



由超辐射引起的迁移率边和重返局域化

吴瑾 陆展鹏 徐志浩 郭利平

Mobility edges and reentrant localization induced by superradiance

Wu Jin Lu Zhan-Peng Xu Zhi-Hao Guo Li-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 113702 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20212246

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212246>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一维准周期晶格中玻色子对的迁移率边

Mobility edges of bosonic pairs in one-dimensional quasi-periodical lattices

物理学报. 2019, 68(8): 087201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182218>

光学微腔中一维费米气的磁性关联特性

Magnetic properties of one-dimensional Fermi gases in an optical cavity

物理学报. 2019, 68(4): 043702 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181954>

共轭聚合物链中光激发过程的无序效应

Effects of intrachain disorder on photoexcitation in conjugated polymer chains

物理学报. 2021, 70(11): 117201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201801>

自旋轨道耦合量子气体中的一些新进展

Some recent progresses on the study of ultracold quantum gases with spin-orbit coupling

物理学报. 2020, 69(1): 016701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191241>

磷化铟高电子迁移率晶体管外延结构材料抗电子辐照加固设计

Structure parameters design of InP based high electron mobility transistor epitaxial materials to improve radiation-resistance ability

物理学报. 2022, 71(3): 037202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211265>

AlGaIn/GaN高电子迁移率晶体管器件中子位移损伤效应及机理

Neutron-induced displacement damage effect and mechanism of AlGaIn/GaN high electron mobility transistor

物理学报. 2020, 69(20): 207301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200714>

由超辐射引起的迁移率边和重返局域化*

吴瑾 陆展鹏 徐志浩[†] 郭利平[‡]

(山西大学理论物理研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

(2021年12月5日收到; 2022年1月18日收到修改稿)

研究了束缚在梯子形光晶格中的中性原子与高精度腔耦合的系统, 发现由超辐射引起的准周期调制可以导致迁移率边和重返局域化现象的出现. 在平均场近似下, 超辐射现象可以引起两种不同频率的准周期调制, 它们可以由腔场和泵浦场有效调节. 在本文的观测范围内, 当高频调制强度小于某一临界值时, 系统随着低频调制强度的增加经历一次局域转变. 通过数值求解分形维度、密度分布、平均参与率、平均逆参与率以及标度分析, 证明了局域转变历经的临界相区存在迁移率边; 当高频调制强度大于临界值时, 随着低频调制强度的增强, 系统依次经历完全扩展相-临界相-完全局域相-临界相-完全局域相, 这是一个典型的重返局域化现象. 最后给出了局域化相图. 该研究结果为超辐射相变和重返局域化现象的研究建立了联系, 也为重返局域化的研究搭建了新的平台.

关键词: 超辐射, 无序, 迁移率边, 局域化**PACS:** 37.30.+i, 72.80.Ng, 72.20.Ee, 72.15.Rn**DOI:** 10.7498/aps.71.20212246

1 引言

超冷原子气与腔量子电动力学分别是凝聚态物理与量子光学中最重要的研究领域之一, 它们有着各自的发展历史与丰富成果^[1,2]. 冷原子气体与光腔的耦合系统进一步结合了这两大领域, 为模拟和研究各种新奇量子物态提供了一个重要平台^[3,4], 引起了人们的广泛关注. 在单模腔中的玻色爱因斯坦凝聚体加入横向泵浦会导致体系从正常相转变为超辐射相^[5]. 而在超辐射相区内, 腔内原子将受到一个腔诱导的超晶格势作用^[6]. 实验上已经观测到在腔诱导的公度超晶格中存在超固体相^[7,8]. 当腔诱导的晶格势与静态光晶格势是非公度的, 在平均场近似下系统形成一个有效的准周期调制, 导致金属-绝缘的转变^[9-11].

另一方面, 在这种既不是周期的, 又不是完全无序的准周期系统中, 最典型的模型就是具有准周期调制的一维 Aubry-André (AA) 模型, 它展现了独特的局域化性质^[12,13]. 由于 AA 模型的自对偶特征, 具有与能量无关的局域化转变, 即在某一准周期调制强度下, 所有的单粒子态要么都是局域的, 要么都是扩展的. 2008年, Roati等^[14]在冷原子体系中利用双色光晶格的方案已经实现了准周期调制的 AA 模型, 并且观测了其局域化转变. 但值得注意的是, 通过破坏自对偶特性, 一维准周期调制系统中可以出现迁移率边^[15-19], 即扩展态与局域态之间的能量边界. 最近, 理论上预测了长程跃迁的准周期调制系统^[20]、具有特殊形式准周期调制的系统^[21]、准周期调制的玻色子对系统^[22]以及二维非厄米准晶^[23]等具有简洁解析形式的迁移率边. 通常来说, 无序系统经过局域相变后, 随着无序强

* 国家自然科学基金 (批准号: 11604188, 12147215, 11904216)、山西省基础研究计划 (批准号: 20210302123442)、北京凝聚态物理国家研究中心开放课题、山西省高等学校科技创新项目 (批准号: 2019L0097) 和山西省“1331工程”重点学科建设计划资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: xuzhihao@sxu.edu.cn

[‡] 通信作者. E-mail: guolp@sxu.edu.cn

度的进一步增强,所有的态始终处于局域态.然而,最近 Roy 等^[24]研究了一维交叉调制的二聚体准晶系统,发现由于二聚体和准周期调制的竞争,导致重返局域化现象的产生,即部分态在特殊的无序强度范围内从局域态重新变成扩展态,随着无序强度进一步增强,所有态又重新回到局域态的现象.这一现象在非厄米准周期系统也被发现^[25].重返局域化现象可以利用激发动力学手段探测^[26].通常的冷原子实验中,实现具有重返局域化现象的无序模型存在一定的困难.

基于以上的研究和存在的难题,本文讨论了在原子-光腔耦合系统中由超辐射引起的迁移率边和重返局域化,以及实验的实现方案.

2 理论模型

如图 1 所示,考虑一团含有 N_b 个原子的玻色爱因斯坦凝聚体被捕陷在一个梯子形的光晶格中,并且此梯形光晶格处于 $x-y$ 平面被装载进一个高精度腔中.每条梯子腿上的原子受到 x 方向上的周期势 $V_{\text{static}} = V_1 \cos^2(kx)$ 限制,其中 V_1 正比于光格子强度和晶格波矢 k .沿着 z 方向梯子腿加载波矢为 k_p 、频率为 ω_p 的泵浦光.在紧束缚近似下,系统的哈密顿量可以写为:

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{Lad}} - \Delta_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} [\lambda(\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \cos(2\pi\beta i) + U \hat{a}^\dagger \hat{a} \cos^2(2\pi\beta i)] \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma}, \quad (1)$$

其中

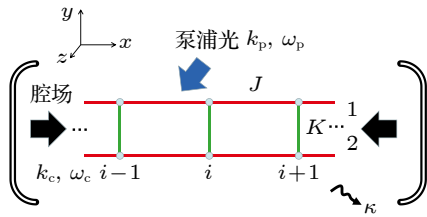


图 1 实验装置示意图. 在高精度腔中,中性原子被 $x-y$ 平面的梯子形光晶格俘获,并沿着 z 方向加入驱动泵浦场.泵浦场的频率为 ω_p 远失谐于原子能级跃迁频率 ω_a ,但接近于腔场频率 ω_c .

Fig. 1. A schematic diagram of experimental setup. In a high-finesse optical cavity, spinless atoms are trapped by a ladder lattice in $x-y$ plane. The atoms are driven by a pump laser beam along z direction. The frequency ω_p of the pump laser is far detuned from the atomic transition line ω_a but close to the cavity-mode frequency ω_c .

$$\hat{H}_{\text{Lad}} = -J \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{\sigma=1,2} (\hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i+1,\sigma} + \text{H.c.}) - K \sum_{i=1}^N (\hat{c}_{i,1}^\dagger \hat{c}_{i,2} + \text{H.c.}), \quad (2)$$

这里, \hat{a} 为腔光子的湮灭算符; $\hat{c}_{i,\sigma}$ 表示在第 σ 条梯子腿的第 i 个格点上原子场湮灭算符; N 为每条腿上格点的数目,即梯子系统的总格点数目为 $L = 2N$; 腔场频率 ω_c 和泵浦光频率 ω_p 的失谐量定义为 $\Delta_c = \omega_p - \omega_c$; J 和 K 分别为沿着梯子腿和梯子横档的最近格子间的跃迁强度,它们可以由最近邻格子间的间距所控制.选取 J 作为能量单位,即 $J = 1$,并且全文中固定 $K = 0.8$ 进行讨论.在绝热近似下, $\lambda = g_c g / \Delta$ 为泵浦光和腔场的相干耦合强度, $U = g_c^2 / \Delta$ 为腔和原子的耦合强度.这里, g_c 是腔模的拉比频率, g 是泵浦光的拉比频率,并且 $\Delta = \omega_p - \omega_a$ 为泵浦光频率 ω_p 和原子跃迁频率 ω_a 的失谐量.由于腔场具有波矢 k_c ,它与晶格波矢 k 共同决定准周期势的调制频率 $\beta = k_c / (2k)$.不失一般性,选取 $\beta = (\sqrt{5} - 1) / 2$,它可以利用斐波那契数近似地得到: $\beta = \lim_{m \rightarrow \infty} (F_{m-1} / F_m)$,这里 F_m 可以迭代求得 $F_m = F_{m-1} + F_{m-2}$,并且 $F_0 = F_1 = 1$.在本文的计算过程中选取系统尺寸 $L = 2F_m$,调制频率 $\beta \approx F_{m-1} / F_m$,选取周期边界条件.由于光腔中存在光子的耗散,系统可以由量子主方程所描述, $\partial_t \rho = -i[\hat{H}, \rho] + \kappa(2\hat{a}\rho\hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger\hat{a}\rho - \rho\hat{a}^\dagger\hat{a})$,其中 κ 是腔场的耗散率.根据参考文献^[27],在 $\omega_c / N_b \omega_a \rightarrow 0$ 的条件下,系统可以看作平均场处理.近年来,许多腔场超辐射相关的理论工作都用到了平均场近似处理^[28-32],所得的结果可以很好地解释相关的实验现象^[5,33].利用主方程,可以得到腔场 $\alpha(t) = \langle \hat{a}(t) \rangle$ 的动力学方程:

$$\partial_t \alpha = i\Delta_c \alpha - i \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} [U \alpha \cos^2(2\pi\beta i) + \lambda \cos(2\pi\beta i)] \langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle - \kappa \alpha. \quad (3)$$

当 $\kappa > J$ 时,腔场存在稳态解.腔场的稳态解 ($\partial_t \alpha = 0$) 可以写为:

$$\alpha = \frac{\lambda \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} \cos(2\pi\beta i) \langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle}{\Delta_c + i\kappa - U \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} \cos^2(2\pi\beta i) \langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle}, \quad (4)$$

其中期望值 $\langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle$ 可以通过平均场哈密顿量

$$\hat{H}_{\text{MF}} = \hat{H}_{\text{Lad}} + \hat{V}_{\text{eff}}(\alpha) \quad (5)$$

自洽迭代求得. 即任选一个 α 的初始值, 代入平均场哈密顿量 (5) 式, 通过对角化哈密顿量求出系统的基态, 从而得到期望值 $\langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle$. 将期望值 $\langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle$ 代入 (4) 式, 求一个新的 α 值. 若前后两个 α 的差值小于所允许的误差 ε , 其中 $\varepsilon = 10^{-8}$, 则认为所求的 $\langle \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \rangle$ 和 α 为真实值; 若差值大于 ε , 则将新得到的 α 值作为初始值代入系统重复前面的过程, 直到符合误差条件. 定义 $\lambda_{\text{D}} = 2\lambda \text{Re}(\alpha)$ 和 $U_{\text{D}} = U|\alpha|^2$, 则有效势

$$\begin{aligned} \hat{V}_{\text{eff}}(\alpha) = & \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} [\lambda_{\text{D}} \cos(2\pi\beta i) \\ & + U_{\text{D}} \cos^2(2\pi\beta i)] \hat{c}_{i,\sigma}^\dagger \hat{c}_{i,\sigma} \end{aligned} \quad (6)$$

依赖于光场序参量 α . 当处于正常相 ($\alpha = 0$) 时, 系统可以由一个标准的梯子模型 \hat{H}_{Lad} 所描述, 而当系统进入超辐射相区 ($\alpha \neq 0$), 一个由超辐射引起的调制势被引入到梯子模型. 图 2(a) 给出了在 $L = 1974$, $K = 0.8$, $\Delta_{\text{c}} = -2$ 和 $\kappa = 1.2$ 时, 对于不同 U , 光场序参量 $|\alpha|$ 随有效耦合强度 λ 的变化. 对于不同的 U , 在小 λ 情况下, $|\alpha| = 0$, 而随着 λ 的增加到超过某个临界有效耦合强度 λ_{c} 后, 光场序参量 $|\alpha|$ 跳变为一个有限值, 表明此时系统进入到超辐射相区. 由图 2(a) 可以看出, 随着 U 的增加, 临界耦合强度 λ_{c} 的值逐渐增加. 图 2(b) 给出了 λ_{c} 随

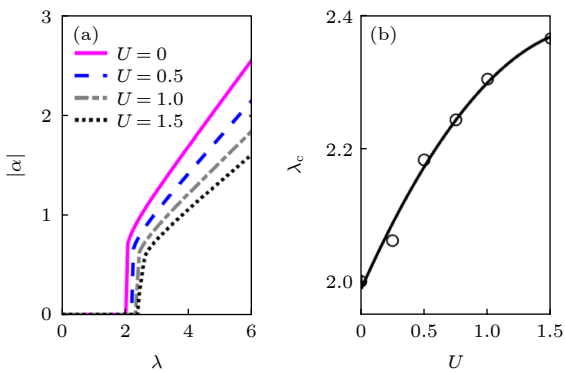


图 2 (a) 腔场耦合强度 U 取不同的值时, 光场 $|\alpha|$ 随着耦合强度 λ 变化的图像; (b) 临界耦合强度 λ_{c} 随着 U 的变化情况. 这里, $L = 1974$, $K = 0.8$, $\beta = 610/987$, $\Delta_{\text{c}} = -2$ 和 $\kappa = 1.2$

Fig. 2. (a) The cavity field $|\alpha|$ as a function of the pumping strength λ for different U ; (b) the critical pumping strength λ_{c} as a function of U . Here $L = 1974$, $K = 0.8$, $\beta = 610/987$, $\Delta_{\text{c}} = -2$ and $\kappa = 1.2$.

着 U 值的变化情况, 其中黑色实线为数值拟合结果, 即 $\lambda_{\text{c}} = -0.1149U^2 + 0.4251U + 1.9875$. 由此可见, 通过调节腔场强度可以有效地控制超辐射转变点, 从而实现对模型中调制强度 λ_{D} 和 U_{D} 调节的控制.

3 结果与讨论

本节首先选取参数 $U_{\text{D}} = 1, 2$ 作为具体的例子, 通过改变不同的调制强度 λ_{D} , 分别讨论存在两种不同的局域化现象, 即存在迁移率边和重返局域化. 最后给出系统在 $\lambda_{\text{D}}-U_{\text{D}}$ 参数平面的局域化相图.

3.1 迁移率边

逆参与率 (IPR) 和参与率 (NPR) 可被用来表征准周期系统中本征态的局域化特性. 对于第 n 个本征态, 逆参与率定义为 $\text{IPR}^{(n)} = \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=\{1,2\}} |\psi_{i,\sigma}^{(n)}|^4$, 参与率定义为 $\text{NPR}^{(n)} = \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=\{1,2\}} \left(L |\psi_{i,\sigma}^{(n)}|^4 \right)^{-1}$. 如果本征态 $\psi^{(n)}$ 为局域态, 则 $\text{IPR}^{(n)} \sim L^0$ 为有限值, 而 $\text{NPR}^{(n)}$ 正比于 $1/L$, 在 $L \rightarrow \infty$ 时趋近于 0. 如果 $\psi^{(n)}$ 为扩展态, 则在 $L \rightarrow \infty$ 时, $\text{IPR}^{(n)} \sim 1/L$, 趋近于 0. 而 $\text{NPR}^{(n)}$ 趋近于一个有限值. 进一步, 定义平均逆参与率 $\langle \text{IPR} \rangle = 1/L \sum_{n=1}^L \text{IPR}^{(n)}$ 和平均参与率 $\langle \text{NPR} \rangle = 1/L \sum_{n=1}^L \text{NPR}^{(n)}$, 它们携带了系统所有本征态的局域化的完全信息. 如果系统处于完全的扩展相区, 则 $\langle \text{IPR} \rangle \sim L^{-1}$ 且 $\langle \text{NPR} \rangle$ 为有限值; 如果系统处于完全的局域相区, 则 $\langle \text{IPR} \rangle$ 为有限值且 $\langle \text{NPR} \rangle \sim L^{-1}$; 而如果系统处于临界相区, 即存在扩展和局域态的混合, 则 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 将都为有限值 [34].

图 3(a) 给出了 $U_{\text{D}} = 1$ 和 $L = 3194$ 时, $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 随着准周期调制强度 λ_{D} 的变化情况. 对比 AA 模型, 此时系统的 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 并不是在同一点发生转变, 而是存在了一段 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 同时具有有限值的临界相区, 即图 3(a) 中灰色标记的区域. 这一现象表明在 $\lambda_{\text{D}}^{(c1)} < \lambda_{\text{D}} < \lambda_{\text{D}}^{(c2)}$ 的区间, 体系能谱中应该同时存在扩展和局域态. 这里, $\lambda_{\text{D}}^{(c1)} \approx 0.85$, $\lambda_{\text{D}}^{(c2)} \approx 3.35$. 而当 $\lambda_{\text{D}} > \lambda_{\text{D}}^{(c2)}$, 所有本征态随着 λ_{D} 的增加都变成局域态. 图 3(b)—图 3(d) 给出了在 $U_{\text{D}} = 1$, 对应于不同 λ_{D} 时, $\langle \text{NPR} \rangle$ 随着尺寸 L 的标度分析. 当 $\lambda_{\text{D}} = 0.5$ 时, 如图 3(b) 所示,

在 $L \rightarrow \infty$ 的极限下, $\langle \text{NPR} \rangle$ 随着尺寸 L 的增大趋近于一个有限值, 约为 0.445, 表明系统中所有本征态都是扩展态. 当 $\lambda_D = 5$ 时, 如图 3(d) 所示, $\lim_{L \rightarrow \infty} \langle \text{NPR} \rangle \rightarrow 0$, 表明此时系统中所有的本征态都为局域态. 当调制强度 λ_D 落在中间临界相区时, 以 $\lambda_D = 2$ 为例, 如图 3(c) 所示, $\langle \text{NPR} \rangle$ 在 $L \rightarrow \infty$ 时, 随着 L 呈衰减趋势, 并趋近于一个有限值, 约为 0.14, 它远小于扩展相区的情况, 表明此时系统中既存在扩展态又存在局域态, 即存在迁移率边.

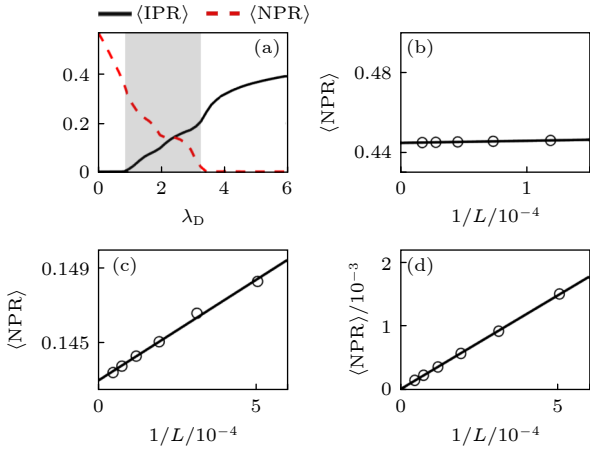


图 3 (a) 当 $U_D = 1, K = 0.8, L = 3194$ 时, $\langle \text{IPR} \rangle$ (黑色实线) 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ (红色虚线) 随 λ_D 变化的曲线, 灰色区域代表着具有迁移率边的临界区域; (b) $\lambda_D = 0.5$, (c) $\lambda_D = 2$, (d) $\lambda_D = 5$ 时, $\langle \text{NPR} \rangle$ 随着 L^{-1} 的变化, 其余参数的取值是 $U_D = 1, K = 0.8$

Fig. 3. (a) $\langle \text{IPR} \rangle$ (the black solid line) and $\langle \text{NPR} \rangle$ (the red dashed line) as the functions of λ_D for $U_D = 1, K = 0.8, L = 3194$. The grey region denotes the critical region with mobility edges; $\langle \text{NPR} \rangle$ as a function of L^{-1} with $U_D = 1$ and $K = 0.8$ for (b) $\lambda_D = 0.5$, (c) $\lambda_D = 2$, and (d) $\lambda_D = 5$.

波函数的密度分布 $\rho_i = \sum_{\sigma=\{1,2\}} |\psi_{i,\sigma}|^2$ 可以直观地表征系统的局域化特性, 从而进一步确定体系中迁移率边的存在. 图 4 给出了 $L = 1220$ 和 $U_D = 1$ 时, 对于不同 λ_D 的取值, 不同激发态的密度分布情况. 其中图 4 的左栏对应于第 300 个激发态, 右栏对应于第 1100 个激发态, 要求本征能量按照升序排列. 图 4(a1) 和图 4(a2) 对应于 $\lambda_D = 0.5$ 的情况, 可以看到此时这两个本征态在整个空间中都有分布, 展示了扩展态的特征. 图 4(c1) 和图 4(c2) 展示了 $\lambda_D = 5$ 时两个激发态的密度分布, 可以看到两个本征态仅在某些原胞位置有分布, 对应于局域态的特征. 而在 $\lambda_D^{(c1)} < \lambda_D < \lambda_D^{(c2)}$ 区域, 当能量处于迁移率边以下时, 相应的密度分布为扩展的, 见

图 4(b1). 而能量处于迁移率边以上时, 相应的密度分布是局域的, 如图 4(b2) 所示. 此时迁移率边对应的能量指标约为 506. 由此可见, 在这一区域系统中确实存在迁移率边.

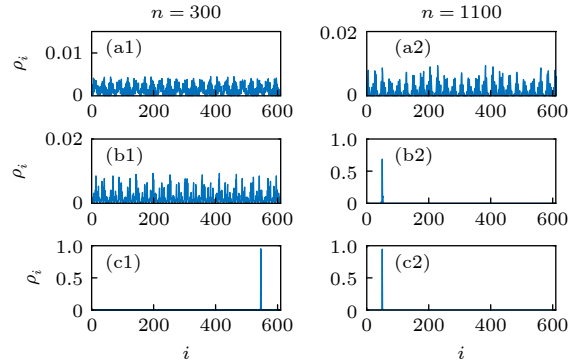


图 4 (a1) $\lambda_D = 0.5$, (b1) $\lambda_D = 2$ 和 (c1) $\lambda_D = 5$ 时第 300 个激发态的密度分布; (a2) $\lambda_D = 0.5$, (b2) $\lambda_D = 2$ 和 (c2) $\lambda_D = 5$ 时第 1100 个激发态的密度分布. 这里, $K = 0.8, U_D = 1$ 和 $L = 1220$

Fig. 4. Density distributions of the 300th excited eigenstates for (a1) $\lambda_D = 0.5$, (b1) $\lambda_D = 2$, and (c1) $\lambda_D = 5$; density distributions of the 1100th excited eigenstates for (a2) $\lambda_D = 0.5$, (b2) $\lambda_D = 2$, and (c2) $\lambda_D = 5$. Here, $K = 0.8, U_D = 1$, and $L = 1220$.

计算每个本征态的分形维度 $\gamma = -\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{\ln \langle \text{IPR} \rangle}{\ln L}$ 可以更加精细地表征系统的局域化特性. 当 $\gamma \rightarrow 1$, 对应于波函数为扩展态, 当 $\gamma \rightarrow 0$, 对应于波函数处于局域态. 图 5 给出了在 $L = 3194$ 和 $U_D = 1$ 时, 不同能量本征态的分形维度 γ 随着无

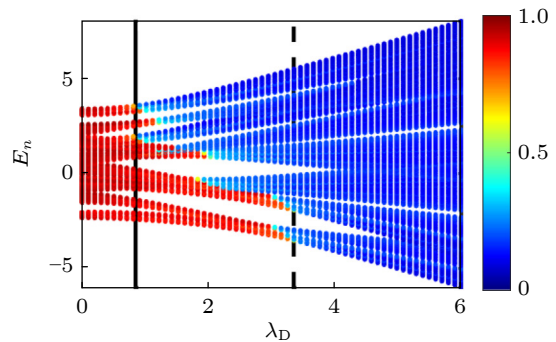


图 5 在 $U_D = 1, K = 0.8$ 和 $L = 3194$ 时, 分形维度 γ 随着调制强度 λ_D 和能量本征值 E_n 的变化. 其中, 黑色实线和黑色虚线分别对应了两个局域化转变点 $\lambda_D^{(c1)}$ 和 $\lambda_D^{(c2)}$. 图中颜色代表着 γ 的大小

Fig. 5. γ of the eigenstates as a function of the energy spectrum and λ_D for $U_D = 1, K = 0.8$, and $L = 3194$. Here the black solid line and black dashed line denote two transport points, $\lambda_D^{(c1)}$ and $\lambda_D^{(c2)}$. The color code represents the values of γ .

序强度 λ_D 的变化情况. 可以看出, 系统中存在两个局域化转变点 $\lambda_D^{(c1)}$ 和 $\lambda_D^{(c2)}$ 分别由黑色实线和黑色虚线标出. 当 $\lambda_D < \lambda_D^{(c1)}$ 时, 所有的本征态的分形维度 γ 都趋近于 1, 表明此时系统处于完全的扩展相. 当 $\lambda_D > \lambda_D^{(c2)}$ 时, 所有的本征态的分形维度 γ 都趋近于 0, 对应于系统处于完全局域相. 而在中间区域, 存在扩展与局域态的混合, 即存在迁移率边.

3.2 重返局域化

当 $U_D = 2$ 时, 图 6(a) 给出了 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 随着准周期调制强度 λ_D 的变化情况. 在图 6(a) 中, 随着 λ_D 的增加, 存在两个 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 的共存区间. 当 $\lambda_D < \lambda_D^{(c1)} \approx 0.3$ 时, $\langle \text{IPR} \rangle$ 趋近于 0, 而 $\langle \text{NPR} \rangle$ 为有限值, 表明此时系统处于完全扩展相. 当 $\lambda_D^{(c1)} < \lambda_D < \lambda_D^{(c2)} \approx 2.14$ 时, $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 都保持有限值, 表明系统中存在扩展与局域态的混合, 即存在迁移率边. 当 $\lambda_D > \lambda_D^{(c2)}$ 时, 平均逆参与率为有限值而平均参与率趋近于零, 表明系统进入到完全局域相.

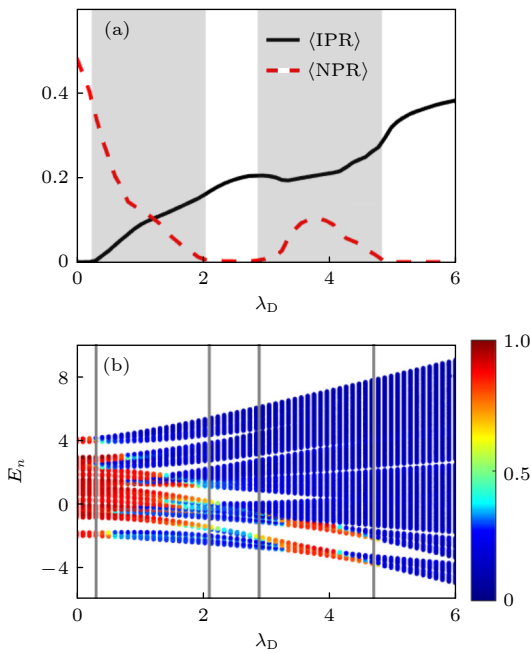


图 6 当 $U_D = 2, K = 0.8, L = 3194$ 时 (a) $\langle \text{IPR} \rangle$ (黑色实线) 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ (红色虚线) 随着 λ_D 变化的曲线, 灰色区域表示具有迁移率边的临界相区; (b) 分形维度 γ 随着能量本征值 E_n 和调制强度 λ_D 的变化. 图中颜色代表 γ 的大小

Fig. 6. (a) $\langle \text{IPR} \rangle$ (the black solid line) and $\langle \text{NPR} \rangle$ (the red dashed line) as the functions of λ_D for $U_D = 2, K = 0.8, L = 3194$. The grey regions denote the intermediate regimes with mobility edges; (b) fractal dimension γ of all the eigenstates as a function of energies and λ_D for $U_D = 2, K = 0.8$, and $L = 3194$. Here the color code represents the values of γ .

通常来说, 进一步增加调制强度 λ_D , 系统将一直处于局域区, 如 $U_D = 1$ 时的情况. 然而通过计算发现, 在 $\lambda_D \in (\lambda_D^{(c3)}, \lambda_D^{(c4)})$ 区间, $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 又重新恢复到都保持有限值的情况, 表明此时系统又重新进入到具有迁移率边的相区. 这里, $\lambda_D^{(c3)} \approx 2.85$ 和 $\lambda_D^{(c4)} \approx 4.88$. 而当 $\lambda_D > \lambda_D^{(c4)}$, 系统又进入完全局域相. 这是典型的重返局域化的特性.

重返局域化的特征可以由每个能量对应的本征态的分形维度 γ 随着 λ_D 的变化来精确地反映, 如图 6(b) 所示. 其中, 4 条灰色实线从左到右分别对应于局域化转变点 $\lambda_D^{(c1)}, \lambda_D^{(c2)}, \lambda_D^{(c3)}$ 和 $\lambda_D^{(c4)}$. 重返局域化现象指的是系统经过第一次局域转变, 已经处于完全局域相后, 随着调制强度的进一步增大, 部分态再次回到扩展态; 最终在更大的无序强度下, 系统重新返回到完全局域相. 从图 6(b) 可以直观地看出, $\lambda_D < \lambda_D^{(c1)}$ 时, 所有态的 γ 值都趋于 1, 系统处于完全扩展相. $\lambda_D^{(c1)} < \lambda_D < \lambda_D^{(c2)}$ 时, 部分态的 γ 值趋于 0, 部分态的 γ 值趋于 1, 系统处于两种态并存的临界相区. 在 $\lambda_D^{(c2)} < \lambda_D < \lambda_D^{(c3)}$ 的区间内, 所有态的 γ 都趋于 0, 系统经历局域转变, 已经处于完全局域相. 而在 $\lambda_D^{(c3)} < \lambda_D < \lambda_D^{(c4)}$ 区间内, 部分本征态对应的 γ 的值趋于 1, 代表着这些态重新回到扩展态, 最终在 $\lambda_D > \lambda_D^{(c4)}$ 后, 所有态对应的 γ 都趋近于 0, 系统又一次返回到完全局域相, 该过程更加清晰地描述了重返局域化现象.

为了进一步验证重返局域化现象是否存在, 在临界相区和局域相区, 分别研究了 $\langle \text{NPR} \rangle$ 的标度变化. 在图 7(a) 中, 展示了 $\lambda_D = 1, 4$ 时, $\langle \text{NPR} \rangle$ 随尺寸 L 变化的情况, 可以看出当 $L \rightarrow \infty$ 时, $\langle \text{NPR} \rangle$ 均趋近于有限值, 表明此时系统处于扩展和局域混合的临界相区. 并且在热力学极限情况下, $\lambda_D = 1$ 时的 $\langle \text{NPR} \rangle$ 要比 $\lambda_D = 4$ 时大很多, 这表明系统处于 $\lambda_D = 1$ 时的扩展态所占比例要远大于 $\lambda_D = 4$ 时的比例. 而图 7(b) 展示了 $\lambda_D = 2.5, 5.5$ 时 $\langle \text{NPR} \rangle$ 随尺寸 L 的变化情况. 可以看出, 当 $L \rightarrow \infty$ 时, $\langle \text{NPR} \rangle$ 均趋于零, 展示了完全局域的特性. 由此可见, 在 $U_D = 2$ 时, 随着调制强度 λ_D 的增加, 系统出现了重返局域化现象.

3.3 局域化相图

利用 $\langle \text{IPR} \rangle$ 和 $\langle \text{NPR} \rangle$ 定义 $\eta = \ln[\langle \text{IPR} \rangle \langle \text{NPR} \rangle]$, 可以把临界相从完全的扩展和局域相中清晰地区

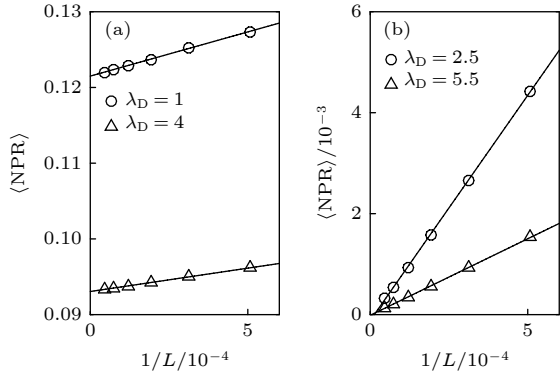


图 7 当 $U_D = 2$, $K = 0.8$ 时平均参与率 $\langle \text{NPR} \rangle$ 随 $1/L$ 变化的曲线 (a) 临界相区; (b) 局域相区

Fig. 7. $\langle \text{NPR} \rangle$ as a function of $1/L$ for $U_D = 2$, $K = 0.8$: (a) critical phase region; (b) localized phase region.

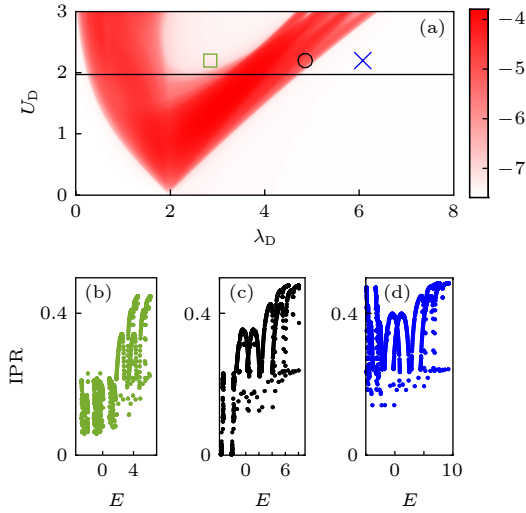


图 8 (a) $\lambda_D - U_D$ 参数平面内, 以序参量 η 的大小为填充颜色的相图, 其中白色区域表示完全扩展或局域相, 红色区域表示具有迁移率边的临界相. 其中, 绿色方块对应 $\lambda = 3.183$, $\Delta_c = -0.2$, $|\alpha| = 0.604$, $\lambda_D \approx 2.86$; 黑色圆圈对应的是 $\lambda = 4.113$, $\Delta_c = -0.6$, $|\alpha| = 0.607$, $\lambda_D \approx 4.86$; 蓝色叉号对应于 $\lambda = 5.069$, $\Delta_c = -2$, $|\alpha| = 0.608$, $\lambda_D \approx 6.08$. 这里, $\kappa = 1.2$, $U = 6$, $U_D \approx 2.21$. 相图中的 (b) 绿色方块, (c) 黑色圆圈和 (d) 蓝色叉号对应的参数取值下, 所有态的逆参与率随本征能变化的情况. 这里, $K = 0.8$ 和 $L = 1974$

Fig. 8. (a) Phase diagram in the $\lambda_D - U_D$ plane. The color code represents the values of η , where the white regions denote the full extended or localized phase and the red region represents the critical phase. Here, the green square corresponds to $\lambda = 3.183$, $\Delta_c = -0.2$, $|\alpha| = 0.604$, $\lambda_D \approx 2.86$, the black circle corresponds to $\lambda = 4.113$, $\Delta_c = -0.6$, $|\alpha| = 0.607$, $\lambda_D \approx 4.86$, and the blue cross corresponds to $\lambda = 5.069$, $\Delta_c = -2$, $|\alpha| = 0.608$, $\lambda_D \approx 6.08$ for $\kappa = 1.2$, $U = 6$, $U_D \approx 2.21$. The IPR of different eigenstates as a function of energies for (b) the green square, (c) the black circle, and (d) the blue cross. Here, $K = 0.8$, and $L = 1974$.

分出来. 这是因为在临界相时 η 的值大于 $-\ln L$, 而处于完全扩展和局域的相时, η 的值小于 $-\ln L$. 图 8(a) 给出了 $\lambda_D - U_D$ 的平面内, 以 η 的大小为填充颜色的相图. 其中, 白色区域代表了完全局域相或完全扩展相, 红色区域代表了具有迁移率边的临界相, 黑色实线对应于临界值 $U_D^{(c)} \approx 1.97$. 在本文所研究的调制强度 U_D 的取值范围内, 可以看到当 $U_D < U_D^{(c)}$ 时, 系统随着 λ_D 的增大, 从完全扩展相经历一个扩展态和局域态共存的临界相, 最终转变到完全局域相. 而当 $U_D > U_D^{(c)}$ 时, 随着 λ_D 的增大, 系统经历第一次局域转变到达完全局域相后, 又重新回到临界相区, 最终经历第二次局域转变到达完全局域相. 因此, 当 $U_D > U_D^{(c)}$ 时, 体系中存在重返局域化现象.

为了考察实际的腔场参数与重返局域化现象的关系, 在图 8(a) 中选取 3 种不同的点去计算它们的 IPR, 通过数值计算可以得到此时图 8(a) 中绿色方块、黑色圆圈、蓝色叉号处所对应的 $|\alpha|$ 分别为 0.604, 0.607 和 0.608, λ_D 分别为 2.86, 4.86 和 6.08, 且具有相同的 $U_D \approx 2.21$. 为了进一步验证此时这 3 个点所对应的局域化性质, 图 8(b)–(d) 分别给出了它们的 IPR 随着全部能量的变化情况.

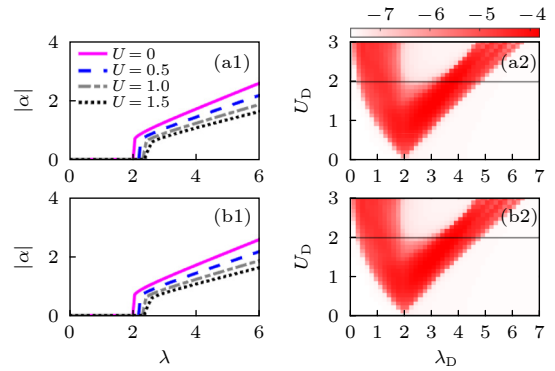


图 9 (a1) $K = 0.5$, (b1) $K = 1.5$ 时, 腔场耦合强度 U 取不同的值时, 腔场 $|\alpha|$ 随着耦合强度 λ 变化的图像. 这里, $L = 1974$, $\beta = 610/987$, $\Delta_c = -2$ 和 $\kappa = 1.2$. (a2) $K = 0.5$, (b2) $K = 1.5$ 时, $\lambda_D - U_D$ 参数平面内, 以序参量 η 的大小为填充颜色的相图, 其中白色区域表示完全扩展或局域相, 红色区域表示具有迁移率边的临界相. 这里, $L = 1974$

Fig. 9. The cavity field $|\alpha|$ as a function of the pumping strength λ for different U for (a1) $K = 0.5$, (b1) $K = 1.5$. Here $L = 1974$, $\beta = 610/987$, $\Delta_c = -2$ and $\kappa = 1.2$. Phase diagram in the $\lambda_D - U_D$ plane with $L = 1974$ for (a2) $K = 0.5$, (b2) $K = 1.5$. The color code represents the values of η , where the white regions denote the full extended or localized phase and the red region represents the critical phase.

可以看出 $|\alpha| = 0.604$, $\lambda_D \approx 2.86$ 时, 系统已经处于完全局域相. 而在 $|\alpha| = 0.607$, $\lambda_D \approx 4.86$ 时, 部分态处于局域态, 部分态处于扩展态, 系统处于临界相. 最后, 在 $|\alpha| = 0.608$, $\lambda_D \approx 6.08$ 时, 所有态又重新回到局域态. 由此可见, 通过合理地调节腔场的参数, 在超辐射相区可以实现重返局域化现象.

之前讨论了 $K = 0.8$ 时的情况, 图9分别给出了 $K = 0.5$ 和 $K = 1.5$ 时, 超辐射相变与局域化相图的情况. 可以看出, 当 K 的取值在有限的变化范围内(以 $K = 0.5$ (图9(a1)) 和 $K = 1.5$ (图9(b1)) 为例), 对于不同的腔场耦合强度 U , 光场 $|\alpha|$ 随泵浦和腔的耦合强度 λ 的变化具有类似的转变行为. 对于不同的 K 值, 如图9(a2)和图9(b2)所示的 $K = 0.5$ 和 $K = 1.5$ 情况, 展示了与前文中 $K = 0.8$ 类似的局域化相图. 由此可见, 当 K 取值与 J 处于相同量级时, 系统展示了类似的超辐射和局域化相变.

4 结 论

本文研究了在高精度光腔中由超辐射引起的准周期调制的梯子模型. 通过数值计算发现系统中存在迁移率边以及重返局域化现象, 并且得到了全参数空间的相图. 在本文研究的调制强度 U_D 范围内, 系统的相图被临界值 $U_D^{(c)}$ 分为两部分, 在小于临界值 $U_D^{(c)}$ 的区间, 系统随着 λ_D 的增大, 仅仅出现一次具有迁移率边的临界相; 而在大于临界值 $U_D^{(c)}$ 的部分, 系统随着 λ_D 的增大, 会出现重返局域化现象.

重返局域化现象最初是在具有奇偶交错的准周期调制的 Su-Schrieffer-Hegger (SSH) 模型中发现的^[24], 并且重返局域化现象出现的区间非常狭小, 这给实验探测带来了极大的挑战. 而对于最初的理论方案中如果选取一个无奇偶交替的准周期调制时, 此一维晶格并不会出现重返局域化现象, 仅仅能观测到迁移率边的存在. 本文提出了一种梯子形冷原子体系与光腔耦合的方案, 此方案并不要求奇偶交替的调制并且具有有限的重返局域化相区. 以碱金属原子 ^{23}Na 为例实现该理论模型, 其中钠原子被捕陷在一个晶格长度约为266 nm的梯子形光晶格中, 其晶格隧穿强度约为 $2\pi \times 200$ kHz, 并且选用腔长约为300 μm —1 mm, 耗散率 κ 约为 $2\pi \times 240$ kHz的高精度腔, 泵浦光的频率与腔场频率相差 $\Delta_c \approx 2\pi \times 140$ — $2\pi \times 600$ kHz. 通过调节腔

场和泵浦场各个参数, 实现耦合强度 λ 和腔及原子的耦合强度 U 达到 $2\pi \times 800$ kHz, 这些参数是目前实验上可实现的. 值得注意的是, 在平均场近似下, 当超辐射相变发生时, 梯子模型将出现两种不同频率的调制, 而这两种不同频率的准周期调制的共同作用是出现重返局域化的主要原因. 本文所研究的重返局域化现象的出现并不依赖于所填充的原子种类. 但是由于费米子体系存在泡利不相容原理, 造成发生超辐射相变的难易程度与原子填充数有关^[28–32], 使得计算过程更为复杂. 本文为了理论计算的简便仅关注了玻色原子的情况. 该工作为原子与光腔耦合系统和重返局域化现象的研究建立了联系, 也为重返局域化的研究提供了新的思路.

参考文献

- [1] Marklund M, Shukla P K 2006 *Rev. Mod. Phys.* **78** 591
- [2] Chin C, Grimm R, Julienne P, Tiesinga E 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1225
- [3] Mekhov I B, Maschler C, Ritsch H 2007 *Nat. Phys.* **3** 319
- [4] Ritsch H, Domokos P, Brennecke F, Esslinger T 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 553
- [5] Baumann K, Guerlin C, Brennecke F, Esslinger T 2010 *Nature* **464** 1301
- [6] Maschler C, Mekhov I B, Ritsch H 2008 *Eur. Phys. J. D* **46** 545
- [7] Klinder J, Keßler H, Bakhtiari M R, Thorwart M, Hemmerich A 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 230403
- [8] Landig R, Hruby L, Dogra N, Landini M, Mottl R, Donner T, Esslinger T 2016 *Nature* **532** 476
- [9] Zheng W, Cooper N R 2018 *Phys. Rev. A* **97** 021601(R)
- [10] Zhou L, Pu H, Zhang K Y, Zhao X D, Zhang W P 2011 *Phys. Rev. A* **84** 043606
- [11] Habibian H, Winter A, Paganelli S, Rieger H, Morigi G 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 075304
- [12] Anderson P W 1958 *Phys. Rev.* **109** 1492
- [13] Aubry S, André G 1980 *Ann. Isr.: Phys. Soc.* **3** 18
- [14] Roati G, D'Errico C, Fallani L, Fattori M, Fort C, Zaccanti M, Modugno G, Modugno M, Inguscio M 2008 *Nature* **453** 895
- [15] Sarma S D, Kobayashi A, Prange R E 1986 *Phys. Rev. Lett.* **56** 1280
- [16] Sarma S D, Song H, Xie X C 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2144
- [17] Biddle J, Sarma S D 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 070601
- [18] Ganeshan S, Pixley J H, Sarma S D 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 146601
- [19] Lanini Y, Bromberg Y, Christodoulides D N, Silberberg Y 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 163905
- [20] Xu Z H, Xia X, Chen S 2021 arXiv: 2109.02072 v1[cond-mat.dis-nn]
- [21] Wang Y C, Xia X, Wang Y J, Zheng Z H, Liu X J 2021 *Phys. Rev. B* **103** 174205
- [22] Xu Z H, Huangfu H L, Zhang Y B 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 087201 (in Chinese) [徐志浩, 皇甫宏丽, 张云波 2019 物理学报 **68** 087201]
- [23] Xu Z H, Xia X, Chen S 2022 *Sci. China-Phys. Mech. Astron.*

- 65 227211
- [24] Roy S, Mishra T, Tanatar B, Basu S 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 106803
- [25] Jiang X P, Qiao Y, Cao J P 2021 *Chin. Phys. B* **30** 097202
- [26] Padhan A, Giri M K, Mondal S, Mishra T 2021 arXiv: 2109.09621 v1 [cond-mat.quant-gas]
- [27] Zhuang W F, Geng B, Lou H G, Guo G C, Gong M 2021 *Phys. Rev. A* **104** 053308
- [28] Keeling J, Bhaseen M J, Simons B D 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 143002
- [29] Piazza F, Strack P 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 143003
- [30] Chen Y, Yu Z H, Zhai H 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 143004
- [31] Chen Y, Zhai H, Yu Z H 2015 *Phys. Rev. A* **91** 021602(R)
- [32] Chen Y, Yu Z H, Zhai H 2016 *Phys. Rev. A* **93** 041601(R)
- [33] Cai M L, Liu Z D, Zhao W D, Wu Y K, Mei Q X, Jiang Y, He L, Zhang X, Zhou Z C, Duan L M 2021 *Nat. Commun.* **12** 1126
- [34] Xu Z H, Chen S 2021 *Phys. Rev. A* **103** 043325

Mobility edges and reentrant localization induced by superradiance*

Wu Jin Lu Zhan-Peng Xu Zhi-Hao[†] Guo Li-Ping[‡]

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

(Received 5 December 2021; revised manuscript received 18 January 2022)

Abstract

We study a Bose-Einstein condensate trapped by a ladder lattice in a high-fitness cavity. The ladder lattice is loaded in the x - y plane and the cavity is along the x direction. A pump laser shines on atoms from the z direction. Under the mean-field approximation, we consider the emergence of the quasi-periodic potentials induced by superradiance in the ladder lattice, which is described by $\hat{H}_{\text{MF}} = \hat{H}_{\text{Lad}} + \hat{V}_{\text{eff}}$ with the effective potential $\hat{V}_{\text{eff}}(\alpha) = \sum_{i=1}^N \sum_{\sigma=1,2} [\lambda_{\text{D}} \cos(2\pi\beta i) + U_{\text{D}} \cos^2(2\pi\beta i)] \hat{c}_{i,\sigma}^{\dagger} \hat{c}_{i,\sigma}$. We find that the quasi-periodic potential can induce the reentrant localization transition and the regime with mobility edges. In the smaller U_{D} case, the system exhibits a localization transition. The transition is associated with an intermediate regime with mobility edges. When U_{D} goes beyond a critical value $U_{\text{D}}^{(c)}$, with the increase of λ_{D} , the system undergoes a reentrant localization transition. This indicates that after the first transition, some of the localized eigenstates change back to the extended ones for a range of λ_{D} . For a larger λ_{D} , the system experiences the second localization transition, then all states become localized again. Finally, the local phase diagram of the system is also discussed. This work builds a bridge between the reentrant localization and the superradiance, and it provides a new perspective for the reentrant localization.

Keywords: superradiance, disorder, mobility edges, localization

PACS: 37.30.+i, 72.80.Ng, 72.20.Ee, 72.15.Rn

DOI: 10.7498/aps.71.20212246

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11604188, 12147215, 11904216), the Fundamental Research Program of Shanxi Province, China (Grant No. 20210302123442), the Open Project of Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, China, the Science and Technology Innovation Project of Higher Education Institutions in Shanxi Province, China (Grant No. 2019L0097), and the Fund for Key Subjects of Shanxi "1331 Project", China.

[†] Corresponding author. E-mail: xuzhihao@sxu.edu.cn

[‡] Corresponding author. E-mail: guolp@sxu.edu.cn