

关联退极化量子信道中qutrit-qutrit系统的量子相干性演化

董曜 纪爱玲 张国锋

Evolution of quantum coherence of qutrit-qutrit system under correlated depolarizing channels

Dong Yao Ji Ai-Ling Zhang Guo-Feng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 070303 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212067

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212067>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有Dzyaloshinskii-Moriya相互作用的XY模型的量子相干性

Quantum coherence of XY model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction

物理学报. 2018, 67(14): 140303 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172755>

量子相干

Quantum coherence

物理学报. 2019, 68(3): 030304 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181779>

与XY双自旋链耦合的双量子比特系统的关联性与相干性

Correlation and coherence for two-qubit system coupled to XY spin chains

物理学报. 2018, 67(15): 150302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180812>

多体系统中相干资源的一般化理论

General resource theory of quantum coherence in multipartite system

物理学报. 2019, 68(23): 230301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190966>

量子相干态的二维电子光谱测量的原理、应用和发展

Quantum coherence measurement with femtosecond time-resolve two-dimensional electronic spectroscopy: principles, applications and outlook

物理学报. 2018, 67(12): 127801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180783>

库的量子关联相干辅助系统能量提取的研究

Study on energy extraction assisted with quantum correlated coherence in bath

物理学报. 2019, 68(4): 040201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181525>

关联退极化量子信道中 qutrit-qutrit 系统的量子相干性演化*

董曜¹⁾ 纪爱玲²⁾ 张国锋^{1)†}

1) (北京航空航天大学物理学院, 北京 100191)

2) (中国科学院大学物理学院, 北京 100190)

(2021 年 11 月 7 日收到; 2021 年 11 月 22 日收到修改稿)

为探索量子系统的退相干机制寻找延缓退相干的方法, 本文研究了关联量子信道中的退相干过程, 计算了关联退极化信道中两体 qutrit 系统的 3 种初态: 一种特殊初态、最大相干初态和各向同性初态的范数相干性、相对熵相干性及基矢无关相干性. 分析得出的解析结果、数值结果和演化图像可以发现: 1) 完全关联的信道能最大程度地抑制退相干; 2) 存在一个与关联度无关的最大退相干时间点, 但其退相干的演化行为却依赖于关联度; 3) 信道的关联可以增强子系统间的相干性. 基矢无关相干性遵循的不等式关系也在此系统中得以验证.

关键词: 退极化信道, 关联度, 量子相干性, 退相干演化

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp

DOI: 10.7498/aps.71.20212067

1 引言

量子相干性来源于量子力学五大基本原理之一的量子态叠加原理, 是量子系统的关键的特征之一及二部和多部量子关联的本质^[1]. 在密度矩阵中, 量子相干性表现为矩阵非零的非对角项. 量子相干性是经典体系所不具备的一个重要性质, 不仅具有重要的理论意义, 还可作为量子通信、量子计算和量子计量等新兴技术的物理资源. 在过去一些年, 特别是 Baumgratz 等^[2] 基于资源学说理论提出量子相干性可以像量子纠缠、量子失协那样视作一种有用的量子资源, 并提出了几种量子相干性的度量方法之后, 针对体系中量子相干性的研究逐渐增多^[3–11], 量子相干性测量方法的提出使一些旨在揭示开放系统的退相干机制的研究得以实现, 并且文献^[12] 提出相干性演化方程的因式分解关系. 近年

来, 研究一直在努力寻找能更加灵活操控退相干动力学和产生稳态相干性的方法. 此外量子相干性、量子关联和量子纠缠的研究为量子相变等领域提供了新思路^[13], 还在量子生物学中得以应用^[14,15].

虽然量子相干性在许多技术中有非凡意义, 但它是一种非常脆弱的物理属性. 通常情况下, 环境、测量等因素对量子系统产生的影响不可避免, 这些影响会造成量子相干性的快速衰减^[15], 是一类限制量子技术发展的主要障碍.

量子信息处理、传递和衰减的基本方式对应 3 种典型的量子信道: 相位阻尼信道、退极化信道和振幅阻尼信道^[16]. 在 Macchiavello 等^[17] 提出关联信道的联合概率函数之前, 以往的研究都集中在单边信道, 或非关联信道的方面, 即信道之间不存在记忆效应. 但这都不是更普遍的量子信息衰减方式. 对更一般的情况而言, 信道之间会存在关联, 这种关联表现在短时间间隔内连续通过噪声

* 国家自然科学基金 (批准号: 12074027) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gfl978zhang@buaa.edu.cn

信道的量子比特, 信道会对其演化保留一定的记忆效应.

此外, 以往研究大多数局限于 qubit 系统, 但近年来更高维的量子系统逐渐得到更多重视 [18]. 已有研究证明, 相较于 qubit 系统, 维度更高的量子信息单位可以更大程度破坏定域实在论, 噪声对其相干性与纠缠等量子资源的影响也更小 [18]. 在量子信道中更高维系统能更加安全地应对窃听威胁, 同时为通信提供更大的信道容量与更可靠的信息处理方式. 从实验制备的角度看, 更高维的纠缠态也能在线性光学系统中实现 [19]. 况且, 很多情况下量子信息任务必须要更高维的量子系统才能进行.

本文旨在研究关联量子信道中 qutrit-qutrit 系统的量子相干性演化, 探索退相干机制, 希望找到有效方法尽可能延缓退相干过程.

2 量子相干性的测量方法

量子相干性有多种测量方式, 如范数相干性、相对熵相干性、基矢无关相干性 [20]、相干的鲁棒性等 [21], 本文主要研究前两种计算较为简便的相干性, 以及与体系基矢定义无关的相干性.

l_1 范数相干性: 对于基矢 $\{|i\rangle\}$ 下的密度矩阵 ρ 其定义为 [2,3]

$$C_{l1} = \sum_{i \neq j} |\langle i | \rho | j \rangle| \quad (1)$$

即为密度矩阵所有非对角元的绝对值之和.

相对熵相干性 [1-3]:

$$C_{re}(\rho) = S(\rho_{\text{diag}}) - S(\rho), \quad (2)$$

其中, $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ 为 ρ 的冯诺依曼熵, $\rho_{\text{diag}} = \sum_i \langle i | \rho | i \rangle |i\rangle \langle i|$.

上述两种量子相干性的度量方法与所选择的系统基矢相关. Radhakrishnan 等 [20] 借助量子系统下的 Jensen-Shannon 离散函数定义了基矢无关的总量子相干性:

$$C(\rho) = \sqrt{S\left(\frac{\rho + I/d}{2}\right) - \frac{S(\rho) + \log_2 d}{2}}, \quad (3)$$

其中, I 为单位矩阵, d 为密度矩阵维度.

在单量子比特的 Bloch 球中更容易理解和比较基矢相关的相干性和基矢无关的相干性, 二者分别度量的是极化矢量到 Z 轴的最小距离与到球心的距离, 如图 1 所示 [20].

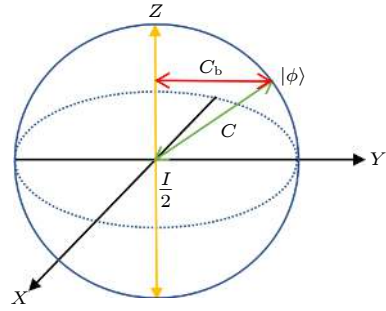


图 1 图中的球为 Bloch 球, 绿色线段标示的距离衡量的是基矢无关量子相干性, 红色线段标示的距离衡量的是基矢相关的量子相干性

Fig. 1. This is a Bloch ball, the distance marked by the green line represents basis-independent quantum coherence and the distance marked by the red line represents basis-dependent quantum coherence.

Radhakrishnan 等 [20] 还提出, 多部总基矢无关相干性能分解为联合与局域两部分. 第一部分联合量子相干性衡量的是存在于子系统之间的相干性. 联合量子相干性表示为

$$C_c(\rho) = \sqrt{S\left(\frac{\rho + \pi_\rho}{2}\right) - \frac{S(\rho) + S(\pi_\rho)}{2}}. \quad (4)$$

其中 $\pi_\rho = \rho_1 \otimes \cdots \otimes \rho_n$, ρ_i 为第 i 个子系统的约化密度矩阵.

局域量子相干性衡量的是存在于各子系统内的相干性, 表示为

$$C_l(\rho) = \sqrt{S\left(\frac{\pi_\rho + \frac{I}{d}}{2}\right) - \frac{S(\pi_\rho) + \log_2 d}{2}}. \quad (5)$$

三者之间存在不等式关系 [20]:

$$C \leq C_l + C_c. \quad (6)$$

3 关联信道

3.1 3 种典型的量子信道

信息处理过程中有 3 种量子信息衰减典型方式: 相位阻尼方式、退极化方式和振幅阻尼方式 [16], 它们是单量子比特系统超算符的 3 种模式, 称为量子信道.

相位阻尼 此量子信道的作用可用一个作用在 A 和 E 直积空间 $H_A \otimes H_E$ 的么正算符表示:

$$U_{AE} : \begin{cases} |0\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |0\rangle_A |0\rangle_E + \sqrt{p} |0\rangle_A |1\rangle_E, \\ |1\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_A |0\rangle_E + \sqrt{p} |1\rangle_A |2\rangle_E. \end{cases} \quad (7)$$

该信道下 A 态空间的两个基稳定不发生误翻转, 但以概率 p 与环境态纠缠导致环境状态改变.

退极化 退极化信道下单量子比特的两个基不绝对稳定, 存在 3 种基本的误翻转类型, 假设这 3 种误差发生概率相等, 用一个作用在 $H_A \otimes H_E$ 上的么正算符表示^[16]:

$$U_{AE} : |\varphi\rangle_A \otimes |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |\varphi\rangle_A \otimes |0\rangle_E + \sqrt{\frac{p}{3}} [\sigma_1 |\varphi\rangle_A \otimes |1\rangle_E + \sigma_2 |\varphi\rangle_A \otimes |2\rangle_E + \sigma_3 |\varphi\rangle_A \otimes |3\rangle_E]. \quad (8)$$

在该信道下极化矢量收缩为

$$\mathbf{P}'_{\text{极化}} = \left(1 - \frac{4p}{3}\right) \mathbf{P}_{\text{极化}}. \quad (9)$$

振幅阻尼 振幅阻尼信道可以看作双能级原子高能级发生衰变的简化模型^[16], 原子与环境的相互作用用如下算符表示:

$$U_{AE} : \begin{cases} |0\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow |0\rangle_A |0\rangle_E, \\ |1\rangle_A |0\rangle_E \rightarrow \sqrt{1-p} |1\rangle_A |0\rangle_E + \sqrt{p} |0\rangle_A |1\rangle_E. \end{cases} \quad (10)$$

这 3 种量子信道都会使密度矩阵非对角元衰减, 导致量子体系的退相干.

3.2 关联退极化信道

由 n 个量子比特组成的系统, 如果某噪声信道对通过的每一个量子比特的演化作用完全相同且独立, 这种噪声信道完全没有关联性. 系统一个初态 ρ_0 在这种信道下线性映射为^[17]

$$(\rho_0) = \sum_{i_1 \dots i_n} (K_{i_1} \otimes \dots \otimes K_{i_n}) \rho_0 (K_{i_1} \otimes \dots \otimes K_{i_n})^+. \quad (11)$$

完全不关联的退极化信道下 Kraus 算符的形式为

$$K_{i_1 \dots i_n} = \sqrt{p_{i_1} \dots p_{i_n}} \sigma_{i_1} \dots \sigma_{i_n}, \quad (12)$$

其中 $\sum_{i_1 \dots i_n} p_{i_1 \dots i_n} = 1$, $p_{i_1} \dots p_{i_n}$ 的数值可以理解为由通过该信道的第 n 个量子比特发生随机翻转的概率.

对于关联的量子信道, 其联合密度函数为条件概率的形式:

$$p_{k_1 \dots k_n} = p_{k_1} p_{k_2 | k_1} \dots p_{k_n | k_{n-1}}, \quad (13)$$

$$p_{k_n | k_{n-1}} = (1 - \mu) p_{k_n} + \mu \delta_{k_n, k_{n-1}}. \quad (14)$$

参数 μ 满足 $0 \leq \mu \leq 1$, 描述的是信道的关联度, $\mu = 0$ 为完全不关联, $0 < \mu < 1$ 为部分关联, $\mu = 1$ 对应完全关联的信道^[17,22]. 两 qutrit 连续通过退极化噪声信道, 其量子态演化模型为^[20-22]

$$\rho(t) = \sum_{i,j=0}^8 P_{i,j} (E_i \otimes E_j) \rho_0 (E_i \otimes E_j)^+. \quad (15)$$

其中 ρ_0 为初态, $P_{i,j}$ 为联合概率函数, $3 \otimes 3$ 维矩阵元 E_i 有以下形式^[22-24]:

$$E_0 = I_3, E_1 = Y, E_2 = Z, E_3 = Y^2, E_4 = YZ, E_5 = Y^2Z, E_6 = YZ^2, E_7 = Y^2Z^2, E_8 = Z^2. \quad (16)$$

参数:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega & 0 \\ 0 & 0 & \omega^2 \end{pmatrix}, \omega = e^{\frac{2i\pi}{3}}. \quad (17)$$

与信道关联度相关的概率分布函数为:

$$\begin{aligned} p &= 1 - e^{-\Gamma t/2}, \\ P_0 &= 1 - p, P_k = \frac{p}{8} \quad (k = 1, 2, \dots, 8), \\ P_{i,j} &= P_i \cdot P_{j|i}, P_{j|i} = (1 - \mu) P_j + \mu \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (18)$$

在退极化信道下 Γ 为任一量子态向其正交态的衰变率

4 相干性计算

4.1 贝尔态与可分离混态混合成的特殊初态

首先考虑初态是一种特殊混态的情况, 此初态是最大纠缠态 (贝尔态) 与两个可分离混态按一定比例混合成的, 表示为

$$\rho = \frac{2}{7} |\Psi_+\rangle \langle \Psi_+| + \frac{\alpha}{7} \sigma_+ + \frac{5-\alpha}{7} \sigma_-, \quad (19)$$

其中 $|\Psi_+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|00\rangle + |11\rangle + |22\rangle)$ 为贝尔态, $\sigma_+ = \frac{1}{3} (|01\rangle \langle 01| + |12\rangle \langle 12| + |20\rangle \langle 20|)$ 和 $\sigma_- = \frac{1}{3} (|10\rangle \langle 10| + |21\rangle \langle 21| + |02\rangle \langle 02|)$ 为两个可分离混态. 比例参数 α 取值为 $2 \leq \alpha \leq 5$, 当 $2 \leq \alpha \leq 3$ 时, 此态为可分离的, 当 $3 < \alpha \leq 4$ 时, 此态为束缚纠缠的, 当 $4 < \alpha \leq 5$ 时此态为自由纠缠的^[21]. 在上一节提出的关联退极化信道下, 研究此初态的演化可 Q 以

得出下面一些结论.

范数相干性 该初态下的 l_1 范数相干性演化的解析表达式, 如下:

$$C_{l_1}(\Gamma t, \mu) = \frac{1}{112} e^{-\Gamma t} \left| 9 - e^{\Gamma t/2} \right| \cdot |9 - 9\mu + e^{\Gamma t/2} (9\mu - 1)|, \quad (20)$$

分析这个解析表达式, 很容易得到在时间趋近于无穷下的稳态解:

$$C_{l_1}(\mu) = \frac{1}{112} |1 - 9\mu|. \quad (21)$$

范数相干性随时间演化最终渐近于某定值, 此定值与信道关联度有关. 在 $\mu = 1$ 的完全关联条件下稳态相干性最大, 说明完全关联的信道能最大程度抑制退相干. 而 $\mu = 1/9$ 时稳态下相干性为零, 表明该关联度的信道使系统发生了完全退相干.

在演化时间达到 $\Gamma t = 2\ln 9$ 时 (如图 2), 范数相干性 $C_{l_1} = 0$, 即此初态下量子体系的相干性会在固定时间点衰退到 0 (发生了最大退相干), 这个时间与关联度完全无关.

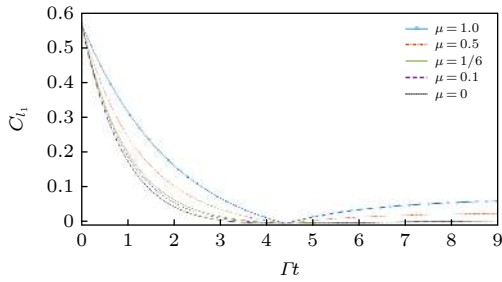


图 2 蓝色、红色、绿色、紫色、黑色曲线依次对应关联度 μ 为 1, 0.5, $1/6$, 0.1, 纵坐标表示范数相干性

Fig. 2. Blue, red, green, purple and black lines correspond to μ as 1, 0.5, $1/6$, 0.1, and Y-axis represents l_1 norm coherence.

通过将相干性解析式对时间求偏导还能发现此初态存在 3 种与关联度有关的不同演化方式, 可分为图 3—图 5 中的情况讨论.

1) 当 $1/5 \leq \mu \leq 1$ 或 $\mu = 0$ 时, 演化时间在达到范数相干性固定零点 $\Gamma t = 2\ln 9$ 前相干性逐渐减小, 在零点后递增渐近至稳态值, 如图 3 所示.

2) 当 $1/9 \leq \mu < 1/5$ 时, 固定零点前与 1) 相同, 相干性随时间递减到零, 之后先递增后渐近递减到稳态值, 极大值点位于 $\Gamma t = 2\ln \frac{9-9\mu}{1-5\mu}$ 处, 极大值为 $\mu^2/[7(1-\mu)]$, 如图 4 所示.

3) 当 $0 < \mu < 1/9$ 时, 固定零点前相干性随时间递减到 0, 此后先递增, 再衰减到第 2 个零点, 极大值点与第 2 个零点分别位于: $\Gamma t = 2\ln \frac{9-9\mu}{1-5\mu}$ 和 $\Gamma t = 2\ln \frac{9-9\mu}{1-9\mu}$, 第 2 个零点后相干性有所恢复, 随时间递增到稳态值. 如图 5 所示.

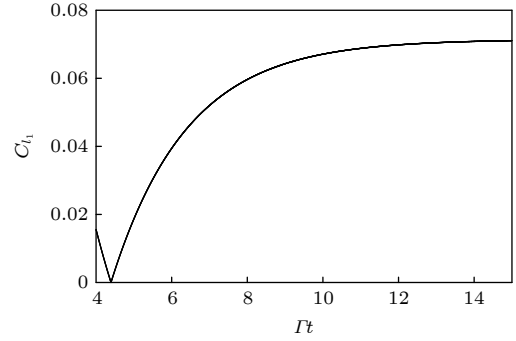


图 3 关联度满足 $1/5 \leq \mu \leq 1$ 或 $\mu = 0$ 时第一种演化方式 ($\mu = 1$).

Fig. 3. The first case of evolution when $1/5 \leq \mu \leq 1$ or $\mu = 0$ ($\mu = 1$).

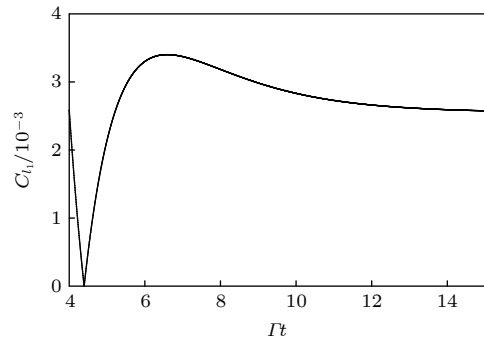


图 4 关联度满足 $1/9 \leq \mu < 1/5$ 时第二种演化方式 ($\mu = 1/7$)

Fig. 4. The second case of evolution when $1/9 \leq \mu < 1/5$ ($\mu = 1/7$).

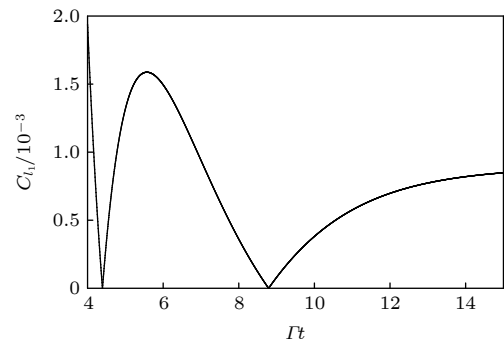


图 5 关联度满足 $0 < \mu < 1/9$ 时第 3 种演化方式 ($\mu = 1/10$)

Fig. 5. The third case of evolution when $0 < \mu < 1/9$ ($\mu = 1/10$).

相对熵相干性 本文中相对熵相干性的解析求解涉及到九阶方阵的特征值计算, 且含参数较多, 因此仅研究时间趋近于无穷的稳态下的相对熵相干性和相对熵相干性演化的数值结果. 在 $\Gamma t \rightarrow \infty$ 时:

$$C_{\text{re}}(\mu) = \frac{(51-19\mu)}{448} \log_2 \left(\frac{51-19\mu}{448} \right) + \frac{(49-\mu)}{224} \log_2 \left(\frac{49-\mu}{448} \right) - \frac{(149-21\mu)}{448} \log_2 \left(\frac{149-21\mu}{1344} \right). \quad (22)$$

图 6 为稳态时相对熵相干性与关联度 μ 之间的关系, 可得出结论: 与范数相干性类似, 稳态时仍是完全关联的情况下相对熵相干性有最大值, 关联度 $\mu = 1/9$ 时相对熵相干性最小为 0.

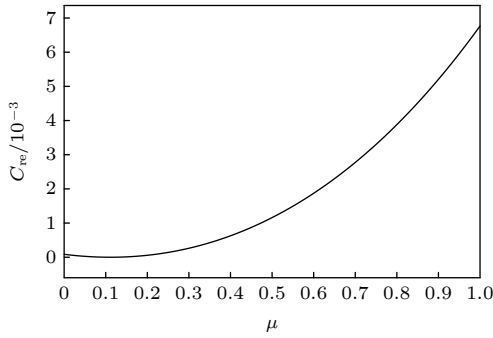


图 6 稳态的相对熵相干性随退极化信道关联度的变化
Fig. 6. The change of relative entropy coherence of the steady state with the correlation degree of depolarizing channels.

分析相对熵相干演化图 7 可以发现, 其演化规律与范数相干性十分相似, 也存在一个固定的零点 $\Gamma t = 2\ln 9$. 此外也存在 3 种演化方式, 且 3 种演化方式与范数相干性相同, 如图 8 所示.

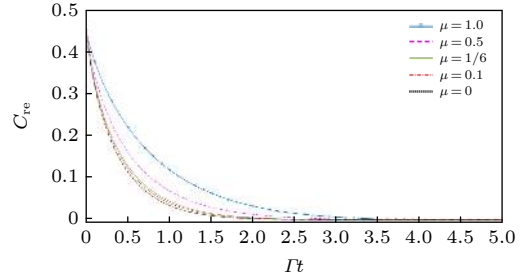


图 7 相对熵相干性随时间的演化, 纵坐标为相对熵相干性数值, 蓝色、紫色、绿色、红色和黑色曲线分别对应关联度 $\mu=1, 0.5, 1/6, 0.1, 0$ 的情况, 发现不同关联度下相对熵相干性在同一时间点衰减到 0, 零点满足 $\Gamma t = 2\ln 9$.

Fig. 7. The relative entropy coherence evolving over time, Y-axis represents the value of relative entropy coherence. Blue, purple, green, red and black lines correspond to μ as 1, 0.5, 1/6, 0.1 and 0. It can be found that the relative entropy coherence decays to 0 at the same time under different correlation degrees, and the zero point is $\Gamma t = 2\ln 9$.

4.2 最大相干初态

再选最大相干态作为初态, 该初态 ρ_0 满足 [2]:

$$\rho_{0i,j} = \frac{1}{9} (i, j = 1, 2, \dots, 9),$$

即密度矩阵所有元素都为 $1/9$. 此初态在关联退极化信道下的 l_1 范数相干性解析式为

$$C_{l1} = \frac{1}{32} e^{-\Gamma t} \left\{ 1152 e^{\Gamma t} \cdot \left| \frac{1}{72} - \frac{1}{8} e^{-\frac{\Gamma t}{2}} \right| + \left| \left(e^{\frac{\Gamma t}{2}} - 9 \right) \left[9 - 9\mu + e^{\frac{\Gamma t}{2}} (9\mu - 1) \right] \right| + |81 - 81\mu + 18e^{\frac{\Gamma t}{2}} (\mu - 1) + e^{\Gamma t} (63\mu + 1)| \right\}. \quad (23)$$

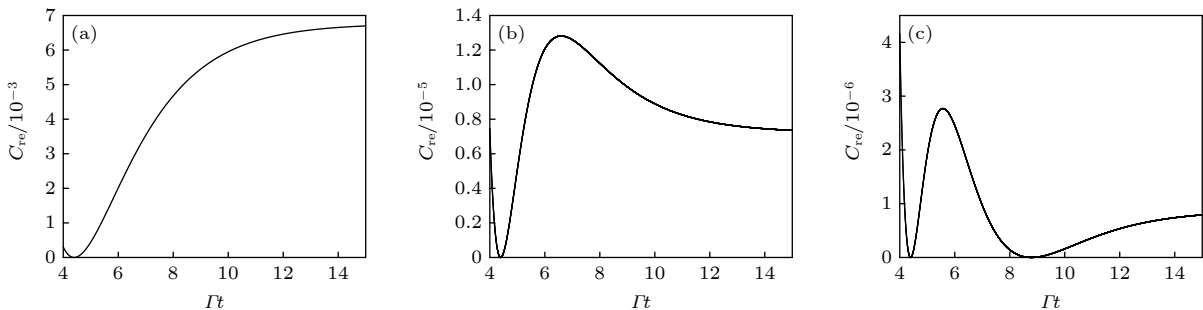


图 8 相对熵相干性在固定零点 $\Gamma t = 2\ln 9$ 后的 3 种演化方式 (a) $\mu = 0$ 或 $1/2 \leq \mu \leq 1$; (b) $1/9 \leq \mu < 1/5$; (c) $0 < \mu < 1/9$ (图中依次取 $\mu = 1, 1/7, 0.1$).

Fig. 8. Three ways of evolution of relative entropy coherence after fixed time point $\Gamma t = 2\ln 9$: (a) $\mu = 0$ or $1/5 \leq \mu \leq 1$, (b) $1/9 \leq \mu < 1/5$; (c) $0 < \mu < 1/9$ (μ takes to 1, 1/7, 0.1 respectively).

在 $\Gamma t \rightarrow \infty$ 的稳态条件下, 表示为

$$C_{l1}(\mu) = \frac{1}{32} (16 + |1 - 9\mu| + |1 + 63\mu|). \quad (24)$$

可以发现对于这种初态, 完全关联的退极化信道也能最大程度抑制退相干过程, 可参看图 9.

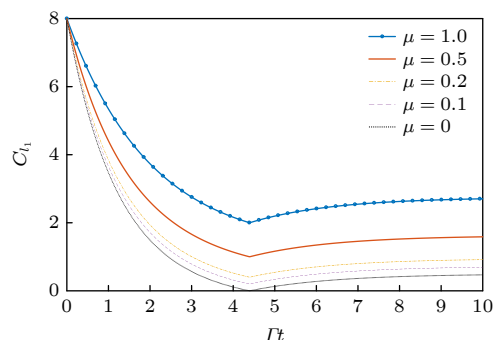


图 9 最大相干初态的范数相干性随时间演化, 纵坐标表示其 l_1 范数相干性, 蓝色、红色、黄色、紫色、黑色曲线分别对应关联度 μ 为 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0 的情况.

Fig. 9. The l_1 norm coherence evolution figure of maximum coherent initial state, Y-axis represents l_1 norm coherence. Blue, red, yellow, purple and black lines correspond to μ as 1, 0.5, 0.2, 0.1, 0.

可以看出此初态在演化过程中在相同时间点达到最小值, 发生最大退相干, 时间点 $\Gamma t = 2\ln 9$ 与前初态相同, 但不同的是在该点的相干性并不一定衰减到 0, 而是衰减到一个与信道关联度有关的值, 即 2μ , 只有在完全不关联的情况下才会发生完全退相干的现象. 再分别计算此初态在关联度 μ 分别为 1, 0.5, 0 时的基矢无关总相干性、联合量子相干性与局域量子相干性, 如图 10—图 12 所示, 其中 C 为基矢无关总相干性, C_l 为局域量子相干性, C_C 为联合量子相干性. 计算联合量子相干性与局域量子相干性代数和的目的是验证此系统下的相干性的不等式关系.

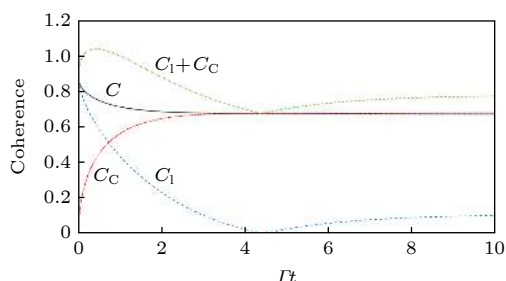


图 10 基矢无关总相干性, 联合量子相干性与局域量子相干性演化图像 ($\mu = 1$, 局域量子相干性)

Fig. 10. The basis-independent quantum coherence, collective quantum coherence and localized quantum coherence evolving over time ($\mu = 1$, 1).

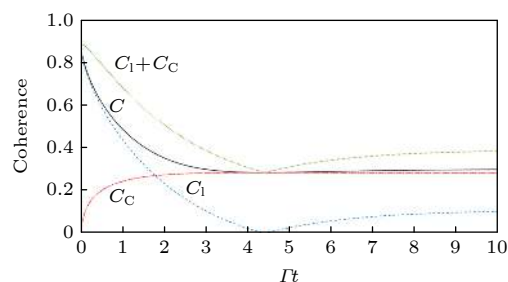


图 11 基矢无关总相干性, 联合量子相干性与局域量子相干性演化图像 ($\mu = 0.5$)

Fig. 11. The basis-independent quantum coherence, collective quantum coherence and localized quantum coherence evolving over time ($\mu = 0.5$).

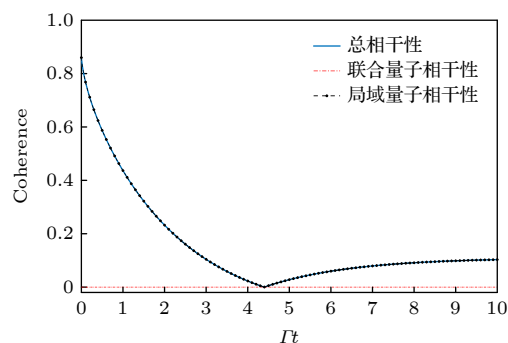


图 12 基矢无关总相干性, 联合量子相干性与局域量子相干性演化图像 ($\mu = 0$).

Fig. 12. The basis-independent quantum coherence, collective quantum coherence and localized quantum coherence evolving over time ($\mu = 0$).

分析图 10—图 12 中完全关联, 部分关联 (关联度为 0.5) 和完全不关联情况下的基矢无关相干性、联合量子相干性与局域量子相干性计算结果, 可以得出的结论是: 在完全关联和部分关联的情况下, 子系统之间的相干性 (联合量子相干性) 逐渐增长, 且在完全关联信道下其增长更为显著, 但在完全不关联的情况下联合量子相干性始终为 0, 说明量子信道的关联性有助于加强子系统之间的相干性. 且在不同关联度下, 基矢无关相干性的不等式始终成立.

4.3 各向同性初态

最后选择各向同性态作为初态:

$$\rho_p = p |\Psi_+\rangle \langle \Psi_+| + \frac{1-p}{9} I_9, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

其中 $|\Psi_+\rangle$ 为前文提到的贝尔态, I_9 为最大混态. 计算此初态的 l_1 范数相干性得到:

$$C_{11}(\Gamma t, \mu, p) =$$

$$\frac{p}{32} e^{-\Gamma t} \left| 9 - e^{\frac{\Gamma t}{2}} \right| \times \left| 9 - 9\mu + e^{\frac{\Gamma t}{2}} (9\mu - 1) \right|. \quad (25)$$

与 4.1 节中的范数相干性比较, 发现仅是在式中引入了一个比例参数 p , 说明此初态相干性的演化规律与 4.1 节所得出结果完全一样, 贝尔态的比例参数仅决定相干性的大小.

5 结 论

本文中从双 qutrit 量子态中依次选取贝尔态与可分离混态混合的特殊态、最大相干的量子态和各向同性量子态作为初态, 研究它们在关联退极化量子信道下的相干性演化, 发现完全关联的退极化信道总能最大程度地抑制系统的退相干, 可以为实际的量子信息应用提供参考. 对于本文中初态与关联信道构成的模型, 在一个特殊的时间点 $\Gamma t = 2\ln 9$, 相干性总会衰减到最小值. 对于特殊态与各项同性态, 该最小值与关联度 μ 无关为 0, 对于最大相干态最小值为与关联度 μ 有关的量 2μ . 在研究特殊态时, 发现在系统完全退相干时间点后还存在着 3 种取决于关联度 μ 的演化方式.

通过计算第二种初态下的基矢无关相干性, 能够得出结论: 信道的关联能够增强两体系统下存在于子系统之间的相干性, 且相干性的不等式关系始终成立.

最后对比第一种特殊态与第 3 种各向同性态, 发现两者的相干性演化行为是一致的, 比例参数

p 仅影响各向同性态相干性整体大小, 而第一种特殊态的相干性演化与两可分离混态的比例参数 α 无关.

参考文献

- [1] Hu M L, Zhou W 2019 *Laser Phys. Lett.* **10** 1088
- [2] Baumgratz T, Cramer M, Plenio M B 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 140401
- [3] Li B M, Hu M L, Fan H 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 030304
- [4] Girolami D 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 170401
- [5] Streltsov A, Singh U, Dhar H S 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 020403
- [6] Winter A, Yang D 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 120404
- [7] Yao Y, Xiao X, Ge L 2015 *Phys. Rev. A* **92** 022112
- [8] Shao L H, Xi Z J, Fan H 2015 *Phys. Rev. A* **91** 042120
- [9] Napoli C, Bromley T R, Cianciaruso M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **116** 150502
- [10] Hu M L, Hu X Y, Wang J C, Peng Y, Zhang Y R, Fan H 2018 *Phys. Rep.* **762** 1
- [11] Chen J J, Cui J, Zhang Y R 2016 *Phys. Rev. A* **94** 022112
- [12] Hu M L, Fan H 2016 *Sci. Rep.* **6** 29260
- [13] Osterloh A, Amico L, Falci G, 2002 *Nature* **416** 608
- [14] Li C M, Lambert N, Chen Y N, Chen G Y, Nori F 2012 *Sci. Rep.* **2** 885
- [15] Tan K C, Volkoff T, Kwon H, Jeong H 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 190405
- [16] Zhang Y D 2005 *Principles of Quantum Information Physics* (Beijing: Science Press) pp147–151
- [17] Macchiavello C, Palma G M 2002 *Phys. Rev. A* **65** 050301
- [18] Wang S, Yao L, Long G L 2013 *Phys. Rev. A* **87** 062305
- [19] Moreva E V, Maslennikov S S, Straupe S P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 023602
- [20] Radhakrishnan C, Ding Z, Shi F, Du J, Byrnes T 2019 *Ann. Phys.* **409** 167906
- [21] Napoli C, Bromley T R, Cianciaruso M 2016 *Physical Review Letters* **116** 150502
- [22] Xue G H, Qiu L 2020 *Entropy* **22** 827
- [23] Khan S, Khan M K 2011 *J. Mod. Opt.* **58** 918
- [24] Doustimotlagh N, Guo J L, Wang S H 2015 *IJTP* **54** 1784

Evolution of quantum coherence of qutrit-qutrit system under correlated depolarizing channels^{*}

Dong Yao¹⁾ Ji Ai-Ling²⁾ Zhang Guo-Feng^{1)†}

1) (*School of Physics, Beihang University, Beijing 100191, China*)

2) (*School of Physics, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

(Received 7 November 2021; revised manuscript received 22 November 2021)

Abstract

In order to study the decoherence process of quantum system and find the ways to delay it, in this paper we investigate the decoherence process under correlated depolarizing channels by calculating the evolution of norm coherence, relative entropy coherence and basis-independent coherence of the three initial states: special initial state, maximum coherent state and isotropic state. From the analytic results, numerical results and evolution images, it can be found that 1) completely correlated channels can suppress decoherence to a greatest extent,. 2) the time point at which maximum decoherence occurs is irrelevant to the degree of correlation, but system's decoherence evolution behavior depends on it. 3) the correlation of depolarizing channels can reinforce the collective quantum coherence between subsystems, and an inequality relation of basis-independent coherence is proved in this system.

Keywords: depolarization channel, correlation, quantum coherence, decoherence evolution

PACS: 03.67.-a, 03.67.Pp

DOI: [10.7498/aps.71.20212067](https://doi.org/10.7498/aps.71.20212067)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12074027).

[†] Corresponding author. E-mail: gfl978zhang@buaa.edu.cn