



## 程能映射下配光平移群的深度神经网络实现

张航 胡月姣 陈嘉文 修龙汪

## Realization of translation group in optical design with deep neural network under eikonal-energy mapping

Zhang Hang Hu Yue-Jiao Chen Jia-Wen Xiu Long-Wang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 134201 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220178

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220178>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 基于深度神经网络的时空编码磁共振成像超分辨率重建方法

Super-resolved reconstruction method for spatiotemporally encoded magnetic resonance imaging based on deep neural network

物理学报. 2022, 71(5): 058702 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211754>

#### 基于自由曲面的高倍率广角显微目镜设计

Design of microscope eyepiece with high magnification and wide field of view based on freeform surface

物理学报. 2020, 69(9): 094201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191828>

#### 利用神经网络识别高分子链在表面的吸附相变

Recognition of adsorption phase transition of polymer on surface by neural network

物理学报. 2019, 68(20): 200701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190643>

#### 基于深度卷积神经网络的大气湍流相位提取

Extracting atmospheric turbulence phase using deep convolutional neural network

物理学报. 2020, 69(1): 014209 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190982>

#### 贝叶斯深度神经网络对于核质量预测的研究

Prediction of unknown nuclear stability by Bayesian deep neural network

物理学报. 2022, 71(10): 102101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212387>

#### $\text{NbO}_x$ 忆阻神经元的设计及其在尖峰神经网络中的应用

Design of  $\text{NbO}_x$  memristive neuron and its application in spiking neural networks

物理学报. 2022, 71(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220141>

## 程能映射下配光平移群的深度神经网络实现\*

张航† 胡月姣 陈嘉文 修龙汪

(浙江工业大学理学院, 杭州 310023)

(2022年1月25日收到; 2022年3月17日收到修改稿)

以能量控制为目标的非成像光学设计在光电领域有着广泛的应用, 由光源、光学器件和目标面三者组成的非成像光学系统可用一个配光方程来描述. 给定光源和目标光斑, 求解配光方程可得相应的光学表面. 如果光源不变而目标光斑仅在目标面上发生移动, 此时光学表面就得做出相应的变换, 这种变换可由一个配光平移群来刻画. 通过引入具有单调性质的光程常数与能量之间的映射关系, 并利用深度神经网络拟合构建了配光平移变换群. 以均匀方斑为例, 利用程能映射之一的支撑椭流面法生成训练样本数据, 通过对深度神经网络进行多维度调参和训练, 实现配光平移群的学习. 光学仿真结果表明深度神经网络对配光平移群表达具有误差小和速度快的优点, 在一定程度上实现了非成像光学设计的智能化.

**关键词:** 非成像光学设计, 自由曲面, 深度神经网络, 程能映射

**PACS:** 42.15.-i, 42.15.Eq

**DOI:** 10.7498/aps.71.20220178

## 1 引言

基于自由曲面的非成像光学被广泛地应用于基础研究与产业应用中<sup>[1]</sup>, 如: 激光光束整形、机器视觉照明、光学深度传感和光波导耦合等. 非成像光学设计本质上是基于一个已知光源和目标面光分布求光学器件几何表面的逆问题, 对于不具有对称性的自由目标光分布, 对应光学器件的表面一般为自由曲面<sup>[2]</sup>. 非成像光学设计方法主要分为3类: 优化法、代数法和几何法. 优化法的中心思想是将自由曲面由优化变量表征, 在设计过程中不断调整优化变量, 使得其评价函数值达到所需评价标准, 进而满足所需照明设计要求. 代数法主要是根据 Snell 定律和能量守恒定律为中心思想, 构建光源与目标面之间的映射关系, 这种映射关系通常可以用数学方程来表示. 通过求解数学方程, 得到自由曲面参数, 如常微分方程方法<sup>[3]</sup>、同步多表面设计方

法<sup>[4]</sup>、剪裁法<sup>[5]</sup>及求解 Monge-Ampère(MA) 方程<sup>[6-8]</sup>等. Chang 等<sup>[6]</sup>通过求解二阶 MA 型偏微分方程设计了双自由曲面, 实现了具有指定光照模式的任意输出波前. 几何法的主要思想是借助几何曲面的内蕴性质, 根据能量守恒关系将一个预定照明问题用一组子面来离散化, 最后由该组曲面片的包络面来确定自由曲面的解, 如 Olikier 等<sup>[9]</sup>提出的支撑二次曲面法 (supporting quadratic method, SQM). 这类方法的关键在于建立起所有子面的光程常数分布  $K$  与目标面上照度分布  $E$  之间具有单调性映射关系 (简称程能映射, 或 KE 映射). 简单分析可知, SQM 是程能方法在仅有单一待求自由光学曲面下的特例. 在目标离散光分布的优化过程中, 光程常数阵列中各元素之间存在异常复杂的竞争关系, 导致难以解析求解, 通常需要借助优化算法来求解, 而深度学习是一种性能优越的寻优工具.

深度神经网络 (deep neural networks, DNN) 采用多层非线性网络层叠加而成, 利用数据集对神

\* 国家自然科学基金 (批准号: 62075197) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: physzhang@zjut.edu.cn

神经网络进行训练, 可以逐层变换和学习样本空间的特征值, 对逆问题的求解具有良好的适应性<sup>[10,11]</sup>. 在成像光学领域, 如超分辨率图像重构<sup>[12]</sup>、光学表面杂质检测<sup>[13]</sup>、纳米图像配准方法<sup>[14]</sup>和计算成像<sup>[15]</sup>等方面已经得到应用, 而在非成像光学领域则尚在探索之中.

从一般非成像光学系统出发建立了基础配光方程, 针对光斑平移情况导出了平移配光方程, 并引入配光平移群来描述配光平移算符集合. 为了满足群的构成条件, 引入程能映射关系来保证平移配光方程解的唯一性, 进一步推导出 SQM 下的配光方程和  $\mathbf{K}$  空间里的配光平移变换群. 接着引入 DNN 来拟合 KE 映射和平移操作, 完成平移配光方程的求解, 获得相应的自由光学曲面 (DNN-KE 方法). 以均匀方斑为例, 利用 SQM 方法之一的支撑椭流面法 (supporting ellipsoid method, SEM) 生成样本数据, 通过对 DNN 进行多维度调参和训练, 实现了平移均匀方斑的配光设计. 光学仿真结果表明 DNN 生成的光学表面产生离散光分布与标准光分布之间的误差很小, 均在  $10^{-3}$  量级内, 说明 DNN-KE 方法成功实现了配光平移群的构建.

## 2 原理与方法

### 2.1 配光方程

一个非成像光学系统包含光源、光学面和目标分布 3 个要素. 光源发出的光线经过光学表面的光学作用投射到目标面形成特定的光强分布, 这个过程通常可以表示为配光方程<sup>[16]</sup>:

$$E(u, v) = \Gamma I(\theta, \phi), \quad (1)$$

式中,  $\Gamma$  是光学算子, 将点光源的光强角分布  $I(\theta, \phi)$  映射到目标面空间  $\mathbf{r}(u, v)$  形成照度分布  $E(u, v)$ . 在连续渐变介质中,  $\Gamma$  由光迹方程决定, 而在分区均匀介质中,  $\Gamma$  通常表现为反射、折射或直线传播, 可以展开表示成:

$$\Gamma = \Gamma(n_1, S_1, n_2, S_2, \dots, S_{(N-1)}, n_N), \quad (2)$$

这里,  $n_i$  为第  $i$  个介质的折射率,  $S_i$  是第  $i$  个光学面,  $S_1$  和  $S_{N-1}$  分别靠近光源和目标面.

在一般照明问题中, 整个光学系统沉浸在空气中, 仅需 1 个反射器 (1 个光学面) 或 1 个透镜 (两个光学面) 即可实现多数配光任务. 在反射情形下, 只有单一空气介质, (2) 式可简化成

$$\Gamma = \Gamma(S), \quad (3)$$

式中,  $S$  是反射面. 在光学曲面  $S$  上自然标架场中反射算子为

$$\Gamma' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

具有反对称性. 在全局坐标系中, 反射算子  $\Gamma$  可以由  $\Gamma'$  具体表示为

$$\Gamma = \mathbf{A}^{-1} \Gamma' \mathbf{A}, \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{A}$  是全局坐标到  $S$  上自然标架的坐标变换,  $\mathbf{A}^{-1}$  是  $\mathbf{A}$  的逆. 将 (3) 式代入方程 (1) 可得单个反射面情形的配光方程

$$E(u, v) = \Gamma(S) I(\theta, \phi), \quad (6)$$

求解方程 (6) 是个逆问题, 即已知光源和目标光分布求  $S$ . 如果目标光分布  $E(u, v)$  是任意分布, 不带任何对称性, 这个逆问题的解析求解是非常困难的, 且  $S$  会是个自由曲面.

### 2.2 配光平移群

在实际应用中常会碰到光源的位置和朝向均保持不变, 自由曲面中心位置也不变, 并保持光斑形态不变, 仅要求光斑位置发生移动的情况. 如果按传统方法就得从头重新设计, 形成重复性工作, 降低了设计效率. 为了讨论方便, 设目标面为平面, 并引进群概念来描述配光方程中光学算子集合.

在目标平面里, 光分布  $E(u, v)$  简化为笛卡尔坐标下的  $E(x, y)$ . 通常  $E(x, y)$  具有某种特定的照度分布模式, 如均匀方斑. 当光源参数不变而光斑  $E(x, y)$  在目标面上作平移  $\Delta = (\delta x, \delta y)$  后成为新光斑  $E^\Delta(x, y) = E(x - \delta x, y - \delta y)$ , 此时反射面  $S$  也同步形变成  $S^\Delta$  以遵守配光方程. 因光斑平移而引起光学面从  $S$  到  $S^\Delta$  的变换用一个配光平移算符表示:  $\Lambda = \Lambda(\Delta)$ . 这样方程 (6) 就改为平移配光方程:

$$E^\Delta(x, y) = \Gamma(S^\Delta) I(\theta, \phi), \quad (7)$$

其中,  $\Gamma(S^\Delta)$  是平移后的反射算子, 可表示为

$$\Gamma(S^\Delta) = \Lambda(\Delta) \Gamma(S), \quad (8)$$

这里的  $\Delta \in \mathbb{R}^2$ , 也就是光斑可以在目标面上任意平移, 理论上所有的  $\Lambda(\Delta)$  构成了一个群  $G_\Lambda$ , 称之为配光平移群.

以一维平移操作为例简单讨论一下  $G_\Lambda$  满足群的 4 个条件<sup>[17,18]</sup>: 1)  $\Lambda(0)$  就是群  $G_\Lambda$  的幺元, 其物理

意义是光斑没有发生移动; 2)  $A(-\delta x)A(\delta x) = A(0)$ , 所以  $A(-\delta x)$  就是  $A(\delta x)$  的逆元; 3) 由于  $\delta x \in \mathbb{R}^1$ , 群  $G_A$  的封闭性是显而易见的; 4) 可以由方程 (7) 求解的唯一性保证满足结合律:  $(A(\delta x_1)A(\delta x_2))A(\delta x_3) = A(\delta x_1)(A(\delta x_2)A(\delta x_3))$ . 一般情况下方程 (7) 的解不是唯一的, 但其唯一性可以通过能映射来实现.

### 2.3 程能映射

如果配光系统中只有一个待求光学曲面, 则程能映射就可以由 SQM 良好表达, 当然也不限于 SQM 一种方法. SQM 是非成像光学中能实现任意目标光分布的配光设计方法之一, 而 SEM 是一种适用于自由反射面设计的 SQM. SEM 的工作原理是将目标光分布离散化成像素阵列  $T$  处理, 再利用椭球面的双焦点特性建立像素与光源的映射关系, 形成一个由椭球常数 (光程常数) 阵列决定的支撑椭球面, 然后通过调节光程阵列的分布实现各个像素上光通量的改变, 最后由迭代优化实现特定的目标光分布  $E$ , 如图 1 所示.

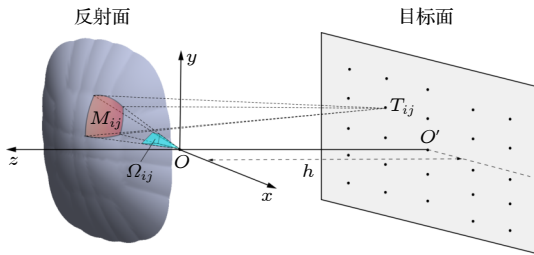


图 1 SEM 方法示意图  
Fig. 1. Schematic of SEM.

由于这些椭球面具有光学反射作用, 通过拓展流线概念而称之为‘椭流面’, 以区别于纯粹几何学意义的椭球面. 当离散像素规模 (也就是  $K$  的规模) 趋于无穷时, 目标光斑就由离散光点变成了连续分布的光斑, 鳞甲反射面也过渡到光滑表面. 在 SEM 中, 如果设置光程阵列中某一个光程值固定不变, 则对应于一个特定目标光分布的光程阵列是唯一的, 这点已在数值仿真层面得到验证.

根据 SEM 的工作原理, 配光方程 (6) 可改写为

$$E_{ij} = \iint_{\Omega_{ij}} I(\theta, \phi) d\Omega, \quad (9)$$

式中,  $E_{ij}$  是  $T$  中第  $(i, j)$  个像素上的光通量,  $\Omega_{ij}$  是第  $(i, j)$  个曲面片  $M_{ij}$  对光源的立体角子域. 另外,

根据理想光效要求, (9) 式还需满足能量守恒

$$\sum_{i,j} E_{ij} = \iint_{2\pi} I(\theta, \phi) d\Omega, \quad (10)$$

其中, 考虑了在一般照明问题中光源的最大立体角域为半空间  $2\pi$ . 这里的  $M_{ij}$  均为椭球面片. 任一椭流面  $M_{ij}$  是由对应的椭球常数和两个焦点位置所确定, 因此可表示为

$$M_{ij} = M(K_{ij}, O, T_{ij}), \quad (11)$$

式中,  $K_{ij}$  为  $M_{ij}$  的椭球常数,  $O$  是光源所在位置 (一般为坐标原点),  $T_{ij}$  为第  $i$  行第  $j$  列个像素所在的位置. 这样求  $M$  的问题就转变为求  $K$  了, 所以 SEM 就是在已知目标照度  $E$  和光源光强分布  $I(\theta, \phi)$  并满足条件方程 (10) 下根据方程 (9) 求  $M$  或  $K$ . 由于 (9) 式和 (10) 式都是复杂的积分方程, 直接求解存在很大难度, 一般采用数值优化算法来解决, 如遗传算法、牛顿最速法和区间收缩法等.

在 SEM 中, (8) 式就改写为

$$K^\Delta = A(\Delta) K, \quad (12)$$

这里的  $K$  具有双重含义, 既表示构造了光学表面的光程常数阵列, 又表示实现光线反射的光学作用.

### 2.4 DNN-KE 方法

SEM 为每一个反射子面建立光源到目标点的一一映射关系, 通过相邻  $K$  的迭代调整使目标点能量满足预设条件, 但这种迭代效率不高, 为此引入 DNN 与 SEM 结合的 DNN-KE 设计方法. DNN-KE 方法利用 DNN 优秀的非线性表达能力实现 KE 映射关系的拟合, 即从点阵  $T$  上的照度分布  $E$  直接预测出相应的  $K$ , 从而快速生成所需的自由曲面. DNN-KE 方法采用成熟的 Python+TensorFlow 方案作为深度学习框架 [19], 如图 2 所示.

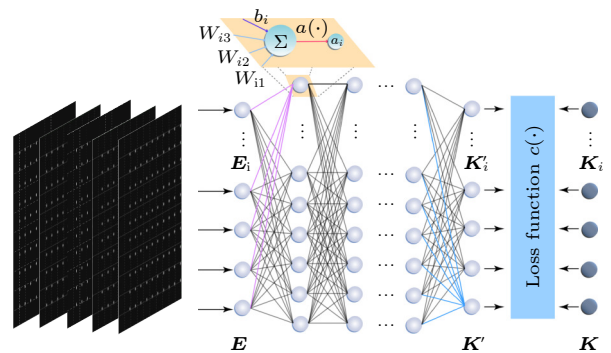


图 2 DNN-KE 方法示意图

Fig. 2. Schematic of DNN-KE method.

利用 TensorFlow 构建 1 个特定超参数的 DNN, 通过将不同样本 KE 映射关系中成对的  $\{E, K\}$  作为 DNN 的训练样本. 训练时, 样本中的  $E$  输入到 DNN 的输入层, 经过逐层处理后在输出层给出预测的  $K'$ . 此时的  $K'$  与样本中对应的  $K$  之间会存在着偏差, 可由损失 (代价) 函数  $C(K, K')$  来表示:

$$C(K, K') = \text{MSE}(K, K') = \frac{1}{MN} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (K_{i,j} - K'_{i,j})^2, \quad (13)$$

式中,  $M$  和  $N$  是二维离散化规模. 有了损失函数值, BP(back propagation) 算法就可以反向更新 DNN 各层神经元的权重和偏置等参数, 通过反复训练降低损失函数值至预定的收敛条件, 使 DNN 很好地拟合了 KE 映射关系, 并得到构建光学表面所需的  $K$ .

DNN-KE 算法原则上可以实现任意光分布的光学表面求解, 但需要海量的训练数据和计算条件做支撑. 以  $M = N = 10$  和 8 级灰度为例, 光分布的状态总数为  $2^{300}$ , 这是个天文数字的搜索空间, 因此 DNN-KE 算法实现任意光分布的配光设计尚存在较大的困难. 如果将搜索空间缩小到固定图案光斑的配光平移群, 则 DNN-KE 算法是可行的.

### 3 仿真与分析

#### 3.1 光学场景

光斑平移的光学场景如图 3 所示, 水平放置的目标面平行于光源的发光面, 朗伯型点光源位于目标面上方 400 mm 处, 在目标面上投射出尺寸为 400 mm × 400 mm 的均匀光斑, 然后逐渐作向右平移, 最大平移范围为 40 mm, 整个平移过程中方斑的照度均匀度保持在 0.9 以上.

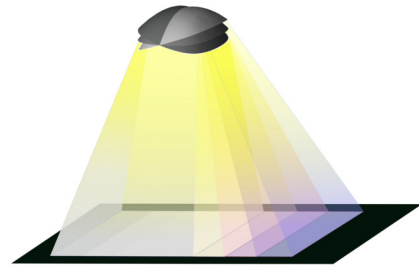


图 3 方斑平移光学场景图

Fig. 3. Optical diagram of square spot shift.

为了适当降低计算量, 点阵  $T$  的规模大小设为  $10 \times 10$  时, 通过采用基于负反馈机制的区间收缩法迭代优化出方斑对应的光程常数阵列  $K$ , 期间保持  $K_{5,5} = 420$  mm 不变. 图 4 为  $\delta x = 0$  时的光分布情况: 图 (a) 是标准均匀光通量分布  $E_s$ , 所有格点光通量为  $\Phi/100$ ,  $\Phi$  是光源发出的总光通量; 图 (b) 是由区间收缩法所得  $K$  生成光学表面后仿真得到的归一化光通量分布  $E'$ , 可以看到  $E'$  与  $E_s$  具有非常好的一致性; 图 (c) 是对图 (b) 中所得的鳞甲光学表面进行光滑化处理后光学仿真所得的均匀光斑. 目标面在离散化处理下, 由 SEM 所得的鳞甲光学表面是不光滑的, 实现目标光斑的连续分布有两条途径: 1) 不断增大离散规模; 2) 求鳞甲光学面的包络面. 图 4(c) 中采用的是后者.

图 4 中的 (b) 和 (c) 表明离散光通量分布和连续光通量分布在照度均匀性上具有良好的 consistency, 因此后面仅讨论光斑的离散分布情况, 这样处理可以最大程度规避光学仿真软件的调用, 实现在  $K$  空间上讨论配光平移群.

#### 3.2 网络训练

在上述光学场景下, 通过 SEM 算法可以得到相应平移位置上的  $E$  和  $K$  数据样本, 并作为 2.4 节中

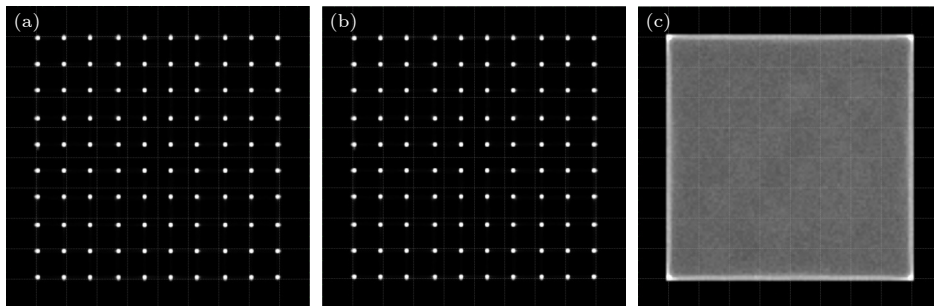


图 4 均匀方斑光分布 (a) 目标分布; (b) 仿真分布; (c) 光滑化分布

Fig. 4. Flux distribution of uniform square spot: (a) Original target; (b) simulation; (c) smooth spot.

DNN 训练集样本. 为了提高神经网络的收敛性能, TensorFlow 中的样本数据需要进行线性归一化处理:

$$\tilde{\chi} = \frac{\chi - \min(X)}{\max(X) - \min(X)}, \quad (14)$$

这里,  $X$  代表  $\mathbf{E}$  或者  $\mathbf{K}$ ,  $\chi$  是  $\mathbf{E}$  或  $\mathbf{K}$  中的元素.

一个完整 DNN 网络模型由参数和超参数共同决定. 参数是可以通过优化算法进行学习的, 如: 权重和偏置等; 超参数是用来定义模型结构或优化策略的, 如: 网络形状、网络层数、隐藏层规模、优化器、激活函数、损失函数和学习率等. 经过反复探索, DNN-KE 算法中的 DNN 超参设定如下: 网络形态为直筒型, 网络层数为 5, 层规模为 256, 激活函数选用 ReLU 和 TanH, 优化器选用 ADAM, 学习率为 0.005, 损失函数由 (13) 式给定.

DNN 的网络超参确定之后就可以输入样本数据进行训练. 样本数据由标准均匀方斑数据  $\mathbf{E}_s$  和偏移量  $\Delta$  共同构成, 样本集中 5 个样本的  $y$  偏移量  $\delta y \equiv 0$ ,  $x$  偏移量分别为  $\delta x = id$ , ( $i = 0, 2, 4, 6, 8$ ), 其中  $d = 5$  mm, 并保证所有样本光学仿真的离散光通量均匀度都高于 0.9. 网络训练的收敛条件为:  $C(\mathbf{K}, \mathbf{K}') < 1.0 \times 10^{-3}$ . DNN 训练完成后就可进行预测和检验.

### 3.3 平移仿真

为了检验 DNN 的学习能力, 简单生成 9 个检验样品, 其  $x$  平移距离分别为  $\delta x = id$ , ( $i = 0, 1, \dots, 8$ ),  $d = 5$  mm, 其中  $i$  为偶数的 5 个检验样本属于训练样本集, 剩余 4 个则不在训练集之中. 将 9 个检验样品输入训练好的 DNN 中输出 9 个

预测的  $\mathbf{K}^i$ , 再对  $\mathbf{K}^i$  作逆归一化处理, 然后由这些  $\mathbf{K}^i$  生成相应的光学表面导入光学软件中, 仿真结果如图 5 所示, 各个子图的标号就是序号 ( $i$ ). 可以看到各个子图中点阵清晰规整, 大小一致, 亮度均匀, 且偏移准确. 初步表明 DNN 实现了目标偏移范围内配光平移群的功能.

### 3.4 误差分析

为进一步考察 DNN 预测功能的准确度, 生成了 21 个检验样品, 其  $\delta y \equiv 0$ ,  $x$  平移距离分别为  $\delta x = id$ , ( $i = 0, 1, \dots, 20$ ),  $d = 2$  mm, 其中  $i$  被 5 整除的检验样本属于训练样本集, 剩余 16 个则是插值样本. 方法同前, 仿真结果如图 6 所示. 这里的误差计算采用 (13) 式定义的 MSE 函数:  $\text{Err} = \text{MSE}(\mathbf{E}_s, \mathbf{E}')$ , 其中  $\mathbf{E}'$  是仿真光分布, 可以是 DNN 产生的  $\mathbf{E}^{\Delta_i}$ , 也可以是训练集中的  $\mathbf{E}$ , 两者分别用  $\text{Err}_{\text{DNN}}$  和  $\text{Err}_{\text{train}}$  表示. 此二者之间的 MSE 偏差计算则需要先对  $\text{Err}_{\text{train}}$  曲线插值处理以适配  $\text{Err}_{\text{DNN}}$  规模.

由图 6 可见, DNN 生成的光学表面产生离散光分布  $\mathbf{E}^{\Delta_i}$  与标准光分布  $\mathbf{E}_s$  之间的误差很小, 均在  $10^{-3}$  量级内. 尤其在训练集样本所在位置  $\text{Err}_{\text{DNN}}$  和  $\text{Err}_{\text{train}}$  几乎重合, 在其他插值位置上  $\text{Err}_{\text{DNN}}$  和  $\text{Err}_{\text{train}}$  之间的 MSE 偏差也在  $10^{-5}$  量级内, 这说明 DNN-KE 方法较好地表达了配光平移群.

另外还可看到, 随着偏移量的增加, 误差逐渐增大, 这是由光斑偏移导致  $\mathbf{K}$  的搜索区间增大产生的, 可以通过增加训练集样本和提高训练过程中的收敛精度等方法加以抑制.

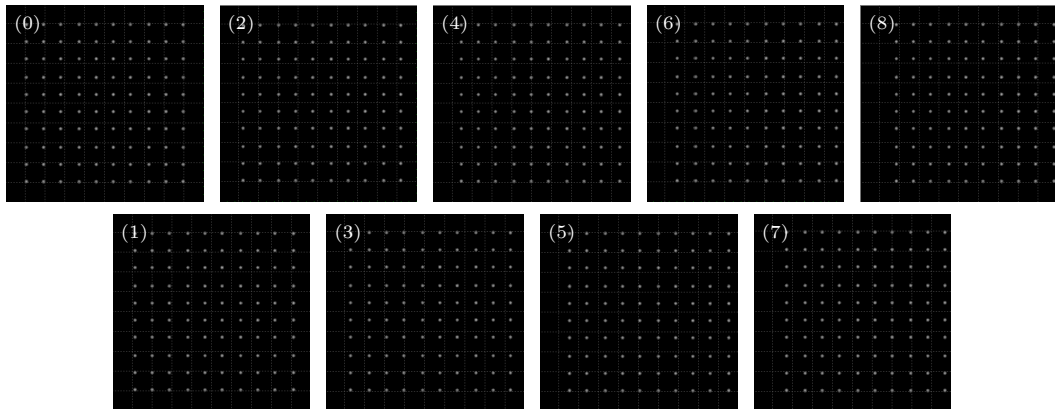


图 5 DNN 生成的平移光斑:  $\Delta = [i d, 0]$ ,  $i$  为子图号

Fig. 5. The shift spot generated by DNN:  $\Delta = [i d, 0]$ ,  $i$  is the number of subfigure.

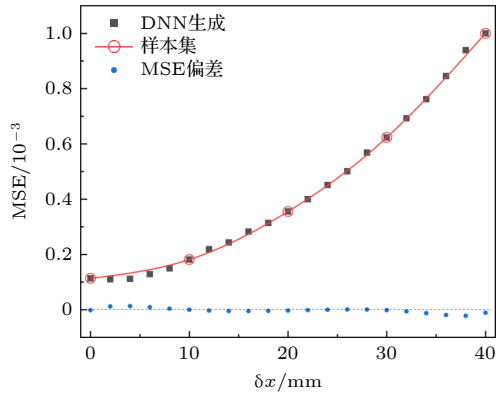


图 6 平移光斑的误差

Fig. 6. Error of the shift spots.

## 4 结 论

由基础配光方程出发推导了空气中单一反射面的配光方程, 又针对光斑平移情况导出了平移配光方程, 引入配光平移群来描述所有配光平移算符, 接着讨论了平移配光方程解程能映射下的唯一性问题, 进一步推导出  $\mathbf{K}$  空间里的配光平移群. 通过 DNN 来拟合 KE 映射和平移操作, 完成平移配光方程的求解. 然后以均匀方斑为例, 利用 SEM 生成样本数据, 完成对 DNN 进行多维度调参和训练, 实现平移均匀方斑的配光设计. 光学仿真结果表明 DNN-KE 算法对配光平移群表达具有误差小, 速度快的优势, 说明 DNN-KE 方法成功实现了配光平移群的构建, 对智能化非成像光学设计具有指导意义.

## 参考文献

- [1] Fang F Z, Zhang N, Zhang X D 2016 *Adv. Opt. Techn.* **5** 303
- [2] Wu R M, Feng Z X, Zheng Z R, Liang R G, Benítez P, Miñano J C, Duerret F 2018 *Laser Photonics Rev.* **12** 1700310
- [3] Newman J N 2020 *Appl. Ocean Res.* **94** 101973
- [4] Mendes-Lopes J, Benítez P, Miñano J C, A Santamaría 2016 *Opt. Express.* **24** 5584
- [5] Ries H, Muschaweck J 2002 *J. Opt. Soc. Am. A.* **19** 590
- [6] Chang S Q, Wu R M, An L, Zheng Z R 2016 *J. Opt.* **18** 125602
- [7] Gutiérrez C E, Pallucchini L 2018 *J. Opt. Soc. Am.* **35** 1523
- [8] Ma Y F, Zhang H, Su Z Y, He Y, Xu L, Liu X, Li H F 2015 *Appl. Opt.* **54** 4503
- [9] Olikier V 2017 *Opt. Express.* **25** A58
- [10] Doskolovich L L, Moiseev M A, Bezus E A, Olikier V 2015 *Opt. Express.* **23** 19605
- [11] Lucas A, Iliadis M, Molina R, Katsaggelos A K 2018 *IEEE Signal Proc. Mag.* **35** 20
- [12] Goodfellow I, Bengio Y, Courville A 2016 *Deep learning* (Cambridge: MIT) pp167–227
- [13] Zhang Y, Zhang Y B, Chen L 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 168702 (in Chinese) [张瑶, 张云波, 陈立 2021 物理学报 **70** 168702]
- [14] Su B, Tao F, Li K, Du G H, Zhang L, Li Z L, Deng B, Xie H L, Xiao T Q 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 160704 (in Chinese) [苏博, 陶芬, 李可, 杜国浩, 张玲, 李中亮, 邓彪, 谢红兰, 肖体乔 2021 物理学报 **70** 160704]
- [15] Wang F, Wang H, Bian Y M, Situ G H 2020 *Acta Opt. Sin.* **40** 0111002 (in Chinese) [王飞, 王昊, 卞耀明, 司徒国海 2020 光学学报 **40** 0111002]
- [16] Zhang H, Yan J H 2016 *Nonimaging Optical Design* (Beijing: Science Press) pp7–12 (in Chinese) [张航, 严金华 2016 非成像光学设计 (北京: 科学出版社) 第7–12页]
- [17] Jeevanjee N 2011 *An Introduction to Tensors and Group Theory for Physicists* (New York: Springer Press) p87–96
- [18] Ma Z Q 2003 *Group in Physics* (Beijing: Science Press) p27–32 (in Chinese) [马中骥 2003 物理学中的群论 (北京: 科学出版社) 第27–32页]
- [19] Zins P, Dagenais M 2019 *Int. J. Parallel Prog.* **47** 973

# Realization of translation group in optical design with deep neural network under eikonal-energy mapping\*

Zhang Hang<sup>†</sup> Hu Yue-Jiao Chen Jia-Wen Xiu Long-Wang

(*Science College, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310023, China*)

( Received 25 January 2022; revised manuscript received 17 March 2022 )

## Abstract

Nonimaging optical design aiming at energy control has wide applications in optoelectronics. A nonimaging optical system is composed of a light source, optical components, and a target screen, and can be described by an equation named light taming equation(LTE). Given the light source and prescribed target spot, the required freeform surfaces of the optical component can be obtained by solving the LTE. If the light source profile does not change, the optical surface will make some suitable morphs when the target spot translates on the screen, and these morph operators can well be described by the group theory.

The basic LTE is established for a normal nonimaging optical system, which is to design an optical element for redirecting the light from the source so that a prescribed light distribution is generated on a given target. A translation light taming equation(T-LTE) is derived for the case of only spot translating on the target screen, and an optical translation group(OTG) is introduced for describing all of the morph operators of the optical surface caused by light spot translation. There are multiple solutions for the same T-LTE, but the uniqueness of the T-LTE solution is necessary for OTG. Fortunately, the eikonal-energy(KE) mapping method can guarantee the uniqueness of the T-LTE solution, where  $K$  is the optical path length. The supporting quadric method(SQM) is one of the KE mapping methods when the nonimaging optical system has only one optical surface to be resolved. The LTE with SQM is deduced, and the OTG can be discussed in  $K$ -space. A deep neural network(DNN) is introduced to fit the KE mapping and spot translating operators to obtain the required optical surface. Taking the uniform square spot for example, the SQM generates the sample data of spot translation to train the DNN. The optical simulation results show that the error between the light distribution generated by the DNN and the standard uniform square spot is small, all on the order of  $10^{-3}$ , which indicates that the DNN and KE mapping method have successfully realized the function of the OTG. The results are of guiding significance in implementing the intelligent nonimaging optical design.

**Keywords:** nonimaging optical design, freeform surface, deep neural network, eikonal-energy mapping

**PACS:** 42.15.-i, 42.15.Eq

**DOI:** [10.7498/aps.71.20220178](https://doi.org/10.7498/aps.71.20220178)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62075197).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [physzhang@zjut.edu.cn](mailto:physzhang@zjut.edu.cn)