

基于极化-空间模超纠缠的量子网络多跳纠缠交换方法研究

杨光 刘琦 聂敏 刘原华 张美玲

Multi-hop entanglement swapping in quantum networks based on polarization-space hyperentanglement

Yang Guang Liu Qi Nie Min Liu Yuan-Hua Zhang Mei-Ling

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 100301 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212173

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212173>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于袋鼠纠缠跳跃模型的量子状态自适应跳变通信策略

An adaptive quantum state-hopping communication strategy based on kangaroo entanglement hopping model

物理学报. 2019, 68(11): 110301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190163>

优化抽运空间分布实现连续变量超纠缠的纠缠增强

Enhancement of continuous-variable hyperentanglement by optimizing pump mode

物理学报. 2019, 68(3): 034204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181625>

基于纠缠见证的路径纠缠微波检测方法

Path-entanglement microwave signals detecting method based on entanglement witness

物理学报. 2018, 67(4): 040301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172164>

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门

Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps

物理学报. 2022, 71(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360>

多个量子节点确定性纠缠的建立

Deterministic quantum entanglement among multiple quantum nodes

物理学报. 2019, 68(3): 034202 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181614>

量子纠缠与宇宙学弗里德曼方程

Quantum entanglement and cosmological Friedmann equations

物理学报. 2018, 67(17): 179501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180813>

基于极化-空间模超纠缠的量子网络 多跳纠缠交换方法研究*

杨光 刘琦[†] 聂敏 刘原华 张美玲

(西安邮电大学通信与信息工程学院, 西安 710121)

(2021 年 11 月 25 日收到; 2022 年 1 月 11 日收到修改稿)

基于纠缠交换方法进行多跳量子信息传输,是实现远距离量子网络通信的基本方式之一. 传统的多跳量子网络通常使用单自由度极化光子纠缠态作为量子信道, 信息传输容量较低且容易受到噪声的干扰. 本文提出一种基于超纠缠的高效量子网络多跳纠缠交换方法,利用极化-空间模式两自由度的纠缠光子, 建立超纠缠量子多跳信息传输通道. 以远程超纠缠隐形传态的信道建立需求为例, 首先给出了基础的逐跳超纠缠交换方案, 为降低该方案的端到端超纠缠建立时延, 提出在中间量子节点进行同时测量的并行超纠缠交换方案. 在此基础上, 为降低并行超纠缠交换的经典信息开销, 进一步提出一种分级并行超纠缠交换方案. 理论分析及仿真结果表明该方案的纠缠建立时延接近于并行超纠缠交换方案, 但可以减少经典信息传输量, 在一定程度上实现两者的平衡. 相比传统的纠缠交换方法, 本文方案有利于解决远程超纠缠通信的需求, 对未来构建更高效率的量子网络有积极意义.

关键词: 超纠缠, 量子多跳网络, 纠缠交换方法

PACS: 03.67.Hk, 03.67.-a

DOI: 10.7498/aps.71.20212173

1 引言

量子纠缠是量子力学中一种独特的资源, 在量子通信和量子计算领域发挥着重要作用. 借助于量子纠缠^[1], 研究者们提出了多种量子信息传输方案, 如量子隐形传态^[2-7]、量子密钥分发^[8-10]、量子安全直接通信等^[11-12], 并在理论及实验领域不断取得突破. 目前, 如何提高量子通信的距离与容量成为研究重点. 2020 年中国科研人员提出了双场量子密钥分发方案, 既保留了测量设备无关方案中量子密钥分配的安全性, 同时增加了量子态的传输距离^[13]. 清华大学龙桂鲁^[14]在量子直接安全通信方案上提出样机的容量扩大技术, 可大幅度提高通信距离和传输速率.

在早期的量子信息方案中, 大多采用基于极化的光子纠缠态, 如 Bell 态、W 态、GHZ 态、团簇态等, 这些纠缠态属于单自由度纠缠. 近年来, 在极化、空间模、轨道角动量、时间等多种自由度形成纠缠的超纠缠态, 因其在信息承载容量和鲁棒性方面具备的优势, 引起了学者们的关注. Sheng 等^[15]提出了完全区分 16 个极化-空间模超纠缠 Bell 态的方案. Hong 等^[16]基于超纠缠态, 提出了有噪声窃听信道下可靠安全的量子安全直接通信协议. 2015 年潘建伟院士团队^[17]实现了角动量和轨道角动量编码的单个光子的复合量子态的量子隐形传态实验. Xu^[18]提出了基于极化空间模式的超纠缠模式的超纠缠 Bell 态的半量子密钥分发协议, 在有效提高用户共享密钥效率的同时能够抵抗多种攻击.

* 国家自然科学基金 (批准号: 61971348, 61201194) 和陕西省自然科学基金基础研究计划 (批准号: 2021JM-464) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: valenti_67@foxmail.com

点到点量子传输技术的快速发展,使得构建广域量子通信网、实现多用户安全量子通信成为可能.2016年中国发射了世界第一颗量子科学实验卫星“墨子号”^[19],并在2017年与量子“京沪干线”成功对接^[20].2020年,美国发布《量子网络战略展望》,提出建设大容量的量子网络,推动星地量子通信技术发展;同年,欧盟在《战略研究议程》中规划未来10年建设800 km的光纤量子传输线路^[21].然而,在量子网络中,由于量子信道退相干的影响及纠缠态有效分发距离的限制^[22–24],难以作为网络中的所有通信节点事先制备直接的纠缠粒子对.为解决该问题,Briegel^[25]于2001年首次提出量子纠缠交换方法来建立两个远距离量子节点间的纠缠信道.目前,量子网络中的多跳纠缠交换方法的研究受到学者们的关注^[26–28].多跳方案中的量子信道从最初的Bell态^[29],发展到多粒子GHZ态^[30–31]、不对称W态和Bell态的组合态^[32].文献^[25]中的纠缠交换为逐跳交换,中间节点依次进行量子Bell测量的串行操作,造成端到端纠缠交换时延过大的问题.为解决该问题,Cai等^[33]提出基于部分纠缠粒子对的量子对桥接方案,各节点异步传输测量结果的经典信息,目的节点对测量的经典信息结果采用异或逻辑处理,可以缩短一部分时延.Xiong等^[34]提出同时建立量子路由和量子纠缠过程,每一跳的贝尔态测量结果都承载在量子寻路信息上,可以减少数据包总数和端到端时延.Wang等^[35]提出基于任意Bell态的并行纠缠交换方法,中间节点独立且并行地进行量子测量,可大幅度减少端到端时延.

目前关于多跳量子纠缠交换的研究主要基于单自由度极化光子纠缠态,然而随着超纠缠态在量子信息传输领域逐渐引入,如何建立远程用户间的超纠缠信道亦成为有待解决的关键问题,但目前相关研究还较少.本文提出基于极化-空间模两自由度超纠缠态的多跳纠缠交换方法,并比较了逐跳超纠缠交换方案与并行超纠缠交换方案的性能.并行方案能显著降低端到端超纠缠路径建立时延,但会导致较大的经典信息开销.因此,本文进一步提出一种分级并行超纠缠交换方案,将纠缠交换路径上的量子中间节点划分为多个段落,首先在每个段落内同时进行并行超纠缠交换,称为一级交换;接下来在段落间执行两端并行超纠缠交换,称为二级交换.该方案在保持较小的端到端纠缠交换时延的同

时,能够显著减少经典信息开销,有利于实现更高效率的远程超纠缠通信.

2 基于超纠缠的量子隐形传态方案

2.1 超纠缠态 Bell 态

光子系统可拥有多个自由度,例如极化、空间模、轨道角动量、频率等.

两个或两个以上自由度同时存在纠缠的量子态定义为超纠缠态.本文以极化-空间模超纠缠Bell态为研究对象,制备原理如图1所示,泵浦光束(PUMP)通过非线性晶体(β -B_aB₂O₄, BBO)两次,首次入射光穿过上方BBO晶体发生第一次参量下转换(Spontaneous Parametric Down-Conversion, SPDC)在光路 a_1 和 a_2 处产生光子,第二次泵浦光束经过Mirror反射后穿过下方BBO晶体发生第二次SPDC在光路 b_1 和 b_2 处产生光子,每次参量下转换过程中,等概率的产生2个光子.在第一次SPDC过程中产生极化自由度的光子对,第二次SPDC过程产生空间模自由度的光子对.两次产生的光子在空间上出现重叠,两光子态相干叠加形成超纠缠态,具体过程可参考文献^[36].

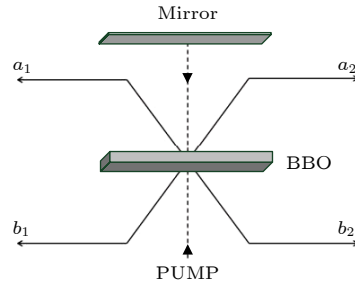


图1 极化和空间模自由度中超纠缠态产生原理

Fig. 1. Schematic diagram of the setup to generate hyper-entanglement in both polarization and spatial-mode DOFs.

一个典型超纠缠Bell态可描述为

$$|\phi^+\rangle_{PS} = \frac{1}{2}(|HH\rangle + |VV\rangle)_P \otimes (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S, \quad (1)$$

式中, P 和 S 分别为光子的极化和空间模自由度, H 和 V 表示极化自由度下水平与垂直方向, a_1 , b_1 等表示光子的不同空间模.类似地,可以得到共16种超纠缠Bell态.

2.2 超纠缠隐形传态

假设Alice想给Bob传送1个光子,所携带的

信息采用极化和空间模两种自由度进行编码, 其形式如下

$$|\varphi\rangle_X = (\alpha|H\rangle + \beta|V\rangle)_P \otimes (\gamma|a_1\rangle + \delta|b_1\rangle)_S. \quad (2)$$

这里 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 满足 $\alpha^2 + \beta^2 = 1, \gamma^2 + \delta^2 = 1$, 隐性传态过程包括以下 3 个步骤.

步骤 1 纠缠态的制备与纠缠分发

Alice 和 Bob 需事先共享一对极化-空间模超纠缠光子对 $|\omega\rangle_{AB}$, 该纠缠对由 Alice 制备, 其中光子 A 由 Alice 持有, 光子 B 经由量子信道分发给 Bob.

$$|\omega\rangle_{AB} = \frac{1}{2} (|HH\rangle + |VV\rangle)_P \otimes (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S, \quad (3)$$

定义 $\{|\phi^+\rangle_P, |\phi^-\rangle_P, |\psi^+\rangle_P, |\psi^-\rangle_P\}$ 表示极化自由度中的 4 个 Bell 态.

$$\begin{aligned} |\phi^\pm\rangle_P &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle \pm |VV\rangle), |\psi^\pm\rangle_P \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|HV\rangle \pm |VH\rangle). \end{aligned} \quad (4)$$

定义 $\{|\phi^+\rangle_S, |\phi^-\rangle_S, |\psi^+\rangle_S, |\psi^-\rangle_S\}$ 表示空间模自由度中的 4 个 Bell 态.

$$\begin{aligned} |\phi^\pm\rangle_S &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|a_1b_1\rangle \pm |a_2b_2\rangle), |\psi^\pm\rangle_S \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|a_1b_2\rangle \pm |a_2b_1\rangle). \end{aligned} \quad (5)$$

光子 X, A, B 的组合态可以改写为

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_X |\omega\rangle_{AB} &= \frac{1}{4} \left[|\phi^+\rangle_P^{XA} |\phi^+\rangle_S^{XA} \sigma_z^P |\varphi\rangle_C + |\phi^+\rangle_P^{XA} |\phi^-\rangle_S^{XA} \sigma_z^P \sigma_z^S |\varphi\rangle_B + |\phi^+\rangle_P^{XA} |\psi^+\rangle_S^{XA} \sigma_z^P \sigma_x^S |\varphi\rangle_C \right. \\ &\quad - |\phi^+\rangle_P^{XA} |\psi^-\rangle_S^{XA} \sigma_z^P \sigma_y^S |\varphi\rangle_B + |\phi^-\rangle_P^{XA} |\phi^+\rangle_S^{XA} |\varphi\rangle_C + |\phi^-\rangle_P^{XA} |\phi^-\rangle_S^{XA} \sigma_z^S |\varphi\rangle_B \\ &\quad + |\phi^-\rangle_P^{XA} |\psi^+\rangle_S^{XA} \sigma_x^S |\varphi\rangle_C - |\phi^-\rangle_P^{XA} |\psi^-\rangle_S^{XA} \sigma_y^S |\varphi\rangle_B + |\psi^+\rangle_P^{XA} |\phi^+\rangle_S^{XA} \sigma_y^P |\varphi\rangle_C \\ &\quad + |\psi^+\rangle_P^{XA} |\phi^-\rangle_S^{XA} \sigma_y^P \sigma_z^S |\varphi\rangle_B + |\psi^+\rangle_P^{XA} |\psi^+\rangle_S^{XA} \sigma_y^P \sigma_x^S |\varphi\rangle_C + |\psi^+\rangle_P^{XA} |\psi^-\rangle_S^{XA} \sigma_y^P \sigma_y^S |\varphi\rangle_B \\ &\quad - |\psi^-\rangle_P^{XA} |\phi^+\rangle_S^{XA} \sigma_x^P |\varphi\rangle_C - |\psi^-\rangle_P^{XA} |\phi^-\rangle_S^{XA} \sigma_x^P \sigma_z^S |\varphi\rangle_B \\ &\quad \left. - |\psi^-\rangle_P^{XA} |\psi^+\rangle_S^{XA} \sigma_x^P \sigma_x^S |\varphi\rangle_C + |\psi^-\rangle_P^{XA} |\psi^-\rangle_S^{XA} \sigma_x^P \sigma_y^S |\varphi\rangle_B \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $(\sigma_x^P, \sigma_y^P, \sigma_z^P)$ 和 $(\sigma_x^S, \sigma_y^S, \sigma_z^S)$ 分别是极化和空间模自由度量子的泡利算符.

步骤 2 超纠缠 Bell 态测量

Alice 对光子 X 和 A 进行超纠缠 Bell 态测量 (Hyperentangled Bell-State Measurement, HBSM), 测量结果将等概率地塌缩到 (6) 式中的 16 个超纠缠 Bell 态之一. 之后, Alice 通过经典信道将 HBSM 结果告诉 Bob.

步骤 3 么正变换

Bob 根据 HBSM 测量结果, 对其所持的光子 B 执行适当的量子位局部么正变换 $[(I, \sigma_x^P, \sigma_y^P, \sigma_z^P) \otimes (I, \sigma_x^S, \sigma_y^S, \sigma_z^S)]$, 从而在光子 B 上重建光子 X 原有的量子态, 此时, 隐形传态完成. 例如, 光子 X 和 A 的量子态为 $|\phi^+\rangle_P^{XA} |\phi^+\rangle_S^{XA}$, Bob 应该对光子 B 执行 σ_z^P , 完整的变换操作已在 (6) 式中给出.

3 量子多跳超纠缠交换

3.1 基于逐跳传输的超纠缠交换

为实现量子网络中任意两个用户间的超纠缠

隐性传态, 需引入若干量子中间节点, 执行超纠缠交换, 从而建立远程超纠缠量子信道. 以两跳信道为例, 如图 2 所示. Alice 制备超纠缠粒子对 A 和 B , 自己持有粒子 A , 将粒子 B 分发给 N_1 . 节点 N_1 制备一对超纠缠粒子 C 和 D , 自己持有粒子 C , 将粒子 D 分发给 Bob.

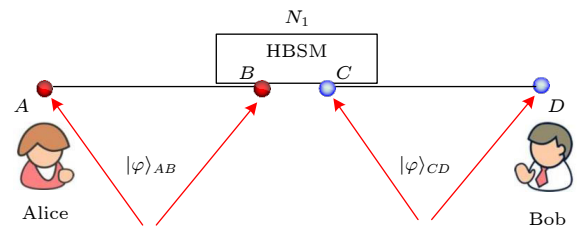


图 2 超纠缠交换原理

Fig. 2. Schematic diagram of hyperentanglement swapping.

假设, 光子对 A, B 和 C, D 初始超纠缠 Bell 贝尔态分别为 $|\varphi\rangle_{AB} = |\phi^+\rangle_P^{AB} |\phi^+\rangle_S^{AB}$ 和 $|\varphi\rangle_{CD} = |\phi^+\rangle_P^{CD} |\phi^+\rangle_S^{CD}$. 光子 A, B, C, D 的组合态可以表示为

$$\begin{aligned}
 & |\varphi\rangle_{AB} \otimes |\varphi\rangle_{CD} \\
 &= \frac{1}{4} \left[\left(|\phi^+\rangle_P^{AD} |\phi^+\rangle_P^{BC} + |\phi^-\rangle_P^{AD} |\phi^-\rangle_P^{BC} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + |\psi^+\rangle_P^{AD} |\psi^+\rangle_P^{BC} + |\psi^-\rangle_P^{AD} |\psi^-\rangle_P^{BC} \right) \right. \\
 &\quad \left. \otimes \left(|\phi^+\rangle_S^{AD} |\phi^+\rangle_S^{BC} + |\phi^-\rangle_S^{AD} |\phi^-\rangle_S^{BC} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + |\psi^+\rangle_S^{AD} |\psi^+\rangle_S^{BC} + |\psi^-\rangle_S^{AD} |\psi^-\rangle_S^{BC} \right) \right]. \quad (7)
 \end{aligned}$$

节点 N_1 对光子 B 和 C 进行 HBSM, 光子 B, C 的测量结果为 $|\phi^\pm\rangle_P |\phi^\pm\rangle_S, |\psi^\pm\rangle_P |\phi^\pm\rangle_S, |\phi^\pm\rangle_P |\psi^\pm\rangle_S, |\psi^\pm\rangle_P |\psi^\pm\rangle_S$ 16 种等概率结果中的一种. 将测量结果进行 4 位二进制编码, 例如 $|\phi^+\rangle_P^{AB} |\phi^+\rangle_S^{AB}$ 的测量结果编码为 0000, $|\phi^+\rangle_P^{AB} |\phi^-\rangle_S^{AB}$ 为 0001, $|\phi^-\rangle_P^{AB} |\phi^+\rangle_S^{AB}$ 为 0010, $|\phi^-\rangle_P^{AB} |\phi^-\rangle_S^{AB}$ 为 0011, 通过经典信道传输编码给 Bob 后, Bob 根据表 1 对光子 D 进行适当么正运算. 这样 Alice 和 Bob 就可以建立超纠缠对 $|\varphi\rangle_{AD}$, 超纠缠交换过程完成.

上述方案可以很容易地推广到 N 跳的多粒子纠缠交换的情况. 在 N 跳场景中, 在 Alice 和 Bob 之间需要引入 $N-1$ 个中间节点, 分别编号为 $N_1, N_2, \dots, N_{N-1}$. 首先, Alice 及中间节点同时制备超纠缠 Bell 态, 将其中的 1 个光子 (本地光子) 保

留在自己手中, 并将另 1 个光子 (旅行光子) 分发给下一节点. 接下来, 节点 N_1 对自己所持的 2 个光子进行 HBSM, 并将测量结果发送至 N_2 , N_2 根据 N_1 的测量结果对旅行光子进行么正变换, 其后对自己所持的旅行光子及本地光子进行 HBSM, 并将测量结果发送给 N_3 , 此过程在各个中间节点依次进行, 这种纠缠交换方式称为逐跳方式.

假设一次 HBSM 需要的平均时间为 d_m s, 一次么正变换的平均时间为 d_u s, 由于需要将 HBSM 测量结果编码封装进特定格式的经典数据包中, 设第 i 个节点到第 $i+1$ 个节点传输与处理经典数据包所需的时间为 d_t s, 两个相邻量子节点间单跳超纠缠分发所需的平均时间 d_q s. 对于逐跳方案, N 跳情况下的端到端超纠缠交换时延为

$$d_{\text{total}} = \sum_{i=1}^N (d_t^i + d_u + d_m) + d_q. \quad (8)$$

d_t 可采用以下方式计算

$$d_t^i = H_i \left(d_c + d_p + \frac{L}{R_c} \right), \quad (9)$$

式中, d_c 为单跳经典信道上信息的平均传播时延, d_p 为经典数据包平均处理时延, L 是经典数据包的总长度, R_c 为经典信息的传输速率, H_i 为路径上

表 1 么正变换表
Table 1. Unitary operations.

B和C的量子态	编码结果	A和D的量子态	Bob的么正变换
$ \phi^+\rangle_P \phi^+\rangle_S$	0000	$ \phi^+\rangle_P \phi^+\rangle_S$	$U_1 = \sigma_I^P \otimes \sigma_I^S$
$ \phi^+\rangle_P \phi^-\rangle_S$	0001	$ \phi^+\rangle_P \phi^-\rangle_S$	$U_2 = \sigma_I^P \otimes \sigma_Z^S$
$ \phi^-\rangle_P \phi^+\rangle_S$	0010	$ \phi^-\rangle_P \phi^+\rangle_S$	$U_3 = \sigma_Z^P \otimes \sigma_I^S$
$ \phi^-\rangle_P \phi^-\rangle_S$	0011	$ \phi^-\rangle_P \phi^-\rangle_S$	$U_4 = \sigma_Z^P \otimes \sigma_Z^S$
$ \psi^+\rangle_P \phi^+\rangle_S$	0100	$ \psi^+\rangle_P \phi^+\rangle_S$	$U_5 = \sigma_X^P \otimes \sigma_I^S$
$ \psi^+\rangle_P \phi^-\rangle_S$	0101	$ \psi^+\rangle_P \phi^-\rangle_S$	$U_6 = \sigma_X^P \otimes \sigma_Z^S$
$ \psi^-\rangle_P \phi^+\rangle_S$	0110	$ \psi^-\rangle_P \phi^+\rangle_S$	$U_7 = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_I^S$
$ \psi^-\rangle_P \phi^-\rangle_S$	0111	$ \psi^-\rangle_P \phi^-\rangle_S$	$U_8 = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_Z^S$
$ \phi^+\rangle_P \psi^+\rangle_S$	1000	$ \phi^+\rangle_P \psi^+\rangle_S$	$U_9 = \sigma_I^P \otimes \sigma_X^S$
$ \phi^+\rangle_P \psi^-\rangle_S$	1001	$ \phi^+\rangle_P \psi^-\rangle_S$	$U_{10} = \sigma_I^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$ \phi^-\rangle_P \psi^+\rangle_S$	1010	$ \phi^-\rangle_P \psi^+\rangle_S$	$U_{11} = \sigma_Z^P \otimes \sigma_X^S$
$ \phi^-\rangle_P \psi^-\rangle_S$	1011	$ \phi^-\rangle_P \psi^-\rangle_S$	$U_{12} = \sigma_Z^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$ \psi^+\rangle_P \psi^+\rangle_S$	1100	$ \psi^+\rangle_P \psi^+\rangle_S$	$U_{13} = \sigma_X^P \otimes \sigma_X^S$
$ \psi^+\rangle_P \psi^-\rangle_S$	1101	$ \psi^+\rangle_P \psi^-\rangle_S$	$U_{14} = \sigma_X^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$ \psi^-\rangle_P \psi^+\rangle_S$	1110	$ \psi^-\rangle_P \psi^+\rangle_S$	$U_{15} = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_X^S$
$ \psi^-\rangle_P \psi^-\rangle_S$	1111	$ \psi^-\rangle_P \psi^-\rangle_S$	$U_{16} = -i\sigma_Y^P \otimes -i\sigma_Y^S$

第 i 个中间节点到第 $i + 1$ 个中间节点的经典通信的跳数, 其中 $i = 1, 2, \dots, N-1$.
经典信息开销为

$$C_{\text{total}} = \sum_{i=1}^N LH_i. \quad (10)$$

3.2 基于并行传输的超纠缠交换

3.1 节中的逐跳传输与串行操作会造成较大的端到端超纠缠交换时延, 为降低时延, 本文提出一种基于并行传输的多跳超纠缠交换方案, 下面以三跳路径为例, 说明其原理, 如图 3 所示.

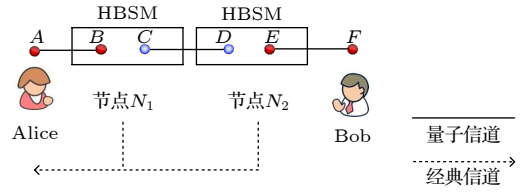


图 3 并行超纠缠交换

Fig. 3. Schematic diagram of simultaneous hyperentanglement swapping.

在图 3 方案中, Alice, N_1 , N_2 分别制备超纠缠光子对 $|\varphi\rangle_{AB}$, $|\varphi\rangle_{CD}$, $|\varphi\rangle_{EF}$ 并向自己的下一个邻居节点进行纠缠粒子分发, 其具体过程与 3.1 小节类似. 这些超纠缠光子对形式如下.

$$\begin{cases} |\varphi\rangle_{AB} = |\phi^+\rangle_P^{AB} \otimes |\phi^+\rangle_S^{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{AB} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{AB}, \\ |\varphi\rangle_{CD} = |\psi^+\rangle_P^{CD} \otimes |\psi^+\rangle_S^{CD} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VH\rangle)_P^{CD} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{CD}, \\ |\varphi\rangle_{EF} = |\phi^+\rangle_P^{EF} \otimes |\phi^+\rangle_S^{EF} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|HH\rangle + |VV\rangle)_P^{EF} \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S^{EF}, \end{cases} \quad (11)$$

光子 A, B, C, D, E, F 的总量子态可以表示为

$$|\omega\rangle_{ABCDEF} = |\varphi\rangle_{AB} \otimes |\varphi\rangle_{CD} \otimes |\varphi\rangle_{EF}. \quad (12)$$

将 (11) 式带入 (12) 式, 通过整理及合并, 可以得到

$$\begin{aligned} & |\omega\rangle_{ABCDEF} \\ &= \frac{1}{8} \left[\left(|\phi^+\rangle_P^{AF} |\phi^+\rangle_P^{DE} + |\phi^-\rangle_P^{AF} |\phi^-\rangle_P^{DE} + |\psi^+\rangle_P^{AF} |\psi^+\rangle_P^{DE} + |\psi^-\rangle_P^{AF} |\psi^-\rangle_P^{DE} \right) |\phi^+\rangle_P^{BC} \right. \\ &+ \left(|\phi^+\rangle_P^{AF} |\phi^+\rangle_P^{DE} + |\phi^-\rangle_P^{AF} |\phi^-\rangle_P^{DE} + |\psi^+\rangle_P^{AF} |\psi^+\rangle_P^{DE} + |\psi^-\rangle_P^{AF} |\psi^-\rangle_P^{DE} \right) \sigma_P^Z |\phi^-\rangle_P^{BC} \\ &+ \left(|\phi^+\rangle_P^{AF} |\phi^+\rangle_P^{DE} + |\phi^-\rangle_P^{AF} |\phi^-\rangle_P^{DE} + |\psi^+\rangle_P^{AF} |\psi^+\rangle_P^{DE} + |\psi^-\rangle_P^{AF} |\psi^-\rangle_P^{DE} \right) \sigma_P^X |\psi^+\rangle_P^{BC} \\ &+ \left. \left(|\phi^+\rangle_P^{AF} |\phi^+\rangle_P^{DE} + |\phi^-\rangle_P^{AF} |\phi^-\rangle_P^{DE} + |\psi^+\rangle_P^{AF} |\psi^+\rangle_P^{DE} + |\psi^-\rangle_P^{AF} |\psi^-\rangle_P^{DE} \right) \sigma_P^Y |\psi^-\rangle_P^{BC} \right] \\ &\otimes \left[\left(|\phi^+\rangle_S^{AF} |\phi^+\rangle_S^{DE} + |\phi^-\rangle_S^{AF} |\phi^-\rangle_S^{DE} + |\psi^+\rangle_S^{AF} |\psi^+\rangle_S^{DE} + |\psi^-\rangle_S^{AF} |\psi^-\rangle_S^{DE} \right) |\phi^+\rangle_S^{BC} \right. \\ &+ \left(|\phi^+\rangle_S^{AF} |\phi^+\rangle_S^{DE} + |\phi^-\rangle_S^{AF} |\phi^-\rangle_S^{DE} + |\psi^+\rangle_S^{AF} |\psi^+\rangle_S^{DE} + |\psi^-\rangle_S^{AF} |\psi^-\rangle_S^{DE} \right) \sigma_S^Z |\phi^-\rangle_S^{BC} \\ &+ \left(|\phi^+\rangle_S^{AF} |\phi^+\rangle_S^{DE} + |\phi^-\rangle_S^{AF} |\phi^-\rangle_S^{DE} + |\psi^+\rangle_S^{AF} |\psi^+\rangle_S^{DE} + |\psi^-\rangle_S^{AF} |\psi^-\rangle_S^{DE} \right) \sigma_S^X |\psi^+\rangle_S^{BC} \\ &+ \left. \left(|\phi^+\rangle_S^{AF} |\phi^+\rangle_S^{DE} + |\phi^-\rangle_S^{AF} |\phi^-\rangle_S^{DE} + |\psi^+\rangle_S^{AF} |\psi^+\rangle_S^{DE} + |\psi^-\rangle_S^{AF} |\psi^-\rangle_S^{DE} \right) \sigma_S^Y |\psi^-\rangle_S^{BC} \right]. \end{aligned} \quad (13)$$

超纠缠光子对分发完成后, N_1 和 N_2 同时对自己持有的光子 B, C 及 D, E 进行 HBSM. 并独立地将测量结果进行编码后发送给 Alice. 之后, Alice 根据测量结果对自己所持的粒子 A 进行么正变换, 建立与 Bob 间的超纠缠信道. Alice 所执行

的么正变换是根据 (13) 式得到的.

基于上述原理, 对于 N 跳的超纠缠交换路径, 可以得到 Alice 对粒子 A 应执行的么正变换, 如表 2 所示, 表中 MN_P^{i1} , MN_P^{i2} , MN_S^{i1} , MN_S^{i2} 表示中间节点 N_i ($i \subseteq [1, N-1]$) HBSM 测量结果的四位

表 2 多跳并行么正变换表

Table 2. Multi-hop parallel entanglement swapping unitary operations.

$N_1, N_2, \dots, N_{N-1}$ 测量结果	Alice 的么正变换
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_1 = \sigma_I^P \otimes \sigma_I^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_2 = \sigma_I^P \otimes \sigma_Z^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_3 = \sigma_I^P \otimes \sigma_X^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_4 = \sigma_I^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_5 = \sigma_I^P \otimes \sigma_I^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_6 = \sigma_Z^P \otimes \sigma_Z^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_7 = \sigma_Z^P \otimes \sigma_X^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_8 = \sigma_Z^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_9 = \sigma_X^P \otimes \sigma_I^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{10} = \sigma_X^P \otimes \sigma_Z^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{11} = \sigma_X^P \otimes \sigma_X^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{12} = \sigma_X^P \otimes -i\sigma_Y^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{13} = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_I^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{14} = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_Z^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{15} = -i\sigma_Y^P \otimes \sigma_X^S$
$\overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_P^{i2}} \otimes \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i1}} \cdot \overline{\oplus_{i=1}^{N-1} MN_S^{i2}} = 1$	$U_{16} = -i\sigma_Y^P \otimes -i\sigma_Y^S$

编码. 例如 BC 和 DE 的测量结果分别为 $|\phi^-\rangle_P^{BC} \otimes |\phi^-\rangle_S^{BC}$ 和 $|\phi^+\rangle_P^{DE} \otimes |\phi^+\rangle_S^{DE}$, 则其编码为 0011 和 0000, Alice 应执行的么正运算为 $\sigma_I^P \otimes \sigma_Z^S$.

在 N 跳并行超纠缠交换中, 所有中间节点同时执行 HBSM, 么正变换仅需在源节点执行一次, 端到端超纠缠交换时延由传输经典数据包时延、一个单位的 HBSM 时间、一个单位的么正变换时间和一个单位的纠缠分发时间组成, 所以并行交换的端到端超纠缠交换时延为

$$d_{\text{total}} = \max(H) d_t + d_u + d_m + d_q, \quad (14)$$

式中 $\max(H)$ 为每个中间节点到 Alice 的最大经典跳数, N 跳超纠缠交换的经典信息开销为

$$C_{\text{total}} = \sum_{i=1}^N L \max(H). \quad (15)$$

3.3 分级并行超纠缠交换方案

虽然 3.2 节并行方案中的端到端超纠缠交换时延显著降低, 但每个中间节点都需要通过经典信道向 Alice 发送测量结果, 需要传输大量的经典信息. 为解决此问题, 本节提出一种高效的分级并行

超纠缠交换方案. 首先, 将整个量子多跳路径上的中间节点进行分段, 根据网络的规模和用户的需求确定每个段落中节点个数. 整个纠缠交换过程分为两级, 第一级为段落内的纠缠交换, 第二级为段落间的纠缠交换. 如图 4 所示, 为减少段内纠缠交换时延, 采用两端逼近的并行方式传输, 设每一段的节点个数为 K , 定义 $y = [K/2]$ 为向上取整函数, 将每一段中第 y 个节点称为关键节点, 每一段落的第一个节点称为头节点, 最后一个节点称为端节点. 首先, 在每一个段落内, 在完成并行超纠缠分发及 HBSM 后, 其他节点, 将测量结果发送给关键节点, 关键节点根据测量结果执行特定的么正变换, 从而分别建立头节点与尾节点间的超纠缠; 其后, 关键节点执行 HBSM, 并将测量结果发送给段内的头节点, 头节点执行对应的么正变化, 从而建立相邻段落头节点之间的超纠缠. 所有段落同时进行这样的操作, 称为一级超纠缠交换. 接下来, 同时在每一段的头节点处执行 HBSM, 并将测量结果发送至源节点 Alice. 之后, Alice 根据测量结果对自己的粒子进行对应的么正变化, 从而建立与 Bob 间的超纠缠. 这个过程称为二级超纠缠交换.

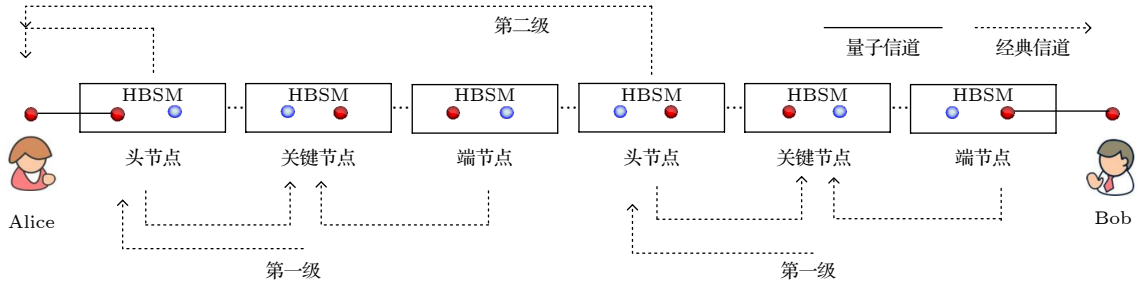


图 4 多级并行纠缠交换原理

Fig. 4. Schematic diagram of hierarchical simultaneous entanglement swapping.

在 N 跳分级超纠缠交换中, 端到端超纠缠交换时延为

$$d_{\text{total}} = \max_1(H) d_t + \max_2(H) d_t + d_q + 3d_m + 3d_u, \quad (16)$$

式中, $\max_1(H)$ 为每一级中间节点到关键的最大经典跳数, $\max_2(H)$ 为每级的端节点点到节点 Alice 的最大经典跳数.

经典信息开销为

$$C_{\text{total}} = n \sum_{i=1}^k LH_k + nLH_n, \quad (17)$$

式中, n 为整个网络中分段的数量, k 为每段中节点的总数, H_k 为每段的中间节点到关键节点的经典跳数, H_n 为每段端节点到用户节点 Alice 之间的经典跳数.

4 性能分析

4.1 隐形传态保真度分析

超纠缠隐形传态的过程中, 在纠缠分发过程中, 将不可避免地遭到信道噪声退相干的影响, 以幅值阻尼信道为例, 该信道的算子和形式可以表示为

$$|\zeta\rangle_{AB} = \mathbf{E}_1 p_A \mathbf{E}_2 p_B, \quad (18)$$

式中, $\mathbf{E}$ 表示作用于粒子 A 和 B 的噪声的 Kraus 算子, p 为幅值阻尼系数.

幅值阻尼运算元为

$$\begin{cases} E_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \\ E_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (19)$$

由于纠缠分发过程中受到幅值阻尼信道的干扰, 三粒子的组合态系统可以描述为

$$\begin{aligned} |\varphi\rangle_{AB} = & \left[(|H\rangle + \sqrt{1-p}|V\rangle) \right. \\ & \otimes (|HH\rangle - \sqrt{1-p}|VV\rangle) + (\sqrt{p}|H\rangle) \\ & \otimes (-\sqrt{p}|HV\rangle) \left. \right]_P \otimes [(|a_1b_1\rangle + |a_2b_2\rangle)_S \\ & \otimes (|a_1\rangle + |b_1\rangle)_S]. \end{aligned}$$

对于纯态 $|\psi\rangle$ 和密度矩阵 ρ 的任意量子态, Bures 保真度为 $F(|\psi\rangle, \rho) = \langle \psi | \rho | \psi \rangle$, 可以得到幅值阻尼信道下的超纠缠隐性传态保真度^[37] 为

$$F = [1 + 7\sqrt{1-p} + (1 - \sqrt{1-p})] / 8, \quad (20)$$

当普通 Bell 态作为纠缠资源时, 其幅值阻尼信道下的隐性传态保真度为

$$F = (2 - 2p + p^2) / 2. \quad (21)$$

图 5 给出了幅值阻尼信道中, 分别采用超纠缠 Bell 态和普通 Bell 态作为纠缠资源时, 隐形传态的保真度随幅值阻尼系数 p 的变化情况. 可以看出, 无论采用何种纠缠态, 隐性传态保真度均随着 p 的增大而减小, 但采用超纠缠的隐形传态保真度明显高于采用普通 Bell 态的保真度, 这是由于超纠缠态的空间模自由度不易受到噪声干扰, 因而有利于提高量子隐形传态质量.

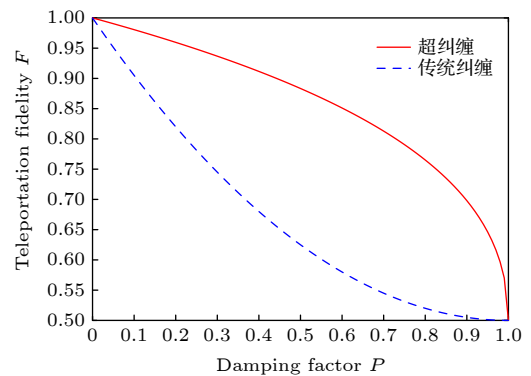


图 5 隐形传态保真度

Fig. 5. Teleportation fidelity.

4.2 幅值阻尼信道上的多跳量子纠缠交换

首先以两跳幅值阻尼信道为例, 设两跳纠缠交换信道的幅值阻尼分别为 p_1 和 p_2 , 经过纠缠交换后, 通过等效计算, 可以得出两跳的幅值阻尼信道纠缠交换的等效阻尼系数为

$$p_{\text{eq}} = 1 - \left[\frac{1}{1 + p_1 p_2} (1 - 2p_1 - 2p_2 + 3p_1 p_2 + p_1^2 + p_2^2 - 2p_1 p_2^2 - 2p_1^2 p_2 + 2p_1^2 p_2^2) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (22)$$

采用迭代计算方法, 可以得到多跳幅值阻尼纠缠交换信道上的等效阻尼系数, 从而得到基于多跳纠缠交换信道的隐形传态保真度.

图 6 给出了在不同的单跳信道幅值阻尼系数下, 采用两种纠缠态时, 隐形传态保真度随跳数 N 的变化情况. 可以看出, 无论采用何种纠缠态, 保真度均随着单跳信道幅值阻尼系数及跳数 N 的增大而减小, 但采用超纠缠的隐形传态保真度明显高于采用普通 Bell 态的保真度.

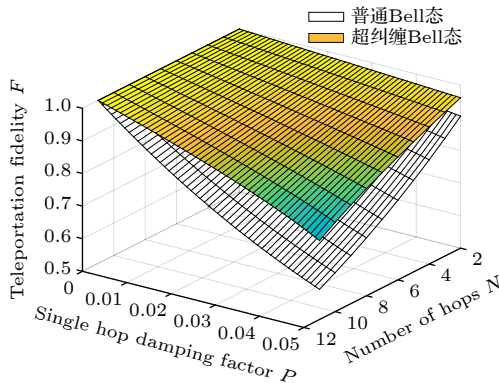


图 6 隐形传态保真度随跳数及幅值阻尼系数的变化
Fig. 6. Teleportation fidelity versus the number of hops and the damping factor.

4.3 端到端超纠缠交换时延分析

假设光子在空气中的传播速率约为 2.996×10^5 km, 幺正运算时间 d_u 为 100 ns, 经典数据包处理的平均时延 d_p 为 20 ns, HBSM 测量时间 d_m 为 50 ns, 经典信息传输速率 R_c 为 100 Mbit/s, 经典数据包的总长度 L 为 512 bit.

图 7 给出了逐跳传输、并行传输、分级传输 3 种纠缠交换方式的端到端纠缠建立时延随中间节点个数的变化关系. 随着中间节点个数的增加, 3 种传输方式的时延均呈递增趋势, 逐跳传输由于

串行操作时延最大, 远高于并行传输和分级传输. 并行传输时延最小, 分级传输时延略高于并行传输.

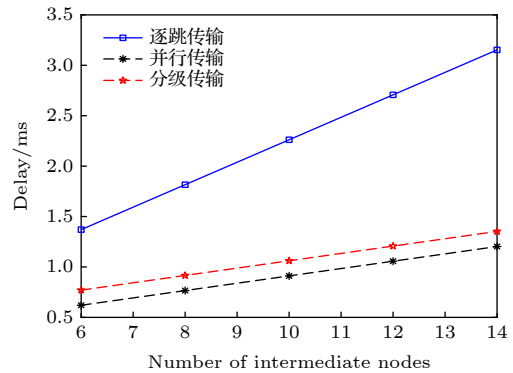


图 7 端到端纠缠建立时延随中间节点个数的关系
Fig. 7. Time delay versus the number of intermediate nodes.

图 8 中给出了采用不同的单跳距离时, 逐跳传输、并行传输、分级传输 3 种超纠缠交换方式的端到端纠缠建立时延与整个多跳路径距离的关系. 可以看出, 随着路径距离的增加, 3 种方式的纠缠建立时延均增大, 且在同等条件下, 逐跳传输的时延明显高于其他 2 种方式, 分级传输方式的时延略高于并行传输方式. 对于每一种纠缠交换方式, 单跳距离为 2 km 的时延高于单跳距离为 4 km 的时延, 这是由于在整体路径距离一定时, 较短的单跳距离意味着需引入较多的中间节点, 从而导致端到端时延增加. 为降低时延, 可以适当减少中间节点的数目, 但相邻节点之间的长度会增加, 使得量子信道中产生较大的退相干和噪声. 因此, 单跳距离需要根据通信距离、信道条件等进行合理的设计.

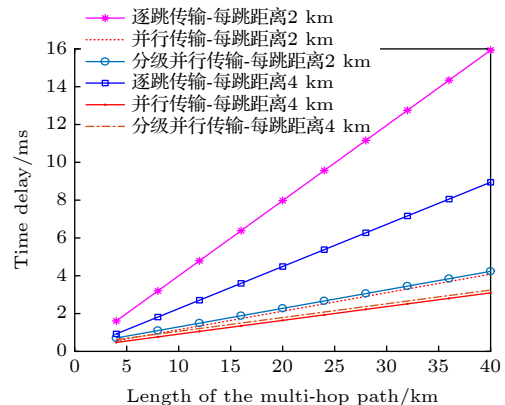


图 8 单跳距离与端到端时延的关系
Fig. 8. End to end time delay versus the per-hop length.

4.4 量子噪声网络中跳数选择对纠缠交换通信的影响

在实际情况下, 由于量子信道环境噪声及量子测量的不理想性客观存在, 导致量子纠缠发生退相干, 造成量子网络的通信性能下降. 首先考虑环境噪声的影响. 以幅值阻尼信道为例, 受雾、气溶胶、雨、雪等环境的影响, 丢失 1 个光子的概率 p (即幅值阻尼系数) 与消光系数 A_{ext} 传输距离 D_L 的关系为 [38–39]

$$p = 1 - e^{-A_{\text{ext}} D_L}. \quad (23)$$

在多跳纠缠交换通信中, 当源节点与目的节点间的距离一定时, 随着引入的中间节点数量的变化, 会导致纠缠交换跳数及节点间单跳纠缠分发距离的变化, 从而使得单跳量子信道幅值阻尼系数发生变化. 利用 (20) 式、(21) 式、(22) 式和 (23) 式可以得到基于多跳纠缠交换的隐形传态保真度. 图 9 给出了当环境情况较为理想时 (消光系数 < 0.005 , 消光系数 1 = 0.002, 消光系数 2 = 0.0022, 消光系数 3 = 0.0025), 端到端通信距离为 200 km, 量子隐形传态保真度随纠缠交换跳数的变化情况.

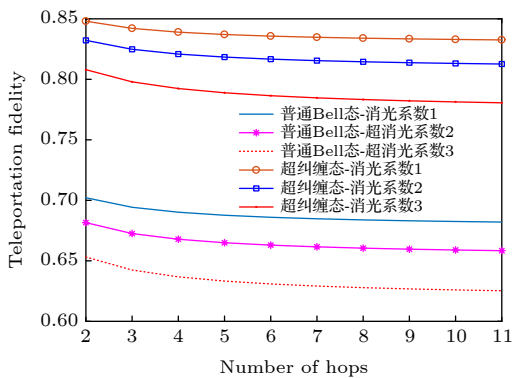


图 9 跳数选择与隐形传态保真度的关系

Fig. 9. Teleportation fidelity versus the choice of the number of hops.

从图 9 可以看出, 随着跳数增加, 尽管单跳信道幅值阻尼系数变小, 但多跳隐形传态保真度略有降低; 在同等条件下, 本文基于超纠缠 Bell 态的纠缠交换方案的保真度高于普通 Bell 态方案. 以上结论说明在信道环境较理想时, 可以选择较少的纠缠交换跳数以获得较高的隐形传态保真度. 然而, 当信道环境不理想时, 消光系数变大, 在纠缠分发前, 必需在量子中间节点上采用纠缠纯化方法来提高纠缠保真度, 若此时采用过小的跳数, 将造成单

跳信道的阻尼系数过大, 从而导致纠缠纯化失败率增加. 因此, 必需结合通信距离及信道环境的具体情况来考虑纠缠交换跳数的选择问题.

以上分析主要考虑了量子信道环境噪声对跳数选择的影响. 此外, 由于在量子节点上进行测量时, 会对量子纠缠造成较大的损失, 为解决该问题, 一些研究者提出进行纠缠交换之后的纠缠纯化方法 [40]. 目前, 如何设计更佳的方法来降低测量对量子纠缠通信的影响, 是实现实用化量子通信的重要问题, 也是后续研究的一个重要的方向.

4.5 经典信息开销分析

图 10 中给出了逐跳传输、并行传输、分级传输 3 种纠缠交换方式的经典信息开销随中间节点个数的变换关系, 设两个相邻中间节点之间的经典跳数为 1, 分级并行传输的每一分段中有 3 个中间节点. 随着中间节点个数的增加, 2 种传输方式的经典信息开销均呈递增趋势, 并行传输的经典信息开销最多, 逐跳传输的经典信息开销最低, 分级传输的经典信息开销低于并行传输.

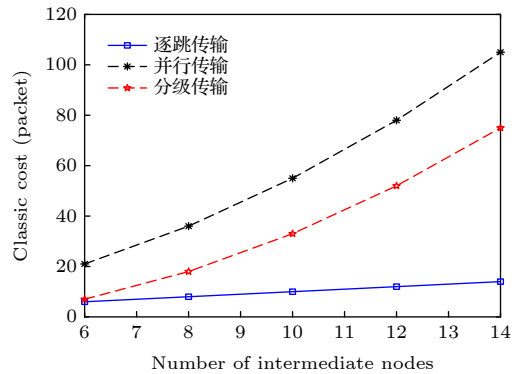


图 10 中间节点数与经典信息开销关系

Fig. 10. Classical costs versus the number of intermediate nodes.

假设 Alice 和 Bob 之间的中间节点总数已知, 图 11 中给出分级并行传输的经典信息开销随每段中间节点个数的变换关系. 图中显示每段 4 节点的经典信息开销不一定大于或小于每段 8 节点和每段 16 节点, 即每段节点数的增加或减少, 不一定能降低经典信息的开销, 这是因为随着每段节点数增加, 虽然二级交换的经典信息开销有一定程度的降低, 但同时一级交换的经典信息开销增大了. 因此, 需要根据不同的情况来分割每段, 使经典开销最低.

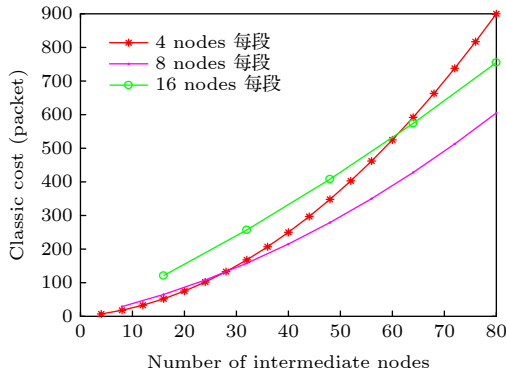


图 11 每段节点数与经典信息开销的关系

Fig. 11. Classical costs versus number of intermediate nodes in one segment.

Cabello^[41] 从信息论的角度定义了量子密钥分发过程的通信效率 $\eta = \frac{b_s}{q_t + b_t}$, 其中, b_s 表示目的节点收到的比特数, q_t 表示量子信息的比特数, b_t 表示经典开销比特数, 指出较少的经典信息开销能够提高量子通信的效率. 这种概念已被应用于其他量子通信方案以考察其效率. 在此基础上, 本文定义纠缠交换的效率为

$$\eta = \frac{q_s}{R + C} = \frac{q_s}{2n + C}, \quad (24)$$

式中, q_s 表示建立纠缠对的个数, R 表示整个纠缠交换路径上所需的粒子个数, n 表示跳数, C 表示经典信息开销. 在 N 跳超纠缠交换方案场景中, 假设 Alice 需要 Bob 建立超纠缠关系, 需要 $2n$ 对纠缠粒子对, 经典开销已在第 3 节中给出. 图 12 中给出了纠缠交换效率随跳数的变换关系. 可以看出, 随着跳数的增加, 纠缠交换的效率逐渐降低, 但分级并行交换方案明显高于并行方案.

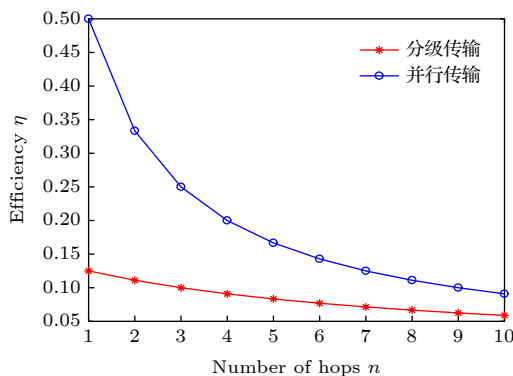


图 12 跳数与纠缠交换效率的关系

Fig. 12. Entanglement swapping efficiency versus the number of hops.

5 结 论

为了实现量子网络中的远距离超纠缠通信, 本文提出基于极化-空间模超纠缠的多跳纠缠交换方法, 并分析了采用逐跳传输方式和并行传输两种策略下的性能, 理论分析和仿真结果表明逐跳方案端到端的时延较大, 通信效率低. 并行方案能够显著降低端到端时延, 但由于所有中间节点需通过经典信道将量子测量结果发送到目的节点, 传输的经典信息量远大于逐跳方式, 不适合用于大规模的量子网络. 由此提出一种分级并行方案, 将整个网络划分为两级, 每一级间进行两端并行传输. 让通信时延和经典信息开销在一定程度上达成平衡, 实现了高效传输. 从实际的角度出发, 在每一段传输的过程中, 需要选择合适的节点数, 同时兼顾每跳距离. 本文提出的方案可用于量子接入网和量子核心网, 在未来陆地量子网络、卫星量子网络的发展中有着较为广阔的应用前景.

参考文献

- [1] Pan J W, Chen Z B, Lu Y C, Weinfurter H, Zeilinger A, Zukowsk M 2012 *Rev. Mod. Phys.* **84** 777
- [2] Bennett C H, Brassard G, Crépeau C, Jozsa R, Peres A, Wootters W K 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 1895
- [3] Fan H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 120301 (in Chinese) [范桁 2018 *物理学报* **67** 120301]
- [4] Luo Y H, Zhong H S, Erhard M, Wang X L, Peng C L, Krenn M, Jiang X, Li L, Liu N L, Lu C Y, Zeilinger A, Pan J W 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 070505
- [5] Hassanpour S, Houshmand M 2016 *Quantum Inf. Process* **15** 905
- [6] Zang P, Song R, Jiang Y 2017 *Chinese Journal of Quantum Electronics* **34** 456
- [7] Paulson K G, Panigrahi P K 2019 *Phys. Rev. A* **100** 052325
- [8] Shor P W, Preskill J 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 441
- [9] Lo H K, Curty M, Qi B 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 130503
- [10] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [11] Long G L, Liu X S 2002 *Phys. Rev. A* **65** 032302
- [12] Cao Z W, Zhao G, Zhang S H, Feng X Y, Peng J Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 230301 (in Chinese) [曹正文, 赵光, 张爽浩, 冯晓毅, 彭进业 2016 *物理学报* **65** 230301]
- [13] Chen J P, Zhang C, Liu Y, Jiang C, Zhang W J, Hu X L, Guan J Y, Yu Z W, Xu H, Lin J, Li M J, Chen H, Li H, You, L X, Wang Z, Wang X B, Zhang Q, Pan J W 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 070501
- [14] Long G L, Pan D 2021 *Telecommunications Network Technology* **7** 7 (in Chinese) [龙桂鲁, 潘栋 2021 *信息通信技术与政策* **7** 7]
- [15] Sheng Y B, Guo F G, Long G L 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032318
- [16] Hong C H, Heo J, Lim J I, Yang H J 2014 *Chin. Phys. B* **23**

- 090309
- [17] Wang X L, Cai X D, Su Z E, Cheng M C, Wu D, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2015 *Nature* **518** 516
- [18] Xu L 2020 *Modern Phys Lett. B* **34** 2050353
- [19] Peng C Z, Pan J W 2016 *Bulletin of Chinese Academy of Sciences* **31** 1096 (in Chinese) [彭承志, 潘建伟 2016 中国科学院院刊 **31** 1096]
- [20] Liao S K, Cai W Q 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 030501
- [21] Lai J S, Zhao W Y, Zhang H Y 2021 *Telecommunications Network Technology* **7** 6 (in Chinese) [赖俊森, 赵文玉, 张海懿 2021 信息通信技术与政策 **7** 6]
- [22] Nie M, Zhang F, Yang G, Zhang M L, Sun A J, Pei C X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 040303 (in Chinese) [聂敏, 张帆, 杨光, 张美玲, 孙爱晶, 裴昌幸 2021 物理学报 **70** 040303]
- [23] Yang G, Lian B W, Nie M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 010303 (in Chinese) [杨光, 廉保旺, 聂敏 2015 物理学报 **64** 010303]
- [24] Yang G, Lian B W, Nie M 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 240304 (in Chinese) [杨光, 廉保旺, 聂敏 2015 物理学报 **64** 240304]
- [25] Briegel H J, Raussendorf R 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 910
- [26] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, Zeilinger A 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 3891
- [27] Dotsenko I S, Korobka R 2018 *Commun. Theor. Phys.* **69** 143
- [28] Li Y H, Li X L, Nie L P, Sang M H 2016 *Int. J. Theor. Phys.* **55** 1820
- [29] Tao Y X, Xu J, Zhang Z C 2013 *Chin. Phys. B* **22** 090311
- [30] Espoukeh P, Pedram P 2014 *Int. J. Theor. Phys.* **13** 1789
- [31] Du Z L, Li X L, Liu X J 2020 *Int. J. Theor. Phys.* **59** 622
- [32] Gao X Q, Zhang Z C, Gong Y X, Sheng B, Yu X T 2017 *J. Opt. Soc. Am. B-Opt. Phys.* **34** 142
- [33] Cai X F, Yu X T, Shi L H, Zhang Z C 2014 *Front. Phys.* **9** 646
- [34] Xiong P Y, Yu X T, Zhang Z C, Zhan H T, Hua J Y 2017 *Front. Phys.* **12** 1
- [35] Wang K, Yu X T, Lu S L, Gong X Y 2014 *Phys Rev. A* **89** 022329
- [36] Tao Y, Zhang Q, Zhang J, Yin J, Zhao Z, Zukowski M, Chen Z B, Pan J W 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 240406
- [37] Guo X 2020 *M. S. Dissertation* (Shannxi: Xidian University) (in Chinese) [郭肖 2020 硕士学位论文 (西安: 西安电子科技大学)]
- [38] Nie M, Wang C X, Yang G, Sun A J, Pei C X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 030301 (in Chinese) [聂敏, 王超旭, 杨光, 张美玲, 孙爱晶, 裴昌幸 2021 物理学报 **70** 030301]
- [39] Zhang X Z, Xu Q, Liu B Y 2020 *Acta Optica Sinica* **40** 0327001 (in Chinese) [张秀再, 徐茜, 刘邦宇 2020 光学学报 **40** 0327001]
- [40] Xu J, Chen X G, Xiao H W, Wang P X, Ma M 2021 *Appl. Sci.* **11** 10869
- [41] Cabello A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5635

Multi-hop entanglement swapping in quantum networks based on polarization-space hyperentanglement^{*}

Yang Guang Liu Qi[†] Nie Min Liu Yuan-Hua Zhang Mei-Ling

(School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunication, Xi'an 710121, China)

(Received 25 November 2021; revised manuscript received 11 January 2022)

Abstract

Entanglement swapping (ES) based multi-hop quantum information transmission is a fundamental way to realize long-distance quantum communication. However, in the conventional quantum networks, the entanglement in one degree of freedom (DOF) of photon system is usually used as a quantum channel, showing disadvantages of low capacity and susceptibility to noise. In this paper, we present an efficient multi-hop quantum hyperentanglement swapping (HES) method based on hyperentanglement, which utilizes the entangled photons in polarization and spatial-mode DOFs to establish the hyperentangled multi-hop quantum channel. Taking long-distance hyperentanglement based quantum teleportation for example, we first describe a basic hop by hop HES scheme. Then, in order to reduce the end-to-end delay of this scheme, we propose a simultaneous HES (SHES) scheme, in which the intermediate quantum nodes perform hyperentangled Bell state measurements concurrently. On the basis of this scheme, we further put forward a hierarchical SHES (HSHEs) scheme that can reduce the classical information cost. Theoretical analysis and simulation results show that the end-to-end delay of HSHEs is similar to that of SHES, meanwhile, the classical information cost of HSHEs is much lower than that of SHES, showing a better tradeoff between the two performance metrics. Compared with the traditional ES methods, the scheme proposed in this paper is conducive to meeting the requirements for long-distance hyperentanglement based quantum communication, which has positive significance for building more efficient quantum networks in the future.

Keywords: hyperentanglement, multi-hop quantum networks, entanglement swapping methods

PACS: 03.67.Hk, 03.67.-a

DOI: 10.7498/aps.71.20212173

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61971348, 61201194) and the Natural Science Basic Research Program of Shaanxi Province, China (Grant No. 2021JM-464).

[†] Corresponding author. E-mail: valenti_67@foxmail.com