Jie Song Qiu-Ying Yu Teng-Xuan Wen Hui-Shan Jiang Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 095203 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20210902

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210902>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

弹性管中的怪波

Rogue waves in fluid-filled elastic tube

物理学报. 2020, 69(1): 014701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191308>

尘埃等离子体中的分数阶模型及其Lump解

Fractional order model and Lump solution in dusty plasma

物理学报. 2019, 68(21): 210201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191045>

强碰撞磁化尘埃等离子体中的漂移波

Drift wave in strong collisional dusty magnetoplasma

物理学报. 2020, 69(17): 175201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200468>

孤子内波环境下三维声传播建模

Modeling of three-dimensional sound propagation through solitary internal waves

物理学报. 2019, 68(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190478>

非热等离子体材料表面处理及功能化研究进展

Recent progress of non-thermal plasma material surface treatment and functionalization

物理学报. 2021, 70(9): 095203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202233>

热粘弹波在变温非均匀合金熔体中的传播

Propagation of thermoviscoelastic wave in inhomogeneous alloy melt with varying temperature

物理学报. 2019, 68(4): 048101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181923>

热尘埃等离子体中 $(2 + 1)$ 维尘埃声孤波的传播特征*

林麦麦[†] 付颖捷 宋秋影 于腾萱 文惠珊 蒋蕾

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2021年5月12日收到; 2022年2月27日收到修改稿)

研究了由尘埃颗粒、电子和非热离子所组成的非磁化热尘埃等离子体中 $(2 + 1)$ 维非线性尘埃声孤波的传播特征. 首先, 利用约化摄动法推导得到了用来描述 $(2 + 1)$ 维非线性尘埃声孤波的 Kadomtsev-Petviashvili (KP) 方程, 并采用行波解法进行了定性分析, 从而获得了该系统的相图及 Sagdeev 势方程; 然后, 利用数学软件的数值模拟分析方法讨论了等温和绝热两种状态下, 热尘埃等离子体系统中不同参数对 KP 方程的非线性系数、色散系数、系统相图、Sagdeev 势函数及孤立波解的影响. 最终, 研究结果表明: 等温和绝热状态下, 尘埃颗粒的质量、电子和非热离子的温度、数密度及分布状态等多种系统参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度及波形等传播特征均存在重要影响.

关键词: 非热离子, 约化摄动法, Sagdeev 势方法, 尘埃声孤波

PACS: 52.35.Sb, 52.35.Mw, 52.35.Dm, 52.27.Lw

DOI: 10.7498/aps.71.20210902

1 引言

近年来, 多组分尘埃等离子体中的非线性波动现象引起了人们的广泛关注和深入研究^[1-5]. 尘埃等离子体作为一种电离气体, 主要组成成分包括电子、离子及尘埃颗粒等多种粒子. 尘埃等离子体涉及许多自然现象和宇宙星际物质, 广泛应用于工业、天体、材料、核聚变等基础研究和应用领域^[6,7]. 非线性尘埃声波作为等离子体中重要的非线性波动过程, 于1990年由 Rao等^[8]首次在理论上作出预言, 并由 Barkan等^[9]1995年在实验上得以证实. 由此非线性尘埃声波被学者们广泛研究, 例如: Ma和 Liu^[10]发现了尘埃声孤波的存在. Xie等^[11]研究了尘埃电荷对尘埃声孤子的影响. El-Taibany^[12]研究了非线性尘埃声波在多组分非均匀尘埃等离

子体(由带正电荷、负电荷的尘埃颗粒、麦克斯韦分布的电子和离子组成)中的传播特性. Paul等^[13]研究了含非热电子和类涡旋离子分布的非磁化尘埃等离子体中尘埃声波的非线性传播特征. El-Labany等^[14]还研究了双光谱电子分布的多组分尘埃等离子体中尘埃声波的非线性传播特征. 含有非热离子分布的尘埃等离子体更接近实验室等离子体和空间等离子体, 自 Schamel^[15]提出非热力学平衡离子的离子分布, 学者们对含有非热离子分布的尘埃等离子体进行了大量研究^[16-27]. 非热离子分布极大地改变了大振幅静电孤束结构的性质, 研究非热离子对尘埃声孤波特征的影响有助于理解天体物理尘埃等离子体系统中局域静电扰动的非线性特性, 例如土星环中静电波的非线性行为^[19]. Tasnim等^[24]研究了具有不同温度非热离子的尘埃等离子体中的圆柱形和球形尘埃加德纳孤子. Emamuddin和 Mamun^[25]研究了尘埃声激波在无

* 国家自然科学基金(批准号: 11205124)资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: linmaimai1514@126.com

碰撞非磁化尘埃等离子体 (含两种不同温度的超热电子、非热离子和带负电荷的黏性尘埃流体) 中的传播特征. Mendoza-Briceño 等^[26] 使用 Sagdeev 势方法, 在绝热状态下对含有三组分热尘埃等离子体中一维尘埃声孤波进行了理论研究. 王红艳和段文山^[27] 曾发表过关于一维情况下三组分等离子体 (大质量、带负电的尘埃颗粒且尘埃颗粒带电量可变、满足 Boltzmann 分布的电子和非热力学平衡分布的离子) 中尘埃声波的研究. 在此基础上本文扩展到二维情况, 并使用约化摄动法求解 KP 方程以及 Sagdeev 势方法探究了等温与绝热两种状态下各系统参数对尘埃声孤波传播特性的影响.

本文着重研究由尘埃颗粒、电子和非热离子组成的非磁化热尘埃等离子体中的 (2 + 1) 维非线性尘埃声波. 首先利用约化摄动法推导得到了用来描述非线性尘埃声孤波的 (2 + 1) 维 KP 方程; 然后利用数值模拟的方法讨论不同系统参数对 KP 方程中非线性系数及色散系数的影响; 最后根据定性分析法和 Sagdeev 势方法分析并讨论了不同系统参数对系统相图、Sagdeev 势函数和 (2 + 1) 维非线性尘埃声孤波传播特征的重要影响; 在结论处分析了将研究结果应用到土星环的可行性.

2 原始方程及其求解

根据磁流体力学理论, 考虑由尘埃颗粒、电子和呈现非热分布的离子所组成的非磁化热尘埃等离子体^[28], 忽略粒子间的碰撞, 可以得到含有非热离子的热尘埃等离子体中 (2 + 1) 维非线性尘埃声波的无量纲化方程组:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_d u_d) + \frac{\partial}{\partial y} (n_d v_d) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} + v_d \frac{\partial u_d}{\partial y} + \frac{\sigma_d}{n_d} \frac{\partial p_d}{\partial x} = \frac{z_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial v_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial v_d}{\partial x} + v_d \frac{\partial v_d}{\partial y} + \frac{\sigma_d}{n_d} \frac{\partial p_d}{\partial y} = \frac{z_d}{m_d} \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial p_d}{\partial x} + v_d \frac{\partial p_d}{\partial y} + \gamma p_d \left(\frac{\partial u_d}{\partial x} + \frac{\partial v_d}{\partial y} \right) = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = z_d n_d + \frac{\mu}{1 - \mu} e^{\sigma_i \phi} - \frac{1}{1 - \mu} n_i. \quad (5)$$

由电中性条件可知 $n_{i0} = n_{e0} + z_d n_{d0}$, n_{i0} , n_{e0} 和

n_{d0} 分别是未扰动时的离子、电子和尘埃颗粒的数密度, z_d 为尘埃颗粒荷电量. 上述方程中尘埃颗粒数密度 n_d 和离子数密度 n_i 分别由 n_{d0} 和 n_{i0} 无量纲化. u_d , v_d 分别为尘埃流体在 x , y 方向的无量纲化速度, 由尘埃声速 $C_d = (z_d T_i / m_d)^{1/2}$ 无量纲化, 其中 T_i 为离子温度, m_d 为尘埃颗粒质量. 压强 p_d 由 $n_{d0} z_d T_d$ 无量纲化, 其中 T_d 是尘埃温度. 电势 ϕ 由 T_i / e 无量纲化. 空间变量 x , y 由 Debye 长度 $\lambda_{Dd} = [T_i / (4\pi z_d n_{d0} e^2)]^{1/2}$ 无量纲化, 时间 t 由尘埃等离子体频率的倒数 $\omega_{pd}^{-1} = [m_d / (4\pi z_d^2 n_{d0} e^2)]^{1/2}$ 无量纲化. 其他系统参数: $\sigma_i = T_i / T_e$, $\sigma_d = T_d / T_i$, $\mu = n_{e0} / n_{i0}$, T_e 为电子温度. $\gamma = 1$ 或 3 分别表示等温和绝热情况.

上述系统中非线性尘埃声波的相速度远小于离子热速度, 离子数密度 n_i 满足非热力学平衡分布^[29,30]:

$$n_i = \left[1 + \frac{4\alpha}{1 + 3\alpha} (\phi + \phi^2) \right] e^{-\phi}, \quad (6)$$

其中 α 是决定快离子数的参数, 当 $\alpha = 0$ 时, 离子数 n_i 满足 Boltzmann 分布.

对 (1)–(5) 式作坐标伸展变换, 令: $\eta = \varepsilon y$, $\tau = \varepsilon^{3/2} t$, $\xi = \varepsilon^{1/2} (x - v_0 t)$, 其中 ε 是表征非线性强度的小参数, v_0 为线性波的速度. 与此同时, 对 (1)–(5) 式中的各未知量作如下形式的摄动展开:

$$n_d = 1 + \varepsilon \cdot n_{d1} + \varepsilon^2 \cdot n_{d2} + \varepsilon^3 \cdot n_{d3} + \dots, \quad (7)$$

$$u_d = \varepsilon \cdot u_{d1} + \varepsilon^2 \cdot u_{d2} + \varepsilon^3 \cdot u_{d3} + \dots, \quad (8)$$

$$v_d = \varepsilon^{3/2} \cdot v_{d1} + \varepsilon^{5/2} \cdot v_{d2} + \dots, \quad (9)$$

$$p_d = 1 + \varepsilon \cdot p_{d1} + \varepsilon^2 \cdot p_{d2} + \varepsilon^3 \cdot p_{d3} + \dots, \quad (10)$$

$$\phi = \varepsilon \cdot \phi_1 + \varepsilon^2 \cdot \phi_2 + \varepsilon^3 \cdot \phi_3 + \dots, \quad (11)$$

$$z_d = 1 + \gamma_1 \cdot \phi + \gamma_2 \cdot \phi^2 + \dots. \quad (12)$$

将 (7)–(12) 式代入 (1)–(5) 式, 并按 ε 的不同次幂展开.

在 ε 的最低次幂下, 求得

$$n_{d1} = \frac{1}{m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)} \phi_1,$$

$$u_{d1} = \frac{v_0}{m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)} \phi_1,$$

$$p_{d1} = \frac{\gamma}{m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)} \phi_1.$$

在 ε 的较高次幂下:

$$\frac{\partial v_{d1}}{\partial \xi} = \frac{v_0}{m_d(\sigma_d \gamma - v_0^2)} \frac{\partial \phi_1}{\partial \eta},$$

$$\frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} - \frac{1}{m_d(\sigma_d \gamma - v_0^2)} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} = \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} - \left[\frac{4\alpha/(1+3\alpha) - \sigma_i \mu - 1}{m_d(1-\mu)(\sigma_d \gamma - v_0^2)} - \frac{1}{m_d^2(\sigma_d \gamma - v_0^2)^2} + \gamma_2 + \frac{\mu \sigma_i^2 - 1}{2(1-\mu)} \right] \frac{\partial \phi_1^2}{\partial \xi}.$$

在 ε 的最高次幂下:

$$\begin{aligned} v_0 \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} - \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} &= \frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} + \frac{\partial(n_{d1} u_{d1})}{\partial \xi} + \frac{\partial v_{d1}}{\partial \eta}, \\ v_0 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \sigma_d \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + \frac{1}{m_d} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} &= (u_{d1} - v_0 n_{d1}) \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} - \frac{\gamma_1 \phi_1 + n_{d1}}{m_d} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi}, \\ v_0 \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} - \gamma \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} &= \frac{\partial p_{d1}}{\partial \tau} + u_{d1} \frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + \gamma p_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + \gamma \frac{\partial v_{d1}}{\partial \eta}. \end{aligned}$$

并最终化简, 求得 (2 + 1) 维非线性尘埃声孤波所满足的 KP 方程:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + A \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + B \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} \right) + C \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \eta^2} = 0, \quad (13)$$

其中

$$\begin{aligned} A &= \frac{\sigma_d \gamma^2 + \sigma_d \gamma}{2v_0 m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)} + \frac{3 \left(\mu \sigma_i + 1 - \frac{4\alpha}{1+3\alpha} \right) (\sigma_d \gamma - v_0^2) - m_d (\mu \sigma_i^2 - 1) (\sigma_d \gamma - v_0^2)^2}{2v_0 (1-\mu)} - \frac{m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)^2 \gamma_2}{v_0}, \\ B &= \frac{m_d (\sigma_d \gamma - v_0^2)^2}{2v_0}, \quad C = \frac{v_0}{2}. \end{aligned}$$

3 KP 方程的分析讨论

首先, 借助数学软件对 KP 方程的非线性系数 A 和色散系数 B 进行讨论. 图 1 给出了 σ_d 取值不同时, KP 方程的非线性系数 A 在等温和绝热状态下随着非热离子数 α 的变化规律, 其中 $\sigma_i = 0.9$, $\mu = 0.6$, $m_d = 0.6$, $v_0 = 0.15$. 图 1 表明:

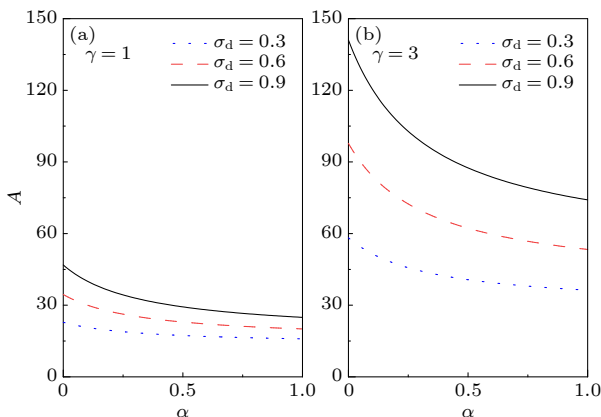


图 1 σ_d 取值不同时, 非线性系数 A 随参数 α 的变化 (a) 等温状态, $\gamma = 1$; (b) 绝热状态, $\gamma = 3$

Fig. 1. Nonlinear coefficient A with respect to the parameter α for different values of σ_d : (a) Isothermal state; (b) adiabatic state.

在等温和绝热状态下, 非线性系数 A 随着非热离子数 α 的增大而减小, 并随着参数 σ_d 的增大而增大. 由于 $\sigma_d = T_d/T_i$, 即当尘埃颗粒温度 T_d 升高或非热离子的温度 T_i 降低时, 非线性系数 A 将增大, 并且当等离子体处于绝热状态时, 非线性系数增幅更加明显. 这说明: 等离子体系统中的尘埃颗粒与离子的温度之比 σ_d 对非线性系数 A 的影响在绝热状态下相较于等温状态更为显著.

为了更加深入地了解其他系统参数对非线性系数 A 的影响, 利用数学软件的数值模拟方法, 分别给出了 m_d , μ , σ_i 取值不同时, KP 方程的非线性系数 A 在等温和绝热状态下随着非热离子数 α 的变化规律, 如图 2 和图 3 所示. 图 2 和图 3 表明: 在等温和绝热状态下, 非线性系数 A 都随着非热离子数 α 的增大而减小, 且其他参数取值不同时对非线性系数 A 的影响各不相同. 图 2(a) 及图 3(a) 显示: 在等温和绝热状态下, 非线性系数 A 随着尘埃颗粒质量 m_d 的增大而减小, 且绝热状态下 m_d 对非线性系数 A 的影响更加明显. 图 2(b) 及图 3(b) 表明: 在等温和绝热状态下, 非线性系数 A 随着参数 μ 的增大而大幅递增. 考虑到 $\mu = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$, 说明平衡状态

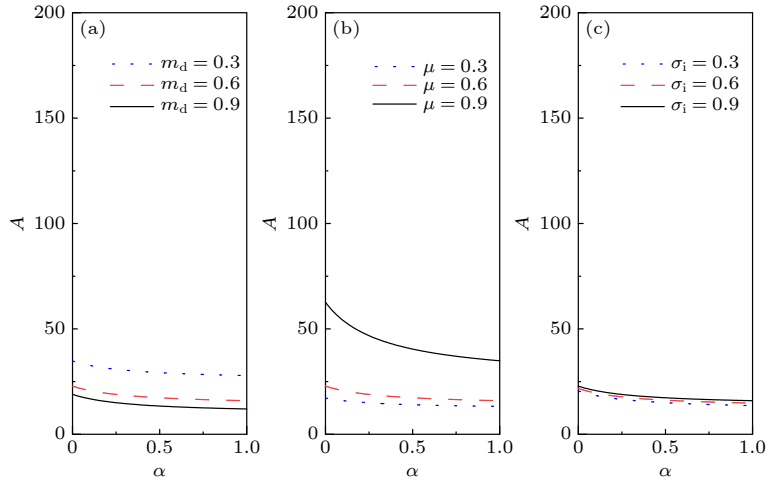


图 2 (a)–(c) m_d, μ, σ_i 取值不同时, 等温状态 ($\gamma = 1$) 下非线性系数 A 随参数 α 的变化

Fig. 2. Nonlinear coefficient A with respect to the parameter α in isothermal state under the condition of different values of (a)–(c) m_d, μ, σ_i .

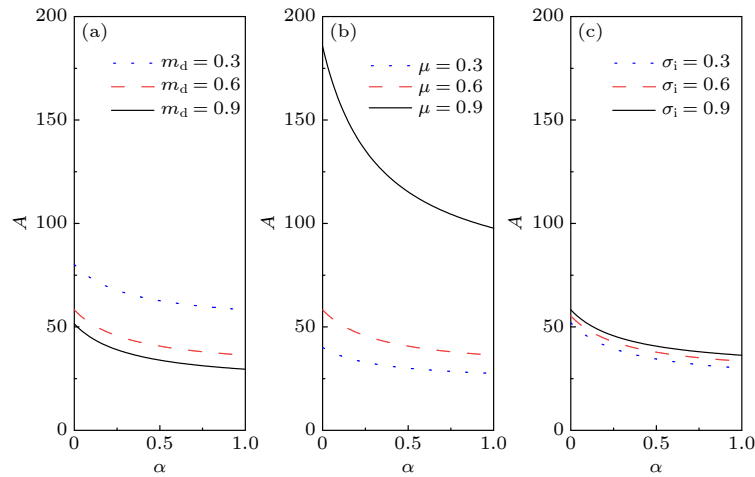


图 3 (a)–(c) m_d, μ, σ_i 取值不同时, 绝热状态 ($\gamma = 3$) 下非线性系数 A 随参数 α 的变化

Fig. 3. Nonlinear coefficient A with respect to the parameter α in adiabatic state under the condition of different values of (a)–(c) m_d, μ, σ_i .

下的电子数密度 n_{e0} 增大或非热离子的数密度 n_{i0} 减小, 将使系统的非线性系数 A 的强度增强, 并且在绝热状态下增加的程度更加显著. 从图 2(c) 及图 3(c) 可以看出: 在等温和绝热状态下, 非线性系数 A 随着参数 σ_i 的增大而增大, 由于 $\sigma_i = T_i/T_e$, 即电子温度降低时非线性系数 A 将增大.

综上所述, 含有非热离子的热尘埃等离子体中尘埃颗粒的质量、电子和非热离子的温度以及数密度等多种系统因素均对 KP 方程的非线性系数 A 存在不可忽略的重要影响.

图 4 给出了 m_d, σ_d 取值不同时, KP 方程的色散系数 B 在等温状态和绝热状态下随线性波速度 v_0 的变化规律. 图 4(a) 和图 4(c) 展示了 $v_0 = 0.1$ – 0.6 时, 色散系数在等温和绝热状态下随尘埃颗粒

质量 m_d 的增加而增大, 且取相同尘埃颗粒质量时, 绝热状态下的色散系数比等温状态下大一个数量级. 图 4(b) 及图 4(d) 说明了: 随着 σ_d 取值的增大, 等温和绝热状态下的色散系数也在变大, 即当尘埃颗粒温度 T_d 升高或非热离子的温度 T_i 降低时, 色散系数 B 将增大; 同样, σ_d 取值相同时绝热状态下的色散系数比等温状态下大一个数量级.

4 系统相图、Sagdeev 势函数及孤立波解

假设 KP 方程 (13) 有如下形式的孤立波解:

$$\phi_1 = \phi_1(\theta), \theta = k\xi + l\eta - u_0\tau,$$

其中 k, l 分别为 ξ, η 方向的波数; u_0 为波速.

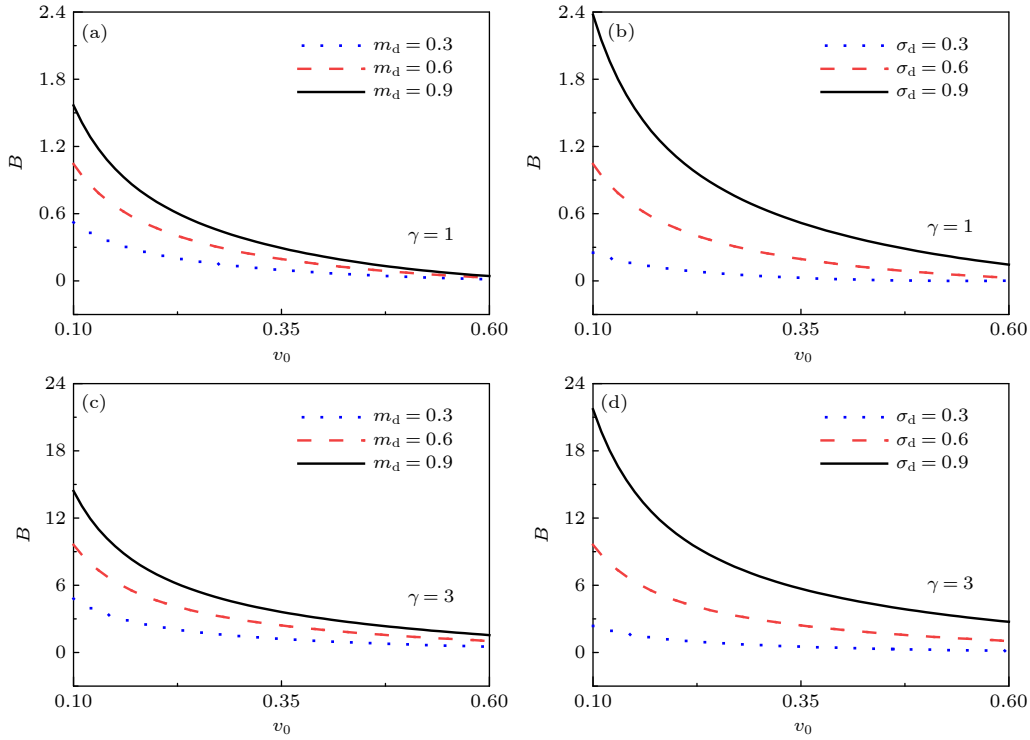


图 4 色散系数 B 随参数 v_0 的变化 (a), (b) 等温状态, $\gamma = 1$; (c), (d) 绝热状态, $\gamma = 3$

Fig. 4. Dispersion coefficient A with respect to the parameter v_0 in (a), (b) isothermal state and (c), (d) adiabatic state, respectively.

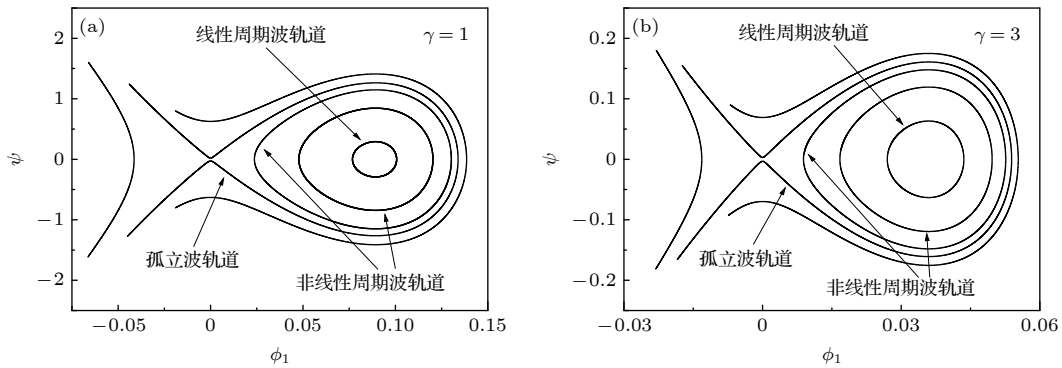


图 5 相平面 (ϕ_1, ψ) 及轨线分布图 (a) $\gamma = 1$; (b) $\gamma = 3$

Fig. 5. Track of phase plane: (a) $\gamma = 1$; (b) $\gamma = 3$.

则 (13) 式可以变为

$$k \frac{d}{d\theta} \left(-u_0 \frac{d\phi_1}{d\theta} + Ak\phi_1 \frac{d\phi_1}{d\theta} + Bk^3 \frac{d^3\phi_1}{d\theta^3} \right) + Cl^2 \frac{d^2\phi_1}{d\theta^2} = 0. \quad (14)$$

(14) 式积分后可得

$$\frac{d^2\phi_1}{d\theta^2} = -\frac{Cl^2 - ku_0}{Bk^4} \phi_1 - \frac{A}{2Bk^2} \phi_1^2. \quad (15)$$

化为二维自治系统:

$$\begin{cases} \frac{d\phi_1}{d\theta} = \psi, \\ \frac{d\psi}{d\theta} = -\frac{Cl^2 - ku_0}{Bk^4} \phi_1 - \frac{A}{2Bk^2} \phi_1^2. \end{cases}$$

图 5(a) 和图 5(b) 分别是等温和绝热状态下的相平面 (ϕ_1, ψ) 及轨线分布图, 各个参量的取值分别为 $\sigma_i = 0.9, \mu = 0.6, m_d = 0.6, v_0 = 0.15, \sigma_d = 0.3, \alpha = 0.1$. 图 5 表明: 在该系统中存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道及孤立波解轨道.

(15) 式经过积分变换可得 Sagdeev 势方程:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi_1}{d\theta} \right)^2 + V(\phi_1) = 0, \quad (16)$$

Sagdeev 势函数为 $V(\phi_1) = \frac{Cl^2 - ku_0}{2Bk^4} \phi_1^2 + \frac{A}{6Bk^2} \phi_1^3$.

接下来通过数值模拟对 Sagdeev 势进行分析. 图 6 和图 7 分别是在等温状态和绝热状态下 σ_d 取不同值时, Sagdeev 势随 ϕ_1 的变化规律, 可以看出在 $\phi_1 = 0$ 处, $V(\phi_1) = \frac{dV(\phi_1)}{d\phi_1} = 0$ 且 $\frac{d^2V(\phi_1)}{d\phi_1^2} < 0$. 除 $\phi_1 = 0$ 以外, 仍存在一个 ϕ_m , 使得 $V(\phi_m) = 0$, 且当 $0 < \phi_1 < \phi_m$ 时 $V(\phi_1) < 0$. 满足以上条件可知含有非热离子的热尘埃等离子体中存在压缩孤立波. 并且由图 6 和图 7 可以看出, 等温和绝热状态下 $\sigma_d = T_d/T_i$ 越大 ϕ_m 越小, 即尘埃颗粒温度 T_d 升高或非热离子的温度 T_i 降低时, 孤立波振幅的最大值 ϕ_m 将减小. 通过对比两幅图可以看出, 等温状态下粒子所处的势阱深度 (the depth of potential) 比绝热状态下大两个数量级.

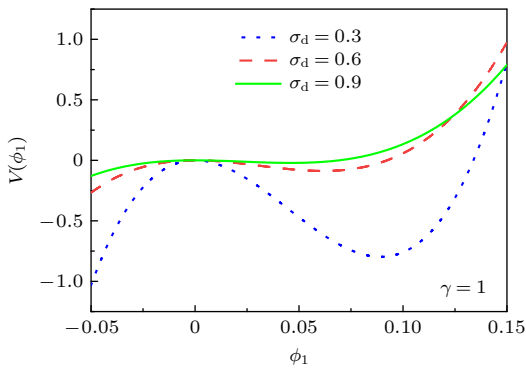


图 6 σ_d 取不同值时, 等温状态 ($\gamma = 1$) 下 Sagdeev 势 $V(\phi_1)$ 随 ϕ_1 的变化

Fig. 6. The Sagdeev potential $V(\phi_1)$ with respect to ϕ_1 in isothermal state for different values of σ_d .

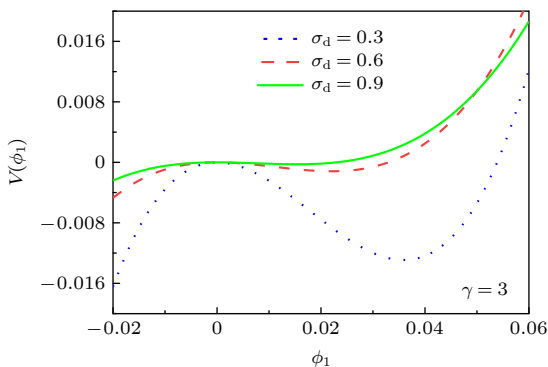


图 7 σ_d 取不同值时, 绝热状态 ($\gamma = 3$) 下 Sagdeev 势 $V(\phi_1)$ 随 ϕ_1 的变化

Fig. 7. The Sagdeev potential $V(\phi_1)$ with respect to ϕ_1 in adiabatic state for different values of σ_d .

图 8(a)—(d) 分别给出了 α , σ_i , μ , m_d 取不同值时, Sagdeev 势在等温状态下随 ϕ_1 的变化规律. 图 8(a) 表明孤立波的振幅 ϕ_m 随着非热离子数 α 的增加而增大. 图 8(b) 说明 $\sigma_i = T_i/T_e$ 越大, 即电子温度降低时孤立波的振幅 ϕ_m 越小. 图 8(c) 表示孤立波的振幅 ϕ_m 随着参数 μ 的增大而降低, 由于 $\mu = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$, 说明平衡状态下的电子数密度 n_{e0} 增大或非热离子的数密度 n_{i0} 减小, 将使孤立波振幅 ϕ_m 降低. 图 8(d) 表明孤立波的振幅 ϕ_m 随着尘埃颗粒的质量 m_d 的增加而增大.

图 9(a)—(d) 分别给出了 α , σ_i , μ , m_d 取不同值时, Sagdeev 势在绝热状态下随 ϕ_1 的变化规律. 可以看出, 绝热状态下 Sagdeev 势随 ϕ_1 的变化趋势以及压缩孤立波的振幅随系统参数的变化规律与等温状态下相似, 但等温状态下粒子所处的势阱深度比绝热状态下大两个数量级. 上述结果说明, 多组分热等离子体中的各种系统参数, 诸如: 平衡态时电子和非热离子的数密度、尘埃颗粒的温度和质量、电子和非热离子温度等, 对该系统中存在的压缩孤立波的振幅均产生不同程度的重要影响.

由 (16) 式可以得到 KP 方程的孤立波解如下:

$$\phi_1 = \phi_m \cdot \text{sech}^2 \left(\frac{\theta}{\omega} \right),$$

其中 $\phi_m = \frac{3(u_0k - Cl^2)}{Ak^2}$, $\omega = 2k^2 \sqrt{\frac{B}{u_0k - Cl^2}}$ 分别为孤立波的振幅和宽度.

图 10(a) 和图 10(b) 分别给出了等温和绝热状态下, 孤立波 ϕ_1 的波形随着非热离子数 α 的变化规律. 图 10(a) 显示: 在等温状态下, 该系统存在压缩孤立波 ($\phi_m > 0$), 且孤立波的振幅随着非热离子数的增大而增大, 与此同时孤立波的宽度则逐渐减小. 另外, 通过对比图 10(a) 与图 10(b) 不难发现, 等温状态下系统中的孤立波相较于绝热状态时, 振幅更高, 宽度更小.

图 11 和图 12 分别给出了 σ_d , σ_i , μ , m_d 取不同值时, 尘埃声孤波在等温和绝热状态下波形的变化规律. 图 11(a) 和图 12(a) 展示了在等温和绝热两种不同状态下, 尘埃颗粒温度与非热离子温度的比值 $\sigma_d = T_d/T_i$ 越小, 孤立波的振幅越大而宽度越小, 这说明孤立波振幅随尘埃颗粒温度的降低而增大, 孤立波的宽度随尘埃颗粒温度的降低而减小. 图 11(b) 和图 12(b) 表明在等温和绝热状态下非热离子温度与电子温度的比值 $\sigma_i = T_i/T_e$ 越小, 孤立

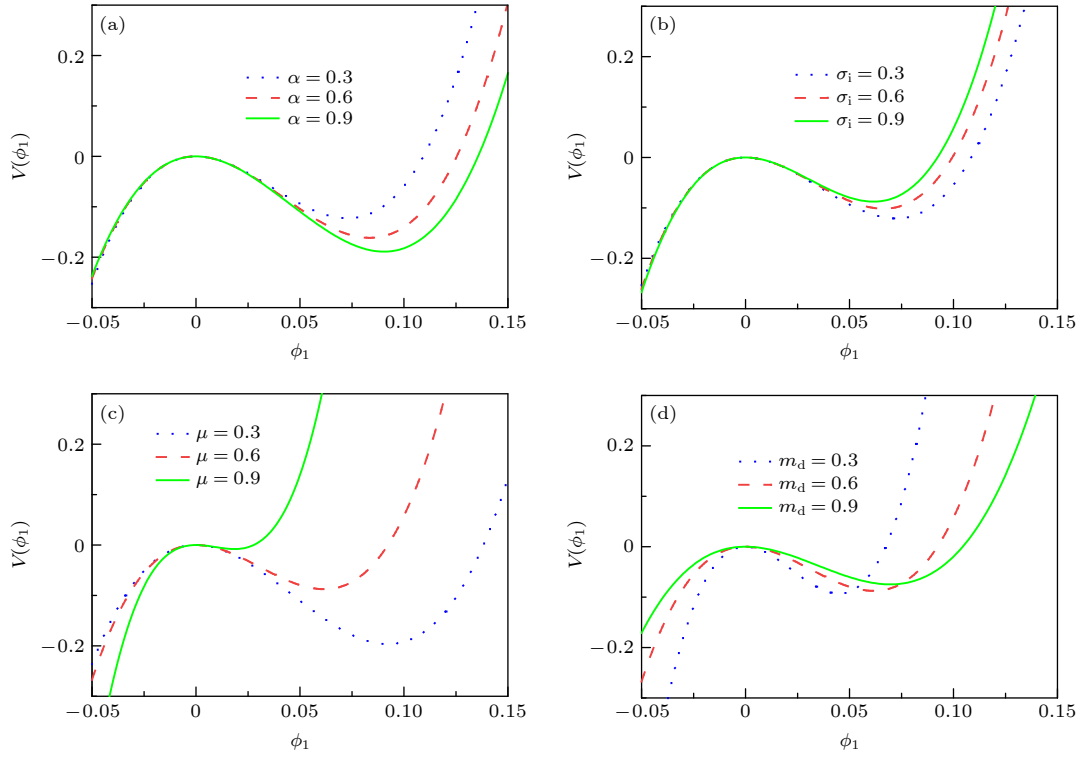


图 8 (a)–(d) α , σ_i , μ , m_d 取不同值, 等温状态 ($\gamma = 1$) 下 Sagdeev 势 $V(\phi_1)$ 随 ϕ_1 的变化

Fig. 8. The Sagdeev potential $V(\phi_1)$ with respect to ϕ_1 in isothermal state under the condition of different values of (a)–(d) α , σ_i , μ , m_d .

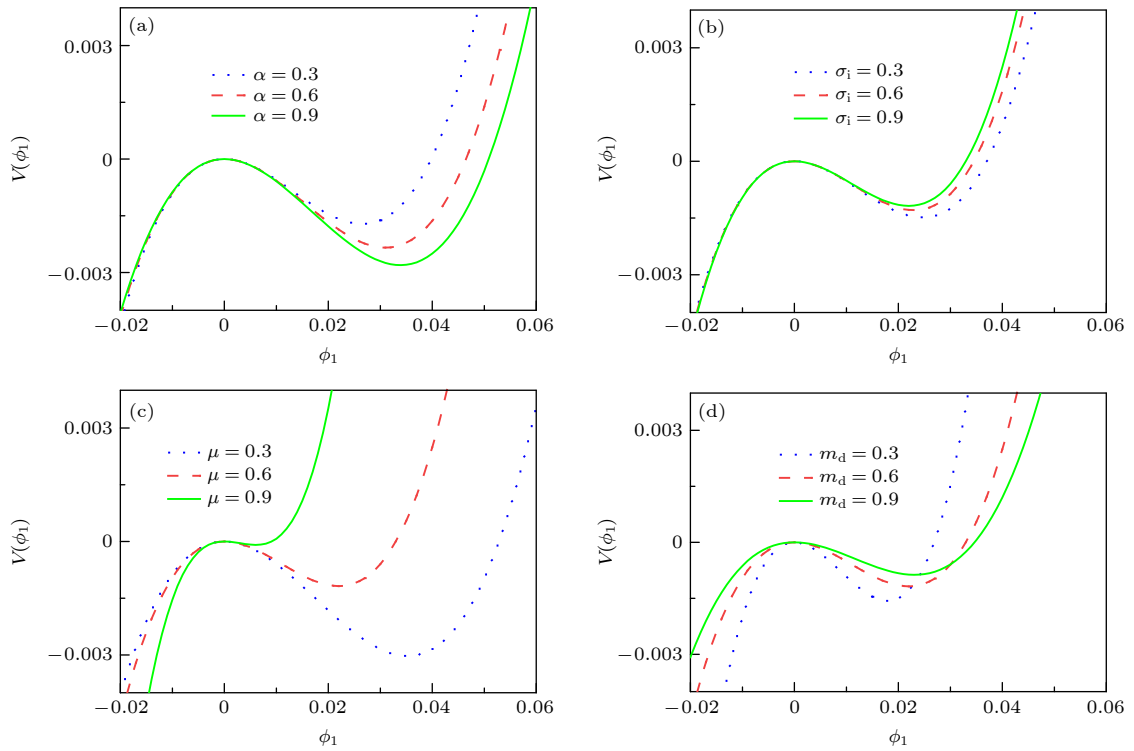


图 9 (a)–(d) α , σ_i , μ , m_d 取不同值, 绝热状态 ($\gamma = 3$) 下 Sagdeev 势 $V(\phi_1)$ 随 ϕ_1 的变化

Fig. 9. The Sagdeev potential $V(\phi_1)$ with respect to ϕ_1 in adiabatic state under the condition of different values of (a)–(d) α , σ_i , μ , m_d .

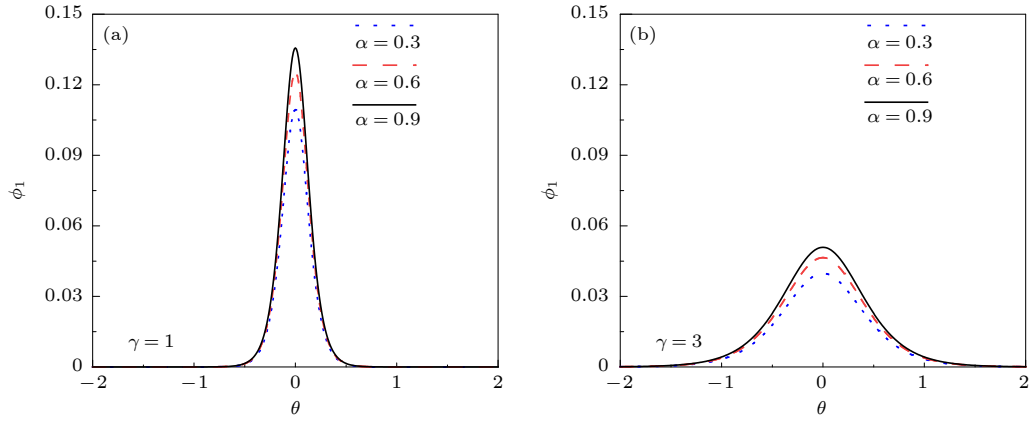


图 10 α 取值不同时, 孤立波 ϕ_1 的波形变化 (a) 等温状态, $\gamma = 1$; (b) 绝热状态, $\gamma = 3$

Fig. 10. Waveform of solitary waves ϕ_1 for different values of α : (a) Isothermal state; (b) adiabatic state, respectively.

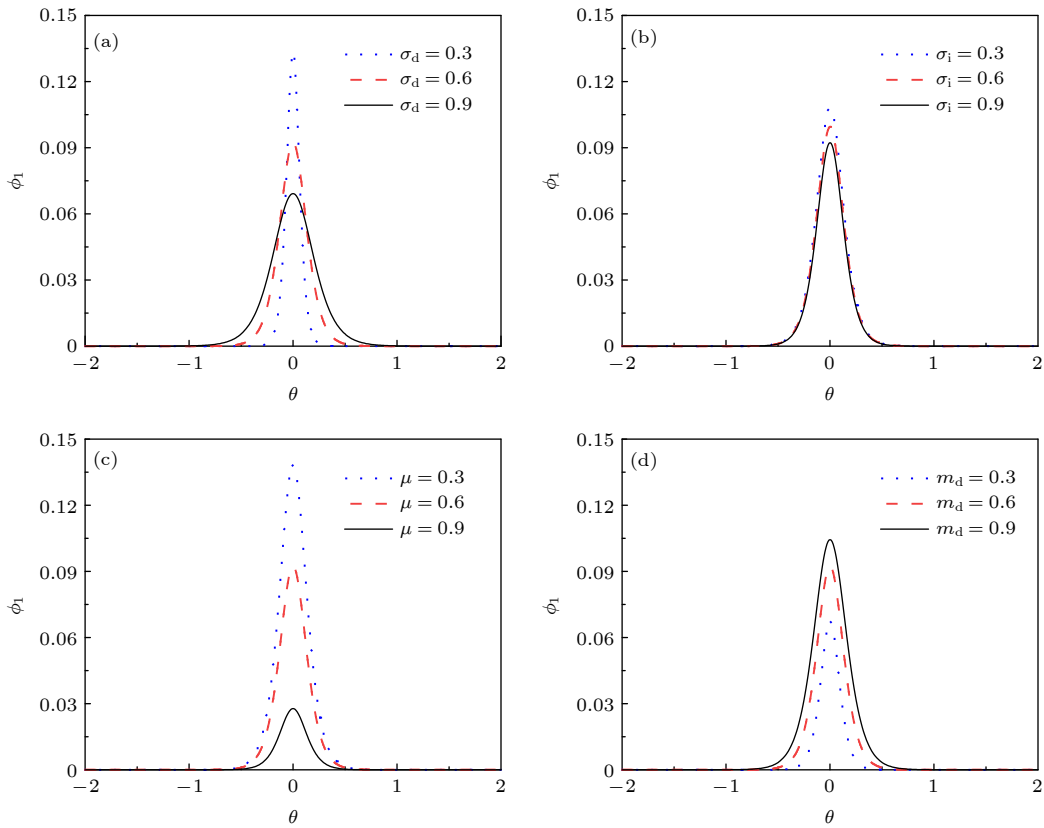


图 11 (a)–(d) σ_d , σ_i , μ , m_d 取不同值时, 等温状态 ($\gamma = 1$) 下孤立波 ϕ_1 的波形变化

Fig. 11. Waveform of solitary waves ϕ_1 in isothermal state under the condition of different values of (a)–(d) σ_d , σ_i , μ , m_d .

波的振幅随之增大而宽度减小. 图 11(c) 和图 12(c) 表明: 在等温和绝热状态下, 系统中的压缩孤立波的振幅随着平衡态时的电子数密度与非热离子数密度的比值 $\mu = \frac{n_{e0}}{n_{i0}}$ 的增大而减小. 这说明: 当多组分的复杂热等离子体中平衡状态下电子数密度减小或非热离子数密度增大时, 压缩孤立波的振幅将逐渐增加, 而其宽度将不断减小. 图 11(d) 和

图 12(d) 显示: 在等温和绝热状态下, 系统中的压缩孤立波的振幅随尘埃颗粒质量 m_d 的增加而增大, 宽度随尘埃颗粒质量 m_d 的增加而减小.

综上所述, 我们不难看出: 含有非热离子的多组分复杂热等离子体中的 (2 + 1) 维非线性尘埃声孤波的振幅、宽度及波形等传播特征均与该系统中的多种系统参数存在紧密关系.

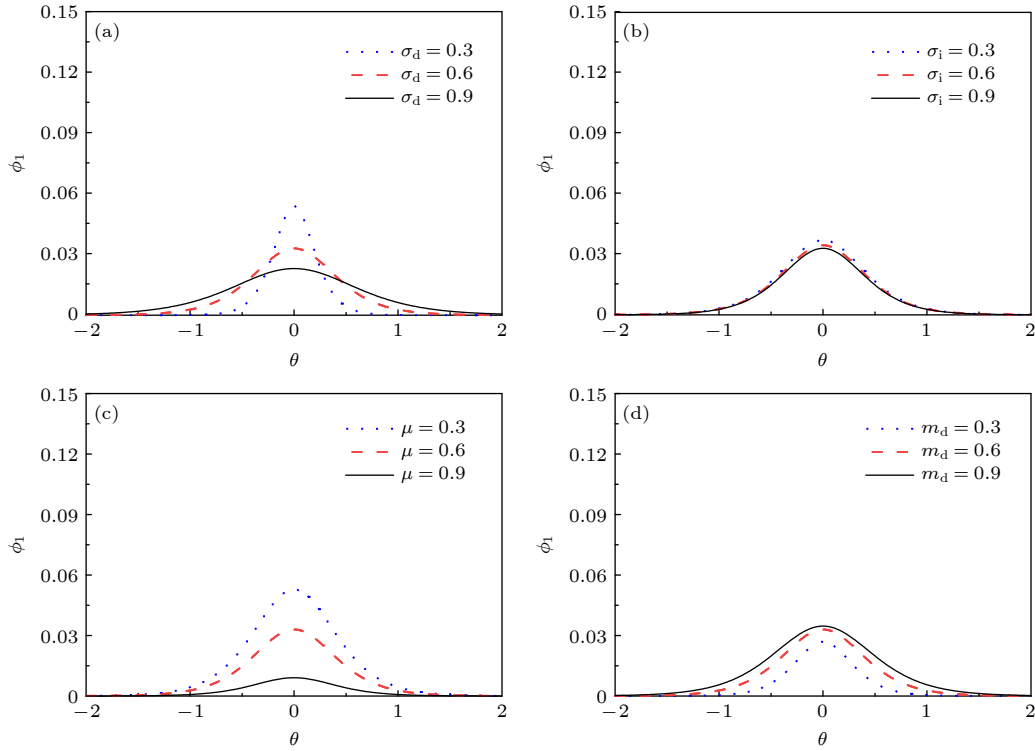


图 12 (a)–(d) σ_d , σ_i , μ , m_d 取不同值时, 绝热状态 ($\gamma = 3$) 下孤立波 ϕ_1 的波形变化

Fig. 12. Waveform of solitary waves ϕ_1 in adiabatic state under the condition of different values of (a)–(d) σ_d , σ_i , μ , m_d .

5 结 论

本文研究了包含电子、非热离子和尘埃颗粒的多组分热尘埃等离子体中的 $(2 + 1)$ 维非线性尘埃声孤波的传播特征. 首先, 运用约化摄动法, 推导得到用来描述多组分热尘埃等离子体中的 $(2 + 1)$ 维非线性尘埃声孤波的 KP 方程, 并利用数值模拟的方法讨论了多组分热尘埃等离子体中的各个系统参数对 KP 方程中的非线性系数及色散系数的重要影响. 然后, 根据系统相图、Sagdeev 势函数和孤立波解分析了不同系统参数下非线性尘埃声孤波的传播特征. 结果表明: 尘埃颗粒的质量及温度、平衡状态下电子数密度和非热离子数密度以及电子和非热离子的温度等多种系统参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度及波形均存在不可忽略的重要影响. 而文中二维情况下尘埃声孤波的振幅与宽度随尘埃温度的变化趋势与一维情况下相似^[26].

Kotsarenko 等^[31] 研究了尘埃等离子体中离子声孤子、尘埃声孤子和离子-尘埃孤子的色散关系, 将土星环中的轮辐结构与圆柱形离子-尘埃孤子进行对比研究发现: 依据土星环中等离子体参数计算, 获得理论上孤子的横向尺寸近似为 1000 km,

这与空间观测到的土星环轮辐结构基本接近. Wang 等^[32] 利用卡西尼号飞船上的无线电和等离子体波科学仪器 (RPWS) 所检测到的数据, 研究了卡西尼号 2004 年第一次通过土星环时的尘埃颗粒特征. 当小颗粒以高速撞击航天器时, 会立即汽化并产生呈放射状扩张的等离子体, 颗粒释放的电荷将产生极化电场, 在 RPWS 电场天线上产生电压脉冲, 其振幅与撞击粒子质量成正比. 尘埃颗粒的质量分布可由电压脉冲的振幅分布来确定, 远离环平面的区域中大尘埃颗粒的数量比靠近环平面的区域少. 根据模拟结果中尘埃颗粒质量与尘埃声孤波振幅的关系, 可知靠近环平面区域中的局域静电孤立波的振幅大于远离环平面区域中的局域静电孤立波的振幅. Pickett 等^[33] 对 2004—2008 年观测距离小于 $10 R_s$ 的卡西尼号 RPWS WBR 数据中观测到的典型双极静电孤波 (ESW) 进行了分析. 在最接近土卫二时检测到的 ESW 振幅增加为几十到 100 mV/m, 且周围磁场有了显著增加, 可能是由于土卫二周围的等离子体环境导致的. 土星 F 环中典型尘埃等离子体参数为^[34,35]: $n_{e0} \simeq 10\text{--}20 \text{ cm}^{-3}$, $n_{d0} \simeq 1\text{--}10 \text{ cm}^{-3}$, $T_e \simeq 8\text{--}80 \text{ eV}$, $Z_d \simeq 10\text{--}100$. 在我们的研究中, 基本保持离子温度与电子温度的比值 $\sigma_i = T_i/T_e$ 在 0.9, 研究结果可以应

用到土星环中, 为预测土星 F 环中局域静电孤立结构的非线性特性提供一定理论基础.

参考文献

- [1] Rosenberg M, Kalman G 1997 *Phys. Rev. E* **56** 7166
- [2] Gill T S, Bains A S, Bedi C 2010 *Phys. Plasmas* **17** 013701
- [3] El-Taibany W F, El-Bedwehy N A, El-Shamy E F 2011 *Phys. Plasmas* **18** 033703
- [4] Sabry R, Moslem W M, Shukla P K 2009 *Phys. Plasmas* **16** 032302
- [5] Singh K, Kaur N, Saini N S 2017 *Phys. Plasmas* **24** 063703
- [6] Melandsø F, Goree J 1995 *Phys. Rev. E* **52** 5312
- [7] Gurnett D A, Ansher J A, Kurth W S, Granroth L J 1997 *Geophys. Res. Lett.* **24** 3125
- [8] Rao N N, Shukla P K, Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **38** 543
- [9] Barkan A, Merlino R L, Angelo D N 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3563
- [10] Ma J X, Liu J 1997 *Phys. Plasmas* **4** 253
- [11] Xie B S, He K F, Huang Z Q 1998 *Chin. Phys. Lett.* **15** 892
- [12] El-Taibany W F 2013 *Phys. Plasmas* **20** 093701
- [13] Paul A, Mandal G, Mamun A A, Amin M R 2013 *Phys. Plasmas* **20** 104505
- [14] El-Labany S K, El-Taibany W F, El-Tantawy A A, Zedan N A 2020 *Contrib. Plasma Phys.* **60** e202000049
- [15] Schamel H 1986 *Phys. Rep.* **140** 161
- [16] Ghosh S, Bharuthram R, Khan M, Gupta M R 2004 *Phys. Plasmas* **11** 3602
- [17] El-Taibany W F, Wadati Miki, Sabry R 2007 *Phys. Plasmas* **14** 032304
- [18] Ghosh U N, Chatterjee P 2012 *Indian J. Phys.* **86** 407
- [19] Bliokh P V, Yaroshenko V V 1985 *Sov. Astron.* **29** 330
- [20] Seadawy A R, Lu D 2016 *Results Phys.* **6** 590
- [21] Bhakta S, Ghosh U, Sarkar S 2017 *Phys. Plasmas* **24** 023704
- [22] Iqbal M, Seadawy A R, Lu D, Xia X 2019 *Mod. Phys. Lett. A* **34** 1950309
- [23] El-Bedwehy N A, El-Taibany W F 2020 *Phys. Plasmas* **27** 012107
- [24] Tasmim I, Masud M M, Mamun A A 2014 *J. Korean Phys. Soc.* **64** 987
- [25] Emamuddin M, Mamun A A 2018 *Phys. Plasmas* **25** 013708
- [26] Mendoza-Briceño C A, Russel S M, Mamun A A 2000 *Planet. Space Sci.* **48** 599
- [27] Wang H Y, Duan W S 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 3977 (in Chinese) [王红艳, 段文山 2007 *物理学报* **56** 3977]
- [28] Mamun A A, Cairns R A, Shukla P K 1996 *Phys. Plasmas* **3** 2610
- [29] Cairns R A, Mamun A A, Bingham R, Bostrom R, Dendy R O, Nairn C M C, Shukla P K 1995 *Geophys. Res. Lett.* **22** 2709
- [30] Mamuna A A, Russell S M, Cesar A, Mendoza-Briceño C A, Alamb M N, Datta T K, Das A K 2000 *Planet. Space Sci.* **48** 163
- [31] Kotsarenko N Ya, Koshevaya S V, Stewart G A, Maravilla D 1998 *Planet. Space Sci.* **46** 429
- [32] Wang Z, Gurnett D A, Averkamp T F, Persoon A M, Kurth W S 2006 *Planet. Space Sci.* **54** 957
- [33] Pickett J S, Kurth W S, Gurnett D A, Huff R L, Faden J B, Averkamp T F, Piša D, Jones G H 2015 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **120** 6569
- [34] El-Labany S K, Safi F M, Moslem W M 2007 *Planet. Space Sci.* **55** 2192
- [35] Mamun A A, Shukla P K 2011 *J. Plasma Phys.* **77** 437

Propagation characteristics of $(2 + 1)$ dimensional dust acoustic solitary waves in hot dusty plasma*

Lin Mai-Mai[†] Fu Ying-Jie Song Qiu-Ying Yu Teng-Xuan
Wen Hui-Shan Jiang Lei

(*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

(Received 12 May 2021; revised manuscript received 27 February 2022)

Abstract

The propagation characteristics of $(2 + 1)$ dimensional nonlinear dust acoustic solitary wave in an unmagnetized hot dusty plasma composed of dust particles, electrons and nonthermal ions are studied in the paper. Firstly, the Kadomtsev-Petviashvili (KP) equation, which is used to describe the $(2 + 1)$ dimensional nonlinear dust acoustic solitary wave, is derived by the reduced perturbation method, and the phase diagram and the Sagdeev potential equation of the system are obtained by using the traveling wave solution method. Then, the effects of different parameters in the hot dusty plasma system on the nonlinear coefficient, dispersion coefficient of the KP equation, system phase diagrams, Sagdeev potential function and the solitary wave solution in isothermal and adiabatic states are discussed by using numerical simulation and analysis method of mathematical software. Finally, the results show that the mass of dust particles, temperature, number density and distribution state of electrons and nonthermal ions have important effects on the amplitude, width and waveform of the nonlinear dust acoustic solitary wave under isothermal and adiabatic conditions.

Keywords: nonthermal ions, reductive perturbation method, Sagdeev potential method, dust acoustic solitary wave

PACS: 52.35.Sb, 52.35.Mw, 52.35.Dm, 52.27.Lw

DOI: [10.7498/aps.71.20210902](https://doi.org/10.7498/aps.71.20210902)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11205124).

[†] Corresponding author. E-mail: linmimai1514@126.com