



## 基于迭代重构算法改进晶体衍射分光X射线鬼成像的图像质量研究

张海鹏 赵昌哲 鞠晓璐 汤杰 肖体乔

### Improving quality of crystal diffraction based X-ray ghost imaging through iterative reconstruction algorithm

Zhang Hai-Peng Zhao Chang-Zhe Ju Xiao-Lu Tang Jie Xiao Ti-Qiao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 074201 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20211978

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211978>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 基于自适应阈值方法实现迭代降噪鬼成像

Iterative denoising of ghost imaging based on adaptive threshold method

物理学报. 2018, 67(24): 244201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181240>

#### 上海光源硬X射线相干衍射成像实验方法初探

Preliminary exploration of hard X-ray coherent diffraction imaging method at SSRF

物理学报. 2020, 69(3): 034102 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191586>

#### X射线光场成像技术研究

X-ray three-dimensional imaging based on light field imaging technology

物理学报. 2019, 68(2): 024202 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181555>

#### 晶体X射线劳厄衍射分束特性研究

Beam splitting characteristics of crystal X-ray Laue diffraction

物理学报. 2022, 71(4): 046101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211674>

#### 基于光场一阶关联的时域成像

Temporal imaging based on first-order field correlation

物理学报. 2019, 68(10): 104202 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190184>

#### 基于可分离编码的高分辨X射线荧光成像技术研究

High-resolution coded aperture X-ray fluorescence imaging with separable masks

物理学报. 2020, 69(19): 198701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200674>

# 基于迭代重构算法改进晶体衍射分光 X 射线鬼成像的图像质量研究\*

张海鹏<sup>1)2)3)†</sup> 赵昌哲<sup>1)2)3)</sup> 鞠晓璐<sup>1)2)3)</sup> 汤杰<sup>1)2)3)</sup> 肖体乔<sup>1)2)3)‡</sup>

1) (中国科学院上海应用物理研究所, 上海 201800)

2) (中国科学院大学, 北京 100049)

3) (中国科学院上海同步辐射光源/上海高等研究院张江实验室, 上海 201204)

(2021 年 10 月 25 日收到; 2021 年 11 月 30 日收到修改稿)

X 射线鬼成像是一种低剂量、非定域成像方法, 对医疗诊断和生物成像具有重要意义. 在基于晶体劳厄衍射分光的 X 射线鬼成像中, 晶体振动会造成衍射光路上散斑的模糊, 进而导致利用关联方法重构图像衬度和空间分辨的降低. 本文系统分析了衍射光路上散斑图像的模糊程度对归一化二阶关联函数  $g^{(2)}$  的最大值和半高全宽的影响. 模糊程度的增强会导致  $g^{(2)}$  最大值的减小和半高全宽的展宽, 在理论上证明了模糊程度会引起重构图像的衬度和分辨能力的降低. 为解决上述问题, 本文在衍射光路和直通光路的直接关联方法 ( $G_{LH}$ ) 的基础上提出  $G_{LH}E$  方法 ( $G_{LH}$  enhanced method). 模拟实验表明  $G_{LH}E$  算法能同时改善图像衬度和提高重构分辨率, 并且模糊程度增强时,  $G_{LH}E$  算法重构图像的峰值信噪比与先对直通光路的散斑图像进行高斯滤波处理再进行双光路关联计算方法 ( $G_{LL}$ ) 的差距扩大, 同时保证其对噪声的鲁棒性. 本文为晶体衍射分光的 X 射线鬼成像的实际应用提供可行的思路.

**关键词:** X 射线鬼成像, 晶体衍射, 成像质量, 强度二阶关联

**PACS:** 42.15.Eq, 42.30.-d, 42.30.Va, 42.30.Wb

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211978

## 1 引言

鬼成像 (ghost imaging, GI), 又名关联成像, 是一种对光场强度涨落进行关联运算的非定域成像方法<sup>[1-7]</sup>. 1985 年, 美国马里兰大学的史砚华组基于自发参量下转化产生的纠缠光子对在实验上首次实现鬼成像和鬼干涉<sup>[4,8]</sup>. 起初, 量子纠缠被认为是鬼成像的先决条件, 但之后 Bennink 等<sup>[9]</sup>利用经典热光成功完成鬼成像实验, 否认了鬼成像是纠缠光特有的性质. 经过 30 多年的发展, 经典热

光鬼成像作为全新的非定域成像技术正逐步从理论研究走向实际应用. 鬼成像独特的优越性体现在其灵活的双光路设计上. 根据实际需求配置光路, “鬼”图像可以在弱光照<sup>[10]</sup>或扰动环境中<sup>[11-13]</sup>获得超越瑞利衍射极限的空间分辨<sup>[14]</sup>, 因此鬼成像在远程遥感<sup>[15,16]</sup>, 量子光刻<sup>[17,18]</sup>, 保密通讯<sup>[19]</sup>等诸多领域受到广泛关注.

2004 年, 程静等<sup>[20]</sup>在理论上给出利用经典热光进行无透镜鬼成像的实验方案, 而后吴令安等<sup>[21,22]</sup>在实验上证实了无透镜鬼成像方案的可行性. 无透镜鬼成像方案表明鬼成像技术可从可见光延伸到

\* 国家重点研发计划 (批准号:2017YFA0206004, 2017YFA0206002, 2018YFC0206002, 2017YFA0403801) 和国家自然科学基金 (批准号: 81430087) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhanghaipeng@sinap.ac.cn

‡ 通信作者. E-mail: xiaotiqiao@zjlab.org.cn

任意波段, 包括电子<sup>[23]</sup>、中子<sup>[24]</sup>和 X 射线<sup>[25–32]</sup>等. 利用 X 射线短波长、深穿透的特性, X 射线鬼成像 (X-ray ghost imaging, XGI) 常被用于探测物体内部的精细结构, 尤其是在医疗诊断、晶体分析和生物成像等诸多科学与技术领域中. 目前理论与实验均已证明 X 射线鬼成像采用参量下转换产生的纠缠 X 光<sup>[30]</sup>, 掩模调制强度波动的赝热 X 光<sup>[27,29,32]</sup>, 甚至单束团产生的真热 X 光<sup>[31]</sup>等不同 X 光源都能准确重构目标图像. 2016 年, 根据傅里叶变换鬼成像理论, 俞虹等<sup>[32]</sup>利用多孔金属箔调制的随机涨落的赝热 X 光同时恢复出多缝样品的振幅和位相, 并且其成像分辨率甚至超越具有空间分辨能力的探测器的像素尺寸.

然而, 由于 X 光中没有合适可靠的光学元件能分出两束相同强度分布的散斑花样, 因此通常将待测物体移进和移出光路以分别模仿 X 射线鬼成像中的信号光路和参考光路<sup>[27,32]</sup>. 但物体移进移出光路会导致采样效率低下, 单次采样耗时过长, 不适合实际应用场景. 此外, 计算 X 射线鬼成像<sup>[28,33]</sup>方法, 通过特殊设计的掩模推算在物体平面处光场的强度分布, 可以避免分光引入的困扰, 同时能调节光强涨落分布模式以优化图像重构质量, 但是掩模的设计与制作却受限于微纳加工工艺. 因此, 在 X 射线鬼成像的实际应用中经常采用晶体作为分束器, 利用衍射效应复制出两幅相同强度分布的光场<sup>[25,26,29,31]</sup>. 2016 年, Pelliccia 等<sup>[31]</sup>在 ESRF 用薄晶衍射的方法获得两幅由单束团产生的相同分布的随机热光场, 并成功重构出铜丝的吸收衬度图像. 2018 年, 该研究组<sup>[25]</sup>用硅单晶对粉光分束且重构出真实复杂样品-钨灯丝图像. 同年, Kingston 等<sup>[26]</sup>利用晶体衍射分光鬼成像重构出铝泡沫物体

的断层扫描图像 (ghost tomography). 然而由于晶体振动的缘故, 相比直通光路散斑图像, 衍射光路的散斑图像细节模糊, 光强涨落起伏微弱. 本文系统分析了在 X 射线鬼成像中衍射光路上散斑图像的模糊程度对重构图像质量的影响, 并提出改进方案, 以期改善重构图像的衬度, 提高成像的空间分辨率.

## 2 理论分析

图 1 是基于晶体衍射分光的 X 射线鬼成像的光路示意图. 单色 X 光通过掩模 (mask) 后产生强度涨落的散斑花样, 经过晶体 (crystal) 衍射分光后在直通光路 (transmitted beam) 产生高清的散斑图样  $I_H^t(x, y)$ , 再被具有空间分辨的探测器 (spatially resolved detector) 记录; 在衍射光路 (diffracted beam) 上, 由晶体振动引起的模糊散斑图像  $I_L^d(x, y)$  经过待测物体  $T(x, y)$  后由桶探测器 (bucket detector) 收集为单值信号.

根据传统鬼成像算法<sup>[29]</sup>, 即直接关联计算衍射光路上的信号和直通光路上的散斑图样, 重构如下式所示:

$$G_{LH}(x, y) = \langle S_L^d I_H^t(x, y) \rangle - \langle S_L^d \rangle \langle I_H^t(x, y) \rangle, \quad (1)$$

其中  $S_L^d = \iint I_L^d(x, y) T(x, y) dx dy$  表示衍射光路上模糊散斑图像透过样品后被桶探测器接收的桶信号; 上标 t, d 分别表示直通光路和衍射光路, 分别对应传统鬼成像中的参考光路和信号光路, 下标 H, L 分别表示光路上的散斑图像为高清 (high definition) 或模糊 (low definition) 的,  $\langle \cdot \rangle$  为系综平均运算. 由于衍射光路上模糊散斑图像  $I_L^d(x, y)$  与直通光路上高清散斑图像  $I_H^t(x, y)$  之间的弱相关

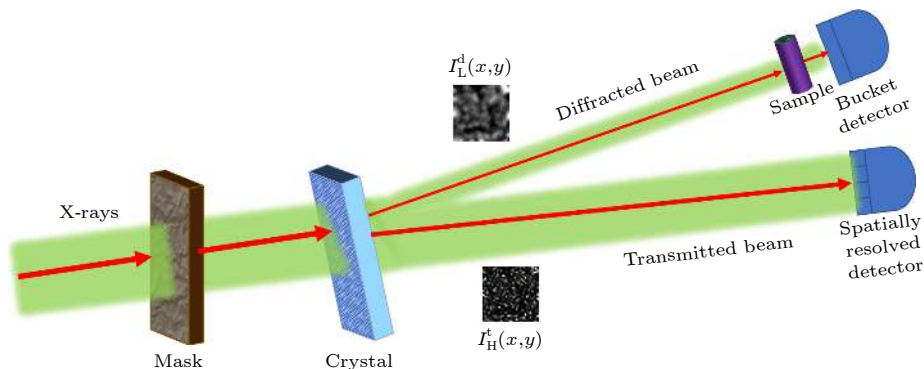


图 1 基于晶体衍射分光的 X 射线鬼成像示意图

Fig. 1. Schematic diagram of X-ray ghost imaging based on the beam splitter of crystal diffraction.

性, 导致直接关联计算  $G_{\text{LH}}$  重构图像的质量恶化, 因此 Kingston 等<sup>[26]</sup> 提出将直通光路上的高清散斑图像进行高斯滤波处理, 使其与衍射光路上的图像保持近乎相同, 以保证重构精度.

实验中 Kingston 等<sup>[26]</sup> 将  $I_{\text{H}}(x, y)$  高斯滤波转变为  $I_{\text{L}}^{\text{f}}(x, y)$ , 与  $I_{\text{L}}^{\text{d}}(x, y)$  的强度分布几乎一致, 即

$$I_{\text{L}}^{\text{f}}(x, y) = g_1(x, y) \otimes I_{\text{H}}^{\text{f}}(x, y), \quad (2)$$

其中  $g_1(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$  为高斯滤波函数, 标准差  $\sigma$  表示模糊程度,  $\otimes$  表示卷积. 标准差  $\sigma$  越大, 衍射光路上的散斑花样  $I_{\text{L}}^{\text{d}}(x, y)$  越模糊, 并且随着模糊程度  $\sigma$  的增大,  $I_{\text{H}}^{\text{f}}(x, y)$  与  $I_{\text{L}}^{\text{d}}(x, y)$  的差异越大. 选择 Pearson 相关系数<sup>[34]</sup> 表征两者的一致性. 当 Pearson 系数为 1, 表示两者完全相同. 如图 2 所示, 随着标准差  $\sigma$  的增大,  $I_{\text{H}}^{\text{f}}(x, y)$  与  $I_{\text{L}}^{\text{d}}(x, y)$  的差异亦在增大, 从而加剧直接关联方法  $G_{\text{LH}}$  重构图像质量的恶化.

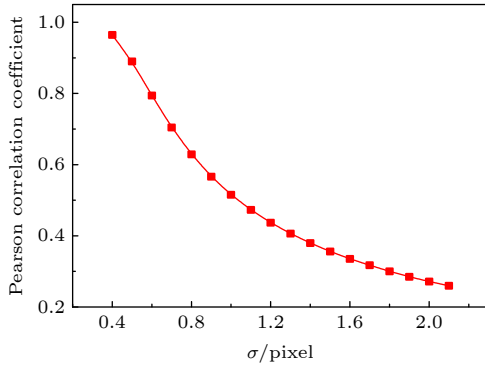


图 2 一致性和模糊程度关系  
Fig. 2. Consistency vs ambiguity.

Kingston 等<sup>[26]</sup> 将直通光路上的散斑图像模糊后, 再与衍射光路的桶信号关联计算, 以提高恢复图像的质量, 如下式:

$$G_{\text{LL}}(x, y) = \langle S_{\text{L}}^{\text{d}} I_{\text{L}}^{\text{f}}(x, y) \rangle - \langle S_{\text{L}}^{\text{d}} \rangle \langle I_{\text{L}}^{\text{f}}(x, y) \rangle. \quad (3)$$

但是散斑图像的模糊不仅会使光强不再服从负指数分布, 减弱强度涨落程度, 而且会导致不规则散斑的平均尺寸增大, 即改变两光路上强度的归一化二阶关联函数  $g_{\text{LL}}^{(2)}$ , 从而影响图像重构质量, 其中  $g_{\text{LL}}^{(2)}$  去除平均背景后的表达如下<sup>[35]</sup>,

$$g_{\text{LL}}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{\langle \Delta I_{\text{L}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \Delta I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle}{\langle I_{\text{L}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \rangle \langle I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle}, \quad (4)$$

其中  $\Delta I_{\text{L}}^{\text{f}}(x_1, y_1) = I_{\text{L}}^{\text{f}}(x_1, y_1) - \langle I_{\text{L}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \rangle$ ,  $\Delta I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) = I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) - \langle I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle$  分别表示直通光

路和衍射光路上的光强涨落. 强度的归一化二阶关联  $g^{(2)}$  的半高全宽为成像的空间分辨率, 且  $g^{(2)}$  的最大值可表征恢复图像的衬度, 两者都会影响重构图像质量.  $g^{(2)}$  的半高全宽越小, 则分辨率越精细, 能恢复待测物体更细小的结构.  $g^{(2)}$  的最大值越大, 则关联算法重构图像抵抗统计噪声的能力越强, 且重构图像衬度越高, 保真越佳.

理论上, 若衍射光路中的散斑图像与直通光路中为相同的高清图像时, 重构图像衬度与分辨率都是最佳的, 其去平均背景后强度的归一化二阶关联函数  $g_{\text{HH}}^{(2)}$  表达如下,

$$g_{\text{HH}}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \frac{\langle \Delta I_{\text{H}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \Delta I_{\text{H}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle}{\langle I_{\text{H}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \rangle \langle I_{\text{H}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle}. \quad (5)$$

若高清散斑图像中不规则散斑的平均尺寸远小于 1 个像素 (下文中高清图像都表示散斑尺寸小于 1 个像素), 则

$$g_{\text{HH}}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) = \delta(x_1 - x_2, y_1 - y_2), \quad (6)$$

其中  $\delta(x_1 - x_2, y_1 - y_2)$  是狄拉克函数.  $g_{\text{HH}}^{(2)}$  最大值为 1, 且半高全宽小于 1 个像素, 则能达到具有分辨的探测器所能达到的最佳分辨. 但在晶体衍射分光的 X 射线鬼成像中, 衍射光路的散斑模糊会改变直接关联  $G_{\text{LH}}$  对应的归一化强度关联函数  $g_{\text{LH}}^{(2)}$ , 即

$$\begin{aligned} g_{\text{LH}}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) &= \frac{\langle \Delta I_{\text{H}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \Delta I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle}{\langle I_{\text{H}}^{\text{f}}(x_1, y_1) \rangle \langle I_{\text{L}}^{\text{d}}(x_2, y_2) \rangle} \\ &= \delta(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \otimes g_1(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \\ &= g_1(x_1 - x_2, y_1 - y_2). \end{aligned} \quad (7)$$

由上式可得出  $g_{\text{LH}}^{(2)}$  的最大值是  $1/2\pi\sigma^2$ , 半高全宽 (full width at half maximum, FWHM) 为  $2.35\sigma$ . 相比  $g_{\text{HH}}^{(2)}$ ,  $g_{\text{LH}}^{(2)}$  的最大值会随着模糊衬度  $\sigma$  而减小, 半高全宽也会逐渐展宽, 同时图 2 显示衍射光路和直通光路的散斑图像的一致性也在下降, 因此  $G_{\text{LH}}$  重构图像的衬度, 分辨率以及质量都会下降.

若如 Kingston 等<sup>[26]</sup> 提出的, 先将直通光路的散斑图像滤波处理后, 再用 (3) 式重构图像, 其对应的  $g_{\text{LL}}^{(2)}$  产生变化, 即

$$\begin{aligned}
 g_{LL}^{(2)}(x_1, y_1, x_2, y_2) &= \frac{\langle \Delta I_L^1(x_1, y_1) \Delta I_L^d(x_2, y_2) \rangle}{\langle I_L^1(x_1, y_1) \rangle \langle I_L^d(x_2, y_2) \rangle} \\
 &= g_1(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \otimes g_1(x_1 - x_2, y_1 - y_2) \\
 &= g_2(x_1 - x_2, y_1 - y_2), \tag{8}
 \end{aligned}$$

其中  $g_2(x, y) = \frac{1}{4\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{4\sigma^2}}$ .  $g_{LL}^{(2)}$  的最大值为  $\frac{1}{4\pi\sigma^2}$ , 半高全宽为  $3.32\sigma$ . 比较  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$ , 则  $g_{LL}^{(2)}$  的最大值是  $g_{LH}^{(2)}$  的一半, 半高全宽为  $g_{LH}^{(2)}$  的  $\sqrt{2}$  倍. 由此分析,  $G_{LH}$  比  $G_{LL}$  重构图像的衬度和空间分辨更优越, 但不可忽视  $G_{LH}$  中  $I_H(x, y)$  和  $I_L^d(x, y)$  的不一致性会降低重构质量, 因此在下节的模拟实验中峰值信噪比 (peak signal-to-noise, PSNR) 被用来评估两种方法恢复图像的质量, 结果显示两者质量非常接近.

当衍射光路中的散斑图像相对直通光路中的

模糊程度所对应的标准差  $\sigma$  为 1.3 个像素时, 根据上述理论可得,  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  的最大值分别为 0.0471 和 0.0942, 其半高宽分别为 4.320 和 3.055 个像素. 此外, 我们模拟出直通光路上的高清散斑图像, 并通过高斯函数  $g_1$  将其模糊后作为衍射光路上的散斑图像, 利用 (7) 式计算出两光路间光强的归一化二阶关联分布  $g_{LL}^{(2)}$ , 并用高斯函数进行拟合, 则  $g_{LH}^{(2)}$  的最大值为 0.0942, 而半高全宽为 3.032. 若如 Kingston 等<sup>[26]</sup> 的处理方案, 先将直通光路散斑图像滤波后再与衍射光路上的散斑图像进行二阶关联计算, 则  $g_{LL}^{(2)}$  的最大值为 0.0468, 而半高宽为 4.343. 由此发现模拟散斑后再通过二阶关联计算的结果和理论结果几乎一致. 如图 3 所示, 比较模拟散斑计算的  $g_{LL}^{(2)}$ ,  $g_{LH}^{(2)}$  分别和理论上所对应的  $g_2$ ,  $g_1$  在  $x$  方向的分布, 结果表明模拟和理论的曲线几

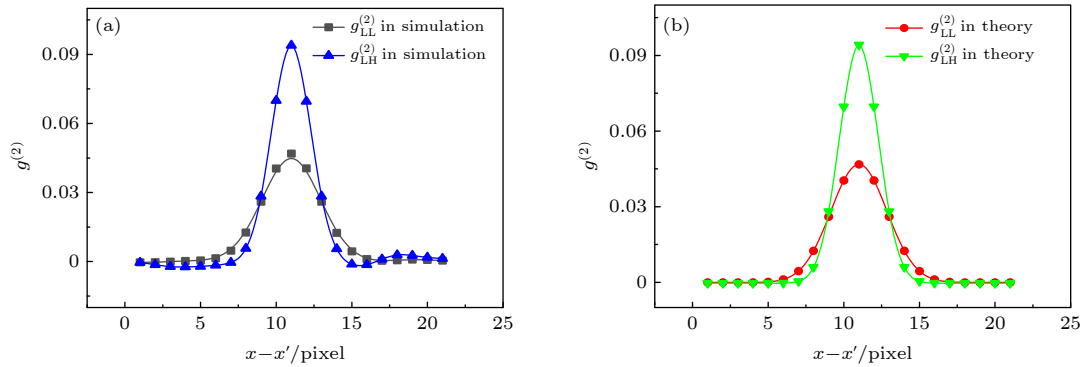


图 3 当  $\sigma = 1.3$  时光强归一化二阶关联的理论和模拟在  $x$  方向上的曲线图 (a)  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  的模拟在  $x$  方向上的曲线图; (b)  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  的理论在  $x$  方向上的曲线图

Fig. 3. The theoretical and simulated curves of the normalized second-order correlation of light intensity in  $x$  direction when  $\sigma = 1.3$ : (a) The simulated curves of  $g_{LL}^{(2)}$  and  $g_{LH}^{(2)}$  in  $x$  direction; (b) the theoretical curves of  $g_{LL}^{(2)}$  and  $g_{LH}^{(2)}$  in  $x$  direction.

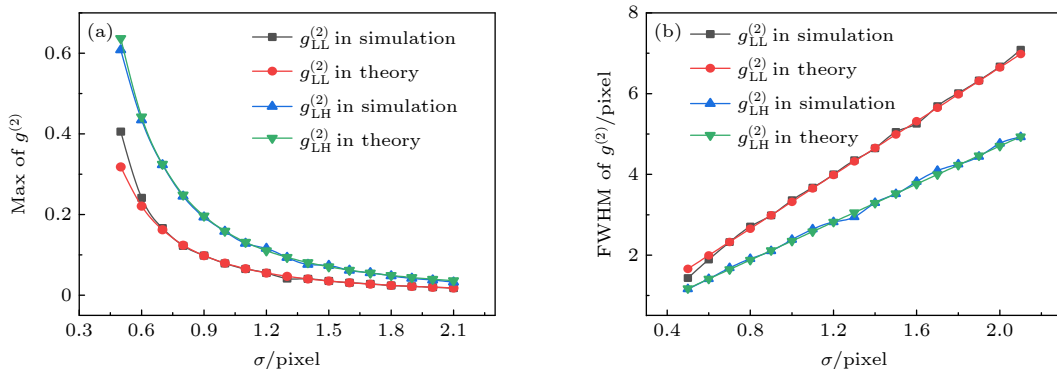


图 4  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  在理论和模拟上随模糊程度  $\sigma$  的变化曲线图 (a)  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  在理论和模拟的最大值随  $\sigma$  的变化; (b)  $g_{LL}^{(2)}$  和  $g_{LH}^{(2)}$  在理论和模拟的半高全宽随  $\sigma$  的变化

Fig. 4.  $g_{LL}^{(2)}$  and  $g_{LH}^{(2)}$  vary with the blur degree  $\sigma$  in theory and simulation: (a) The theoretical and simulated maximum of  $g_{LL}^{(2)}$  and  $g_{LH}^{(2)}$  vary with  $\sigma$ ; (b) the FWHM of  $g_{LL}^{(2)}$  and  $g_{LH}^{(2)}$  vary with  $\sigma$  in theory and simulation.

乎完全吻合.

随着模糊程度的增大, 即标准差  $\sigma$  增大, 理论上  $g_{LL}^{(2)}$ ,  $g_{LH}^{(2)}$  的最大值都在减小, 而半高全宽都在增大. 如图 4 所示,  $g_{LL}^{(2)}$ ,  $g_{LH}^{(2)}$  在理论和模拟上随标准差  $\sigma$  的变化趋势. 理论和模拟上的结果高度一致, 同时也可预测随着模糊程度的增加, 两种方案重构图像质量也在逐步恶化.

### 3 解决方案

为了改善 Kingston 等<sup>[26]</sup> 提出的方案中, 因  $g_{LL}^{(2)}$  最大值的减小和半高全宽的增大而引起的  $G_{LL}$  重构图像衬度低且细节模糊的后果, 在  $G_{LH}$  的基础上提出一种  $G_{LH}$  增强算法 ( $G_{LH}$  enhanced method,  $G_{LHE}$ ), 目标是希望图像衬度和分辨率能达到  $G_{HH}$  的效果, 其中  $G_{HH}$  是在两光路上为相同的高清散斑图像时通过关联计算重构图像的方案.  $G_{HH}$  表达如下:

$$G_{HH}(x, y) = \langle S_H^d I_H^t(x, y) \rangle - \langle S_H^d \rangle \langle I_H^t(x, y) \rangle. \quad (9)$$

$g_{HH}^{(2)}$  表明  $G_{HH}$  重构图像的分辨率和衬度都是最优的. 比较  $G_{LH}$  和  $G_{HH}$  方法, 两者的差别在于在衍射光路中桶探测器获取的信号  $S_L^d$  和  $S_H^d = \iint I_H^d(x, y) T(x, y) dx dy$ , 即

$$S_H^d = S_L^d + \iint (I_H^d(x, y) - I_L^d(x, y)) T(x, y) dx dy, \quad (10)$$

其中  $I_H^d(x, y)$  即为  $I_H^t(x, y)$ , 而  $I_L^d(x, y)$  与  $I_L^t(x, y)$  非常相近, 亦可认为是相同的. 因此, 首先利用  $G_{LL}$  重

构出的图像作为物体  $T(x, y)$  的近似, 代入 (10) 式得到与  $S_H^d$  更接近的桶信号  $\tilde{S}_L^d$ , 以补偿  $S_L^d$  相对  $S_H^d$  的差距. 将  $\tilde{S}_L^d$  代入到 (1) 式, 新重构的图像再次作为物体  $T(x, y)$  的近似代入到 (10) 式中, 以继续减少桶探测信号  $\tilde{S}_L^d$  相对  $S_H^d$  的误差, 然后依据 (1) 式计算新的图像. 经过多次迭代后, 最终重构图像能够达到接近  $G_{HH}$  重构图像的高衬度和高分辨.

选择图 5(a) 作为待测物体, 其图像大小为  $32 \times 32$  像素, 线宽为 3 个像素, 采样数量为 50000 张. 如图 5 所示是  $G_{LL}$  方法和  $G_{LHE}$  方法在不同模糊程度时重构图像比较. 随着标准差  $\sigma$  的逐渐增大, 理论上  $G_{LL}$  重构图像的衬度和空间分辨率会逐步变差. 从图 5(b) 到图 5(f) 重构的图像在直观上也是衬度在逐步减弱, 细节愈加模糊, 这与理论一致, 尤其在图 5(c) 中 ( $\sigma = 1$  时  $G_{LL}$  重构的图像), 此时  $g_{LL}^{(2)}$  对应的半高全宽为 3.32 个像素, 超过待测物体的线宽. 相比图 5(b), 图 5(c) 的条纹边缘明显更加弥散, 几乎不能准确衡量待测物体的线宽. 模拟中模糊程度对应的标准差相邻间隔为 0.3, 在理论上分辨率相差  $0.3 \times 3.32 \approx 1$  个像素, 则相邻的  $G_{LL}$  重构的图像在衬度和分辨率上有明显的差异以供区分.

图 5(g) 是  $G_{HH}$  重构的高衬度、高分辨的图像, 其能够完全分辨目标图像的线宽. 图 5(h) 到图 5(l) 是  $G_{LHE}$  方法迭代 3 次时重构的图像, 在视觉效果上衬度几乎未发生明显变化, 且随着  $\sigma$  的增大,  $G_{LHE}$  方法重构图像的线宽略微增加. 纵向比较, 当  $\sigma$  相

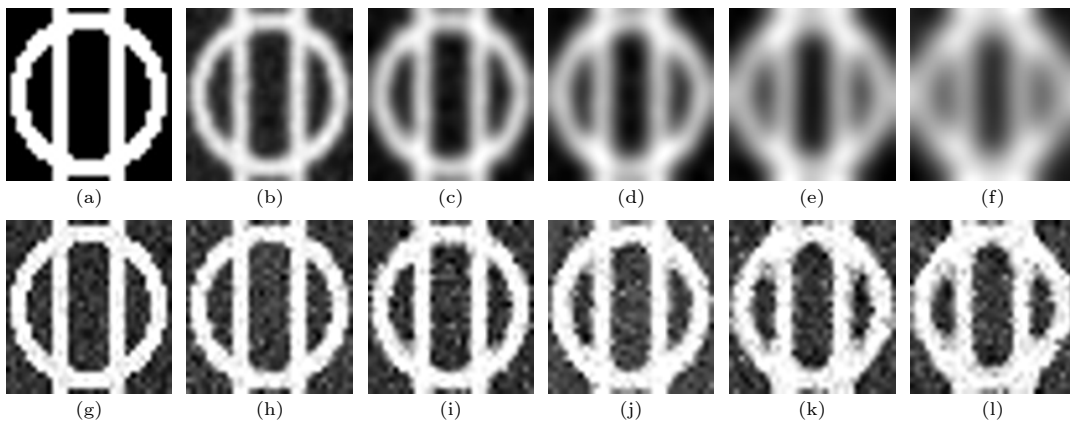


图 5  $G_{LL}$  和  $G_{LHE}$  方法重构图像 (a) 物体图像; (b)–(f) 不同标准差 ( $\sigma = 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9$ ) 时  $G_{LL}$  恢复的图像; (g)  $G_{HH}$  重构的图像; (h)–(l) 不同标准差 ( $\sigma = 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9$ ) 时  $G_{LHE}$  方法恢复的图像.

Fig. 5. Images reconstructed by  $G_{LL}$  and iterative method: (a) The object image; (b)–(f) the images are retrieved by  $G_{LL}$  with  $\sigma$  set as 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9; (g) the image restored by  $G_{HH}$ ; (h)–(l) the images are reconstructed by iterative method when  $\sigma$  is 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9.

同时,  $G_{LHE}$ 方法重构图像比 $G_{LL}$ 的衬度明显提高, 在 $G_{LL}$ 几乎不能区分图像线条时,  $G_{LH}$ 依然有足够能力区分图像线形, 即 $G_{LHE}$ 方法相比 $G_{LL}$ 在分辨能力上有明显提升. 此外, 如图6所示, 随着 $\sigma$ 的增大, 两种方法恢复图像的PSNR都逐渐下降, 但两者PSNR的间距也在扩大, 表明 $G_{LHE}$ 方法重构图像质量的提升愈加明显.

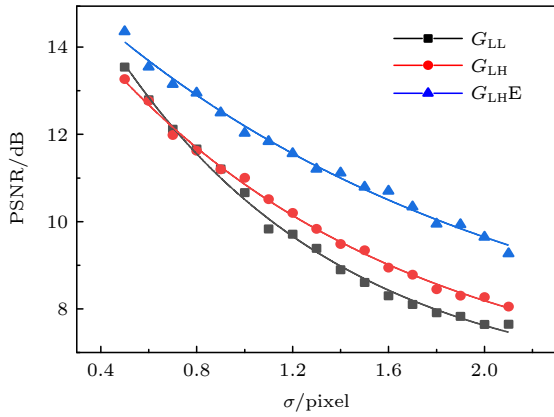


图6 不同算法重构图像的PSNR随模糊衬度的变化曲线  
Fig. 6. The PSNR curves of reconstructed images with different algorithms vary with blur degree.

选取图5重构图像中间宽度为3像素的区域绘制轮廓线, 其平均结果如图7所示. 图7(a)是图5上行图像的轮廓线. 随着标准差 $\sigma$ 的增大, 图7(a)中曲线的峰(如②峰)与谷(如①谷)间距减小, 则图像的衬度逐渐减小. 峰与谷之间曲线的倾斜逐渐平缓(如①谷与②峰之间曲线的陡峭程度在减弱), 则重构图像的分辨能力下降. 上述都与图5中 $G_{LL}$ 重构图像的直观效果一致. 图7(b)是图5下行图像的轮廓线. 图7(b)中的曲线几乎都重叠在一起, 表明不同标准差 $\sigma$ 时,  $G_{LHE}$ 算法重构图像的轮廓曲线的峰(如④峰)与谷(如③谷)的间距与 $G_{HH}$ 的非常接近, 同时峰谷之间曲线的倾斜也几乎相同, 表明 $G_{LHE}$ 重构图像的衬度和分辨率几乎都与 $G_{HH}$ 的相同, 这与 $G_{LHE}$ 的目标是一致的. 比较图7(a)和图7(b)发现, 在相同 $\sigma$ 时, 图7(b)中曲线的陡峭程度明显比图7(a)中对应曲线的大, 表明 $G_{LHE}$ 比 $G_{LL}$ 的空间分辨能力强, 且随着 $\sigma$ 的增大, 图7(b)中峰谷间距比图7(a)中应曲线的大出很多, 表明 $G_{LHE}$ 重构图像的衬度也比 $G_{LL}$ 都有明显提高. 总结而言,  $G_{LHE}$ 比 $G_{LL}$ 在衬度, 分辨率和PSNR上都有明显改改善, 尤其是在 $\sigma = 1.3$ 时,

$G_{LHE}$ 重构图像的PSNR比 $G_{LL}$ 提高约2 dB, 分辨率也从4.32个像素提高到小于3个像素(能清晰分辨待测物体3个像素的线宽), 衬度(可见度  $V = \frac{|\langle G_{obj} \rangle - \langle G_{bg} \rangle|}{\langle G_{obj} \rangle + \langle G_{bg} \rangle}$ , 其中 $\langle G_{obj} \rangle$ 表示重构物体即白色区域的平均灰度值, 而 $\langle G_{bg} \rangle$ 表示背景图像即黑色区域的平均灰度值)提高约1倍.

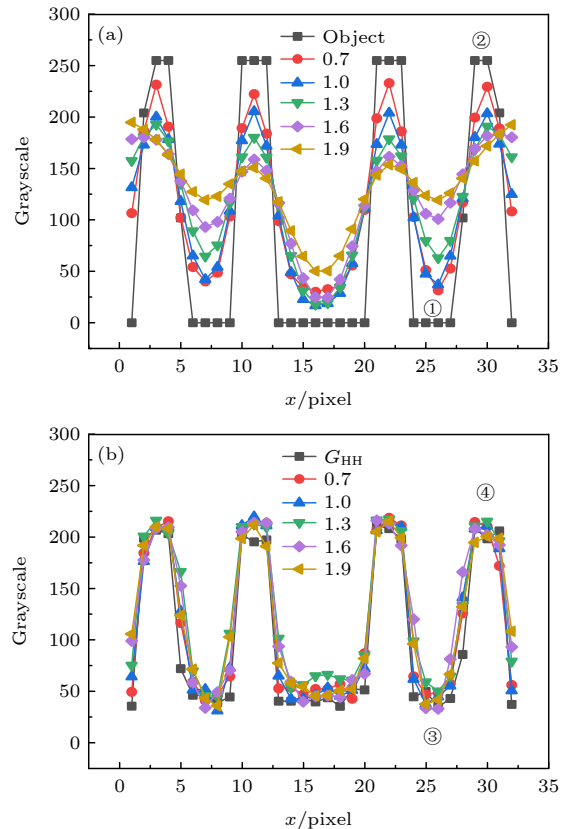


图7  $G_{LL}$ 和 $G_{LHE}$ 方法重构图像中间部位的截面轮廓线: (a) 黑线是物体的截面轮廓线, 即图5(a)中间区域的平均灰度变化, 其余分别是 $G_{LL}$ 方法在 $\sigma$ 为0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9时重构图像的截面轮廓线, 即图5(b)到图5(f)的中间区域的平均灰度变化; (b) 黑线是 $G_{HH}$ 重构图像的截面轮廓线, 即图5(g)中间区域的平均灰度变化, 其余是 $G_{LHE}$ 方法在 $\sigma$ 为0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9时重构图像的截面轮廓线, 即图5(h)到图5(l)的中间区域的平均灰度变化.

Fig. 7. Line profiles of the middle parts in the reconstructed images by  $G_{LL}$  and  $G_{LHE}$ : (a) The black curve is the line profile of the object, that is the mean grayscale change of the middle part in Fig. 5(a), and the rest is the line profiles of the images retrieved by  $G_{LL}$  with  $\sigma$  set as 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9, that is, the mean grayscale change of the middle part in Fig. 5(b) to Fig. 5(f); (b) the black curve is the line profile of the image retrieved by  $G_{HH}$ , that is the mean grayscale change of the middle part in Fig. 5(g), and the rest is the line profiles of the images restored by  $G_{LHE}$  when  $\sigma$  is 0.7, 1.0, 1.3, 1.6, 1.9, that is, the mean grayscale change of the middle part in Fig. 5(h) to Fig. 5(l).

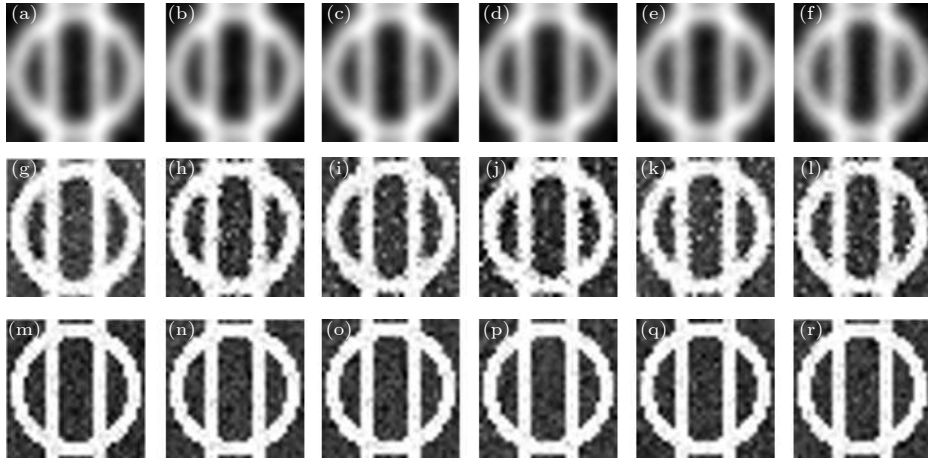


图 8  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  在不同噪声下重构图像: (a), (g), (m) 无噪声时  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  重构的图像; (b)—(f)  $G_{LL}$  在均值为 0.1, 标准差为 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 时重构的图像; (i)—(l)  $G_{LHE}$  在均值为 0.1, 标准差为 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 时重构的图像; (n)—(r)  $G_{HH}$  在均值为 0.1, 标准差为 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 时重构的图像

Fig. 8. Images reconstructed by  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  under different noise: (a), (g), (m) the images reconstructed by  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  without noise; (b)—(f) the images reconstructed by  $G_{LL}$  under the noise with the mean of 0.1 and the standard deviation of 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 respectively; (i)—(l) the images reconstructed by  $G_{LHE}$  under the noise with the mean of 0.1 and the standard deviation of 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 respectively; (n)—(r) the images reconstructed by  $G_{HH}$  under the noise with the mean of 0.1 and the standard deviation of 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25 respectively.

考虑到在实际实验过程中存在噪声, 并且其主要来源于探测器引入的加性高斯白噪声, 因此在理论上首先证明加性高斯白噪声对基于系综平均的重构算法是无影响的. 设参考光路的光斑强度分布为  $I(x_1, y_1)$ , 在信号光路中桶探测器的信号为  $S = \sum_{x_2, y_2} T(x_2, y_2)I(x_2, y_2)$ , 其中  $(x_k, y_k)$  ( $k = 1, 2$ ) 表示在探测器平面的位置. 在无噪声时, 重构结果如下:

$$\begin{aligned} G(x_1, y_1) &= \langle SI(x_1, y_1) \rangle - \langle S \rangle \langle I(x_1, y_1) \rangle \\ &= \sum_{x_2, y_2} T(x_2, y_2) (\langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \\ &\quad - \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle). \end{aligned} \quad (11)$$

当探测器引入加性噪声时, 则参考光路的光强分布  $I_n(x_1, y_1) = I(x_1, y_1) + N_1(x_1, y_1)$ , 在信号光路中桶探测器的信号为  $S_n = \sum_{x_2} T(x_2, y_2)I(x_2, y_2) + N_2(x_2, y_2)$ , 下标  $n$  表示含噪,  $N_k$  ( $k = 1, 2$ ) 表示均值为  $\mu_N$ , 标准差为  $\sigma_N$  的同类噪声, 则在有噪声重构如下:

$$\begin{aligned} G_n(x_1, y_1) &= \langle S_n I_n(x_1, y_1) \rangle - \langle S_n \rangle \langle I_n(x_1, y_1) \rangle \\ &= \sum_{x_2, y_2} T(x_2, y_2) (\langle I(x_1, y_1)I(x_2, y_2) \rangle \\ &\quad - \langle I(x_1, y_1) \rangle \langle I(x_2, y_2) \rangle). \end{aligned} \quad (12)$$

从推导看  $G(x_1, y_1)$  与  $G_n(x_1, y_1)$  在充足采样时结果

是相同的.

下面用模拟实验证明基于系综平均的  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$  和  $G_{HH}$  重构图像对于噪声是不敏感的. 添加均值  $\mu_N$  为 0.1, 标准差  $\sigma_N = 0.05, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25$  的不同高斯噪声, 对于服从负指数分布且均值为 1 的散斑图样而言, 相应的信噪比分别为 44.0 dB, 40.0 dB, 35.8 dB, 32.0 dB, 28.8 dB, 则  $G_{HH}$ ,  $G_{LL}$  和  $G_{LHE}$  在模糊程度对应的标准差为 1.3 时重构图像如图 8 所示. 直观上在不同噪声时,  $G_{HH}$ ,  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$  各自重构图像在分辨率和衬度上区别很小,

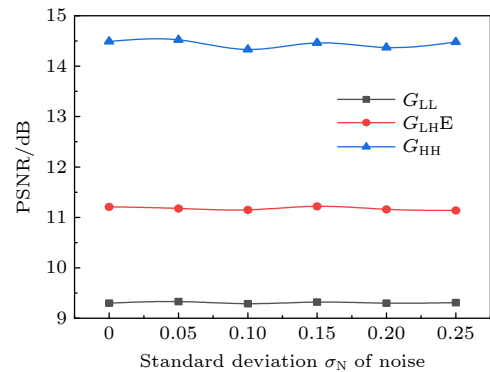


图 9  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  在不同噪声下重构图像的 PSNR, 其中标准差  $\sigma_N$  为 0 表示没有噪声 (此时噪声均值  $\mu_N$  也为 0)  
Fig. 9. PSNRs of images reconstructed by  $G_{LL}$ ,  $G_{LHE}$ ,  $G_{HH}$  under different noise, where the standard deviation  $\sigma_N$  of 0 indicates there is no noise (at this time the mean  $\mu_N$  of noise is also 0).

表明基于系综平均的  $G_{HH}$ ,  $G_{LL}$ ,  $G_{LH}$  方法对于噪声有较强的鲁棒性. 不同噪声时,  $G_{HH}$ ,  $G_{LL}$ ,  $G_{LH}$  方法重构图像的 PSNR 亦是几乎不变的, 如图 9 所示, 这同样表明  $G_{HH}$ ,  $G_{LL}$ ,  $G_{LH}$  方法重构质量几乎不受噪声影响. 数值模拟的结论与理论推导是一致的.

## 4 结 论

在基于晶体衍射分光的 X 射线鬼成像中, 衍射光路中散斑图像的模糊会造成重构图像质量下降. 若直接将直通光路的高清散斑图像与衍射光路的数值信号进行关联计算 (即  $G_{LH}$  方法), 由于两光路散斑花样的不一致性, 即 Pearson 相关系数会随着模糊程度的增强而下降, 重构图像的质量会逐步恶化. 为了解决这一问题, Kingston 等<sup>[26]</sup> 提出将直通光路的散斑图像滤波模糊处理, 以保证衍射光与直通光路上散斑图像的一致性, 然后再将两光路上的图像进行关联计算 (即  $G_{LL}$  方法). 但这种方法会削弱光强涨落的起伏程度, 减小归一化关联函数  $g^{(2)}$  的最大值, 降低图像衬度, 同时会增大散斑的平均尺寸, 增大  $g^{(2)}$  的半高全宽, 导致空间分辨变差.

本文系统地研究了在晶体衍射分光的 X 射线鬼成像中, 由于晶体振动导致的衍射光路上散斑的模糊程度对于成像衬度和空间分辨的影响. 本文首先分析了散斑的模糊程度对强度的归一化二阶关联函数  $g^{(2)}$  的影响, 并发现随着模糊程度的增强,  $g^{(2)}$  的最大值在减小, 半高全宽在增大, 从理论上证实了衍射光路的模糊散斑对关联算法重构质量的影响. 为解决上述问题, 本文在衍射光路和直通光路上信号直接关联  $G_{LH}$  的基础上提出  $G_{LH}E$  方法. 模拟实验表明  $G_{LH}E$  方法能够同时改善重构图像的衬度和分辨率, 并且衬度和分辨率几乎不随模糊程度而改变. 此外, 随着模糊程度的增强,  $G_{LH}E$  方法重构图像的峰值信噪比与  $G_{LL}$  方法的差距扩大, 且对噪声有较强的鲁棒性. 本文发展的方法显著改善了晶体衍射分光鬼成像的衬度和分辨率, 为该方法的进一步推广应用解决了一个关键技术, 在生物医学、材料科学的高效、高分辨 X 射线鬼成像研究中具有重要应用前景. 课题组正在致力于在上海光源建立晶体分光鬼成像方法, 并开展相关应用研究<sup>[36]</sup>.

感谢上海光源束线工程部李中亮研究员和司尚禹博士的讨论与建议.

## 参考文献

- [1] Benmink R S, Bentley S J, Boyd R W, Howell J C 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 033601
- [2] Ferri F, Magatti D, Gatti A, Bache M, Brambilla E, Lugiato L A 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 183602
- [3] Valencia A, Scarcelli G, D'Angelo M, Shih Y 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 063601
- [4] Pittman T, Shih Y, Strekalov D, Sergienko A 1995 *Phys. Rev. A* **52** R3429
- [5] Zhang D, Zhai Y H, Wu L A, Chen X H 2005 *Opt. Lett.* **30** 2354
- [6] Chan K W C, O'Sullivan M N, Boyd R W 2009 *Opt. Lett.* **34** 3343
- [7] Cao D Z, Xiong J, Wang K 2005 *Phys. Rev. A* **71** 013801
- [8] Strekalov D V, Sergienko A V, Klyshko D N, Shih Y H 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 3600
- [9] Benmink R S, Bentley S J, Boyd R W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 113601
- [10] Yu W K, Liu X F, Yao X R, Wang C, Zhai G J, Zhao Q 2014 *Phys. Rev. A* **378** 3406
- [11] Cheng J 2009 *Opt. Express* **17** 7916
- [12] Shi D, Fan C, Zhang P, Zhang J, Shen H, Qiao C, Wang Y 2012 *Opt. Express* **20** 27992
- [13] Li M F, Yan L, Yang R, Kou J, Liu Y X 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 094204 (in Chinese) [李明飞, 阎璐, 杨然, 寇军, 刘院省 2019 物理学报 **68** 094204]
- [14] Oh J E, Cho Y W, Scarcelli G, Kim Y H 2013 *Opt. Lett.* **38** 682
- [15] Zhao C, Gong W, Chen M, Li E, Wang H, Wendong X, Han A 2012 *Appl. Phys. Lett.* **101** 141123
- [16] Ma S, Liu Z, Wang C, Hu C, Li E, Gong W, Tong Z, Wu J, Shen X, Han S 2019 *Opt. Express* **27** 13219
- [17] Boto A N, Kok P, Abrams D S, Braunstein S L, Williams C P, Dowling J P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 2733
- [18] D'Angelo M, Chekhova M V, Shih Y 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 013602
- [19] Li S, Yao X R, Yu W K, Wu L A, Zhai G J 2013 *Opt. Lett.* **38** 2144
- [20] Cheng J, Han S 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 093903
- [21] Chen X H, Agafonov I N, Luo K H, Liu Q, Xian R, Chekhova M V, Wu L A 2010 *Opt. Lett.* **35** 1166
- [22] Chen X H, Liu Q, Luo K H, Wu L A 2009 *Opt. Lett.* **34** 695
- [23] Li S, Cropp F, Kabra K, Lane T J, Wetzstein G, Musumeci P, Ratner D 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 114801
- [24] Kingston A M, Myers G R, Pelliccia D, Salvemini F, Bevitt J J, Garbe U, Paganin D M 2020 *Phys. Rev. A* **101** 053844
- [25] Pelliccia D, Olbinado M, Rack A, Kingston A, Myers G, Paganin D 2018 *IUCrJ* **5** 428
- [26] Kingston A M, Pelliccia D, Rack A, Olbinado M P, Cheng Y, Myers G R, Paganin D M 2018 *Optica* **5** 1516
- [27] Zhang A X, He Y H, Wu L A, Chen L M, Wang B B 2018 *Optica* **5** 374
- [28] Klein Y, Schori A, Dolbnaya I P, Sawhney K, Shwartz S 2019 *Opt. Express* **27** 3284
- [29] Schori A, Shwartz S 2017 *Opt. Express* **25** 14822
- [30] Schori A, Borodin D, Tamasaku K, Shwartz S 2018 *Phys. Rev. A* **97** 063804
- [31] Pelliccia D, Rack A, Scheel M, Cantelli V, Paganin D M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 113902
- [32] Yu H, Lu R, Han S, Xie H, Du G, Xiao T, Zhu D 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 113901
- [33] He Y H, Zhang A X, Li M F, Huang Y Y, Quan B G, Li D Z, Wu L A, Chen L M 2020 *APL Photonics* **5** 056102
- [34] Sun H F, Bao F W, Fang H Y, Li X P 2014 *Acta Phys. Sin.*

63 069701 (in Chinese) [孙海峰, 包为民, 方海燕, 李小平 2014 物理学报 63 069701]

[35] Liu X F, Yao X R, Li M F, Yu W K, Chen X H, Sun Z B, Wu L A, Zhai G J 2013 *Acta Phys. Sin.* 62 184205 (in

Chinese) [刘雪峰, 姚旭日, 李明飞, 俞文凯, 陈希浩, 孙志斌, 吴令安, 翟光杰 2013 物理学报 62 184205]

[36] Zhao C Z, Si S Y, Zhang H P, Xue L, Li Z L, Xiao T Q 2021 *Acta Phys. Sin.* 70

## Improving quality of crystal diffraction based X-ray ghost imaging through iterative reconstruction algorithm\*

Zhang Hai-Peng<sup>1)2)3)†</sup> Zhao Chang-Zhe<sup>1)2)3)</sup> Ju Xiao-Lu<sup>1)2)3)</sup>

Tang Jie<sup>1)2)3)</sup> Xiao Ti-Qiao<sup>1)2)3)‡</sup>

1) (*Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China*)

2) (*University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

3) (*Shanghai Synchrotron Radiation Facility/Zhangjiang Laboratory, Shanghai Advanced Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201204, China*)

( Received 25 October 2021; revised manuscript received 30 November 2021 )

### Abstract

X-ray ghost imaging is a low-dose, non-localized imaging method, which is of great significance in medical diagnosis and biological imaging. In crystal diffraction based X-ray ghost imaging, the blurring patterns in the diffracted beam, caused by the crystal vibration, can result in a reduction in the contrast and spatial resolution of the reconstructed image by ensemble average. In the paper, we systematically analyze the influence of the blurring degree of the speckle patterns from the diffracted beam on the normalized second-order intensity correlation function  $g^{(2)}$  numerically and theoretically. Both demonstrate that as the blurring degree increases, the maximum value of  $g^{(2)}$  decreases and the full width at half maximum broadens, which theoretically proves the blurring degree relating to image quality. In order to solve the above problem, in the paper we propose a  $G_{LH}$  enhanced ( $G_{LH}E$ ) method to optimize the image quality based on the scheme ( $G_{LH}$ ) which directly correlates the bucket signals in diffracted beam with the high-definition patterns in transmitted beam. The simulation experiments exhibit that the  $G_{LH}E$  method can improve both the image contrast and the spatial resolution simultaneously. As the blurring degree increases, the difference between the peak signal-to-noise ratio of the reconstructed image by the iterative method and that by the scheme ( $G_{LL}$ ) which preprocess the speckle patterns in the transmitted beam through Gaussian filtering, becomes greater. Furthermore, the  $G_{LH}E$  is almost immune to the additive noise. In summary, the present study provides a feasible idea for the practical application of X-ray ghost imaging based on crystal diffraction.

**Keywords:** X-ray ghost imaging, crystal diffraction, imaging quality, normalized second-order intensity correlation

**PACS:** 42.15.Eq, 42.30.-d, 42.30.Va, 42.30.Wb

**DOI:** 10.7498/aps.71.20211978

\* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant Nos. 2017YFA0206004, 2017YFA0206002, 2018YFC0206002, 2017YFA0403801) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 81430087).

† Corresponding author. E-mail: zhanghaipeng@sinap.ac.cn

‡ Corresponding author. E-mail: xiaotiqiao@zjlab.org.cn