

## 基于扩展卡尔曼滤波算法的船载绝对重力测量数据处理

朱栋 徐晗 周寅 吴彬 程冰 王凯楠 陈佩军 高世腾 翁堪兴 王河林 彭树萍 乔中坤 王肖隆 林强

## Data processing of shipborne absolute gravity measurement based on extended Kalman filter algorithm

Zhu Dong Xu Han Zhou Yin Wu Bin Cheng Bing Wang Kai-Nan Chen Pei-Jun Gao Shi-Teng  
Weng Kan-Xing Wang He-Lin Peng Shu-Ping Qiao Zhong-Kun Wang Xiao-Long Lin Qiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 133702 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220071

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220071>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 船载系泊状态下基于原子重力仪的绝对重力测量

Absolute gravity measurement based on atomic gravimeter under mooring state of a ship

物理学报. 2021, 70(4): 040304 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201522>

#### 基于原子重力仪的车载静态绝对重力测量

Static measurement of absolute gravity in truck based on atomic gravimeter

物理学报. 2020, 69(6): 060302 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191765>

#### 基于冷原子重力仪的绝对重力动态移动测量实验

Experiment on dynamic absolute gravity measurement based on cold atom gravimeter

物理学报. 2022, 71(2): 026701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211449>

#### 大倾斜角度下基于冷原子重力仪的绝对重力测量

Measurement of absolute gravity based on cold atom gravimeter at large tilt angle

物理学报. 2018, 67(19): 190302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181121>

#### 基于冷原子重力仪的船载动态绝对重力测量实验研究

Ship-borne dynamic absolute gravity measurement based on cold atom gravimeter

物理学报. 2022, 71(11): 113701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220113>

#### 拉曼激光边带效应对冷原子重力仪测量精度的影响

Influence of Raman laser sidebands effect on the measurement accuracy of cold atom gravimeter

物理学报. 2019, 68(19): 194205 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190581>

# 基于扩展卡尔曼滤波算法的船载 绝对重力测量数据处理\*

朱栋 徐晗 周寅 吴彬<sup>†</sup> 程冰 王凯楠 陈佩军 高世腾  
翁堪兴 王河林 彭树萍 乔中坤 王肖隆 林强<sup>‡</sup>

(浙江工业大学理学院, 浙江省量子精密测量重点实验室, 杭州 310023)

(2022年1月10日收到; 2022年3月14日收到修改稿)

基于冷原子干涉仪的高精度绝对重力动态测量为海洋重力测量提供新的手段, 因而备受关注. 利用自己搭建的船载冷原子干涉式绝对重力测量系统, 在中国南海某海域开展了一系列测量实验. 在动态条件下, 测量噪声的抑制对测量性能的提升至关重要. 本文根据船载绝对重力动态测量系统的物理模型, 提出了一种基于扩展卡尔曼滤波算法的动态绝对重力数据处理方法, 对观测的原子干涉条纹数据进行了时域滤波处理, 获得了绝对重力值的最优估计. 基于该处理方法将航速小于 2.1 km/h 条件下的绝对重力测量灵敏度从 300.2 mGal/Hz<sup>1/2</sup> 提升至 136.8 mGal/Hz<sup>1/2</sup> ( $T = 4$  ms). 此外, 将处理后的数据与利用地球重力模型 (XGM2019) 计算的数据进行了比对, 发现两者符合度较好. 这些结果证实了本文提出的数据处理方法的有效性, 并为船载冷原子干涉式绝对重力测量系统的测量噪声的抑制提供了一种新的处理方法.

**关键词:** 原子重力仪, 绝对重力测量, 原子干涉仪, 数据分析

**PACS:** 37.25.+k, 91.10.-v, 67.85.-d, 07.05.Kf

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220071

## 1 引言

基于冷原子干涉仪的精密测量技术近些年得到了快速发展. 冷原子重力仪<sup>[1-6]</sup>逐渐进入实用化阶段, 仪器的精度、灵敏度、稳定性、尺寸、质量、功耗、环境适应性等性能都有了较大提升<sup>[2,4,7-10]</sup>. 这使得外场绝对重力测量得以快速发展<sup>[5,8,11-15]</sup>. 基于冷原子重力仪的绝对重力动态测量实验也开始出现. 国内外已经开展了船载系泊绝对重力测量<sup>[16]</sup>、航空绝对重力测量<sup>[17]</sup>、海洋绝对重力测量<sup>[18]</sup>等实验. 传统的重力场动态测量均为相对测量, 长时间

测量中存在零点漂移问题, 在动态环境中基于原子重力仪的绝对重力测量可为其提供校准, 因此, 绝对重力动态测量具有重要的应用价值.

在动态条件下, 测量噪声的抑制对测量性能的提升至关重要, 而动态绝对重力数据的处理是其中的一个关键因素. 测量噪声的抑制除了在硬件方面提升原子重力仪整体的稳定性和抗干扰能力外, 还可以从算法角度进行处理. 原子重力仪通常的数据分析算法是通过最小二乘法对每条干涉条纹数据进行余弦函数拟合<sup>[2,19]</sup>, 使得每组条纹的估计值和观测值之间的方差最小, 从而获得重力值的估计. 在实验室条件下, 上述方法比较适用, 但是对于海

\* 国家重点研发计划课题 (批准号: 2017YFC0601602)、国家自然科学基金 (批准号: 51905482, 61727821, 61875175, 11704334)、中国自然资源航空物探遥感中心项目 (批准号: DD20189831) 和钱学森实验室太空探索实验培育项目 (批准号: TKTSPY-2020-06-01) 资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: wubin@zjut.edu.cn

<sup>‡</sup> 通信作者. E-mail: qlin@zjut.edu.cn

上的动态测量环境而言, 由于测量噪声的增大, 这种方法的适用性与实时性会变差. 利用适用于船载测量系统的非线性滤波算法可降低测量数据的噪声水平, 从而获得绝对重力值的估计. 目前, 法国开展的船载动态绝对重力测量利用其自研的组合算法、原子重力仪与经典加速度计之间的组合协议以及贝塞尔低通滤波进行数据处理<sup>[18]</sup>, 该数据处理方法虽然有效, 但是在实时性上表现不强.

本文提出基于扩展卡尔曼滤波 (extended Kalman filter, EKF) 算法的数据处理方法对船载绝对重力测量数据进行处理以提升实时性, 并抑制测量噪声. EKF 是一种基于线性卡尔曼滤波 (最优滤波器) 的非线性时域滤波方法, 适用于非线性系统的状态估计 (估计是通过系统的观测值对系统的状态量进行定量推断的过程) 与追踪<sup>[20–22]</sup>, 其利用系统的状态参量、状态模型和观测模型来描述系统随时间的演变. 在原子干涉式惯性导航传感器<sup>[23,24]</sup>、原子传感器的信号追踪<sup>[25]</sup>、导航兼容的量子加速度计<sup>[26]</sup>等与量子传感器相关的领域都有应用. 与最小二乘法的余弦拟合方法相比, EKF 算法不仅以递推方式使方差最小, 并且将系统状态量的方差、均值等统计特性作为其参数, 通过局部的线性化解析近似获得系统状态量的估计. 不仅可以有效追踪船载绝对重力测量系统状态量的变化, 同时还可以实现重力测量数据的噪声抑制.

本文根据船载冷原子干涉绝对重力测量系统的物理模型及其特点, 引入了适用于该系统的 EKF 算法, 并对测量数据进行滤波迭代处理, 抑制了部分测量噪声, 获得了重力值的估计. 航速小于 2.1 km/h 条件下的绝对重力测量灵敏度得到了有效提升, 并将处理得到的绝对重力数据与高精度地球重力模型 XGM2019 计算的数据进行了对比, 发现两者结果具备较好的一致性. 本文为船载冷原子干涉式绝对重力测量系统在动态测量条件下重力值的估计和重力测量噪声的抑制提供了一种新的处理方法.

## 2 基于冷原子干涉仪的船载绝对重力动态测量及数据处理原理

原子重力仪利用双光子的受激拉曼跃迁, 使铷 87 原子在重力场下发生物质波干涉, 最后从干涉信号中提取出绝对重力值<sup>[2,5,14,27]</sup>. 船在海上航行

时, 原子重力仪的倾斜会随船的运动不断改变, 需要利用惯性稳定平台实时维持重力传感器在垂线方向. 此外, 海浪和船发动机产生的振动会传递到原子重力仪, 其产生的额外相位噪声会进入到原子干涉仪的总相位中, 导致无法得到有效的干涉条纹相位. 根据相关文献<sup>[16, 18]</sup>, 可以将振动转化为原子干涉时的相位干扰  $\phi_{\text{vib}}$ , 从而进行修正. 振动引起的相位干扰经过修正后, 并不能完全消除其影响, 还存在一部分的残余相位噪声. 因此, 原子干涉条纹的相位噪声还包含其他一些难以定量分析的随机噪声. EKF 算法对船载冷原子干涉式绝对重力测量系统的状态估计和噪声处理是一种优选的方法, 因此, 将其纳入船载绝对重力测量系统的框架之内.

船载冷原子干涉式绝对重力测量系统是非线性系统, 其大部分噪声是高斯型噪声, 将 EKF 算法作为该系统的估计器是一个不错的选择. 在状态参量噪声特性的合理统计评估下, 可以有效追踪和估计原子干涉条纹的相关参数, 增大绝对重力估计数据随时间和空间变化的实时性. 通过状态量的不确定性和测量噪声之间的权衡, 可以抑制重力测量噪声. 此外, EKF 算法以迭代递推的方式进行船载绝对重力测量系统状态的滤波估计, 需要的内存较小、计算效率较高.

船载绝对重力动态测量的原理如图 1 所示. 其中, 铷原子在真空腔中经过冷原子团的制备、原子选态、原子干涉等过程后, 利用归一化探测获得原子布居数据. 通过线性扫描拉曼光的频率啁啾率获取原子干涉条纹. 经典加速度计采集的振动信号与原子干涉仪的响应函数进行卷积获得振动相位干扰  $\phi_{\text{vib}}$ . 原子干涉条纹数据、拉曼光的频率啁啾率和振动的相位干扰被输入到 EKF 滤波算法以进行重力值的估计, 最后获得噪声水平更低的重力测量值.

根据船载绝对重力测量系统的物理模型可以建立该系统的观测方程和状态方程, 从而对系统状态的演化进行描述. EKF 算法通过系统状态的转移和观测过程的一阶线性化解析近似, 对当前时刻的原子布居数和系统状态量进行预测; 同时, 使用当前时刻的观测数据来修正更新系统状态量的预测和其协方差的预测, 从而获得系统状态量的估计. 所有的实际观测值以迭代的方式都有助于系统状态和原子干涉波形的估计. 船载绝对重力测量系统的观测模型可描述为:

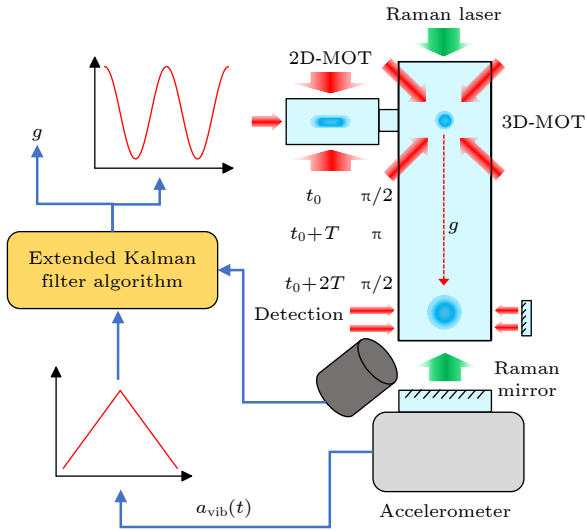


图 1 船载冷原子干涉式绝对重力动态测量原理

Fig. 1. The principle of absolute gravity dynamic measurement based on cold atom interferometer on ship.

$$y = A + C \cos [(k_{\text{eff}} g - \alpha)T^2 + \phi_{\text{vib}}] + v_N, \quad (1)$$

其中,  $y$  是原子布居数,  $A$  是条纹的直流偏置,  $C$  是条纹的对比度,  $k_{\text{eff}}$  是拉曼光有效波矢, 可以表示为  $k_{\text{eff}} \approx 4\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  为激光波长,  $g$  是绝对重力值,  $T$  是拉曼光脉冲的时间间隔,  $\alpha$  是拉曼光的频率啁啾率,  $v_N$  是观测噪声.

考虑到  $\alpha$  和  $\phi_{\text{vib}}$  是比较准确的输入量, 且连续两次测量之间基本相互独立. 因此, 未将它们作为系统随时间变化的状态参量. 根据观测模型, 船载绝对重力测量系统可以用一个三参量的状态向量  $\mathbf{X}$  进行描述, 其形式如下:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} A \\ C \\ g \end{bmatrix}, \quad (2)$$

状态向量随时间的演化关系可以用如下方程描述:

$$\mathbf{X}_k = \mathbf{F} \cdot \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{w}, \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{X}_k$  表示  $k$  时刻的系统状态,  $\mathbf{X}_{k-1}$  表示  $k-1$  时刻的系统状态,  $\mathbf{F}$  是状态向量  $\mathbf{X}$  的演化矩阵,  $\mathbf{w}$  是状态演化过程中状态向量  $\mathbf{X}$  的过程噪声. 演化矩阵  $\mathbf{F}$  可以通过状态变量随时间的演化关系获得. 由于这些随机变量基本独立, 状态向量  $\mathbf{X}$  的过程噪声  $\mathbf{w}$  的协方差矩阵  $\mathbf{Q}$  可以用一个对角矩阵表示.  $\mathbf{F}$  和  $\mathbf{Q}$  可表示为:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \sigma_A^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_C^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_g^2 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中,  $\sigma_A$ ,  $\sigma_C$  和  $\sigma_g$  分别是通过统计方法获得的条纹直流偏置、对比度和重力值的标准偏差.

船载冷原子干涉式重力测量系统的重力值估计过程可以分为两个步骤: 状态的预测和状态的更新. 首先, 通过前一次测量的状态估计  $\hat{\mathbf{X}}_{k-1}$  对当前时刻的状态  $\hat{\mathbf{X}}_k$  进行预测, 相应的表达式如下:

$$\hat{\mathbf{X}}_k = \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{X}}_{k-1}, \quad (5)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \mathbf{F} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{F}^T + \mathbf{Q}, \quad (6)$$

其中, 协方差矩阵  $\mathbf{P}$  表示状态预测的不确定性.  $\hat{\mathbf{P}}_{k-1}$  是前一次测量的协方差矩阵的估计,  $\hat{\mathbf{P}}_k$  是当前测量协方差矩阵的预测估计. 其次, 利用当前的实际测量值对当前时刻状态和协方差的预测进行更新, 从而得到当前时刻系统状态的估计  $\hat{\mathbf{X}}'_k$  和协方差的估计  $\hat{\mathbf{P}}'_k$ , 它们将作为下一时刻的预测初始量, 其形式如下:

$$\hat{\mathbf{X}}'_k = \hat{\mathbf{X}}_k + \mathbf{K}(y_k - y(\hat{\mathbf{X}}_k)), \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{P}}'_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \hat{\mathbf{P}}_k, \quad (8)$$

其中,  $\mathbf{K}_k$  是卡尔曼滤波增益, 它控制系统状态量的更新,  $y(\hat{\mathbf{X}}_k)$  是对当前时刻观测值的估计,  $y_k$  是当前时刻的实际观测值,  $\mathbf{I}$  是单位对角矩阵,  $\mathbf{H}$  是观测矩阵 (状态向量关于观测方程的雅克比矩阵).  $\mathbf{H}_k$  和  $\mathbf{K}_k$  的形式如下:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos [(k_{\text{eff}} g - \alpha)T^2 + \phi_{\text{vib}}] \\ -C k_{\text{eff}} T^2 \sin [(k_{\text{eff}} g - \alpha)T^2 + \phi_{\text{vib}}] \end{bmatrix}^T, \quad (9)$$

$$\mathbf{K}_k = \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R})^{-1}, \quad (10)$$

其中,  $\mathbf{R}$  是原子干涉条纹测量噪声的方差, 卡尔曼滤波增益  $\mathbf{K}_k$  是估计值的不确定性与测量噪声之间妥协的结果, EKF 算法中状态量的噪声参数可以通过先前的或实际的测量数据统计获得.

为了消除与拉曼光波矢无关的相移的影响, 船载绝对重力测量系统采用拉曼光正负扫频的方式进行动态测量. 数据处理时按时间测量顺序使用 (5)–(8) 式分别对正负扫描的原子干涉条纹数据进行迭代递推处理, 通过 EKF 算法的状态预测和更新, 估计出每次下落测量时系统的状态量  $\mathbf{X}$ , 其中  $g$  是估计的绝对重力值. 将正负扫频的重力测量值进行交替平均处理, 从而抵消与拉曼光波矢无关的相移所引入的重力值偏差. 最后, 进行系统误差的修正, 获得最终的绝对重力数据.

### 3 船载绝对重力动态测量实验系统

船载冷原子干涉式绝对重力动态测量系统的示意如图 2 所示. 原子重力仪、惯性稳定平台等仪器设备集成在由集装箱改造而成的可移动原子重力仪实验室内, 可移动实验室安装在试验船后部的甲板上, 并与船只刚性连接, 以应对恶劣的海况条件, 也可以保障仪器设备在良好的环境条件下正常工作运转.

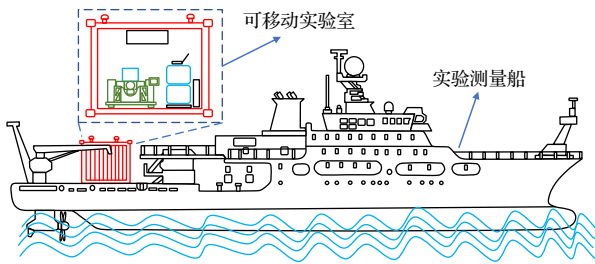


图 2 船载绝对重力动态测量系统示意图

Fig. 2. Schematic diagram of marine dynamic absolute gravity measurement system.

可移动实验室包含的仪器设备有原子重力仪、惯性稳定平台、不间断电源 (uninterruptible power supply, UPS) 供电系统、空调温控装置、主控电脑、差分定位系统 (differential global position system, DGPS)、集装箱等, 详细的布局及内部照片如图 3 所示. 原子重力仪为本研究小组自行研发, 成熟度、小型化程度和精度较高 [5,12,14,27,28]. 惯性稳定平台的主要作用是实时维持重力传感器的姿态, 使其一直处于竖直方向, 确保拉曼光方向与重力方向实时重合. UPS 供电系统为可移动实验室内的所有仪器供电. 差分定位系统安装在集装箱顶部, 其定位精度可达 cm 级别, 可以记录空间位置信息, 包括经纬度、海拔高度、船速和航向等. 空调温控装置维持控制仪器的外部环境温度和湿度, 以确保仪器的正常工作.

### 4 船载绝对重力动态测量实验结果

#### 4.1 测量环境及流程

本文的绝对重力动态测量实验场地位于南海某海域, 测试时间在 2020 年 9 月末. 在测量船航行前, 所有的仪器设备都被调至最佳的运行状态. 此外, 当船停泊在码头时, 通过测量不同  $T$  下的原

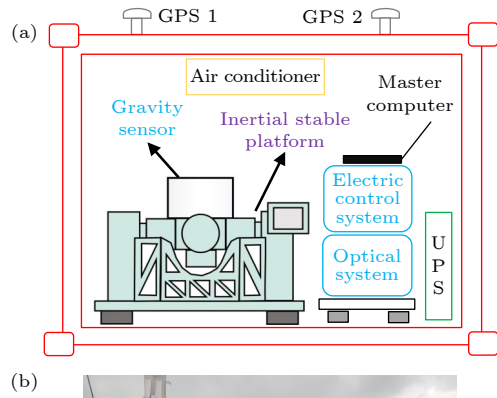


图 3 可移动的原子重力仪实验室 (a) 实验室内部仪器设备布局示意图; (b) 可移动实验室实物图

Fig. 3. Transportable laboratory for atomic gravimeter: (a) Schematic diagram of the internal layout of instruments and equipments in the laboratory; (b) photo of the transportable laboratory.

子干涉条纹, 初步评估了起始点的绝对重力值, 并确定了动态重力测量时合适的  $T$  和拉曼光频率啾啾率的扫描范围. 此次动态测量实验中, 开展了不同船速下的绝对重力测量以进行比较. 拉曼光脉冲的时间间隔  $T$  是 4 ms, 而原子团下落的频率是 2 Hz. 图 4(a) 和 (b) 分别是动态测量的航行路线和航行速度. 其中, 路线总长度约 85 km, 船的最大速度约 24.2 km/h, 红色和绿色航线上船航行的平均速度约 22.6 km/h, 相应的路线长度分别为 42.9 km 和 28.5 km; 蓝色航线所对应的平均航行速度约 14.3 km/h, 相应的路线长度为 12.8 km; 黄色线路的航速基本小于 2.1 km/h, 这段航线包含了试验船在海上系泊和作业的状态, 船的活动范围未超过 0.5 km. 由于本次动态试验主要以搭载的形式开展, 测量船以其他的科研任务为主, 有固定的路线规划, 所以并未进行重复测线和交叉测线等实验.

海上测试期间, 可移动实验室外部的温度和湿度分别在 29 °C 和 85% 左右, 相应的变化幅度分别超过了 6 °C 和 30%. 经过可移动实验室内部的温湿度控制后, 温度和湿度分别维持在 20 °C 和 55% 左右. 与静态的环境相比, 海上动态测量时的振动

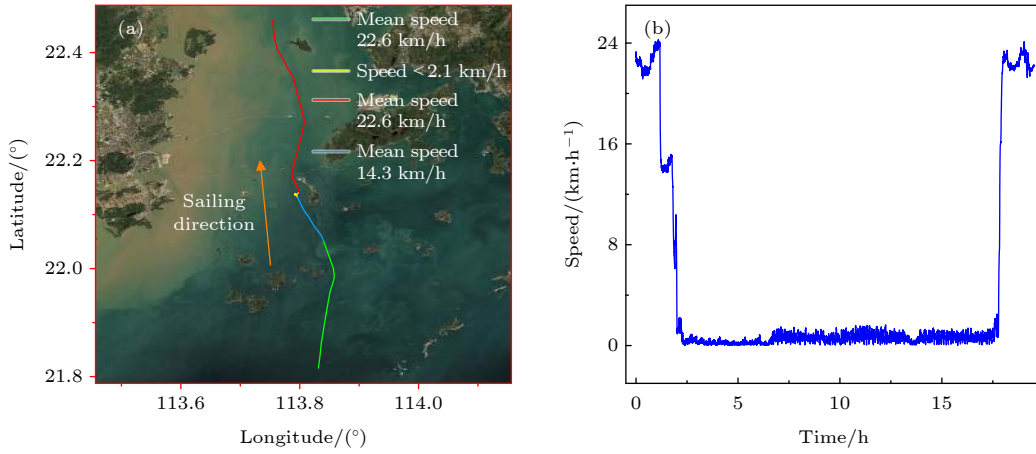


图 4 绝对重力动态测量的航线与船速 (a) 航行路线; (b) 航行速度

Fig. 4. Route and ship speed of absolute gravity dynamic measurement: (a) Sailing route of the ship; (b) speed of the ship.

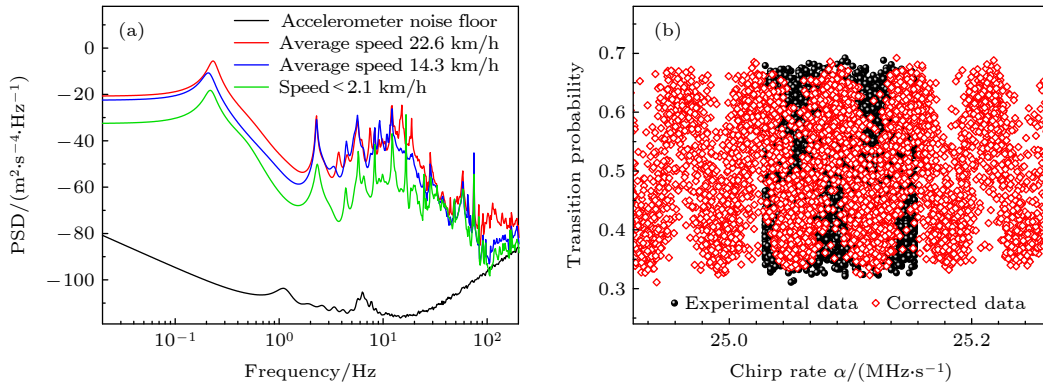


图 5 船载动态测量的振动环境与原子干涉条纹 (a) 垂直方向振动加速度的功率谱密度 (PSD); (b) 原子干涉条纹

Fig. 5. The vibration environment and atomic interference fringes for shipborne dynamic measurements: (a) Power spectral density (PSD) of the vertical vibration acceleration; (b) atomic interference fringes.

噪声增大了几个数量级, 不同航速下振动的功率谱密度 (PSD) 如图 5(a) 所示, 由于受海浪影响, 振动功率谱密度在 0.23 Hz 附近有个比较大的特征峰. 平均航速在 22.6 km/h 的条件下, 瞬时最大振动加速度超过了 0.158 m/s<sup>2</sup>. 因此动态测量时面临的实验环境较为恶劣.

结合原子干涉仪的传递函数和振动的噪声功率谱密度 [29], 可以计算动态条件下振动噪声对原子干涉仪相位噪声的影响. 船速 22.6 km/h, 14.3 km/h 和小于 2.1 km/h 的条件下振动对单次测量的相位噪声贡献分别可达 102.1 rad, 61.7 rad 和 25.8 rad, 振动噪声的贡献远大于重力值随时间和空间变化所引起的相位改变. 图 5(b) 是原子干涉条纹, 其中, 黑色数据点是实际测量的原子干涉条纹数据, 难以分辨出有效的原子干涉波形. 将振动加速度所产生的干扰相位  $\phi_{\text{vib}}$  进行修正后 [16], 还原出了较为有效的原子干涉条纹 (红色菱形数据点). 但由于

加速计性能的限制, 并不能完全获得拉曼反射镜真实的振动情况, 还存在一定的残余相位噪声干扰, 测量数据的噪声水平依旧较大. 因此, 本文使用 EKF 算法对测量数据进行滤波迭代处理, 进一步从噪声中分离出有效的绝对重力值.

#### 4.2 基于扩展卡尔曼滤波算法的绝对重力测量数据处理结果

基于第 2 小节原理部分介绍的数据处理方法, 获得了由 EKF 算法估计的绝对重力值数据  $g_{\text{Est}}$  (红色曲线). 在原子干涉条纹还原的基础上, 使用最小二乘法的余弦拟合获得了的绝对重力数据  $g_{\text{Corr}}$  (黑色曲线). 通过固体潮汐模型对重力数据进行了修正, 相应结果如图 6 所示,  $g_{\text{Est}}$  和  $g_{\text{Corr}}$  对应的采样率分别为 2 Hz 和 1/59 Hz. 利用这些数据分析了船载绝对重力动态测量的灵敏度和准确度, 下面分别进行介绍.

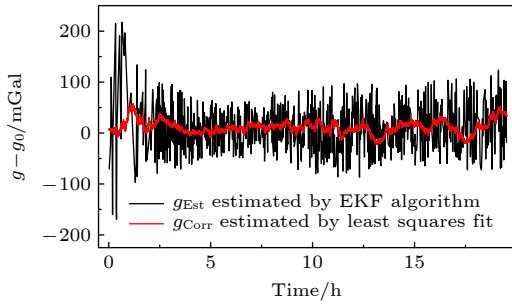


图 6 绝对重力值原始数据  
Fig. 6. Raw data for absolute gravity values.

#### 4.2.1 船载绝对重力动态测量灵敏度分析

在船速小于 2.1 km/h 的条件下, 原子干涉条纹数据的噪声相对较小且比较稳定, 利用相应的重力数据可以计算 Allan 偏差, 以评估动态条件下重力测量的灵敏度和噪声水平, 相应的 Allan 偏差分析结果如图 7 所示. 其中, 蓝色圆点是  $g_{\text{Corr}}$  的 Allan 偏差数据, 相应的蓝色曲线是通过  $\tau^{-1/2}$  拟合所得的结果, 对应的灵敏度为  $300.2 \text{ mGal/Hz}^{1/2}$ ; 红色方块是通过  $g_{\text{Est}}$  分析的 Allan 偏差数据, 红色曲线是其相应的拟合结果, 对应的灵敏度约为  $136.8 \text{ mGal/Hz}^{1/2}$ . 因此, 用 EKF 算法估计的重力值具备更低的噪声水平, 灵敏度比最小二乘法的结果提高了约 53.8%, EKF 算法对动态测量下的测量噪声有较好的抑制效果. Allan 偏差数据可以反映重力测量值的高斯白噪声水平, EKF 算法在给定的噪声参数条件下, 相当于具备 100 s 低通滤波的效果, 同时, 由于恶劣动态环境下系统稳定性的原因, 重力测量值存在有色噪声, 这部分噪声通过算法无法被很好处理, 因此 100 s 积分时间以下的数据存在由低到高的趋势, 且低于理想的拟合曲线.

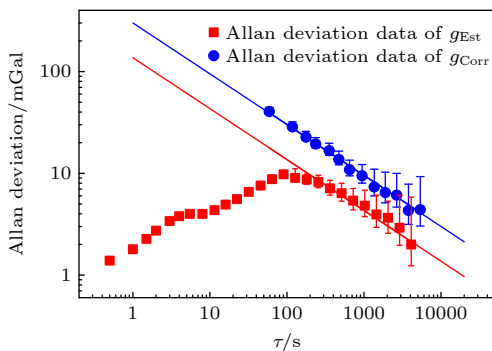


图 7 通过不同算法获得的重力值的 Allan 偏差数据  
Fig. 7. Allan deviation data of gravity values obtained by different algorithms.

在 EKF 算法中, 需要使用系统状态量的方差和原子布居数测量噪声的方差作为其参数, 这些通过先验的实验数据进行统计获得. 其中, 测量噪声的方差包含了探测噪声和振动相位修正后残余相位噪声引入的原子布居数波动. 探测噪声引入的原子布居数噪声的方差可以通过文献 [11] 中给出的原子布居数的统计概率公式进行分析和评估. 拉曼光负扫频时, 由原子布居数统计出的偏置、对比度和探测噪声引起的幅度噪声分别为  $0.502 \pm 0.007$ ,  $0.109 \pm 0.004$  和  $0.036 \pm 0.007$ , 正扫频时分别为  $0.482 \pm 0.008$ ,  $0.128 \pm 0.002$  和  $0.035 \pm 0.007$ . 除了需要考虑探测噪声对原子布居数噪声的影响外, 还需评估残余振动噪声以及其他噪声的影响. 通过最小二乘法余弦拟合获得的重力数据包含了所有噪声的影响. 当剔除探测引起的原子布居噪声的影响后, 大致评估出剩余相位噪声的标准偏差为  $0.744 \text{ rad}$ . 考虑分析出的探测和剩余相位噪声的影响, 通过理想条件下的模拟计算, 可以得出其对原子布居数噪声的总贡献, 相应的标准偏差为  $0.06$ , 方差是  $0.0036$ . 将其作为 EKF 算法中测量噪声的方差参数, 这相当于减小了重力值估计的不确定性.

在单次测量中, 空间位置和时间变化引入的重力值变化在  $1 \text{ mGal}$  以内, 其不确定性相对比较小. 但是, 为了兼顾算法中重力值迭代的收敛速度, 其相应的方差使用了实验室条件下对应  $T$  的重力测量值方差, 通过若干观测数据就可以收敛. 在初始数据对整体重力值数据的影响较小时, 可以进一步优化算法中重力值的方差参数, 从而估计出不确定性更小的重力值数据. 通过测量噪声和系统状态量不确定性之间的权衡, 达到抑制测量噪声和提升灵敏度的目的.

#### 4.2.2 船载绝对重力动态测量的准确度分析

将不同船速下的测量数据处理后, 获得了不同算法计算的绝对重力数据  $g_{\text{Corr}}$  (基于修正振动相位干扰后的原子干涉条纹数据, 通过余弦拟合所得的绝对重力值, 采样周期 59 s)、 $g_{\text{EKF}}$  (基于 EKF 算法滤波估计的原子干涉条纹数据, 通过余弦拟合所得的绝对重力值, 采样周期 59 s) 和  $g_{\text{Est}}$  (基于 EKF 算法状态估计所得的绝对重力值, 采样周期 0.5 s), 这些重力值的对比结果如图 8 所示, 单个数据点经过 5 min 时间的平均, 并减去了同一绝对重力参考值  $g_0$ . 图 8(a) 是不同计算方法获得的未修

正系统误差的绝对重力值对比结果; 图 8(b) 是修正系统误差后的绝对重力值与重力模型 XGM2019 计算结果的对比; 图 8(c) 是绝对重力值  $g_{\text{Est}}$  与重力模型的残差. 由图 8(a) 知, 3 种处理方式获得的绝对重力值的变化趋势基本一致,  $g_{\text{Corr}}$  的噪声水平最大, 而  $g_{\text{EKF}}$  和  $g_{\text{Est}}$  的离散程度较小, 并且两者基本吻合. 与最小二乘法的余弦拟合相比, 使用 EKF 算法可以有效的抑制部分噪声, 并且还可以通过观测数据有效地追踪估计动态条件下的重力值; 同时, 迭代的方式使采样率更高, 从而可以较好地反映重力值随时间的变化.

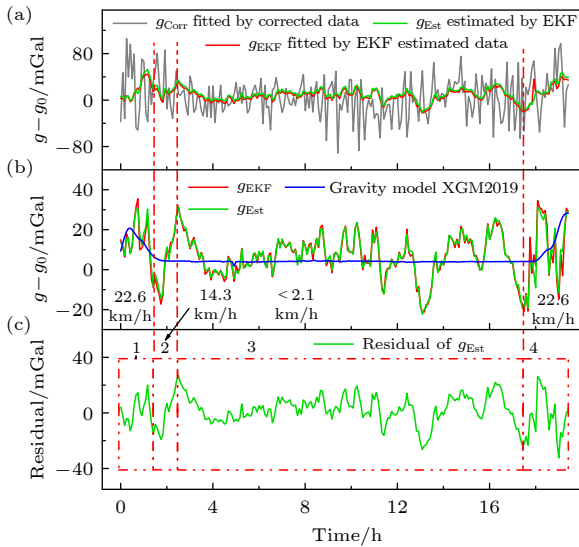


图 8 动态绝对重力数据处理结果 (a) 使用不同算法获得的绝对重力值; (b) 修正系统误差后的绝对重力值; (c) 绝对重力值  $g_{\text{Est}}$  与由重力模型计算的结果的残差数据  
Fig. 8. Comparison of the absolute gravity data: (a) Absolute gravity values obtained by the different algorithms; (b) absolute gravity values obtained after correcting the systematic errors; (c) the residual data between the absolute gravity values  $g_{\text{Est}}$  and the calculated results based on the gravity model.

图 8(b) 是绝对重力值  $g_{\text{EKF}}$  和  $g_{\text{Est}}$  在修正各项系统误差后与绝对重力模型 XGM2019 计算的结果进行对比的情况. 重力模型 XGM2019 是一个组合的全球重力场模型, 由度和阶 ( $d/o$ ) 高达 5399 的球面谐波表示, 对应于 2' (约 4 km) 的空间分辨率, 它使用卫星数据、地面重力网等多种数据源作为参考, 与之前的模型 (如 XGM2016, EIGEN6c4 或 EGM2008) 相比部分性能更优 [30]. 绝对重力数据与由重力模型计算的绝对重力值基本一致, 且比较吻合.

一般静态条件下, 原子重力仪的系统误差主要包括双光子光移、科里奥利力效应、拉曼光波前畸变等 [5,12,14,27,31], 除了双光子光移外, 系统误差的修正量为  $(41.2 \pm 11.4) \mu\text{Gal}$ . 由于动态条件下  $T$  较小, 双光子效应根据理论计算 [32], 评估的修正量约为  $(-2.738 \pm 0.262) \text{ mGal}$ . 动态航行条件下, 地球自转和船体运动会产生额外的垂向加速度干扰, 即 Eötvös 效应 [17,18,33], 该效应的项修量在  $-45.661 - 39.516 \text{ mGal}$  之间, 相应的不确定度为  $0.343 \text{ mGal}$ . 经评估, 船载原子绝对重力测量系统的总系统误差修正量基本介于  $-48.440 - 36.737 \text{ mGal}$  之间, 相应的不确定度为  $0.434 \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ).

将绝对重力值  $g_{\text{Est}}$  与重力模型计算的绝对重力值相减后得到了残差数据, 如图 8(c) 所示, 全部重力残差数据的均值为  $(0.8 \pm 10.8) \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ). 通过红色虚线标记的区间 1 和 4 所对应的平均船速约为  $22.6 \text{ km/h}$ , 相应的残差均值为  $(2.6 \pm 13.6) \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ); 区间 2 的平均船速是  $14.3 \text{ km/h}$ , 相应的残差均值为  $(3.4 \pm 15.3) \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ); 区间 3 的船速小于  $2.1 \text{ km/h}$ , 相应的残差均值为  $(-0.3 \pm 8.1) \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ). 重力模型 XGM2019 在海面、平原等地形平坦区具有相对较高的精度, 一般在几毫伽以内. 与重力模型的比较粗略反映了测量精度, 更精确的评估需要后续更多的动态测量实验来验证, 如与传统海洋重力仪的比对、交叉测点和重复测线等实验, 后续实验仍在开展之中. 相关的噪声也需要进一步分析, 从而进行改进以提升系统的整体测量性能.

目前, 限制船载绝对重力测量系统性能的主要因素有振动噪声、旋转噪声和探测噪声等. 由于加速度计的测量精度、灵敏度有限, 尚存在一定的残余噪声, 因此需要使用更高精度、更高性能的加速度计采集拉曼光反射镜的振动加速度信号. 为了维持重力传感器的水平状态, 惯性稳定平台的姿态需要实时调节, 实时的随机旋转也会引入测量噪声, 这需要通过合适的评估方法来处理这一部分噪声干扰. 由于测量环境恶劣, 原子数探测和计算的准确性也会引入一定的随机噪声, 需要通过软硬件结合的方式进行改进. 算法上, 振动噪声和探测噪声以外的其他残余噪声的影响没有较好的关系式或者统计上的方法进行分析和描述, 无法很好地将它们纳入到状态模型中, 只能进行整体上的考量, 这也是限制灵敏度提升的主要因素, 同时也是改进方

向之一. 上述内容也是接下来提升船载绝对重力测量系统性能的后续研究方向.

## 5 结 论

本文基于自主研发的船载冷原子干涉式绝对重力测量系统, 实现了海上不同航速条件下的动态绝对重力测量, 研究了基于 EKF 的动态数据处理方法. 为了抑制原子干涉条纹数据的残余噪声, 本文从算法角度出发引入了适用于该系统的 EKF 算法进行数据的处理. 与最小二乘余弦拟合的方法相比, EKF 算法可以将测量灵敏度从  $300.2 \text{ mGal/Hz}^{1/2}$  提升到  $136.8 \text{ mGal/Hz}^{1/2}$  ( $T = 4 \text{ ms}$ ). 因此, EKF 算法在使用合理评估的状态量噪声参数的条件下对重力测量的噪声有较好的抑制效果.

EKF 算法通过观测数据可以有效地追踪估计动态条件下的重力值. 同时, 以迭代的方式使采样率更高, 实时性更强. 通过 EKF 算法估计的绝对重力值的噪声水平较小, 而且与最小二乘法的余弦拟合结果的变化趋势基本一致, 证实了 EKF 算法对重力值的估计是可靠和准确的. 将修正各项系统效应后的绝对重力数据与由重力场模型 XGM2019 计算的结果进行了比较, 获得了航速  $22.6 \text{ km/h}$ ,  $14.3 \text{ km/h}$  和小于  $2.1 \text{ km/h}$  条件下残差的均值, 分别为  $(2.6 \pm 13.6) \text{ mGal}$ ,  $(3.4 \pm 15.3) \text{ mGal}$  和  $(-0.3 \pm 8.1) \text{ mGal}$ , 整体上所以残差数据的均值为  $(0.8 \pm 10.8) \text{ mGal}$  ( $k = 1$ ). 本文将 EKF 作为船载原子绝对重力测量系统的估计器, 为重力值的估计和重力测量噪声的抑制提供了一种有效的处理方法和新思路.

## 参考文献

[1] Kasevich M, Chu S 1992 *Appl. Phys. B:Photophys. Laser Chem.* **54** 321  
 [2] Peters A, Chung K Y, Chu S 2001 *Metrologia* **38** 25  
 [3] Bidet Y, Carraz O, Charriere R, Cadoret M, Zahzam N, Bresson A 2013 *Appl. Phys. Lett.* **102** 144107  
 [4] Ménoret V, Vermeulen P, Le Moigne N, Bonvalot S, Bouyer P, Landragin A, Desruelle B 2018 *Sci. Rep.* **8** 1  
 [5] Fu Z, Wang Q, Wang Z, Wu B, Cheng B, Lin Q 2019 *Chin. Opt. Lett.* **17** 011204  
 [6] Huang P W, Tang B, Chen X, Zhong J Q, Xiong Z Y, Zhou L, Wang J, Zhan M S 2019 *Metrologia* **56** 045012  
 [7] Jiang Z, Palinkas V, Arias F E, et al. 2012 *Metrologia* **49** 666  
 [8] Farah T, Guerlin C, Landragin A, Bouyer P, Gaffet S, Dos Santos F P, Merlet S 2014 *Gyroscopy and Navigation* **5** 266  
 [9] Gillot P, Francis O, Landragin A, Dos Santos F P, Merlet S

2014 *Metrologia* **51** L15  
 [10] Freier C, Hauth M, Schkolnik V, Leykauf B, Schilling M, Wziontek H, Scherneck H G, Müller J, Peters A 2016 *J. Phys. Conf. Ser.* **723** 012050  
 [11] Geiger R, Menoret V, Stern G, Zahzam N, Cheinet P, Battelier B, Villing A, Moron F, Lours M, Bidet Y, Bresson A, Landragin A, Bouyer P 2011 *Nat. Commun.* **2** 474  
 [12] Fu Z J, Wu B, Cheng B, Zhou Y, Weng K X, Zhu D, Wang Z Y, Lin Q 2019 *Metrologia* **56** 025001  
 [13] Wu X, Pagel Z, Malek B S, Nguyen T H, Zi F, Scheirer D S, Müller H 2019 *Sci. Adv.* **5** eaax0800  
 [14] Wu B, Zhou Y, Cheng B, Zhu D, Wang K N, Zhu X X, Chen P J, Weng K X, Yang Q H, Lin J H, Zhang K J, Wang H L, Lin Q 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 060302 (in Chinese) [吴彬, 周寅, 程冰, 朱栋, 王凯楠, 朱欣欣, 陈佩军, 翁堪兴, 杨秋海, 林佳宏, 张凯军, 王河林, 林强 2020 物理学报 **69** 060302]  
 [15] Wu S, Feng J, Li C, Su D, Wang Q, Hu R, Mou L 2021 *J. Geod.* **95** 63  
 [16] Cheng B, Zhou Y, Chen P J, Zhang K J, Zhu D, Wang K N, Weng K X, Wang H L, Peng S P, Wang X L, Wu B, Lin Q 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 040304 (in Chinese) [程冰, 周寅, 陈佩军, 张凯军, 朱栋, 王凯楠, 翁堪兴, 王河林, 彭树萍, 王肖隆, 吴彬, 林强 2021 物理学报 **70** 040304]  
 [17] Bidet Y, Zahzam N, Bresson A, Blanchard C, Cadoret M, Olesen A V, Forsberg R 2020 *J. Geod.* **94** 20  
 [18] Bidet Y, Zahzam N, Blanchard C, Bonnin A, Cadoret M, Bresson A, Rouxel D, Lequentrec-Lalancette M F 2018 *Nat. Commun.* **9** 627  
 [19] Merlet S, Le Gouet J, Bodart Q, Clairon A, Landragin A, Dos Santos F P, Rouchon P 2009 *Metrologia* **46** 87  
 [20] Reif K, Gunther S, Yaz E, Unbehauen R 1999 *IEEE Trans. Autom. Control* **44** 714  
 [21] Kappl J J 1971 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **aes-7** 79  
 [22] Sastry V A, Noton A R M 1971 *IEEE Trans. Autom. Control* **16** 260  
 [23] Canciani A, Raquet J 2012 *Proceedings of the 2012 International Technical Meeting of The Institute of Navigation*, 2012 pp151–185  
 [24] Tenmstedt B, Schön S 2021 *Proceedings of 28th St. Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems*, 2021  
 [25] Jiménez-Martínez R, Kołodyński J, Troullinou C, Lucivero V G, Kong J, Mitchell M W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 040503  
 [26] Cheiney P, Fouche L, Templier S, Napolitano F, Battelier B, Bouyer P, Barrett B 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 034030  
 [27] Wu B, Zhu D, Cheng B, Wu L, Wang K, Wang Z, Shu Q, Li R, Wang H, Wang X, Lin Q 2019 *Opt. Express* **27** 11252  
 [28] Wu B, Cheng B, Fu Z-J, Zhu D, Zhou Y, Weng K X, Wang X L, Lin Q 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 190302 (in Chinese) [吴彬, 程冰, 付志杰, 朱栋, 周寅, 翁堪兴, 王肖隆, 林强 2018 物理学报 **67** 190302]  
 [29] Cheinet P, Canuel B, Dos Santos F P, Gauguier A, Yver-Leduc F, Landragin A 2008 *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **57** 1141  
 [30] Zingerle P, Pail R, Gruber T, Oikonomidou X 2020 *J. Geod.* **94** 1  
 [31] Zhu D, Zhou Y, Wu B, Weng K, Wang K, Cheng B, Lin Q 2021 *Appl. Opt.* **60** 7910  
 [32] Gauguier A, Mehlstäubler T E, Lévêque T, Gouët J L, Chaïbi O, Canuel B, Clairon A, Santos F P D, Landragin A 2008 *Phys. Rev. A* **78** 4702  
 [33] Baumann H, Klingele E E, Marson I 2012 *Geophys. Prospect.* **60** 361

# Data processing of shipborne absolute gravity measurement based on extended Kalman filter algorithm<sup>\*</sup>

Zhu Dong   Xu Han   Zhou Yin   Wu Bin<sup>†</sup>   Cheng Bing   Wang Kai-Nan  
Chen Pei-Jun   Gao Shi-Teng   Weng Kan-Xing   Wang He-Lin  
Peng Shu-Ping   Qiao Zhong-Kun   Wang Xiao-Long   Lin Qiang<sup>‡</sup>

(*Zhejiang Provincial Key Laboratory of Quantum Precision Measurement, College of Science,  
Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China*)

( Received 10 January 2022; revised manuscript received 14 March 2022 )

## Abstract

The precision dynamic measurement of absolute gravity based on the cold atom interferometer can provide a new method for marine gravimetry, so that it has attracted more attention. Based on the homemade shipborne cold atom interferometric absolute gravity measurement system, we carry out a series of measurement experiments in a certain area of the South China Sea. Under dynamic conditions, the suppression of measurement noise is essential for the improvement of the measurement performance. According to the physical model of the measurement system, in this paper a data processing method is proposed based on the extended Kalman filter algorithm for the absolute gravity dynamic measurement. The observed atomic interference fringe data are filtered in the time domain to estimate the absolute gravity value. Based on this processing method, the sensitivity of absolute gravity measurement under the condition of ship speed less than 2.1 km/h is improved from 300.2 mGal/Hz<sup>1/2</sup> to 136.8 mGal/Hz<sup>1/2</sup> ( $T = 4$  ms). Comparing the processed data with the data calculated from the earth gravity model (XGM2019), it is found that both of the data are in good agreement. These results confirm the effectiveness of the data processing method proposed in this paper, and provide a new processing method of suppressing the measurement noise of shipborne cold atom interferometric absolute gravity measurement system.

**Keywords:** cold atomic gravimeter, absolute gravity measurement, atomic interferometer, data analysis

**PACS:** 37.25.+k, 91.10.-v, 67.85.-d, 07.05.Kf

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220071

---

\* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2017YFC0601602), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 51905482, 61727821, 61875175, 11704334), the China Aero Geophysical Survey and Remote Sensing Center for Natural Resources Program (Grant No. DD20189831), the Experiments for Space Exploration Program and the Qian Xuesen Laboratory, China Academy of Space Technology (Grant No. TKTSPY-2020-06-01).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wubin@zjut.edu.cn](mailto:wubin@zjut.edu.cn)

<sup>‡</sup> Corresponding author. E-mail: [qlin@zjut.edu.cn](mailto:qlin@zjut.edu.cn)