

## 耦合诱导的四分之一波长超导谐振器微波传输透明

高海燕 杨欣达 周波 贺青 韦联福

## Coupling-induced microwave transmission transparency with quarter-wavelength superconducting resonators

Gao Hai-Yan Yang Xin-Da Zhou Bo He Qing Wei Lian-Fu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 064202 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211758

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211758>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

开口狭缝调制的耦合微腔中表面等离激元诱导透明特性

Surface plasmon induced transparency in coupled microcavities assisted by slits

物理学报. 2020, 69(13): 134205 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200369>

Rydberg原子的电磁诱导透明光谱的噪声转移特性

Noise transfer characteristics of Rydberg electromagnetically induced transparency

物理学报. 2018, 67(21): 213201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181168>

基于石墨烯振幅可调的宽带类电磁诱导透明超材料设计

Tunable graphene amplitude based broadband electromagnetically-induced-transparency-like metamaterial

物理学报. 2018, 67(9): 097801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180114>

基于里德伯原子电磁诱导透明效应的光脉冲减速

Deceleration of optical pulses based on electromagnetically induced transparency of Rydberg atoms

物理学报. 2021, 70(10): 103201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210102>

基于非对称结构全介质超材料的类电磁诱导透明效应研究

Research on analogue of electromagnetically induced transparency effect based on asymmetric structure all-dielectric metamaterial

物理学报. 2021, 70(19): 194201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210070>

电磁诱导透明暗孤子的耗散变分束缚分析

Dissipative variational analysis for bounded dark solitons of electromagnetically induced transparency

物理学报. 2018, 67(6): 064207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172567>

# 耦合诱导的四分之一波长超导 谐振器微波传输透明\*

高海燕<sup>1) #</sup> 杨欣达<sup>1) #</sup> 周波<sup>2)</sup> 贺青<sup>1)</sup> 韦联福<sup>1) †</sup>

1) (西南交通大学信息科学与技术学院, 信息量子技术实验室, 成都 610031)

2) (重庆理工大学理学院, 重庆 400054)

(2021年9月21日收到; 2021年11月12日收到修改稿)

类似于利用强泵浦光调控介质光学性质实现对原共振吸收光的诱导透明, 本文利用实空间量子散射理论研究了如何实现波导光子从全反射到透射的转变. 结果表明, 通过引入辅助四分之一波长谐振器的耦合, 可实现原四分之一波长谐振器对共振微波全反射的透射. 利用微纳加工工艺制备了对应上述理论模型的四分之一波长谐振器样品, 在极低温条件下对该样品的微波传输特性进行了实验测试, 观测到了理论预言的微波波段类电磁诱导透明的部分现象, 证实了耦合谐振器的模式重整理论.

**关键词:** 电磁诱导透明, 四分之一波长微波谐振器, 实空间量子输运理论, 耦合诱导传输透明

**PACS:** 42.50.Gy, 84.40.Az, 07.20.Mc, 05.60.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211758

## 1 引言

电磁诱导透明<sup>[1]</sup>(electromagnetically induced transparency, EIT) 是原子物质对共振光传输特性的一种量子相干调控. 其基本原理是, 由于原子介质的共振吸收效应, 扫频探测光在原子共振频率处会出现一个强的吸收峰 (不能透过介质); 但是, 如果对原子介质引入一个强泵浦光进行调制, 就会在探测光的原吸收峰附近出现一个低吸收的色散透射窗口. 自 1991 年 Boller 等<sup>[2]</sup> 首次在原子中观察到这种电磁诱导的共振光透明传输现象以来, 人们对 EIT 效应的物理机制、相关的慢光现象 (介质中光传播的群速度降低)、选频特性, 及其在光存储和量子信息技术等方面的潜在应用价值, 开展了大量的研究<sup>[3-5]</sup>. 但是, 基于光学介质电磁调制产生的 EIT, 其相对较窄的透明窗口对光学介质相干调控

的精度要求很高, 所以利用各种可能的物理体系来实现类 EIT 效应, 对拓展 EIT 效应的应用有重要意义. 实际上, 经典光学系统, 如: 光波导与光学微腔、微波波导和微波谐振腔等, 也存在大量的类 EIT 效应, 它可以简单地理解为电磁波的一种干涉效应. 比如, 在两个互相耦合的光学谐振腔中, 腔中光学模式的耦合导致了复合系统模式重构, 从而原单腔中的反射模式光场成为复合系统中的透射模式光场; 通过调节两个光学腔的耦合强度, 可实现类 EIT 效应中透射窗口的调控<sup>[6-9]</sup>. 当然, 这种类 EIT 效应也会导致透射光的群速度降低 (即慢光效应)<sup>[10,11]</sup>. 最近, 在微波波段实现类 EIT 调制的研究, 受到了人们的关注<sup>[12,13]</sup>.

与光学波段的微腔系统相比, 微波波段的谐振器结构易于制作<sup>[14]</sup>, 厘米尺度器件比光学波段微米尺度器件电磁调控更为便利. 因此, 利用耦合微波腔来实现类 EIT 效应及其相关调控具有很强的

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11974290) 资助的课题.

# 同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: lfwei@swjtu.edu.cn

实验可行性. 不同于研究耦合光学腔常用的耦合模理论, 本文针对弱信号传输测试的实际情况, 利用光子散射理论来处理波导光子通过微波传输线中的传输行为. 理论推导表明, 四分之一波长谐振器对共振微波光子是全反射的. 但是, 如果引入另一个与之耦合的四分之一波长谐振器, 则可以实现对原共振反射微波的透射<sup>[15]</sup>. 因此这个引入的微波谐振器起到了原子介质 EIT 效应中驱动场的作用, 使得原来全吸收的共振光不再处于原子介质的吸收波长, 从而可以不被吸收而透射过去. 据此理论推导, 对微波器件的传输特性进行了仿真设计, 并利用实验室自有的微加工平台批次制作了理论模型所对应的耦合或非耦合的共面波导微波谐振器器件. 在稀释制冷机 50 mK 的低温条件 (在此温度下微波谐振器工作于超导态, 所以也称超导谐振器) 下, 对所制备器件的微波传输特性进行了测量, 部分证实了理论的推算结果. 当然, 由于实验上尚未实现微波谐振器的耦合调节, 因而还不能实现这种 EIT 效应的微波透明窗口调控.

## 2 四分之一波长谐振器对共振微波信号的反射

针对高品质因子谐振器对弱微波信号散射测试的需要, 不同于通常的耦合模微波传输理论, 下面先采用实空间量子输运理论来研究单个四分之一波长谐振腔的微波传输特性, 然后通过实验证实其对共振微波的全反射效应.

### 2.1 四分之一波长谐振器的微波传输特性: 实空间量子散射理论

为简单起见, 考虑图 1 所示的四分之一波长谐振器对馈线中传输信号的散射. 这里, 四分之一波长谐振器是长度为  $L$ 、一端通过电容  $C_m$  耦合到馈线另一端直接接地的金属导体.

根据经典电磁理论, 四分之一波长谐振器的基模谐振频率是<sup>[16]</sup>

$$\omega_r = \sqrt{\frac{2}{\varepsilon + 1}} \frac{c}{4l}, \quad (1)$$

其中  $\varepsilon$  为金属导体介电常数,  $l$  为谐振器的长度,  $c$  为真空中的光速. 利用耦合端电压最大、接地端电压为零的边界条件, 四分之一波长谐振器的哈密顿量可表示为<sup>[17]</sup>

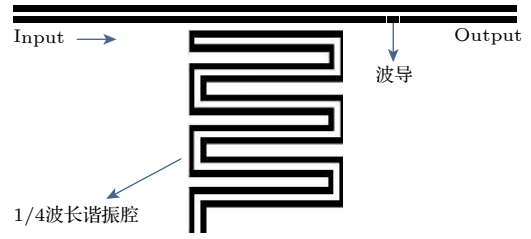


图 1 单个四分之一波长谐振腔与波导的耦合示意图, 其中谐振腔的中心导体一端经电容与馈线波导耦合, 另一端则直接与零电位导体连接

Fig. 1. Travelling waves scattered by a single quarter wavelength resonator, the load end of the device is capacitively coupled to the feedline and another end is grounded.

$$\hat{H}_r = \hbar\omega_r(\hat{a}^\dagger\hat{a} + 1/2), \quad (2)$$

其中  $\hat{a}$  和  $\hat{a}^\dagger$  分别为谐振器中量子化驻波电磁场的光子湮灭算符和产生算符. 在耦合端点处量子化驻波场的电压算符为

$$\hat{V} = iV_0(\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \quad V_0 = \sqrt{\hbar\omega_r/C}. \quad (3)$$

$C$  为谐振器总电容, 在未受激发的情况下, 谐振器处于真空态  $|0_r\rangle$ , 电压算符的平均值为零, 但真空涨落:  $\Delta V = \sqrt{\langle 0|\hat{V}^2|0\rangle - (\langle 0|\hat{V}|0\rangle)^2} \neq 0$ . 因此谐振器可与外部电场耦合, 从而对馈线中传输的电磁信号进行调制. 馈线中传输的平面电磁波可用哈密顿量  $\hat{H}_1 = \sum_k \hbar\omega_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$  描述, 其中  $k = 1, 2, 3, \dots$  为传输模式. 在实空间中, 馈线中传输的微波场, 其哈密顿量可写为如下的形式<sup>[18-19]</sup>:

$$\begin{aligned} \hat{H}_1 = & \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{c}_R^\dagger(x) \left( -iv_g \frac{\partial}{\partial x} \right) \hat{c}_R(x) dx \\ & + \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{c}_L^\dagger(x) \left( iv_g \frac{\partial}{\partial x} \right) \hat{c}_L(x) dx, \quad (4) \end{aligned}$$

这里,  $\hat{c}_R^\dagger(x)$  和  $\hat{c}_L^\dagger(x)$  分别为  $x$  处右行光子和左行光子的产生算符,  $\hat{c}_R(x)$  和  $\hat{c}_L(x)$  为对应的光子湮灭算符,  $v_g$  为光子传播的群速度. 谐振器和馈线耦合的哈密顿量可写为

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{int}} = & V_L \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) [\hat{c}_L^\dagger(x)\hat{a} + \hat{a}^\dagger\hat{c}_L(x)] dx \\ & + V_R \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x) [\hat{c}_R^\dagger(x)\hat{a} + \hat{a}^\dagger\hat{c}_R(x)] dx, \quad (5) \end{aligned}$$

其中  $V_R$  和  $V_L$  分别表示在  $x$  处右行光子和左行光子与四分之一波长谐振器的耦合强度,  $\delta(x)$  为 Dirac 冲激函数. 这里, 由于谐振器耦合端的尺度通常为数百个微米, 远小于馈线中传输微波的波长, 所以

耦合可看作是由  $\delta$  函数描述的点状耦合. 这样, 由图 1 描述的量子系统就可用一个总哈密顿量算符:  $\hat{H} = \hat{H}_r + \hat{H}_1 + \hat{H}_{\text{int}}$  描述. 系统所有的量子动力学行为则可通过求解含时薛定谔方程:  $i\hbar\partial|\psi(x, t)\rangle/\partial t = \hat{H}|\psi(x, t)\rangle$  得到. 进一步地, 假设散射是弹性散射, 即入射到馈线中的光子在谐振器散射前后频率都不变. 因此, 可将含时薛定谔方程化为与时间无关的薛定谔方程:

$$\hat{H}|\phi(x)\rangle = \omega|\phi(x)\rangle, |\psi(x, t)\rangle = e^{-i\omega t}|\phi(x)\rangle, \quad (6)$$

其中,  $\omega$  为馈线中传输平面电磁波的角频率.

下面求解方程 (6). 首先, 容易证明对于哈密顿量算符  $\hat{H}$ , 系统存在一个不变的动力学子空间:  $R = \{\hat{c}_R^\dagger(x)|\emptyset\rangle, \hat{c}_L^\dagger(x)|\emptyset\rangle, \hat{a}^\dagger|\emptyset\rangle\}$ , 其中  $|\emptyset\rangle = |0_R, 0_L, 0_r\rangle$  表示馈线中无传输光子且谐振器处在空腔的量子态. 因此, 通常将方程 (6) 中的波函数  $|\phi(x)\rangle$  表示为

$$|\phi(x)\rangle = \int dx [\psi_R(x)\hat{c}_R^\dagger(x) + \psi_L(x)\hat{c}_L^\dagger(x)]|\emptyset\rangle + A\hat{a}^\dagger|\emptyset\rangle. \quad (7)$$

其次, 将方程 (7) 代入方程 (6) 可得到谐振器散射后馈线中右行和左行光子的概率幅:  $\psi_R(x)$  和  $\psi_L(x)$ , 以及谐振器的激发概率幅度  $A$  所满足的方程:

$$\begin{cases} (-iv_g) \frac{\partial\psi_R(x)}{\partial x} + AV_R\delta(x) = \omega\psi_R(x), \\ (iv_g) \frac{\partial\psi_L(x)}{\partial x} + AV_L\delta(x) = \omega\psi_L(x), \\ A\omega_r + V_R\psi_R(x) + V_L\psi_L(x) = A\omega. \end{cases} \quad (8)$$

假设波导光子从左向右传播, 那么 (8) 式中  $\psi_R(x)$  和  $\psi_L(x)$  可以进一步表示 [20–21] 为

$$\psi_R(x) = e^{ikx}[\theta(-x) + t\theta(x)], \quad \psi_L(x) = re^{-ikx}\theta(-x), \quad (9)$$

其中  $t, r$  分别表示谐振器对馈线中波导光子的透射概率幅和反射概率幅;  $k$  为入射波的波矢, 即  $k = \omega/v_g$ . 在散射点  $x = 0$  处引入阶跃函数  $\theta(x)$ :

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0, \\ 1/2 & x = 0, \\ 1 & x > 0. \end{cases} \quad (10)$$

将 (9) 式和 (10) 代入 (8) 式, 可得

$$\begin{cases} (-iv_g) \left[ ik \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \right) + t - 1 \right] + AV_R = \omega \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \right), \\ (iv_g) \left( -ik \frac{1}{2}r - r \right) + AV_L = \frac{1}{2}\omega r, \\ A\omega_r + V_R \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{2}t \right) + V_L \frac{1}{2}r = A\omega. \end{cases} \quad (11)$$

解方程 (11), 便可求得馈线中不同频率光子的透射概率 (透射谱):

$$T(\omega) = |t|^2 = \frac{[(\omega - \omega_r)]^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_1 - \frac{1}{2}\gamma_2\right)^2}{[(\omega - \omega_r)]^2 + \left(\frac{1}{2}\gamma_1 + \frac{1}{2}\gamma_2\right)^2}, \quad (12)$$

其中  $\gamma_1 = V_R^2/v_g$  和  $\gamma_2 = V_L^2/v_g$  分别表示右行光子和左行光子与四分之一波长谐振器的有效耦合强度.

作为具体的例子, 图 2 给出了馈线中传输的微波光子受本征频率为  $\omega_r = 4.0$  GHz 的四分之一波长谐振器散射情况下的透射谱. 这里, 右行光子与谐振器的有效耦合强度取为:  $\gamma_1 = 0.001$  GHz, 左行光子与谐振器的有效耦合强度分别取为:  $\gamma_2 = \gamma_1, 2\gamma_1, 4\gamma_1$ .

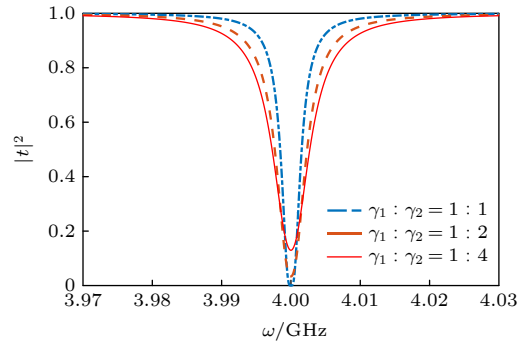


图 2 左、右行光子与谐振器有效耦合强度的比值不同时, 馈线中传输微波光子的透射谱

Fig. 2. Transmission spectra of microwave transporting along the feedline scattered by a single quarter wavelength resonator with different coupling strengths for the left (right) travelling photons.

由图 2 可见, 如果波导光子与谐振器的耦合具有手征性 (即谐振器与左、右行光子的耦合强度不同) [22,23], 共振光子仍有一定的概率可以透射, 即:  $T(\omega_r) \neq 0$ ; 但是,  $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$  时, 即整个器件结构没有手征性时, 共振微波光子不能透射过谐振器而被完全反射. 这类似于光学介质对入射光子的共振吸收. 特别是, 对应于最大反射概率一半的两个入射微波频率  $\omega_1 = \omega_r + \gamma$  和  $\omega_2 = \omega_r - \gamma$  之间的差值  $\omega_2 - \omega_1 = 2\gamma$ , 正好等于波导光子与谐振器有效耦合强度  $\gamma$  的两倍. 所以, 测量微波光子的透射谱可以用于测定馈线和谐振器之间的有效耦合强度: 透射谱的半高宽等于馈线中传输的行波光子与谐振器中驻波光子之间的有效耦合强度.

当然,在以上的讨论中我们完全忽略了谐振器本身的损耗,这对极低温超导微波传输线系统而言是可以的.因为在毫开级低温环境下,热噪声几乎可以忽略,从而谐振器的品质因素主要由其与外界耦合所导致的能量损耗来决定.

## 2.2 实验验证

采用简单的微加工工艺,在 500  $\mu\text{m}$  厚度的硅片上制备了多个相互独立的四分之一波长谐振器.样品制备的大致流程是:把清洗好的硅片放入磁控溅射镀膜机,镀上 120 nm 厚的铝膜;匀上 S1805 正胶进行 2 min 的烘烤(使其与硅片贴合更加牢固),利用设计好的掩模版对其进行深紫外曝光;在显影液中进行湿法刻蚀(显影时间为 10 s),将剩余的正胶使用丙酮和酒精去除,完成样品制备.图 3 为一片含有 6 个四分之一波长谐振器样品的显微照片,6 个谐振器设计的本征频率分别为 3.0, 3.05, 4.0, 4.05 GHz 和两个 5.0 GHz.为和接下来工作中两个谐振器耦合的情况作比较,本次实验中我们选取的是本征频率为 4.0 GHz 和 4.05 GHz 的两个谐振器,进行微波传输特性测量.



图 3 单个四分之一波长共面波导谐振器样品图,图中打红叉的谐振器已经短接  
Fig. 3. Sample diagram of single quarter wavelength coplanar waveguide resonator. The resonators with the red crosses have been shorted.

在低温下测试了这两个谐振器的透射曲线.从图 4 可以看到,实验测试得到的两个谐振器的谐振频率分别为: 3.98152 GHz, 4.05006 GHz, 与设计参数基本吻合.考虑到样品制作过程中的工艺参数误差,以及仿真设计软件实际上并不是超导电子器件专用等因素,所以设计参数与实验实测结果存在少许偏差是必然的.我们的实验测试结果表明:

1) 存在两个透射峰,且它们的中心频率与对

应的两个谐振器本征频率设计值基本相符.这说明两个谐振器之间几乎不存在相互耦合(耦合电容很小,可以忽略不计),可以认为两个谐振器之间没有耦合.

2) 两个谐振器传输峰曲线的半宽高度分别为 25.624 kHz, 29.649 kHz, 可计算出品质因子分别是:  $1.554 \times 10^5$ ,  $1.366 \times 10^5$ ; 根据(12)式得到理论的半宽高度为  $\Delta\omega = (V_R^2 + V_L^2)/v_g$ , 实验结果证明左右行光子有效耦合强度是相同的,因此计算得到它们与馈线的耦合强度:  $1.96 \times 10^6$  Hz,  $2.11 \times 10^6$  Hz.

3) 经透射率归一化后,可认为两个谐振器分别对频率为  $\omega_1 = 3.98152$  GHz 和  $\omega_2 = 4.05006$  GHz 是全反射的,即馈线波导中这两个频率的入射微波场完全没有透射(定义该点为透射系数的零点).这与光学介质对共振光吸收极大的情况直接对应,只不过这里是由谐振器弹性散射而导致入射微波的全反射(不是吸收).

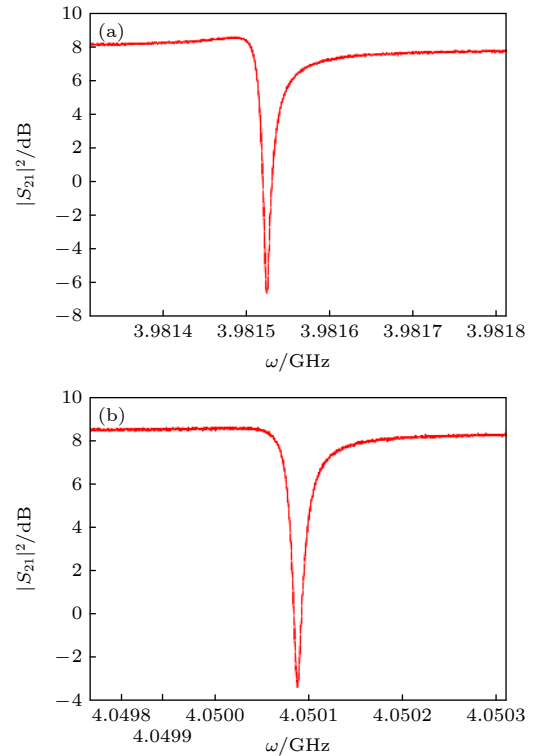


图 4 单个四分之一波长共面波导谐振器  $S_{21}$  参数曲线图(即透射谱) (a) 4.0 GHz 谐振器的  $S_{21}$ ; (b) 4.05 GHz 谐振器的  $S_{21}$

Fig. 4. Experimentally measured transmission curves of two single quarter wavelength coplanar waveguide resonators with the frequencies being 4.0 GHz (a) and 4.05 GHz (b), respectively.

所以,要实现微波谐振器对共振微波传输特性的调节,实现其部分或全部的透射,需要引入其他调制变量,如:改变腔的电磁介质以实现腔的本征频率调制;或者引入另一个腔场,利用它们之间的相互作用来改变腔的本征频率等<sup>[24]</sup>,使得腔场新的本征频率不再等于原共振入射微波的频率.下面通过两个谐振器的片上集成耦合,研究是否可以用一个谐振器对另一个谐振器的本征频率进行调制(相当于在原子介质中引入驱动场来调节原子能级),从而实现单个谐振器共振全反射的诱导透明.

### 3 耦合四分之一波长谐振器的微波反射谱调制:类 EIT 效应

#### 3.1 理论模型

考虑图 5 所示的两个耦合四分之一波长谐振器对馈线中微波传输信号的散射问题.这里,两个四分之一波长谐振器的一端都直接接地,另一端则

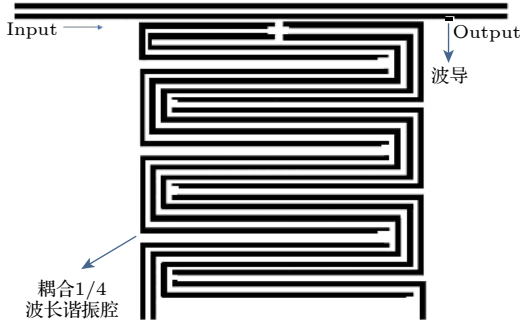


图 5 两个插指耦合四分之一波长共面波导谐振腔对波导中行波微波的散射构型,这里,谐振腔的中心导体的一端经耦合电容与波导耦合,另一端与地短路

Fig. 5. Configuration of the travelling microwaves transporting along the waveguide scattered by the fingerly coupled quarter-wavelength coplanar waveguide resonators. Here, one end of the central conductor of the resonator is coupled to waveguide via a coupling capacitance, and the other end is directly grounded.

通过电容分别在  $x = l_1, x = l_2$  处耦合到馈线,  $L = l_2 - l_1$  为两个谐振器之间的距离.描述这一光子输运系统的哈密顿量为:  $\hat{H}' = \hat{H}_r + \hat{H}_s + \hat{H}_{sr} + \hat{H}_1 + \hat{H}_2 + \hat{H}_3$ . 其中,  $\hat{H}_1$  为 (4) 式描述的馈线传输的行波光子的自由哈密顿量;  $\hat{H}_r = \hbar\omega_r \hat{a}^\dagger \hat{a}$ ,  $\hat{H}_s = \hbar\omega_s \hat{b}^\dagger \hat{b}$  描述的是本征频率分别为  $\omega_r$  和  $\omega_s$  的两个四分之一波长谐振器的哈密顿量 ( $\hat{a}^\dagger$ ,  $\hat{b}^\dagger$  和  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  分别为它们的产生算符和湮灭算符);  $\hat{H}_{sr} = \hbar g(\hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{a})$  是两个谐振器的相互作用项,  $g$  为耦合强度;

$$\hat{H}_2 = V_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - l_1) \left[ \hat{c}_R^\dagger(x) \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{c}_R(x) + \hat{c}_L^\dagger(x) \hat{a} + \hat{a}^\dagger \hat{c}_L(x) \right],$$

$$\hat{H}_3 = V_2 \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(x - l_2) \left[ \hat{c}_R^\dagger(x) \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{c}_R(x) + \hat{c}_L^\dagger(x) \hat{b} + \hat{b}^\dagger \hat{c}_L(x) \right]$$

分别描述谐振器中驻波光子和馈线中行波光子的相互作用,  $V_1$  和  $V_2$  是耦合强度.

容易证明,对应于上面的总哈密顿量算符  $\hat{H}'$ , 系统存在一个不变的动力学子空间:  $R_2 = \{ \hat{c}_R^\dagger(x)|\emptyset\rangle, \hat{c}_L^\dagger(x)|\emptyset\rangle, \hat{a}^\dagger|\emptyset\rangle, \hat{b}^\dagger|\emptyset\rangle \}$ ,  $|\emptyset\rangle = |0_R, 0_L, 0_a, 0_b\rangle$ , 从而系统一般态可用波函数

$$|\phi_2(x)\rangle = \int dx \left[ \psi_{R2}(x) \hat{c}_R^\dagger(x) + \psi_{L2}(x) \hat{c}_L^\dagger(x) \right] |\emptyset\rangle + A_2 \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle + B_2 \hat{b}^\dagger |\emptyset\rangle \quad (13)$$

表示. 其中,  $\psi_{R2}(x)$ ,  $\psi_{L2}(x)$  为右行、左行光子的概率幅;  $A_2$ ,  $B_2$  表示谐振器的激发概率. 与第 2 节计算过程类似, 两个耦合四分之一波长谐振器对馈线中行波光子的弹性散射问题可简化为求解定态薛定谔方程:  $\hat{H}'|\phi_2(x)\rangle = \omega|\phi_2(x)\rangle$ . 这里,  $\omega$  为馈线中传输的行波光子的角频率.

由

$$\begin{aligned} \hat{H}'|\phi_2(x)\rangle = & (i v_g) \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\partial \psi_{L2}(x)}{\partial x} \hat{c}_L^\dagger(x) |\emptyset\rangle + (-i v_g) \int_{-\infty}^{+\infty} dx \frac{\partial \psi_{R2}(x)}{\partial x} \hat{c}_R^\dagger(x) |\emptyset\rangle \\ & + A_2 (\omega_s - i\Gamma_s) \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle + A_2 V_1 \int dx \delta(x - l_1) \left[ \hat{c}_R^\dagger(x) |\emptyset\rangle + \hat{c}_L^\dagger(x) |\emptyset\rangle \right] + B_2 (\omega_r - i\Gamma_r) \hat{b}^\dagger |\emptyset\rangle \\ & + B_2 V_2 \int dx \delta(x - l_2) \left[ \hat{c}_R^\dagger(x) |\emptyset\rangle + \hat{c}_L^\dagger(x) |\emptyset\rangle \right] + \int dx V_1 \delta(x - l_1) \left[ \int dx [\psi_{R2}(x) + \psi_{L2}(x)] \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle \right] \\ & + g A_2 \hat{b}^\dagger |\emptyset\rangle + \int dx V_2 \delta(x - l_2) \left[ \int dx [\psi_{R2}(x) + \psi_{L2}(x)] \hat{b}^\dagger |\emptyset\rangle \right] + g B_2 \hat{a}^\dagger |\emptyset\rangle \end{aligned} \quad (14)$$

可得到如下的系数方程:

$$\begin{cases} \omega\psi_{R2}(x) = \left(-iv_g \frac{\partial\psi_{R2}(x)}{\partial x}\right) + A_2V_1\delta(x-l_1) + B_2V_2\delta(x-l_2), \\ \omega\psi_{L2}(x) = \left(iv_g \frac{\partial\psi_{L2}(x)}{\partial x}\right) + A_2V_1\delta(x-l_1) + B_2V_2\delta(x-l_2), \\ A_2\omega = A_2\omega_r + V_1[\psi_{R2}(l_1) + \psi_{L2}(l_1)] + gB_2, \\ B_2\omega = B_2\omega_s + V_2[\psi_{R2}(l_2) + \psi_{L2}(l_2)] + gA_2. \end{cases} \quad (15)$$

与第 2 节单点散射公式 (9) 情形类似, 馈线波导中传播的光子先后被位于同一侧的两个谐振器散射, 因此光子向右传播概率幅  $\psi_{R2}(x)$  和向左传播概率幅  $\psi_{L2}(x)$  可以分解为<sup>[25]</sup>

$$\begin{cases} \psi_{R2}(x) = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{2\pi}} [\theta(x-l_1) + t_{12}\theta(x-l_1)\theta(x-l_2) + t_2\theta(x-l_2)], \\ \psi_{L2}(x) = \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{2\pi}} [r_2\theta(x-l_1) + r_{12}\theta(x-l_1)\theta(x-l_2)], \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $k = \omega/v_g$  为波导中传输的行波光子的波矢;  $r_2$  和  $t_2$  分别表示该波导中光子总的透射概率幅和总的反射概率幅,  $t_{12}$  表示光子在传播区间  $(l_1, l_2)$  内向右透射的振幅,  $r_{12}$  在传播区间  $(l_1, l_2)$  内向左反射的振幅,  $1/\sqrt{2\pi}$  是归一化因子;  $\theta(x-l_i)$  为散射点  $x = l_i$  ( $i = 1, 2$ ) 处的阶跃函数. 这里, 因为散射点的尺度 (一般为微米量级) 远小于馈线中传输的微波光子的波长 (厘米量级), 所以谐振器对馈线中微波光子的散射仍可处理为点散射.

不失一般性, 令:  $l_1 = 0$ ,  $l_2 = L$ , 及  $V_1 = V_2 = V$ , 则按 2.1 节同样的方法, 可求得馈线中传输的波导单光子经耦合谐振器系统散射后的总透射系数为

$$t_2 = \frac{(\omega - \omega_r)(\omega - \omega_s) + ig\gamma e^{i\theta} - ig\gamma e^{-i\theta} - g^2}{(\omega - \omega_r + i\gamma)(\omega - \omega_s + i\gamma) - (i\gamma e^{2i\theta} - g e^{i\theta})(i\gamma - g e^{-i\theta})}, \quad (17)$$

式中,  $\gamma = V^2/v_g$  是波导光子与谐振腔之间的有效耦合强度, 且  $\theta = kL$ .

图 6 给出了两个频率不同谐振器耦合时馈线中波导光子的透射谱. 这里, 取波导光子与两谐振器的有效耦合强度为:  $\gamma = 10^5$  Hz, 两个四分之一波长谐振器的谐振频率取为  $\omega_r = 4.0$  GHz,  $\omega_s = 4.05$  GHz, 耦合点之间距离  $L = 3$  mm, 改变两个谐振器之间的耦合强度  $g$ , 可以得到该结构的传输透射曲线变化图. 当它们没有耦合时, 理论计算的两个全反射峰的位置会出现在 4.0 GHz 和 4.05 GHz 处; 但是, 当逐渐增大两个谐振器之间的耦合强度时, 两个全反射峰之间的间隔 (即全透明的窗口) 有逐渐变宽的现象, 这可以理解为一类 EIT 效应.

### 3.2 实验测量结果

在一块样品上设计并制作了两个插指耦合的四分之一波长谐振器, 如图 7 所示. 两个谐振器基模谐振频率分别设计为 4.0 GHz 和 4.05 GHz, 它们的插指深度为 370  $\mu\text{m}$ .

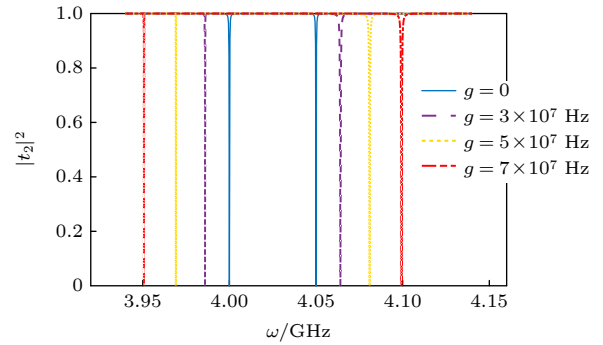


图 6 两个不同本征频率的耦合谐振器透射谱图, 两透射谷之间的频率间隔随着耦合强度的增加而增大

Fig. 6. Transmission spectra of the microwave scattered by two coupled resonators with different eigenfrequencies. It is seen that the frequency interval between the two dips increases with the coupling strength between the resonators.

极低温下耦合谐振器的微波透射谱测量结果如图 8 所示. 可以看出, 所测到的两个透射峰的频点, 相对于单个谐振器的基模频率  $\omega_1 = 4.0$  GHz 和  $\omega_2 = 4.05$  GHz 都发生了偏移. 其中, 一个频点向左偏移了 0.05 GHz, 变为 3.927 GHz; 另一个向右偏移了 0.02 GHz, 在 4.075 GHz 处. 这说明, 两

个四分之一波长谐振器确实存在耦合, 从而导致它们的基模频率重整, 使得原反射极大的频点变为透明. 这一初步实验测量结果证实了引入一个谐振器的耦合, 可以使原单个谐振器的全反射频率透射过去, 这就是类 EIT 效应的一种表现.

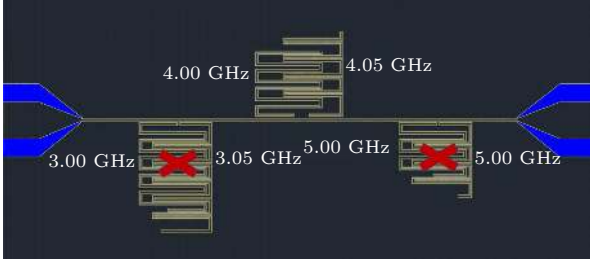


图 7 两个共振频率不同的耦合四分之一波长共面波导谐振器的样品图 (图中打红叉的谐振器已经短接)

Fig. 7. Experimental sample of two quarter wavelength coplanar waveguide resonators with different resonant frequencies. The resonators with the red crosses have been shorted.

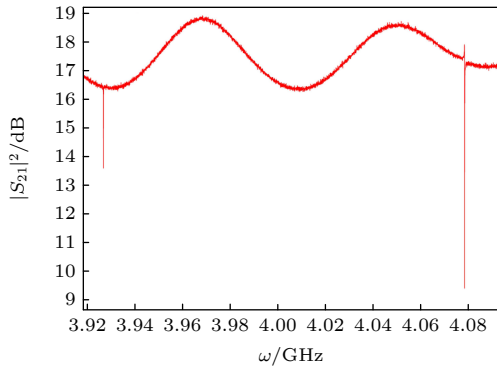


图 8 两个耦合四分之一波长共面波导谐振器的微波透射谱

Fig. 8. Coupled sample diagram of two quarter wavelength coplanar waveguide resonators.

根据实验测量结果, 可以推算两个谐振器的耦合强度. 事实上, 对无驱动场作用下两个耦合谐振器的哈密顿量  $\hat{H}_{ab} = \hat{H}_r + \hat{H}_s + \hat{H}_{sr}$  (具体形式见 3.1 节), 对算符  $\hat{a}, \hat{b}$  做如下么正变换:

$$\begin{pmatrix} \hat{a} \\ \hat{b} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{b}_1 \end{pmatrix}, \quad (18)$$

可将哈密顿量改写为如下模式重整的形式:

$$\begin{aligned} \hat{H}_{ab} = & \omega_a \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 + \omega_b \hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1 + \left[ \frac{1}{2} \sin 2\varphi (\omega_s - \omega_r) \right. \\ & \left. + g \cos 2\varphi \right] (\hat{a}_1^\dagger \hat{b}_1 + \hat{b}_1^\dagger \hat{a}_1), \quad (19) \end{aligned}$$

其中  $\omega_a$  和  $\omega_b$  表示重整后耦合谐振器系统的两个模式频率;  $\hat{a}_1^\dagger, \hat{b}_1^\dagger$  和  $\hat{a}_1, \hat{b}_1$  分别为新模式的产生算符和湮灭算符. 令  $\sin 2\varphi (\omega_s - \omega_r) + 2g \cos 2\varphi = 0$ , 则两个谐振器的模式完全解耦, 形成两个重整后的频率:

$$\begin{cases} \omega_a = \omega_r \cos^2 \varphi + \omega_s \sin^2 \varphi + g \sin 2\varphi, \\ \omega_b = \omega_s \cos^2 \varphi + \omega_r \sin^2 \varphi - g \sin 2\varphi. \end{cases} \quad (20)$$

对比图 8 实验结果可得:  $\omega_a = 3.927$  GHz 和  $\omega_b = 4.075$  GHz. 根据初始设计的频率  $\omega_r = 4.0$  GHz 和  $\omega_s = 4.05$  GHz, 可以推算出样品中两个谐振器之间的耦合强度为:  $g = 7.01 \times 10^7$  Hz, 这与图 6 的理论结果是基本符合的. 此外, 在两个反射窗口之间, 观测到了振荡的背景噪声, 这是线路噪声本身引起的振荡. 相比于实验测到的两个反射峰的良好显示度, 这种振荡可以处理为系统噪声, 不影响实验观测的理解和解释.

由于实验样品未能实现两个四分之一波长谐振器的耦合强度调节, 所以尚未观测到透明窗口的变化. 后续工作将改进样品制备方法, 引入两个谐振器的耦合调节途径, 实现类 EIT 效应的透明窗口调节.

## 4 结论与讨论

由于类 EIT 效应相应器件的制备相对简便, 近年来被广泛研究. 本文采用了耦合四分之一波长共面波导谐振器结构, 来实现类 EIT 效应的实验观测. 首先, 采用实空间量子输运理论处理了单个四分之一波长谐振器的微波传输特性, 并通过实验验证了理论预言的透射效应. 确实, 单个四分之一波长谐振器对共振微波是全反射的; 通过理论计算和实验测量数据的比对, 推算出了谐振器中驻波光子和馈线中传输行波光子的耦合强度. 进而, 应用实空间法理论证明了, 通过引入另一个辅助四分之一波长谐振器的耦合, 可实现原四分之一波长谐振器对共振微波的全透射; 通过调节辅助谐振器与原谐振器的耦合强度, 可以实现微波透射窗口宽度的调制. 实验上, 我们制作了相应的样品, 并对其传输透射曲线进行了测量, 所得结果与理论上基本一致. 这种透明窗口可简单解释为两个耦合谐振器模式重整为两个解耦的谐振器分别对馈线中传输微波的各自单独散射所致. 后续工作将在两个谐振器之间加入 SQUID 结构来调节耦合强度, 从而实现

类 EIT 效应中透明窗口的动力学调节.

此外, 实验上虽然观测到了辅助谐振器作用下原谐振器对共振微波的透明, 但并未观测到其相移特性的突变现象, 这与原子系统的 EIT 效应不同. 物理上, 这里两个不同频率谐振器耦合系统所测到的透射峰分离, 实际上可以用耦合谐振器的频率重整来解释. 由于不同频率电磁波之间不发生干涉, 所以这种仅表现出共振微波传输透明现象的类 EIT 效应, 不能应用于实现共振微波的群延迟. 期待在后续工作中, 同频率辅助谐振器的耦合来实现共振微波在两谐振器之间的干涉, 从而调控共振微波的相移特性.

## 参考文献

- [1] Harris S E 1989 *Phys. Rev. Lett.* **62** 1033
- [2] Boller K J, Imamoglu A, Harris S E 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 2593
- [3] Guo Y H, Yan L S, Pan W, Luo B, Wen K H, Guo Z, Luo X G 2012 *Opt. Express* **20** 24348
- [4] Wang T L, Cao M Y, Zhang Y P, Zhang H Y 2019 *Opt. Mater. Express* **9** 1562
- [5] Di K, Xie C D, Zhang J 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 153602
- [6] Zhao C Y, Zhang L, Zhang C M 2019 *Pramana-J. Phys.* **92** 37
- [7] Yan B, Gao F, Xu T, Ma H F, Zhong K S, Zheng Z X 2019 *Mater. Res. Express.* **6** 115802
- [8] Di K 2013 *Ph. D. Dissertation* (Taiyuan: Shanxi University) (in Chinese) [邸克 2013 博士学位论文 (太原: 山西大学)]
- [9] Zhan X G 2013 *Ph. D. Dissertation* (Wuhan: Huazhong University of Science and Technology) (in Chinese) [詹孝贵 2013 博士学位论文 (武汉: 华中科技大学)]
- [10] Zheng C, Jiang X S, Hua S Y, Chang L, Li G Y, Fan H B, Xiao M 2012 *Opt. Express* **20** 18319
- [11] Zhao J D, Zhang H, Yang W G, Zhao J H, Jing M Y, Zhang L J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 103201 (in Chinese) [赵嘉栋, 张好, 杨文广, 赵婧华, 景明勇, 张临杰 2021 物理学报 **70** 103201]
- [12] Zang T C, Chen Y Q, Ding Y Q, Sun Y, Wu Q Y 2020 *AIP Adv.* **10** 115002
- [13] Abdul J, Rashad R, Omar S, Muhammad A, Farooq A T 2021 *Sci. Rep.* **11** 2983
- [14] Li H J, Wang Y W, Wei L F, Zhou P J, Wei Q, Cao C H, Fang Y R, Yu Y, Wu P H 2013 *Chin. Sci. Bull.* **58** 2413
- [15] Liu X, Guo W, Wang Y, Dai M, Wei L F, Dober B, McKenney C M, Hilton G C, Hubmayr J, Austermann J E, Ullom J N, Gao J, Vissers M R 2017 *Appl. Phys. Lett.* **111** 252601
- [16] Gao J S 2008 *Ph. D. Dissertation* (Pasadena: California Institute of Technology)
- [17] Gao H Y, Zhai D H, Gao J S, Wei L F 2020 *J. Appl. Phys.* **128** 214302
- [18] Srinivasan K, Painter O 2007 *Nature* **450** 862
- [19] Choi Y S, Davano M, Lee K H 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 191108
- [20] Shen J T, Fan S 2009 *Phys. Rev. A.* **79** 023837
- [21] Shen J T, Fan S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 213001
- [22] Yan C H, Wei L F, Jia W Z, Shen J T 2011 *Phys. Rev. A* **84** 045801
- [23] Lodahl P, Mahmoodian S, Stobbe S, Rauschenbeutel A, Schneeweiss P, Volz J, Pichler H, Zoller P 2017 *Nature* **541** 473
- [24] Liang H, Li J S, Guo Y S 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 144101 (in Chinese) [梁浩, 李剑生, 郭云胜 2015 物理学报 **64** 144101]
- [25] Zheng H, Baranger H U 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 113601

# Coupling-induced microwave transmission transparency with quarter-wavelength superconducting resonators<sup>\*</sup>

Gao Hai-Yan<sup>1) #</sup> Yang Xin-Da<sup>1) #</sup> Zhou Bo<sup>2)</sup> He Qing<sup>1)</sup> Wei Lian-Fu<sup>1) †</sup>

1) (*Information Quantum Technology Laboratory, School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China*)

2) (*College of Science, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China*)

( Received 21 September 2021; revised manuscript received 12 November 2021 )

## Abstract

The electromagnetic induced transparency (EIT) to atomic systems and its various applications have been extensively investigated, both theoretically and experimentally. In this paper, we study how to similarly verify these phenomena in the waveguide coupled to the transmission line resonators. By making use of real space quantum scattering theory, we calculate the transmission spectrum of the waveguide photons scattered by a single quarter-wavelength transmission line resonator. Our experimental results show that the resonant microwave transporting along the feedline is completely reflected by the resonator. This is similar to the situation of the light absorbed by the resonant atomic medium, and thus its transmission is significantly suppressed.

Like the EIT phenomena in atomic gas, wherein the resonant absorption can be significantly suppressed by applying a strong pumping light to control the optical properties of medium, the transport properties of the resonant microwave can be investigated by coupling it into an auxiliary quarter-wavelength resonator in this paper. If the frequency of the auxiliary quarter-wavelength resonator is different from the resonant frequency, the calculated transmission spectrum shows that the coupling with auxiliary quarter-wavelength resonator induces the complete transmission of the resonant microwave. This is one of the features of the EIT-like effect, and can be simply explained as the frequency renormalization of the coupling resonators. Also, by adjusting the coupling strength between the resonators, the width of the microwave transmission spectrum window can be manipulated. Our experimental observations verify such an argument, but the phase shift mutation (another typical signs of the EIT effect) of the resonant microwave cannot be observed. In physics, this is because the interference between the transmitted microwave and the reflected microwave with different frequencies does not take place in the coupling region between the two resonators.

It is expected that the effects with the complete EIT-like phenomena can be observed, in future, by fabricating the sample of two quarter-wavelength transmission line resonators with the same frequency, and thus the coupling between the two resonators can be controlled.

**Keywords:** electromagnetic induced transparency, quarter wavelength microwave resonators, real space quantum transport theory, coupled-induced transport transparency

**PACS:** 42.50.Gy, 84.40.Az, 07.20.Mc, 05.60.Gg

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211758

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11974290).

# These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: [lfwei@swjtu.edu.cn](mailto:lfwei@swjtu.edu.cn)