



圆柱曲面单光子量子雷达散射截面的理论研究

田志富 吴迪 胡涛

Theoretical study of single-photon quantum radar cross-section of cylindrical curved surface

Tian Zhi-Fu Wu Di Hu Tao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 034204 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211295

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211295>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

纠缠态量子探测系统的恒虚警检测方法研究

Research on method of constant false alarm rate of entangled state quantum detection system

物理学报. 2022, 71(1): 010303 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211121>

太赫兹雷达散射截面的仿真与时域光谱测量

Simulations and time-domain spectroscopy measurements for terahertz radar-cross section

物理学报. 2019, 68(16): 168701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190552>

基于纠缠相干态的量子照明雷达

Quantum illumination radar with entangled coherent states

物理学报. 2021, 70(17): 170601 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210462>

一种编码式低雷达散射截面超表面天线阵列设计

A coding metasurface antenna array with low radar cross section

物理学报. 2020, 69(24): 244101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200978>

大气闪烁对纠缠相干态量子干涉雷达影响机理

Influence of atmospheric scintillation on entangled coherent states quantum interferometric radar

物理学报. 2018, 67(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172401>

量子点操控的光子探测和圆偏振光子发射

Single photon detection and circular polarized emission manipulated with individual quantum dot

物理学报. 2018, 67(22): 227301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20182049>

圆柱曲面单光子量子雷达散射截面的理论研究*

田志富 吴迪 胡涛†

(中国人民解放军战略支援部队信息工程大学, 数据与目标工程学院, 郑州 450000)

(2021年7月12日收到; 2021年10月21日收到修改稿)

为研究圆柱曲面的单光子量子雷达散射截面与经典雷达散射截面相比存在的具体优势, 引入光子波函数, 将引起量子干涉的距离矢量进行分解, 通过圆柱曲面的曲面积分推导得到了单基地单光子下的圆柱曲面量子雷达散射截面的封闭表达式. 分析了不同电尺寸的圆柱曲面长度和曲率半径的影响, 对比了圆柱曲面量子雷达散射截面与经典雷达散射截面的封闭表达式. 封闭表达式的分析和仿真结果都表明, 圆柱曲面长度的电尺寸决定量子雷达散射截面的旁瓣数, 曲率半径的电尺寸决定了量子雷达散射截面曲线的包络, 量子雷达散射截面的整体强度与曲率半径的电尺寸呈线性关系. 圆柱曲面的量子雷达散射截面与经典雷达散射截面相比具有旁瓣增强的优势, 有利于隐身目标的探测.

关键词: 量子雷达, 圆柱曲面, 量子雷达散射截面, 量子探测**PACS:** 42.50.Gy, 03.70.+k, 84.40.Xb**DOI:** 10.7498/aps.71.20211295

1 引言

量子雷达可以实现极高的探测灵敏度和超越标准量子极限的分辨率^[1,2], 拥有稳定地探测隐身飞行器的可能性. 这种可能性从根本上取决于发射光子和目标的相互作用. 量子雷达散射截面 (QRCS) 是衡量在量子雷达照射下目标散射特性的基本参数, 与目标结构和材料、入射光子数、入射光子频率和光子入射方向等密切相关.

研究人员分析了矩形、三角形和圆形等平板物体的 QRCS^[3-10], 通过解析表达式证明了量子雷达探测这些目标可能存在旁瓣优势和多光子优势. 这些优势被证明在单基地和双基地量子雷达中都是存在的^[8,9]. 研究人员也通过数值模拟得到了球体、长方体、圆柱体、圆锥体和四棱锥等三维目标的 QRCS 曲线^[11-16], 但是没有给出更多的信息. QRCS 计算中的数值模拟指的是在仿真中设置目标表面原子间距, 对目标表面原子进行采样, 利用光子与

采样位置处的原子的相互作用得到光子波函数, 干涉得到 QRCS 图样的方法. 因此数值模拟适用于任何形状目标的 QRCS 计算仿真, 但是存在计算量大和随原子采样间隔增大而增大的计算误差的问题. QRCS 的封闭表达式是对 QRCS 计算式中目标表面原子位置进行连续化积分处理后得到的解析解, 能够有效解决计算量和计算精度之间的矛盾问题, 同时解析解中物理量的数量关系清晰明确, 但是复杂形状结构目标的 QRCS 中的积分很难计算出来. 目前还不了解三维物体是否也存在旁瓣优势以及更加具体的数量关系等情况, 需要进一步的研究.

选取圆柱曲面作为研究对象, 因为目标物体中圆柱曲面的常用性, 特别是在飞行器和导弹中圆柱曲面更是作为结构主体存在. 同时圆柱曲面不同于棱柱和棱锥等可视为平板复合的三维物体, 圆柱曲面是典型的光滑曲面物体. 所以以圆柱曲面为研究对象, 研究圆柱曲面单光子 QRCS 的封闭表达式具有重要的意义.

* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 62001162) 和国家重点基础研究发展计划 (批准号: 2020-063-00) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: tzf2021@sina.com

在圆柱曲面 QRCS 数值模拟^[11-13]的基础上, 推导了圆柱曲面 QRCS 的封闭表达式, 并与数值模拟结果^[11,13]对比验证了其有效性. 将封闭表达式拆分为周期变化项和曲线包络项, 详细分析了圆柱曲面不同电尺寸长度和曲率半径对 QRCS 的影响. 并与利用物理光学法推导的经典雷达散射截面 (CRCS) 封闭表达式进行了比较分析.

2 圆柱曲面单光子 QRCS 封闭表达式原理

类比于 CRCS, QRCS 被定义为^[3]

$$\sigma_Q = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{\langle \hat{I}_s(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_d, t) \rangle}{\langle \hat{I}_i(\mathbf{r}_s, t) \rangle}, \quad (1)$$

式中, $\langle \hat{I}_s(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_d, t) \rangle$ 和 $\langle \hat{I}_i(\mathbf{r}_s, t) \rangle$ 分别表示散射能量强度和入射能量强度, \mathbf{r}_s 和 \mathbf{r}_d 分别表示雷达发射机与接收机的位置, R 表示雷达与目标的距离. 雷达探测目标的过程满足远场条件. 如图 1, 雷达相对于目标的俯仰角为 θ , 方位角为 φ . 根据散射能量与入射能量守恒, 单光子 QRCS 的计算式为^[3]

$$\sigma_Q = 4\pi A_{\perp}(\theta, \varphi) \times \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\left| \sum_{n=1}^N \exp(jk\Delta R_n) \right|^2}{\iint \left| \sum_{n=1}^N \exp(jk\Delta R'_n) \right|^2 \sin(\theta') d\theta' d\varphi'}, \quad (2)$$

式中, $A_{\perp}(\theta, \varphi)$ 为物体垂直于入射场方向的投影面积, N 为圆柱曲面表面被照亮原子数, ΔR_n 表示物体表面原子与雷达之间的距离, k 为波数.

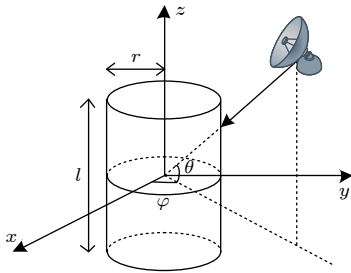


图 1 圆柱曲面的几何结构

Fig. 1. Geometry of cylindrical surface.

从 (2) 式可知, 单光子 QRCS 的结果由散射的概率波在空间上干涉决定. 不同物体结构散射的概率波的干涉距离不同, 这是导致干涉图样不同的关键. 在图 2 的圆柱曲面表面原子到雷达矢量的分解

示意图中, \mathbf{x}' 为圆柱曲面散射点的位置矢量, \mathbf{x} 为圆柱曲面散射点到雷达的矢量, \mathbf{d} 为雷达到物体中心的矢量. 则被雷达照亮曲面的原子散射波的干涉距离有以下分解:

$$\mathbf{x} = \mathbf{d} + \mathbf{x}'. \quad (3)$$

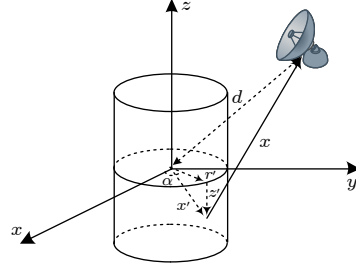


图 2 在圆柱曲面表面原子到雷达矢量的分解示意图

Fig. 2. Schematic diagram of atom-to-radar vector decomposition on cylindrical surface.

从 (3) 式可以知道, 同一物体的各面元表面散射单元有相同的常数项 $\exp(j\mathbf{K}\mathbf{d})$, 所以造成量子干涉差异性的主要原因在于曲面散射点的位置矢量的不同. 将 (2) 式中的求和转化为积分, 消去相同的常数项, 得到

$$\sigma_Q = 4\pi A_{\perp}(\theta, \varphi) \times \frac{\left| \iint_s \exp(j\mathbf{K}\mathbf{x}') ds \right|^2}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \left| \iint_s \exp(j\mathbf{K}\mathbf{x}') ds \right|^2 \sin(\theta') d\theta' d\varphi'}, \quad (4)$$

式中 \mathbf{K} 为散射波矢量与入射波矢量之差. 根据圆柱体的对称结构, 设 $\theta \in (0, 90^\circ)$, $\varphi = 0^\circ$. (4) 式中的曲面积为

$$\begin{aligned} \iint_s \exp(j\mathbf{K}\mathbf{x}') ds &= \iint_s \exp(jK_r r' + jK_z z') ds \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r \exp(jK_r r \cos(\alpha)) d\alpha \int_{-l/2}^{l/2} \exp(jK_z z) dz, \end{aligned} \quad (5)$$

式中, 对于单基地量子雷达, $K_r = 2k \cos(\theta)$, $K_z = 2k \sin(\theta)$. 进一步有

$$\begin{aligned} &\iint_s \exp(j\mathbf{K}\mathbf{x}') ds \\ &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} r \exp(jK_r r \cos(\alpha)) d\alpha \int_{-l/2}^{l/2} \exp(jK_z z) dz \\ &= rl \sin c(kl \sin(\theta)) \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(j2kr \cos(\theta) \cos(\alpha)) d\alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{令 } \rho(\theta, r/\lambda) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(j2kr \cos(\theta) \cos(\alpha)) d\alpha, \text{ 则}$$

$$\iint_s \exp(j\mathbf{K}\mathbf{x}') ds = \rho\left(\theta, \frac{r}{\lambda}\right) r l \text{sinc}(kl \sin(\theta)), \quad (7)$$

进而 (4) 式的分母可以写为

$$2\pi \int_0^{\pi/2} \left| r l \text{sinc}\left(k\frac{l}{2} \sin(\theta')\right) \right.$$

$$\times \left. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(jkr \cos(\theta') \cos(\alpha)) d\alpha \right|^2 d\theta'$$

$$= 2\lambda^2 r l \chi(k, r, l), \quad (8)$$

式中,

$$\chi(k, r, l) =$$

$$\pi \int_0^{\pi/2} \frac{r l}{\lambda^2} \left| \text{sinc}\left(k\frac{l}{2} \sin(\theta')\right) \right.$$

$$\times \left. \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \exp(jkr \cos(\theta') \cos(\alpha)) d\alpha \right|^2 d\theta'. \quad (9)$$

其中, λ 为入射波波长, $\chi(k, r, l)$ 是 l/λ 和 r/λ 的函数. 当 r/λ 一定时, (9) 式的积分收敛为常数^[4,8]. 因此, (9) 式可以进一步化简为

$$\chi(k, r, l) = \xi(r/\lambda). \quad (10)$$

另外, 远场条件下, 有

$$A_{\perp}(\theta, \varphi) = 2rl \cos(\theta). \quad (11)$$

将 (7) 式、(8) 式、(10) 式和 (11) 式代入 (4) 式, 圆柱曲面 QRCS 的封闭表达式为

$$\sigma_Q = \eta\left(\theta, \frac{r}{\lambda}\right) k r l^2 \cos(\theta) \text{sinc}^2(kl \sin(\theta)), \quad (12)$$

$$\text{式中 } \eta(\theta, r/\lambda) = \frac{2r|\rho(\theta, r/\lambda)|^2}{\lambda \xi(r/\lambda)}.$$

3 结果与讨论

3.1 验证

目前还没有性能足够的量子器件进行相应的探测实验. 我们通过仿真实验呈现封闭表达式的结果. 仿真实验中, 入射光子波长为 0.03 m, 圆柱面的长度 $l = 6\lambda$, 曲率半径 $r = \lambda$, 圆柱面表面原子间距 $\delta = 0.04\lambda$. 图 3 表明我们推导的解析式的结果与文献数值模拟的结果^[11,13] 基本吻合, 大角度处微小的差异是数值模拟中原子采样的缘故^[4].

3.2 不同电尺寸长度的 QRCS

不同电尺寸的圆柱曲面将呈现出不同的 QRCS

特性. 在 3.1 节仿真的基础上, 设置圆柱曲面长度 l 分别为 $2\lambda, 3\lambda, 4\lambda$, 结果如图 4.

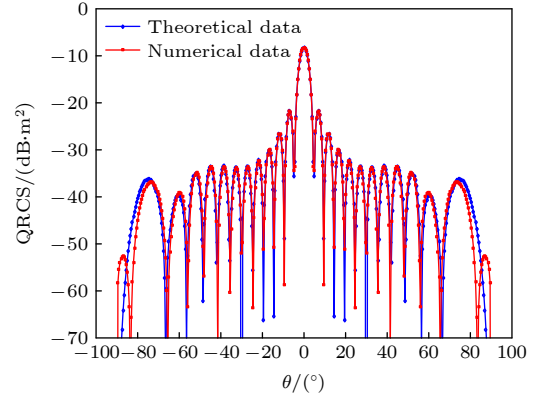


图 3 封闭表达式计算和数值模拟的圆柱曲面 QRCS

Fig. 3. The QRCS of closed-form expression and numerical calculation for cylindrical surface.

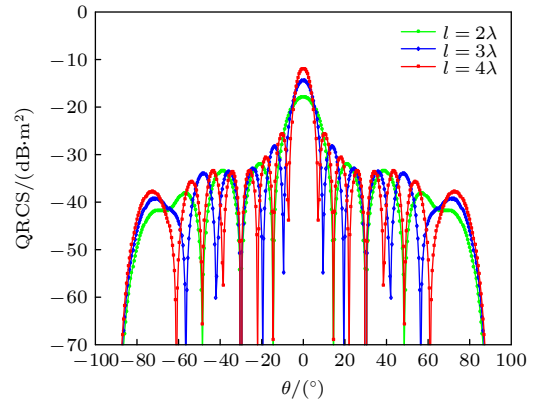


图 4 不同电尺寸圆柱曲面长度的 QRCS

Fig. 4. The QRCS of cylindrical surfaces with the lengths of different electrical sizes.

分析 (12) 式, 当 $\theta = 0^\circ$ 时, 主瓣峰值与曲面长度 l 的平方成正比. 旁瓣数量为 $4l/\lambda - 2$. 图 4 印证了与曲面长度相关的这些特性. 这些特性使得量子探测有了具体数量的指标.

特别地, 发现图 4 中 QRCS 的旁瓣包络随曲面长度 l 的增加几乎没有变化. 分析圆柱曲面 QRCS 的解析式, 将 (12) 式分为 $\sigma_1 = \frac{\eta(\theta, r/\lambda) r \cos(\theta)}{k \sin^2(\theta)}$ 和 $\sigma_2 = \sin^2(kl \sin(\theta))$, 其中 σ_1 为 QRCS 的包络曲线项, σ_2 为 QRCS 的周期变化项, 如图 5 所示. 从解析式看包络 σ_1 与曲面长度 l 无关. 所以曲面长度只会影响 $\theta = 0^\circ$ 时的峰值高度和旁瓣数, 对于旁瓣的强度没有影响. 这意味着圆柱目标的长度变长, 即被照亮的区域变大, 对于量子探测也不会产生增益, 这为隐身目标的结构设计提供参考.

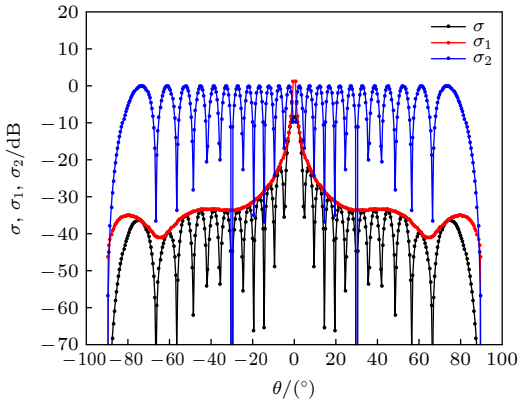


图 5 圆柱曲面 QRCS 曲线及其包络曲线和周期变化曲线
Fig. 5. The QRCS of cylindrical surface and its envelope curve and periodic change curve.

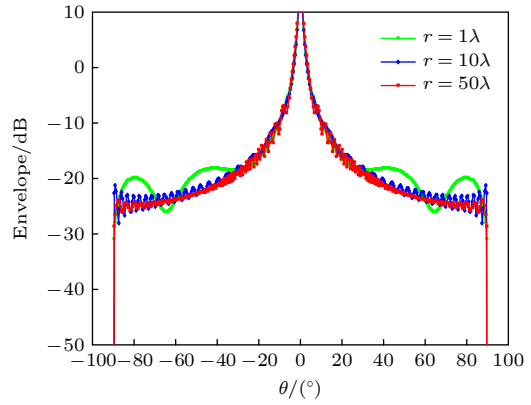


图 7 不同电尺寸圆柱曲面曲率半径的 QRCS 包络曲线
Fig. 7. Envelope curves of the QRCS of cylindrical surfaces with the curvature radii of different electrical sizes.

3.3 不同电尺寸曲面半径的 QRCS

为了直观地了解曲面曲率对 QRCS 的影响. 在 3.1 节仿真的基础上, 设置圆柱曲面半径 r 分别为 λ , 10λ , 50λ , 结果如图 6 所示.

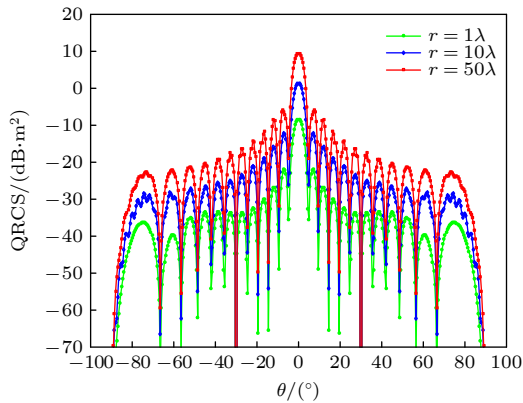


图 6 不同电尺寸圆柱曲面曲率半径的 QRCS
Fig. 6. The QRCS of cylindrical surfaces with the curvature radii of different electrical sizes.

解析式 (12) 和图 6 表明 QRCS 整体与曲率半径基本呈线性关系. 将 σ_1 中的线性 r 项去掉, 分析曲率半径对于包络的影响, 如图 7 所示. 可以看出曲率半径对于 QRCS 的影响, 除了线性关系之外, 还会使得 QRCS 曲线增加更多细微的波动, 这是电大尺寸目标 QRCS 的特性. 可见, 与曲率半径电尺寸相关的 $\eta(\theta, r/\lambda)$ 项对 QRCS 包络影响较小且对整体强度几乎没有影响. 比较曲面长度和曲率半径对 QRCS 的影响, 曲面长度变长不会对单光子量子雷达的探测产生较大影响, 而曲率半径变大则会使得 QRCS 整体变大. 这为量子探测圆柱曲面提供了重要的依据.

3.4 与 CRCS 比较

根据物理光学法, 圆柱曲面的 CRCS 为

$$\sigma_c = krl^2 \cos^2(\theta) \text{sinc}^2(kl \sin(\theta)). \quad (13)$$

在 3.1 节仿真的基础上, 利用 (12) 式和 (13) 式得到圆柱曲面的 QRCS 和 CRCS 如图 8 所示. 从图 8 可以看出, 二维平板类目标可能存在的旁瓣优势在圆柱曲面目标中也存在. 且对比 (12) 式和 (13) 式, 这种旁瓣优势的数量关系同样源于 $\cos(\theta)$ 对 $\cos^2(\theta)$ 的优势^[4]. 这种单光子探测下的旁瓣优势有利于隐身目标的探测. QRCS 和 CRCS 的本质不同, QRCS 源于光子量子概率波函数带来的不确定性形成的干涉. 量子雷达利用光子与原子相互作用, 可对目标的不同原子结构产生不同的响应. 而 CRCS 源于目标表面感生电流的响应. 当光子数增大到一定的数量, QRCS 与 CRCS 趋于一致. 因此, 目前针对经典探测的隐身技术大多对量子探测

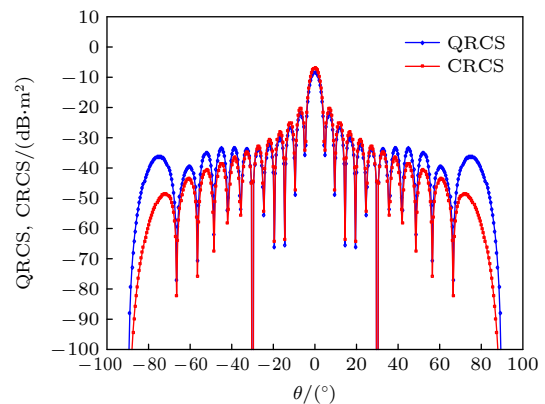


图 8 圆柱曲面 QRCS 与 CRCS 的对比
Fig. 8. Comparison between the QRCS and the CRCS of cylindrical surfaces.

并不会产生影响,量子探测技术具有探测隐身目标的潜力.

4 结 论

利用矢量分解,推导了单基地下的圆柱曲面单光子 QRCS 的封闭表达式,为单光子探测提供具体的数量参考.对不同电尺寸的圆柱曲面长度和曲率半径进行分析,发现圆柱曲面长度的改变只对入射角度为 0° 时的 QRCS 产生影响,对其他角度的 QRCS 没有影响,而曲率半径的改变会使得 QRCS 整体强度改变.这对隐身目标的设计提供思路.对比圆柱曲面的 QRCS 与 CRCS,证实单量子探测圆柱曲面也存在旁瓣优势.量子雷达可以实现高灵敏度和超越标准量子极限的探测,具有探测隐身目标的潜力.所有的分析都忽略了衍射和吸收作用的影响,这方面研究有待进一步开展,同时实际自由空间的探测实验还有很长的路需要走.

参考文献

- [1] Jiang K, Lee H, Gerry C C, Dowling J P 2013 *J. Appl. Phys.* **114** 2733
- [2] Lloyd S 2008 *Science* **321** 1463
- [3] Lanzagorta M 2010 *SPIE Photonics Europe*, Brussels, April 12–16, 2010 p77270
- [4] Brandsema M J, Narayanan R M, Lanzagorta M 2017 *Quantum Inf. Process.* **16** 32
- [5] Brandsema M J, Lanzagorta M, Narayanan R M 2020 *IEEE Aero. El. Sys. Mag.* **35** 58
- [6] Kang L, Xiao H T, Fan H Q 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 034202
- [7] Xu S L, Hu Y H, Zhao N X, Wang Y Y, Li L, Guo L R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 154203 (in Chinese) [徐世龙, 胡以华, 赵楠翔, 王阳阳, 李乐, 郭力仁 2015 物理学报 **64** 154203]
- [8] Fang C 2019 *IEEE Sensors J.* **20** 2348
- [9] Fang C, Hui T, Liu Q F, Li T, Long X, Chen Y J, Liang H 2018 *IEEE Photon. J.* **10** 1
- [10] Xu Z H, Li W, Xu Q, Zheng J Y 2018 *Acta Photon. Sin.* **47** 141 (in Chinese) [徐泽华, 李伟, 许强, 郑家毅 2018 光子学报 **47** 141]
- [11] Liu K, Xiao H, Fan Q 2014 *IEEE Photonics Technol. Lett.* **26** 1146
- [12] Chen K, Chen S X, Wu D W, Wang X, Shi M 2016 *Acta Opt. Sin.* **36** 1227002 (in Chinese) [陈坤, 陈树新, 吴德伟, 王希, 史密 2016 光学学报 **36** 1227002]
- [13] Fang C 2018 *IEEE International Conference on Computational Electromagnetics* Chengdu, China, March 26–28, 2018 p1
- [14] Fang C 2017 *IEEE Photon. J.* **10** 1
- [15] Fang C 2018 *IEEE International Symposium on Electromagnetic Compatibility and 2018 IEEE Asia-Pacific Symposium on Electromagnetic Compatibility* Suntec City, Singapore, May 14–18, 2018 p248
- [16] Fang C 2019 *IEEE Access* **7** 141055

Theoretical study of single-photon quantum radar cross-section of cylindrical curved surface^{*}

Tian Zhi-Fu Wu Di Hu Tao[†]

(College of Data and Target Engineering, PLA Strategic Support Force Information Engineering University, Zhengzhou 450000, China)

(Received 12 July 2021; revised manuscript received 21 October 2021)

Abstract

To examine the single-photon quantum radar cross-section of cylindrical surface and its specific advantages over the classical radar cross-section, a photon wave function in which the distance vectors causing interference are decomposed is introduced in this study. A closed-form expression of the single-photon quantum radar cross-section of cylindrical surface is derived. The influences of the length and curvature radius of cylindrical surfaces with different electrical sizes are analyzed, and the closed-form expressions of the quantum and classical radar cross-sections of cylindrical surface are compared with each other. The analyses of the closed-form expression and simulation results show that the electrical length of the cylindrical surface determines the number of side lobes of the quantum radar cross-section; meanwhile, the curvature radius has a linear relation with the overall strength of the quantum radar cross-section, and the electrical size of the curvature radius determines the envelope of the quantum radar cross-section curve. Compared with the classical radar cross-section, the quantum radar cross-section of a cylindrical surface has the advantage of side-lobe enhancement, which is beneficial for detecting stealth targets.

Keywords: quantum radar, cylindrical surface, quantum radar cross section, quantum detection

PACS: 42.50.Gy, 03.70.+k, 84.40.Xb

DOI: [10.7498/aps.71.20211295](https://doi.org/10.7498/aps.71.20211295)

^{*} Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62001162) and the National Basic Research Program of China (Grant No. 2020-063-00).

[†] Corresponding author. E-mail: tzf2021@sina.com