



二维材料平带的实现及其新奇量子物态

张若寒 任慧莹 何林

Flat bands and related novel quantum states in two-dimensional systems

Zhang Ruo-Han Ren Hui-Ying He Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 127302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220225

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220225>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

平带光子微结构中的新颖现象:从模式局域到实空间拓扑

Novel phenomena in flatband photonic structures: from localized states to real-space topology

物理学报. 2020, 69(15): 154207 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200384>

掺杂维度和浓度调控的 δ 掺杂的La:SrTiO₃超晶格结构金属-绝缘体转变

Tuning metal-insulator transition in δ -doped La:SrTiO₃ superlattice by varying doping dimensionality and concentration

物理学报. 2021, 70(22): 227102 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210830>

磁场中拓扑物态的量子输运

Quantum transport in topological matters under magnetic fields

物理学报. 2021, 70(2): 027201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200914>

周期场驱动下量子材料的非平衡物态

Nonequilibrium states in quantum materials under time-period driving

物理学报. 2021, 70(13): 138101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201808>

超高真空构筑新型二维材料及其异质结构

Novel two-dimensional materials and their heterostructures constructed in ultra-high vacuum

物理学报. 2022, 71(10): 106801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212407>

新型二维压电声子晶体板带隙可调性研究

Tunable bandgaps in novel two-dimensional piezoelectric phononic crystal slab

物理学报. 2018, 67(21): 214208 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180611>

专题: 低维材料的新奇物性

二维材料平带的实现及其新奇量子物态*

张若寒# 任慧莹# 何林†

(北京师范大学物理学系, 高等量子研究中心, 北京 100875)

(2022年2月1日收到; 2022年2月28日收到修改稿)

在二维材料平带中电子的有效质量急剧增大, 电子的库仑排斥能将远远大于电子的动能, 电子-电子相互作用效应显著, 对应地将会产生一系列新奇的强关联量子物态, 如量子霍尔铁磁态、分数量子霍尔效应、量子反常霍尔效应、超导态、Wigner 晶体等. 因此人们对于二维材料中的平带产生了极大的兴趣. 近几年, 与平带相关的强关联物性研究成为了凝聚态物理领域的前沿课题. 实验上发展了多种方法, 例如通过外加强磁场、构筑应变结构、引入转角等方式在二维材料中引入平带. 本文通过对二维体系中平带的实现方法及其带来的新奇物理现象进行回顾, 希望为相关领域的研究人员提供参考和借鉴.

关键词: 平带, Hubbard 模型, 强关联效应, 新奇量子物态

PACS: 73.20.At, 73.22.Pr, 74.70.-b, 71.27.+a

DOI: 10.7498/aps.71.20220225

1 引言

Mott 金属-绝缘体相变是凝聚态物理中一个非常基本的概念, 长期以来被广泛用于描述平带强关联系统的电子结构特征. 1928 年, Bloch^[1] 提出的单电子能带论中采用量子力学的方法研究固体中电子的运动规律, 在独立电子近似和单电子近似的基础上, 将原本复杂的多体问题经过处理后转化为一个电子在周期性势场中的运动. 该理论不仅阐明了固体的电子结构, 解释了固体物质为什么可分为金属、半导体和绝缘体, 还建立了定量理解半导体和金属输运特性的理论框架. 能带理论中的电子系统被视为相互独立的理想气体, 能帮助人们理解电子之间关联作用较弱的系统. 但是如果考虑到电子之间的关联足够强的情况, 能带理论将不再成立. 1937 年, de Boer 和 Verwey^[2] 指出一些特殊结构的过渡族金属氧化物, 虽然具有相似的晶体结构但是实验测得其导电性能却有所不同. 如 NiO、

MnO 等过渡族金属氧化物, 若按照 Bloch 能带理论, 由于其能带部分填充, 理应表现出金属的导电性质, 但是实验测量却出现与单电子近似的能带理论预测完全相反的结果, 具有半导体甚至是绝缘体的特性. 随后同年, Mott 和 Peierls^[3] 从物理上提出, 没有考虑电子关联效应是导致无法解释该现象的根源, 电子之间的库仑相互作用可能对系统的物理性质有决定性的影响, 但当时并没有给出详细的解释. 1949 年, Mott^[4] 基于每个格点有一个电子占据的晶格模型考虑电子和电子的相互作用, 成功地解释了 NiO 的绝缘体特性 (图 1(a)); 他提出当一个电子从一个局域轨道跃迁到另一个已被占据的局域轨道时, 需要考虑两个电子之间的在位库仑能 (利用 U 代表 Hubbard 模型所计入的相反自旋电子之间的排斥势), 当排斥势 U 远远大于电子能带宽度时, 晶体的基态是 Mott 绝缘体. Mott 绝缘体的提出解释了单电子近似无法处理的现象. 随着研究的不断探索深入, 1963 年, Hubbard^[5] 采取格林函数的运动方程方法在紧束缚近似模型的基础

* 国家自然科学基金 (批准号: 12141401, 11974050) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: helin@bnu.edu.cn

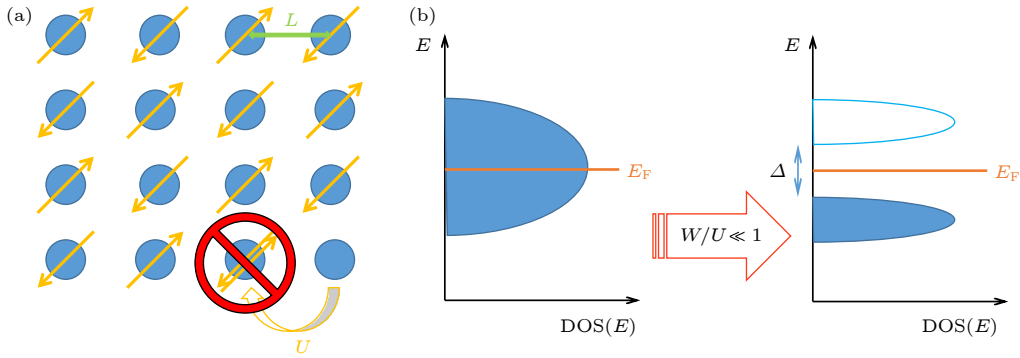


图 1 (a) 电子关联示意图^[4]; (b) Hubbard 近似下的金属-绝缘体相变示意图^[5]

Fig. 1. (a) Schematic diagram of electronic correlation^[4]; (b) schematic diagram of metal-insulator phase transition under Hubbard approximation^[5].

下, 提出一种简化模型来处理窄能带的电子关联问题. 该模型定性地给出 Mott 绝缘体不同于能带绝缘体的性质 (图 1(b)): 如果没有电子-电子关联时, 原子轨道交叠形成一个单带, 能带被自旋向上和自旋向下的电子占据填满. 但是当两个电子占据同一格点时, 会受到一个强大的库仑排斥作用, 造成原子能级分裂成 E 和 $E + U$, 导致能带一分为二展宽成两个子能带. 假设这两个子能带的带宽为 B , 能带宽度在 $-B/2 - B/2$ 的能量范围. 当电子填充能带至半满, 电子平均能量约为 $-B/4$, 每个电子的能量有所下降. 由于电子的波函数交叠成扩展态, 电子动能的减少, 导致总能量的减少. 因此, 晶体的性质就取决于排斥势 U 和子能带带宽 B 之间的关系. 当 $B < U$ 时, 两个子能带出现间隙, 发生 Mott 转变, 金属转变为绝缘体; 反之, 原子之间相互靠近, 能级扩展成为能带, 当 $B > U$ 时, 则绝缘体变为金属. 在 Mott 绝缘体提出后的很长时间内, 很少有研究人员关注 Mott 绝缘体中的物理, 直到发现了铜氧化物高温超导电性^[6-9], 关于 Mott 绝缘体、掺杂 Mott 绝缘体及其他强关联电子系统的物理学才得到空前的重视. Mott 绝缘体是电子关联效应的宏观表现, 通过 Hubbard 模型理解 Mott 绝缘体相变还可以解释很多新的物理现象, 如高温超导、铁磁性等, 因此研究电子关联效应在理论和应用上都有着巨大价值.

2 平带的实现方式

在凝聚态物理学中, 探索新奇量子物态一直是科学家们的研究热点之一. 事实上, 这些新奇量子物态往往伴随着费米面附近出现大的电子态密度,

是系统强关联的表现. 固体材料中, 能带结构决定了材料最基本的电学性质, 如果材料具有平带结构, 即大量量子态具有相似的动能, 此时, 体系将表现出大的电子态密度. 因此, 平带成为实现众多新奇量子物态的优良平台. 目前, 对于二维材料, 科学家们已经发展了外加磁场、构筑应变结构、引入转角等多种实现平带的方法, 接下来将详细介绍.

2.1 外加磁场

在二维电子体系中, 最简单的获取平带的方式是在与二维材料所在平面垂直的方向加一强磁场. 当体系被置于垂直磁场中时, 电子或空穴被迫在特定的轨道上做回旋运动, 原本连续的能量色散关系彻底重构为分立的朗道能级. 朗道能级作为大家最熟悉的平带之一, 它的能量与晶格动量无关.

2004 年, 曼彻斯特大学的 Geim 和 Novoselov 等^[10] 科学家利用机械剥离法首次从石墨中成功地剥离出石墨烯, 成为世界上发现的第一个二维材料. 随后, 以石墨烯为代表的二维材料迅速成为科学家们的研究热点, 同时石墨烯中大量的物理性质相继被科学家们发现^[11-14]. 外加磁场能改变石墨烯哈密顿量中跃迁项的相位, 导致简并朗道能级的出现^[15]. 在连续极限下, 朗道能级具有能量 $\epsilon_n = \pm v_F l_B^{-1} \sqrt{n}$, 式中 n 为正整数; v_F 为费米速度; $l_B = \sqrt{\varphi_0/B}$ 为回旋半径, 其中 $\varphi_0 = h/e$ 为磁通量量子. 图 2(a) 为 Peres 等^[16] 计算得到的石墨烯在磁场中的朗道能级 (上图) 和连续极限下电子态密度随杂质浓度的变化关系 (下图). 具体来说, 上图是宽度为 $600a$ 的锯齿状石墨烯带的能级随平行于边缘的动量的变化关系, a 是晶格间距, 能量以 t 为单位,

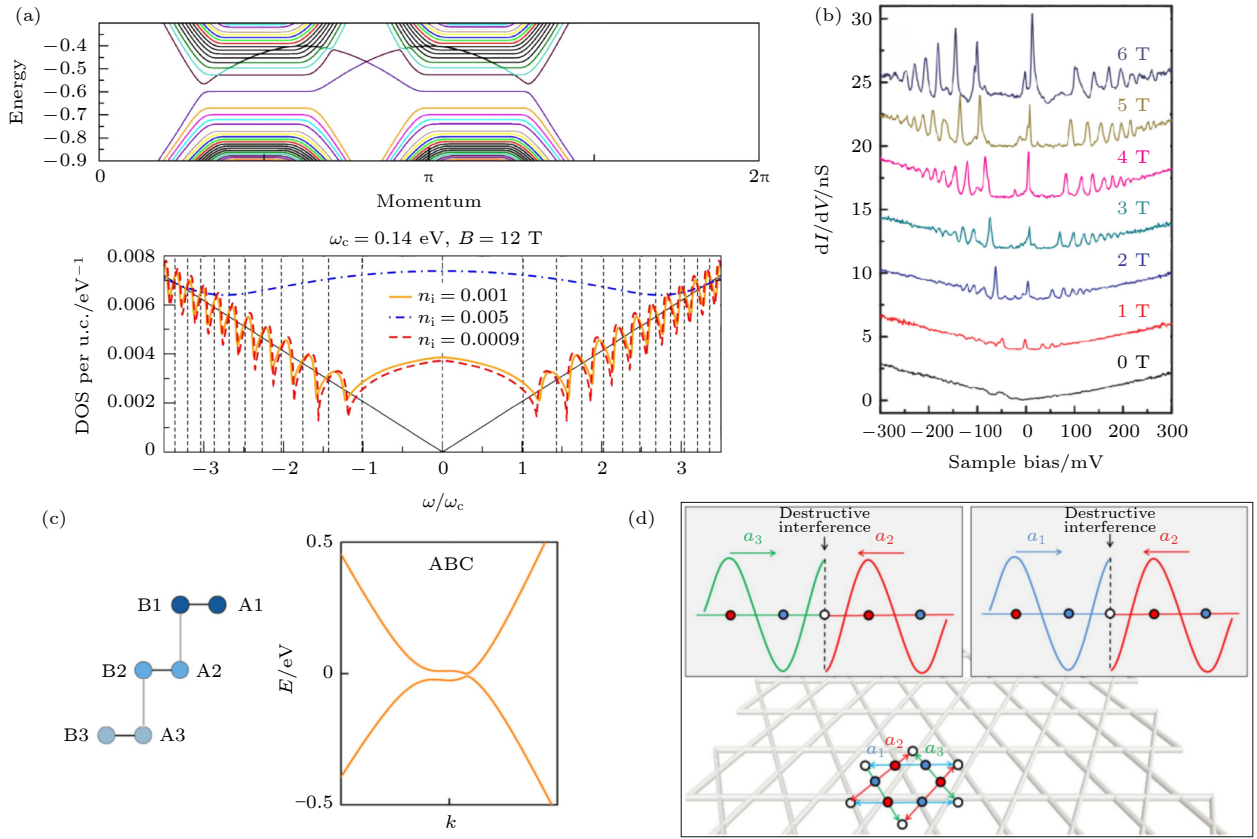


图 2 平带的实现方法 (a) 理论模拟的石墨烯在磁场中的能级 (上图) 及连续极限下 $B = 12$ T 时电子态密度随杂质浓度的变化 (下图, 虚线表示朗道能级的位置)^[16]; (b) 从 0—6 T 不同磁场下的朗道能级光谱^[17] (曲线偏移以保证清晰度; 隧道设定点, $V_B = 350$ mV, $I = 400$ pA); (c) ABC 堆垛三层石墨烯的晶体结构紧密结合图 (左图) 和低能电子能带结构图 (右图)^[56]; (d) 在 Kagome 晶格中诱导平带的破坏性量子干涉示意图^[68]

Fig. 2. Method of introducing flat bands: (a) Calculated energy levels of a graphene in a magnetic field (figure above) and the electronic density of states as a function of impurity concentration in the continuum limit for $B = 12$ T (figure below, the dashed line indicates the position of the Landau level)^[16]; (b) Landau level spectra for various applied magnetic fields from 0–6 T (The curves are offset for clarity; tunneling set point, $V_B = 350$ mV, $I = 400$ pA)^[17]; (c) tight-binding diagrams (figure left) and the predicted band structure (figure right) of ABC trilayer graphene^[56]; (d) schematic diagram of destructive quantum interference inducing a flat band in the Kagome lattice^[68].

$t' = 0.2t$, t 和 t' 分别是最近邻和次近邻的跃迁能量. 动量以 $1/(2\sqrt{3}a)$ 为单位. 中心每个 C 原子的磁通量 $\Phi = 5 \times 10^{-4}\Phi_0$. 下图为在连续极限下, 电子态密度随能量的变化关系, 虚线为朗道能级的位置. 可以看出, 外加磁场导致了能带结构的扁平化, 体系出现了一系列电子态密度的极值点. 2009 年, Miller 等^[17] 利用扫描隧道显微镜 (scanning tunneling microscope, STM) 技术在实验上直观地探测到石墨烯的朗道能级 (图 2(b)). 值得注意的是, 无质量狄拉克费米子导致的零朗道能级是传统的二维电子气体所不具备的, 这一特殊的零朗道能级处的强关联量子物态也一直是科学家们的研究重点.

2.2 构筑应变结构

此外, 随着研究的深入, 有证据表明实验得到

的原子层厚的石墨烯并不是严格平坦的^[18], 通常会形成波纹、褶皱等应变结构. 这使得体系哈密顿量在低能区出现由形变附加的规范场, 在布里渊区两个不等价谷之间没有散射的情况下, 这些规范场会改变相干电子的相位, 与外磁场的作用等效, 可以像外磁场一样影响电子的轨道运动^[19], 这个等效磁场又被称为赝磁场 B_s . 为此, 早在 2008 年 Guinea 等^[20] 就研究了由于波纹引入的有效规范场对石墨烯低能电子结构的影响, 研究发现当波纹高度 h 和宽度 l 满足 $h^2/(la) \geq 1$ 时 (a 为晶格常数), 将形成与石墨烯层的平滑变形相关的零能量朗道能级.

实际上, 通过人为地在石墨烯中构筑理想的应变结构, 可以在体系中引入均匀可控的赝磁场来调控石墨烯的电子态. 在外加磁场为零时, 赝磁场能

够使石墨烯在低能区产生朗道量子化, 从而产生赝朗道能级, 实现平带. 2009年, Guinea等^[21]设计了3个沿石墨烯主晶向排列的应变, 从而在应变区域中心引入了一个超过10 T的接近均匀的赝磁场. 同时为了验证应变引入的非均匀赝磁场 B_S 能够导致明确定义的朗道量子化, 他们模拟计算了由此得到的态密度, 并将计算结果与 $B = 0$ 和 $B = 10$ T且没有应变情况下的结果进行了比较, 结果表明非均匀赝磁场 B_S 的确诱导产生了赝朗道能级, 并且诱导产生的量子化能级与真实磁场 B 产生的极为相似. 此外, 他们对沉积在石墨烯片上的三角形波纹表面进行了模拟, 绘制出由此产生的赝磁超晶格, 并对其能谱进行了讨论. 结果表明, 应变超晶格可以用来打开石墨烯电子能谱的能隙, 并且通过优化应变超晶格的设计, 能够实现更大的能隙.

这一思路激发了科学家们的研究热情, 一系列有关石墨烯“应变工程”的实验迅速开展起来. 走在最前列的是2010年Levy等^[22]首次在Pt(111)面上生长出了石墨烯纳米泡应变结构, 并通过STM对其进行了能谱测量, 成功探测到由应变结构产生的赝朗道能级. 他们通过将赝朗道能级峰的能量值与单层石墨烯朗道量子化公式^[11,12] $E_n = \text{sgn}(n) \times \sqrt{2eB\hbar v_F^2 |n|}$, $n = \dots, -2, -1, 0, +1, +2, \dots$ 进行拟合, 证实其符合单层石墨烯朗道量子化规律. 随后, 一系列在石墨烯中通过应变结构引入新奇量子物态的研究接踵而至^[23–36]. 例如2015年, Li等^[29]利用化学气相沉积法在Rh箔上生长出了连续的褶皱石墨烯结构, 并用STM对其进行能谱测量, 观察到了由赝磁场和外磁场叠加引起的谷极化朗道能级. 2020年, 他们又通过利用应变诱导的赝磁场和真实磁场的共同作用, 在石墨烯中成功实现了谷极化和谷反转^[34]. 同年Mao等^[36]利用STM、扫描隧道谱(scanning tunneling spectroscopy, STS), 并结合数值模拟, 证明了原子级平整衬底上的单层石墨烯会形成弯曲的结构, 进而产生周期性调制的赝磁场, 从而为体系引入平带, 并观察到了平带中的关联效应.

目前, 科学家们已经发展了纳米泡、褶皱、纳米柱等一系列石墨烯中应变结构的构筑方法. 值得注意的是, 基于应变诱导的赝磁场, 虽然与真实磁场存在很多相似之处, 但是由于其未破坏体系的时间反演对称性^[22,37], 为科学家们探索凝聚态系统中新奇量子物态提供了全新平台.

2.3 引入转角

外加垂直磁场引入平带作为最经典的平带实现方法, 虽然为观察强关联下的新奇量子物态, 如量子霍尔铁磁态、分数量子霍尔效应创设了条件, 但是由于强磁场实验条件的要求, 它同时也阻碍了其他一些新奇量子物态的产生, 比如超导态. 通过引入层间转角, 构筑莫尔超晶格从而实现平带的实验方法, 很好地解决了这一问题, 科学家将这一研究课题称为转角电子学.

在转角电子学中, 最基础的双层转角石墨烯结构最先得到了科学家们的关注. 2010年, Li等^[38]在转角石墨烯层的态密度测量中观察到了两个显著的峰, 证明可以通过旋转堆垛的石墨烯层的方式产生范霍夫峰, 这些范霍夫峰可通过改变旋转角度来任意接近费米面. 2011年, Bistritzer和MacDonald^[39]理论预言对于双层转角石墨烯体系, 存在特殊的转角可以使体系狄拉克电子的费米速度减小到接近于0, 此时电子被局域化, 狄拉克点附近的能带将变得十分平坦. 他们评估了许多不同层间转角 θ 下双层转角石墨烯狄拉克点附近的能量色散关系, 结果表明当层间转角较小($\theta < 5^\circ$)时, 狄拉克点速度对 θ 具有非单调的依赖性, 反而在一系列特殊角度处反复消失. 他们发现在 $\theta \approx 1.05^\circ$ 时狄拉克点速度已经消失, 并且伴随着一个非常平坦的莫尔带, 对应于狄拉克点态密度出现的一个尖锐的峰值. 根据连续性模型, 他们计算出, 当将层间转角调整为 $\theta \approx 1.05^\circ, 0.50^\circ, 0.35^\circ, 0.24^\circ, 0.20^\circ$ 时, 体系将出现平带结构, 这些特殊的角度被称为“魔角”. 2015年, Yin等^[40]利用STM探测到了 $\theta \approx 1.11^\circ$ 时双层转角石墨烯狄拉克点附近的平带峰, 使得这一理论在实验上得到了证实. 他们探测到 $\theta \approx 1.11^\circ$ 时两个范霍夫奇点在隧穿谱中合并成位于电荷中性点的一个明显的尖峰, 标志着低能平带的出现. 2018年, Cao等^[41]通过输运测量再次印证了“魔角”双层石墨烯(magic angle twisted bilayer graphene, MATBG)中平带的出现, 并探测到了平带部分填充时体系中的关联绝缘体态及超导态.

除了双层转角石墨烯之外, 科学家们也试图通过引入转角构筑莫尔超晶格的方式, 为转角三层和转角多层石墨烯^[42–44]、转角双层/双层石墨烯^[45–48]、转角过渡金属二硫化物^[49–54]体系引入平带, 并发现一些不同的结果. 例如, 对于双层转角过渡金属

硫化物 (transition metal dichalcogenides, TMD), 理论预言其平带会在 0° 和 60° 左右的较宽的转角范围内出现, 这比双层转角石墨烯中的平带更容易实现^[50]. 2020年, Zhang等^[54]利用STS证明了转角为 3° 和 57.5° 的双层 WSe_2 中存在平带. 除了转角同质结, TMD的异质结也可以形成具有平带的莫尔超晶格结构, 从而导致强电子相互作用并产生各种有趣的关联态.

综上所述, 在转角体系中, 层间转角为其提供了额外的自由度. 通过对转角的合理调控, 可以方便地诱导体系低能区平带的产生. 科学家们在对转角体系的研究中, 已经探测到了各种新奇的量子物态, 目前转角体系仍然是科学家们的关注焦点.

2.4 材料本身特殊结构携带平带

除人为地为体系引入平带之外, 某些材料体系由于其自身的特殊结构而使本身具有平带结构.

2.4.1 ABC三层石墨烯

三层石墨烯的自然形态具有两种堆垛构型^[55]: ABA堆垛, 最顶层的原子位于底层原子的顶部, 表现出镜像对称性; ABC堆垛, 其中顶层的一个子格位于底层六边形中心的上方, 表现为反转对称, 但缺乏镜像对称(图2(c)左图^[56]). 尽管ABC堆垛三层石墨烯(ABC-TLG)相较于ABA堆垛三层石墨烯(ABA-TLG)更不稳定, 但ABC-TLG在低能带处电子的能量色散关系成立方的依赖关系, 具有极大的电子态密度^[57,58], 在电中性点处能自发地形成平带^[54](图2(c)右图^[56]). 2015年, Xu等^[59]利用STM对ABC-TLG的电子态密度进行了直接的探测, 结果显示在费米能级附近出现了一个很强的电子态密度峰, 表明此处的能带结构十分平坦, 这一实验结果同理论预期是一致的.

ABC-TLG具有自发的平带结构, 使其预计比ABA-TLG具有更强的电子-电子间相互作用. 此外, ABC-TLG中 $l=3$ 的手征费米子, 决定了其可以出现更多新奇的电子态^[60,61]. 目前, 理论和实验都已证实ABC-TLG具备不同于单层、双层石墨烯以及ABA-TLG的电学和光学性质^[56,62-66], 存在巨大的研究潜力, 这也使得ABC-TLG在近年来引起了科学家们的广泛关注.

2.4.2 Kagome结构

除了具有六角蜂窝状晶格结构的石墨烯受到

科学家们的广泛关注之外, 近些年来一类具有Kagome晶格结构的二维材料的出现同样引发极大的研究热潮. Kagome晶格由共享顶点的三角形连接构成, 原子呈三角形和六边形在平面内交错排列^[67](图2(d)下图^[68]). 许多工作已经从理论上证明, 如果费米子或玻色子被限制在一个只有最近邻跃迁的受挫的Kagome晶格中, 就会发生完全相干相消的量子干涉^[67,69-74]. 如图2(d)所示, 以电子为例, 3个不同的位置(A、B和C)用三种不同的颜色(分别为蓝色、白色和红色)标记; A和C位具有相同的波幅, 但相位相反; 如果仅存在电子最近邻跃迁, 则从A到B和从C到B的跃迁过程相互抵消, 有效地将电子态局域在由A和C位点形成的六边形中^[68]. 可见, 量子干涉导致费米子或玻色子只被允许局域于Kagome晶格的六边形中, 即能量色散会在动量空间中消失, 形成一个没有任何色散的离散平带. 2018年, Li等^[68]在扭曲多层硅上成功地诱导了一个电子Kagome晶格, 并在其STS中观察到了态密度很强的峰. 基于在Kagome区域的STM图像中未观察到任何孤立的原子、缺陷或量子点形貌特征的事实, 他们推测这一态密度峰来自于Kagome晶格中由量子相消干涉引起的电子局域化. 为了进一步证明, 他们进行了理论计算, 并将其与实验结果进行对比. 模拟结果与实验图像很好地符合, 表明这一强的态密度峰来自于Kagome晶格中由量子相消干涉引起的电子局域化, 是平带的投影.

Kagome晶格体系特殊电子结构产生的局域电子平带为研究几何阻挫、关联效应和拓扑量子态等物理性质提供了一种新颖的材料平台, 成为了凝聚态物理领域的研究热点^[75-87].

3 平带带来的新奇物性

3.1 量子霍尔铁磁态

具有高迁移率的二维电子气在低温强磁场的条件下, 体系连续的能量色散关系将重构为分立的朗道能级. 此时, 利用输运手段测量体系的霍尔电导, 将呈现一系列分立的量子霍尔电导平台, 称为量子霍尔效应. 石墨烯作为一个理想的二维材料, 能够表现出很好的二维电子气的行为, 外加强磁场时将表现出量子霍尔效应. 与传统二维电子气体系不同的是, 石墨烯非零的贝里曲率导致了零朗道能

级的出现以及霍尔平台的1/2平移,表现出反常量子霍尔效应^[11,12].在输运测量中,其量子霍尔平台出现在填充因子为半奇数的位置:

$$\sigma_{xy} = \pm(g e^2/h)(N + 1/2),$$

其中, σ_{xy} 为霍尔电导, $g = 4$ 代表石墨烯具有四重简并度, N 为整数. 显然, 石墨烯反常量子霍尔效应指出, 其霍尔电导的量子化值的分离距离为 $4e^2/h$.

然而, 2006年 Nomura 和 MacDonald^[88] 在理论上预言, 考虑电子-电子之间的相互作用时, 石墨烯中量子霍尔平台所在位置应满足 $\sigma_{xy} = \nu(e^2/h)$, 原则上对于所有的整数 ν 都成立, 即应当会出现新的整数量子霍尔态; 并且解释新的整数量子霍尔平台来源于相互作用引入的绝缘能隙, 意味着石墨烯中的简并度被解除, 出现了对称性破缺态. 人们将石墨烯朗道能级在整数填充时出现的对称性破缺态称为 $SU(4)$ 量子霍尔铁磁态, 但当时在实验上这并未被观察到. Nomura 和 MacDonald^[88] 预言样品迁移率是影响量子霍尔铁磁态形成的关键因素之一, 并预测了石墨烯中出现量子霍尔铁磁态的样品迁移率和磁场依赖关系. 研究表明, 有序区域以库仑散射体密度与全朗道能级密度的比值 ν_s 的最大值为界, ν_s 与样品迁移率和外部场强的乘积成反比, 接近整数填充因子的序要求 ν_s 取最小值.

2006年起, 通过进一步提高样品质量、增强外磁场的方式, 科学家在实验上相继观察到了理论预言的新的整数量子霍尔态(如图3(a)所示), 在不同外磁场下观察霍尔电导 σ_{xy} 随背栅 V_g 的变化, 除了在较低磁场 ($B < 9$ T) 下观测 $\nu = \pm 4$ ($|n| + 1/2$) 的霍尔平台外, 在较高磁场下也出现了新的霍尔平台. 其中, 在 $B > 11$ T 时 $\nu = 0$ 处出现新的霍尔平台; $B > 17$ T 时 $\nu = \pm 1, \pm 4$ 处同时出现新的霍尔平台^[14]. 在 $\nu = 0, \pm 1, \pm 4$ 处出现的新的霍尔平台, 可以归因于磁场引起的 $n = 0$ 和 $n = 1$ 朗道能级的分裂^[14]. 至此, 科学家们在实验中观察到了石墨烯朗道能级在整数填充时出现的对称性破缺态, 即 $SU(4)$ 量子霍尔铁磁态.

为了深入理解量子霍尔铁磁态中的强关联物理, 理论工作者提出了许多不同的模型去解释相关的实验现象, 同时也预测了这一体系中可能出现的新奇量子物态. 依据泡利原理, 半填充的朗道能级不允许自旋和谷同时完全极化. 因此, 根据自旋和

谷极化竞争的结果, 零朗道能级和非零朗道能级在半填充时存在不同的相^[89]. 对于非零朗道能级, 塞曼效应占主导地位, 导致半填充时体系处于自旋极化状态, 出现完全自旋极化的铁磁态 (fully spin-polarized ferromagnetic state), 即 F 相; 而对于零朗道能级, 谷各向异性占主导地位, 导致半填充时体系处于自旋非极化状态. 根据相互作用大小的不同, 零朗道能级半填充时可能出现倾斜的反铁磁相、电荷密度波和部分子格极化 (partially sublattice polarized, PSP) 相.

然而, 如何区分零朗道能级半填充时可能出现的三种相态在实验上是一个巨大的难题. 直到 2019 年, Li 等^[90] 在实验上利用 STM 技术原子级空间分辨的优势, 首次在实空间探测到了理论预测的强关联相态——PSP 相, 为分析实验中出现量子霍尔铁磁态的物理原因提供了直接证据(如图3(b)所示), 在填充因子 $\nu = 0$, 磁场 $B = 13$ T 固定的情况下, 分别选取非零朗道能级 ($n = -1$) 和零朗道能级能量处不同的能量位置进行 STS 成像测量. 对于非零朗道能级(图3(b)上图), 观察到电子的局域态密度分布在石墨烯的六角蜂窝格子上, 这符合非零朗道能级两个谷的电子波函数在实空间 A、B 子格上的分布概率是相同的预期. 对于零朗道能级处的 STS 成像结果(图3(b)下图), 电子局域态密度分布在石墨烯的碳-碳键上, 这一现象符合 PSP 相中凯库勒畸变的特点, 是在实空间中分辨出 PSP 相的直接证据. 这一结果也表明凯库勒畸变是导致单层石墨烯在 $\nu = 0$ 时出现谷极化能隙的原因^[90]. Liu 等^[91] 在 *Science* 上的发文证实了这一结果, 他们利用 STS 可视化原子尺度的电子波函数, 解析了量子霍尔铁磁相中谷有序的微观特征, 证实了在高磁场下, 半填充零朗道能级中电子间相互作用诱导的谷间相干电子态, 并使用布洛赫球上的向量描述它的谷序; 同时, 进一步详细分析了有序向量随磁场的变化, 观察到从谷极化态到谷间相干态的连续量子相变, 其电子密度发生了凯库勒畸变. 该技术可以应用于检测各种材料中的谷有序相及其拓扑激发.

另一方面, 磁场在二维材料平面内的分量可以改变塞曼能量, 但不影响轨道能量. 因此如果使二维材料处于一个与自身所在平面平行的足够大的磁场中, 此时体系仅存在塞曼自旋分裂而不存在谷分裂, 那么最低电子型和最高空穴型子能级之间应

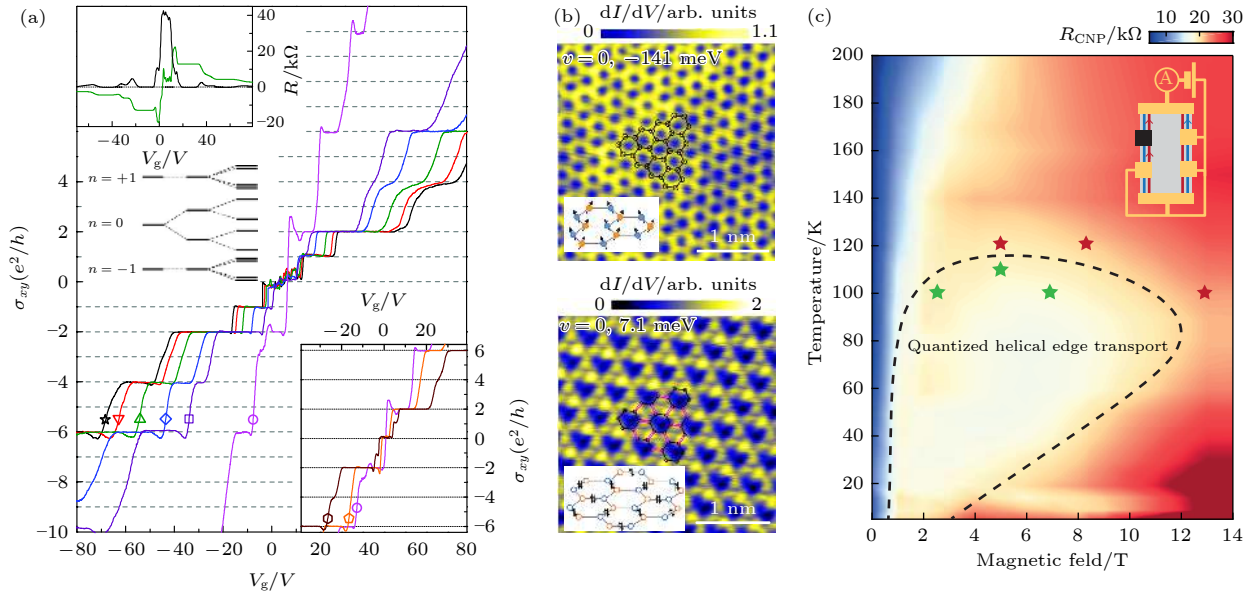


图 3 二维材料量子霍尔铁磁态研究进展 (a) 外加磁场分别为 9 T (○), 25 T (□), 30 T (◇), 37 T (△), 42 T (▽), 45 T (☆) 时单层石墨烯霍尔电导 σ_{xy} 随背栅 V_g 的变化关系, 除了 9 T 的实验温度是 30 mK 外, 其他数据的实验温度均为 1.4 K (左上插图 为 25 T 时单层石墨烯的纵向电阻 R_{xx} 和霍尔电阻 R_{xy} ; 右下插图 为在 30 mK 下 $B = 9.0$ T (○), 11.5 T (五边形), 17.5 T (六边形) 时狄拉克点附近的 σ_{xy} 数据^[14]); (b) 在 $n = -1$ 朗道能级能量处 (上图, -141 meV) 和 $n = 0$ 朗道能级未填充的劈裂峰之一能量处 (下图, 7.1 meV) 探测的 $3\text{ nm} \times 3\text{ nm}$ STS 成像图 (黑色六边形为石墨烯晶格示意图; 插图 为依据基态电子态在实空间的分布情况, 石墨烯朗道能级半填充时体系可能的相: 倾斜的反铁磁相和 PSP 相)^[90]; (c) 电荷中性点处的双端电阻随磁场和温度的变化关系 (虚线显示了 F 相的量化螺旋边缘运输的近似极限; 插图 为零朗道能级对称破缺态的边缘色散的示意图, 表现为在边缘打开一个能隙)^[93]

Fig. 3. Progress in the study of quantum Hall ferromagnetic state of two-dimensional materials: (a) σ_{xy} as a function of V_g at different magnetic fields of 9 T (○), 25 T (□), 30 T (◇), 37 T (△), 42 T (▽), 45 T (☆), except the experimental temperature of 9 T is 30 mK, the experimental temperature of other data is 1.4 K (Left upper inset, R_{xx} and R_{xy} for the same device measured at $B = 25$ T; right inset, detailed σ_{xy} near the Dirac point for $B = 9$ T (circle), 11.5 T (pentagon), and 17.5 T (hexagon) at 30 mK)^[14]; (b) $3\text{ nm} \times 3\text{ nm}$ STS map taken at -141 meV corresponding to the energy of $n = -1$ Landau level (figure above) and at the energy of 7.1 meV, which corresponds to the one of the empty peak in the $n = 0$ Landau level (figure below) (The black hexagon is a schematic diagram of the graphene lattice; the image inset shows the two possible phases of the system with the graphene Landau level half-filling which are based on the distribution of the ground-state electronic states in the real space: canted antiferromagnetic phase and PSP phase)^[90]; (c) two-terminal resistance at the charge neutral point versus magnetic field and temperature for a different contact configuration (The dashed line shows the approximate limit of quantized helical edge transport for the F-phase; the image inset shows the schematic of the edge dispersion of the zeroth Landau level broken symmetry states showing the opening of a gap at the edge)^[93].

该发生拓扑反转^[92], 表现为在电荷中性点的基态转变为具有铁磁有序性、螺旋边缘通道的量子霍尔拓扑绝缘体. 然而, 由于受到晶格尺度的电子-电子和电子-声子相互作用的影响, 系统产生各种绝缘自旋或电荷密度波竞争态, 致使往往需要超高强度的磁场以及复杂细微的操作手段才能观察到铁磁体效应. 通过实验实现这一新奇量子物态存在着巨大的困难. 2020 年, Sacépé 组^[93] 采用将石墨烯样品放置在能够有效屏蔽电子-电子作用的具有高介电常数的钛酸锶特殊基底上的手段, 实现了铁磁性的拓扑绝缘态, 使 F 相恢复为电荷中性时的基态 (如图 3(c) 所示); 利用这一方法, 他们在 1 T 的低

磁场和 110 K 的高温中实现了显著的螺旋边缘运输 (图 3(c) 中绿星为量子化的螺旋边缘运输, 红星为电荷中性点处对量子化的偏差), 证实了 F 相是基底屏蔽石墨烯在电荷中性时的基态. 这种屏蔽如何影响库仑和电子-声子相互作用的短程和晶格尺度贡献决定着能量最低的基态, 是一个具有挑战性的问题. 理论计算表明, 库仑相互作用的长程部分可以通过重整化效应极大地改变短程各向异性项^[94,95], 从而解释了为什么在通常的石墨烯样品中观察到的是绝缘基态, 而不是 F 相^[96]. 而在此项研究中, 他们猜测, 由于石墨烯和基底之间存在六方氮化硼 (hexagonal boron nitride, hBN) 作为间隔,

使得基底在晶格尺度上屏蔽而不先影响短程相互作用, 从而使 F 相恢复为电荷中性时的基态. 此外有趣的是, 图 3(c) 中的高磁场极限具有温度依赖性^[93]. 可以观察到在温度越低、磁场越低的情况下, 体系开始出现偏离量子化螺旋边缘输运 (绿星) 的行为: $T = 4$ K 时, 观察到从 $B = 3$ T 开始, 电阻随磁场的增加而增加; 而在 $T = 80$ K 时, 该边界移动到 $B = 11$ T. 这种行为表明在边缘激发谱中存在一个缺口, 在低温下破坏了螺旋边缘输运, 正如图 3(c) 中插图所示^[93]. 此外他们认为, 基底屏蔽工程也可能会对其他相关的二维系统产生影响, 但这仍需要更多的理论和实验证据.

3.2 分数量子霍尔态

在 3.1 节中, 已经介绍了二维电子体系, 强磁场下的电子-电子相互作用在体系中引入绝缘能隙, 表现为输运实验中新的整数量子霍尔平台. 1982 年, Tsui 等^[97] 对制备的 GaAs/AlGaAs 异质结二维电子气进行了研究, 通过输运实验测量其霍尔电导 ρ_{xy} 和纵向电阻率 ρ_{xx} 随磁场 B 的变化关系, 研究发现在温度 $T < 5$ K 时, ρ_{xx} 在 $B = 15$ T 处出现下降, 且随温度的降低, ρ_{xx} 下降越明显. 结果表明, 在温度为 0.48 K, 并且将磁场增加到 15 T 时, 体系会出现一个新的量子霍尔态. 由于此时的磁场恰好是最后一个整数量子霍尔效应态的 3 倍, 因此所对应的填充因子为 $\nu = 1/3$, 该效应被称为分数量子霍尔效应.

随着这一现象的发现, 理论预测进一步增强外磁场, 被限制在二维空间中的电子受到足够强的磁场的影响时, 它们之间增强的库仑相互作用, 导致物质的关联态的形成, 如分数量子霍尔态. 此时, 电子和磁通量子结合形成具有分数电子电荷的复杂复合准粒子, 表现为输运测量中霍尔电导取基本量子电导的有理分式的分数化量子霍尔平台. 然而, 分数量子霍尔效应的形成对实验环境具有极高的要求, 需要强磁场, 并且要求样品具有很高的迁移率. 特别地, 制备足够高迁移率的样品在实验上是困难的. 因此, 很长一段时间内, 科学家们并没有在石墨烯材料中观察到理论预测的分数量子霍尔态.

2009 年, Du 等^[98] 及 Bolotin 等^[99] 分别制备出了悬浮石墨烯器件, 该器件可以大大减少系统中的强电子散射, 有效地降低衬底的影响, 将样品迁

移率提高到 $2 \times 10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, 为在实验上观察分数量子霍尔态创设了条件. 利用制备出的悬浮石墨烯器件, 他们分别在 $T = 1.2$ K^[98] 以及 $T = 6$ K^[99] 的低温实验条件下, 观察到了 $\nu = 1/3$ 的分数量子霍尔电导平台, 证实了理论上对分数量子霍尔态的预测. 实际上, 在 Bolotin 等^[99] 的实验中, 除了观察到 $\nu = 1/3$ (称为“特征 A”) 的分数量子霍尔电导平台外, 在 $B = 12, 13, 14$ T 的高磁场实验条件下, $\nu = 1/2$ 和 $\nu = 2/3$ (分别称为“特征 B”和“特征 C”) 附近也出现了量子霍尔电导平台. 其中, 特征 C 被预测为很可能与 $\nu = 2/3$ 的分数量子霍尔态有关. 关于特征 B, 依据传统二维电子体系的分数量子霍尔态理论, 下一个预期的分数量子霍尔态是 $\nu = 2/5$, 并非特征 B 显示的 $\nu = 1/2$, 对此他们认为 $\nu = 1/2$ 处的电导平台虽然也表现为基本量子电导的有理分式, 但它的起源与分数量子霍尔效应的起源并不一致.

事实上, 目前的工作中所观察到的 $\nu = 1/3$ 分数量子霍尔态和可能的 $\nu = 2/3$ 态, 是当只假设 $SU(2)$ 对称时分数量子霍尔效应中最强的状态. 然而, 当考虑到完整的 $SU(4)$ 对称时, 新的分数量子霍尔态被预测, 而对这些态的探索需要更高质量的样品. 随后, 研究者们发现将单层石墨烯样品放在 hBN 衬底上可以进一步提高样品的平整度及迁移率. 2011 年, Dean 等^[100] 利用此方法将样品低密度的带电杂质迁移率提高至超过 $10^5 \text{ cm}^2 \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$, 观察到分数量子霍尔态的显著特征. 通过输运测量, 他们在 $B = 35$ T、 $T \approx 0.3$ K 的实验条件下, 观察到了在零朗道能级处 $\nu = 1/3, 2/3, 4/3$ 的量子霍尔态和 $n = 1$ 朗道能级处 $\nu = 7/3, 8/3, 10/3, 11/3, 13/3$ 的量子霍尔态. 值得注意的是, 在 $\nu = 5/3$ 处, 样本中没有出现分数量子霍尔态. 同时理论预测指出, 石墨烯的一个显著特征是内部的四重简并度, 在强磁场实验条件下可以考虑 3 种情况: 1) 通过与外场耦合所有的简并都被解除, 分数量子霍尔态不能混合自旋/谷分支; 2) 自旋或谷只有一个简并被完全解除, 在剩余的简并空间中保持 $SU(2)$ 对称; 3) 塞曼和谷分裂项都足够小, 库仑相互作用混合所有分支, 允许混合自旋/谷的分数量子霍尔态和激发态. 对于前两种情况分别需要同时观察 $4/3$ 和 $5/3$, 或 $1/3$ 和 $5/3$ 的量子霍尔态. 因此, 样品中 $\nu = 5/3$ 处量子霍尔态的缺失以及没有任何粒子-空穴对称, 证明了样本属于对称破缺项保持足够小, 从而系统

保持近似 $SU(4)$ 对称的情况。

2018 年, Zibrov 等^[101] 不仅观察到了以上这些填充因子为奇数分母的量子霍尔态, 还在穿透场电容 C_p 随磁场 B 及电荷密度 n_0 的变化关系中, 在狄拉克点附近首次观察到了填充因子 $\nu = \pm 1/2, \pm 1/4$ 偶数分母的分数量子霍尔态. 在先前的研究中, 科学家们虽然已经在单层石墨烯中观察到过许多分数量子霍尔态, 但填充因子为偶数分母的分数量子霍尔态尚未被报道过, 也没有被预测过. 为解释这一现象, 他们认为, 其中观察到的状态是多组份分数量子霍尔态, 包含了属于不同碳子格的电子之间的关联性. 他们猜测 hBN 衬底打破了单层石墨烯 A 和 B 子格的对称性, 从而引入了一个能隙 Δ_{AB} . 此时, 在狄拉克点附近的基态, 由于子格对称性破缺引入的能隙 Δ_{AB} 与磁场下强相互作用引入的能隙两者竞争决定. 由于存在此竞争关系, 在这两个态的过渡位置将有可能产生分数填充的量子霍尔态. 然而, 关于偶分母分数量子霍尔态的起源仍然期待一个更明确的解释. 同时, 此量子霍尔态的关联性质也需要更详细的理论和实验研究.

3.3 超导态

粒子之间的强相互作用导致了一系列新奇的量子物态, 包括 3.1 节和 3.2 节阐述的量子霍尔铁磁态、分数量子霍尔态等. 除此之外, 另一类有趣的强关联性质是非常规超导态, 包括从具有相对较低临界温度 T_c 的重费米子和有机超导体, 到 T_c 超过 100 K 的铜氧化物超导体. 除了寻找具有更高超导临界转变温度的材料外, 非常规超导体的超导机理也是一个困扰物理学家们三十多年的难题.

2008 年, González^[102] 基于紧束缚模型研究了石墨烯体系中费米能级接近系统的范霍夫奇点时超导性的演变. 文章指出, 当费米能级远离范霍夫峰时, $\Delta/(k_B T_c) \approx 1.76$ 与 Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理论的理论值非常接近, 其中 Δ 为超导间隙, T_c 为超导临界转变温度; 当费米能级接近范霍夫峰时, 该比值显示出与 BCS 理论值的显著偏差. 他预言称, 当费米面穿过石墨烯的范霍夫峰时, 由于电子-电子相互作用体系可能产生新奇量子物态. 但是单层石墨烯的范霍夫峰距离狄拉克点约 3 eV, 利用现在的实验技术无法实现如此高能量的掺杂, 即实验上无法将单层石墨烯的费米面接近范霍夫峰, 因而无法观察到理论预言的此条件下可能存在的新奇量子物态.

随着研究的深入, 科学家们发现在双层转角石墨烯体系中可以得到低能量范霍夫峰. 2018 年, Cao 等^[41] 利用输运手段对双层转角石墨烯体系进行探测, 观察将体系转角调整为约 1.1° 时体系的行为. 实验发现, 体系在平带半填充时表现为关联绝缘态. 更有趣的是, 如果继续对体系进行掺杂, 使费米面的填充位置稍微偏离范霍夫峰半填充时, 体系就变为了超导体. 这一发现迅速引起了相关领域科学家们的广泛关注. 但实际上, “魔角”石墨烯体系的超导相变临界温度只有 1.7 K, 远远低于高温超导的水平. 令科学家们更感兴趣的是, 该体系的超导行为符合典型的铜氧化物超导行为, 相图也与铜氧化物高温超导相图十分相似^[103]. 并且与铜氧化物相比, 该体系的结构和成分更为简单, 可以在前所未有宽广的多参数空间对其超导电性进行精细调控, 精准测量其超导相图, 理清其超导微观机理, 这些研究有望为理解高温超导的机制提供新的思路和机遇. 因此, 科学家们才如此重视“魔角”石墨烯体系的超导研究. 为此, 尝试理解“魔角”石墨烯体系的超导机理成为凝聚态物理中科学家们关心的一大核心问题.

科学家们认为, “魔角”石墨烯中超导性的配对机制可能不同于常规超导体的配对机制, 但并未发现直接证据. 2021 年, Oh 等^[104] 测出了 MATBG 更精确的相图, 他们不仅发现了其非常规超导相的基本特征, 更有趣的是还发现了先前未知的超导赝能隙. 事实上, 他们的这次研究中, 更重要地发现了 MATBG 中非常规超导性的 3 个关键实验特征: 1) 转变温度以下的隧道谱与常规 s 波超导体的隧道谱不一致, 但更类似于具有各向异性配对机制的节点超导体的隧道谱; 2) 即使超导受到抑制, 隧穿能隙仍然存在, 暗示体系拥有超导赝能隙; 3) 当 MATBG 与 hBN 对齐时, 赝能隙和超导性均不存在. 这些发现证明 MATBG 中超导性不能通过 BCS 理论得到解释, 但要回答其超导性配对机制的问题, 仍然需要理论和实验物理学家们的共同努力.

此外, 随着 MATBG 中超导态的发现, 科学家们又在一系列二维材料体系中发现了类似的非常规超导行为. 例如, 2019 年, Chen 等^[105] 发现 ABC 三层石墨烯和 hBN 莫尔超晶格的可调谐超导性特征. 理论计算表明, 在垂直位移场下, ABC 堆垛三层石墨烯/六方氮化硼 (ABC-TLG/hBN) 异质结构具有一个扁平的折叠价带, 其中带宽可被垂直位移场连续调控^[106,107]. 利用这一优势, Chen 等^[105]

在实验上发现 ABC-TLG/hBN 超晶格在 $1/4$ 填充和半填充状态、温度为 20 K 以下时, 显示出关联绝缘态. 进一步降低温度, 并在 $1/4$ 填充的关联绝缘态中掺杂电子和空穴, 体系出现了超导电性的特征. 2020 年, Wang 等^[53] 观察到了双层转角 WSe_2 中低能平带的证据, 并发现在能带半填充时, 出现了一个可随扭转角和位移场同时调谐的关联绝缘态. 随后, 在转角为 5.1° 、温度低于 3 K 时, 掺杂体系使之离开绝缘状态, 观察到半填充位置附近的两个零电阻区域. 同时, 系统的电流-电压测量结果显示, 电流-电压特性存在从高温下的线性向低温下的非线性转变的行为. 依据超导性的两个常规证据之一——电阻的急剧下降和(或)非线性电流-电压特性的出现, 这表明体系可能过渡到了超导态. 但由于该系统中, 零电阻状态在重复热循环过程中并不稳定, 并且超导体间隙只是微弱地形成, 因此, 并不能排除低温相代表了向其他一些低电阻但非超导的基态过渡的可能性. 2021 年, Hao 等^[44] 构建了一个范德瓦耳斯异质结构, 由三层石墨烯以交替转角 $\pm\theta$ 堆叠组成. 基于理论预测对于交替扭曲三层石墨烯, θ 约为 1.56° 时系统可形成平坦电子带的结果, 他们通过调整平均转角约 1.56° , 成功观察到了有最大临界温度 2.1 K 的位移场可调超导性. 该系统低温下的行为除了符合超导性的常规判断依据之外, 更重要的是系统在差动电阻 dV/dI 随偏置电流 I 的变化过程中, 显示出了一个明确的临界电流 I_c . 在低温下, I_c 以类似夫琅禾费的模式发生振荡, 表现出相位相干性, 是超导性的关键特征之一. 并且他们指出该超导性与弱耦合描述的并不一致, 为此他们认为观察到的莫尔超导具有非常规的性质.

以“魔角”石墨烯为代表的非常规超导体的研究仍然是凝聚态研究领域的热门课题. 非常规超导体在更多二维材料体系的发现与研究, 为科学家尝试解释这类超导体的超导机理提供了线索. 但是至于最终该体系是否能为理解铜氧化物高温超导机理提供帮助, 仍然需要更多的研究.

3.4 量子反常霍尔效应

1980 年, Klitzing^[108] 发现了整数量子霍尔效应: 二维电子气在低温强磁场下形成朗道能级, 具有量子化的霍尔电阻和零纵向电阻 (h 是普朗克常数, e 是电子电荷), 体内绝缘, 产生一维手性边缘

态. 量子霍尔效应的发现开启了一扇通往奇异的拓扑量子物态世界的大门, 是拓扑物态领域近年来蓬勃发展的一个标志. 但在很长一段时间里, 实验上寻找新拓扑物态几乎唯一的途径是: 在极低温、极强磁场环境中研究具有极高载流子迁移率的量子霍尔系统, 只有很少数的新奇拓扑物态能够在实验中获得实现. 随后科学家们提出一个挑战性的问题: 能否在没有外加磁场的情况下实现量子霍尔效应^[109,110]. 1988 年 Haldane^[111] 预言: 无外磁场存在时, 在六角蜂窝状晶格体系中引入交错的磁通量也可实现量子霍尔效应. 这种在零磁场时形成的霍尔电导量子化的现象被称为量子反常霍尔效应 (quantized anomalous Hall effect, QAHE)^[112]. QAHE 由于准粒子贝里曲率引起轨道磁矩, 在零场下显示量子霍尔电阻, 具有拓扑保护的手性边缘态^[113]. 之后为实现 QAHE, 研究者们设计了两类实验方法: 第一类是在时间反演对称性保护的拓扑绝缘体材料中引入磁性, 比如磁性掺杂或者磁性近邻效应, 在此基础上, 研究者将会观测到 QAHE^[114–121]. 2012 年底, 薛其坤团队^[122] 在 $(Bi,Sb)_2Te_3$ 拓扑绝缘体薄膜中掺杂 Cr 原子引入局域磁矩, 首次在实验上观察到了 QAHE. 虽然 QAHE 的实现不依赖于朗道能级, 理论上可以在比实现量子霍尔效应更高的温度下存在, 但是由于磁性掺杂原子不均匀分布, 实验现象只能在极低温下观察到, 给研究带来极大的障碍. 因此, 寻求实现更高温度的 QAHE 是一个有待解决的难题, 一直备受人们的关注.

除了磁性掺杂拓扑绝缘体破坏时间反演对称性实现 QAHE 外, 理论及实验上还发现了第二类实验方法, 即堆叠二维层状材料构成莫尔超晶格, 莫尔超晶格的出现为关联电子态的研究提供了一个高度可调的材料平台. 2019 年, Sharpe 等^[123] 发现当 hBN 衬底与“魔角”双层石墨烯对齐时, 在 $3/4$ 填充的状态下, 即每个莫尔超胞填充 3 个电子的时候出现了关联绝缘态. 而在 $3/4$ 填充附近的一个狭窄范围内, 输运相对于外加磁场是滞后的, 出现了磁滞现象, 实验上观察到特别显著的反常霍尔信号. 以往的实验已经证实 MATBG 能带在 $3/4$ 填充时, 电子自旋/谷对称性自发地被破坏出现关联绝缘态^[124,125]. 为了进一步研究这个反常的霍尔信号, 考虑到转角双层石墨烯中不存在过渡金属(与磁性掺杂有关)和重元素(提供自旋-轨道耦合), Sharpe 等^[123] 从一个较大的外加负磁场扫描到零时, 发现样品中仍然存在 $R_{yx} \approx \pm 6 \text{ k}\Omega$ 的反常霍尔

电阻, 表明样品具有剩余的磁化强度. 值得注意的是, 实验上发现随着温度 T 的升高, 矫顽场在 $T = 3.9$ K 时下降直至消失. 研究者认为这种现象的出现是由于 hBN 与 TBG 晶格不匹配形成莫尔超晶格会使石墨烯能带的能谷处产生超晶格小能带, 体系产生的莫尔周期势打破 A-B 晶格对称性, 在狄拉克点处打开一个能隙, 电子之间的强相互作用自发打破空间反演对称性, 导致了 QAHE. 随后, Serlin^[126] 等认为在没有相互作用驱动的情况下, 每个谷中的自旋简并总 Chern 数为 ± 2 , 在 $\nu = 3$ (能带 $3/4$ 填充时), 过剩的谷极化和自旋极化能带被占据时, 交换能量被最小化, 自发地打破了时间反演对称性, 出现对称性破缺态. 而在石墨烯中, 极小的自旋-轨道耦合提供的各向异性可以忽略不计, 因此, 实验上观测到的磁性应该是由轨道提供的. 这项工作的发现为探索新奇量子现象开辟了新的方向. 随后研究者们又在 ABC-TLG/hBN 异质结产生的莫尔超晶格等一系列二维材料体系中发现了类似的 QAHE^[127], 这引起了许多科学家的兴趣. 2019 年, Chen^[127] 在 ABC-TLG/hBN 中发现在能带 $1/4$ 填充时, 即每个莫尔超元胞填充 4 个空穴的时候, 打破体系的谷简并度, 出现 $C = 2$ 关联 Chern 绝缘体^[89], 并表现出 QAHE. 在实验测量中, 他们采用一个小的垂直磁场, 在 -0.1 — 0.1 T 之间扫描材料时, 霍尔电阻显示一个清晰的反常霍尔信号, 并具有很强的磁滞现象. 令人惊奇的是, Chen^[127] 在 $B = 0$ T, $T = 0.06$ K 时发现, ρ_{yx} 非零且依赖于磁场扫描方向, 实验上出现的反常霍尔信号达到最大值为 $\rho_{yx} = 8$ K, 矫顽场 $B_C = 30$ mT. 这个有趣的现象随之引起了许多科学家的兴趣, 理论研究者分析, 由于狭窄的 Chern 带类似于朗道能级, 因此在拓扑方面的物理性质与具有自旋/谷简并的量子霍尔系统相似. 在 $1/4$ 填充能带足够平坦时, 体系势能占据主导地位, 电子之间具有强关联, 有利于形成一个完全填充的自旋/谷极化的 Chern 带, 相当于在朗道能级中发现的“量子霍尔铁磁态”^[89]. 在零磁场下, 关联 Chern 绝缘体在 $1/4$ 填充时打破谷的简并度 (只填充了一个谷中的 $C = 2$ 能带), 两个简并谷形成的磁畴产生 $\rho_{xx} = h/e^2$, 当磁场增加到 0.4 T 时, 谷塞曼效应^[128] 可以导致霍尔电导的量子化.

莫尔石墨烯异质结构带来的电子强关联与磁性掺杂拓扑绝缘体形成鲜明的对比, 吸引了理论实验工作者进一步深入的探索. 理论研究者预测在

转角 TMD 莫尔超晶格中电子强关联也能实现 QAHE^[129–132]. 与存在自旋、谷和层简并的石墨烯体系不同, TMD 异质层的自旋和层的简并解除分别由强自旋-轨道相互作用和层不对称性导致. 2021 年, Devakul 等^[133] 基于 Kane-Mele^[134] 模型预测, 发现在“魔角” WSe_2 同质结中具有拓扑平带, 关联作用将驱动产生 Haldane 绝缘体和 Mott 绝缘体. 当拓扑平带半填充时, 电子之间的排斥作用驱动二维转角 TMD 自发出现自旋/谷极化, 使体系出现 Haldane 量子反常霍尔绝缘体. 这项研究工作表明二维层状半导体莫尔超晶格为关联电子态的研究提供了一个高度可控的材料平台, 然而是否能在二维半导体莫尔超晶格中实现拓扑的能带结构实验上尚不清楚. 直到 Li 等^[135] 对 AB 堆垛 $\text{MoTe}_2/\text{WSe}_2$ 异质结的双栅极霍尔棒器件进行了磁输运测量, 发现与 AA 堆垛的 $\text{MoTe}_2/\text{WSe}_2$ 莫尔异质结不同^[136]. 在 AB 堆垛的 $\text{MoTe}_2/\text{WSe}_2$ 莫尔异质结器件中, 实验上可以通过调节栅极外加电场改变系统的能带宽度和拓扑结构. 令人兴奋的是, 当 $\nu = 2$ 时, 实验上观测到量子自旋/谷霍尔效应; 当 $\nu = 1$ 时, 实验上低温观察到明显的磁滞现象, 可以实现 QAHE. 随后, Li 等^[135] 通过实验发现随着温度的升高, 磁滞现象被抑制并偏离电阻量子化, 到达 8 K 时, 磁滞现象消失. 这些观察结果是 QAHE 的独特实验特征. 之后他们基于密度泛函理论的计算描述了莫尔带及其相关波函数的特征, 发现调节外电场可以改变 MoTe_2 和 WSe_2 之间的电位差, 当外电场增加时, 莫尔布里渊区 K_m 或 K'_m 处的莫尔带隙打开, 得到了一个非零谷相关 Chern 数. 这种物理性质类似于交错次晶格势存在时的 Kane-Mele 模型^[137], 间隙重新打开后, $\nu = 2$ 态是一个具有螺旋边缘态的量子谷自旋霍尔绝缘体, $\nu = 1$ 时, 电子之间的强关联自发打破时间反演对称性, 出现稳定量子反常霍尔绝缘体^[131]. 这是实验上人们首次在二维半导体莫尔超晶格中实现拓扑非平庸的能带结构, 显示了利用二维半导体莫尔超晶格研究和调控拓扑量子物态的优势, 并为探索更多由电子关联和拓扑共同支配的新奇量子物态铺平了道路.

除了通过拓扑绝缘体的磁掺杂和莫尔异质结构的精细设计来实现 QAHE^[138,139], 人们从理论上也提出了多种设想, 长期以来人们预言在零磁场下看似简单的双层石墨烯, 某些相互竞争的基态将表现出交换相互作用驱动的非零量子化霍尔电导^[140–142].

2021年, Geisenhof^[143]等发现, 在纯净的双层石墨烯中, 由于二次能带接触和非平庸缠绕数^[141], 此系统具有特别强的交换作用和非平庸的准粒子拓扑性质. 尽管在 $B > 1.2$ T 时观察到双层石墨烯中 $v = \pm 2$ 态的性质^[144–146], 且其在小磁场和高达 5 K 的环境中存在 $2e^2/h$ 的电导并表现出磁滞现象, 但由于磁滞太小, 量子化不够充分, 不排除来自量子霍尔效应的影响, 它们的确切本质还有待进一步研究.

3.5 Wigner 晶体

在通常情况下, 材料中的电子表现得像无序的液体. 1934年, Wigner^[147]基于量子力学做出了一个理论预测, 当金属中电子的动能和密度可以降低到足够低的程度时, 轨道上的电子会被“冻结”, 在这种奇异的电子态下, 二维电子气的势能相比起动能占支配地位, 电子以相等的间隔集中在一起形成有序的电子态从而将结晶形成一种坚硬的、绝缘的晶体结构, 这种结构被称为 Wigner 晶体. 然而这个新奇的量子物态只是纯粹的理论预测, 因为那些 Wigner 晶体^[148]只能在极端条件下形成, 这给在实验中实现这种晶体带来了障碍.

二维 Wigner 晶体的特征最早是在低温强磁场下的二维电子气体中观察到的^[149,150], 稳定在低电子密度下电子的动能被简并的朗道能级猝灭, 电子既可以凝聚成各种量子霍尔相, 也可以将自己排列成一个高度有序的“Wigner”晶体, 进而产生一系列新的量子物态. 2016年, Jang^[151]等采用隧穿脉冲的方法探测 GaAs/AlGaAs 中的隧穿态密度得到材料的磁声谱, 谱中出现尖锐的共振峰说明电子在空间中有序振动, 产生自发的平移对称破缺, 这为材料具有 Wigner 晶体的存在提供了有力的证据.

近年来, 范德瓦耳斯异质结构中莫尔超晶格的存在为零磁场下实现 Wigner 晶体态开辟了新的途径^[152,153]. TMD 中具有大的载流子浓度^[154,155]和弱库仑屏蔽, 增强了电子相互作用, 电子之间的库仑排斥力为 Wigner 晶体的形成提供了良好的平台, 比 GaAs 等其他半导体更有利于实现关联电子相. 此外, 由于它们对自旋态和电荷态敏感的强激子响应, TMD 异质结的电学性质可以用光学方法探测^[156,157]. 理论者预测, Wigner 晶体的存在取决于能带填充系数和相互作用的类型, 整数填充下的关联绝缘体主要由 Hubbard 模型中的库仑排斥力驱动, 而那些在分数填充因子上的关联绝缘体则被解释

为由长程库仑斥力诱导的广义 Wigner 晶体^[158–162]. 2019年, Regan^[163]等采用一种灵敏的光学检测技术测量 WSe₂/WS₂ 莫尔超晶格的量子电容和量子电阻. 在温度高达 45 K, $n = n_0$ (其中 n 是空穴浓度, n_0 对应每个超晶格点的一个空穴) 处出现 Mott 绝缘体^[164], 在分数填充 $n = n_0/3$ 和 $n = 2n_0/3$, 电子态密度降低、电阻的大幅增加, 出现了在其他莫尔超晶格系统中没有观察到的分数填充时的绝缘态. WSe₂/WS₂ 莫尔晶体结构由于电子与电子的相互作用而自发地打破了晶格平移对称性, 并凝结成一个具有 3×3 电荷密度波形的特定构型, 在实空间出现三重简并的 Wigner 晶体构型, 这些广义 Wigner 晶体的出现证实了 TMD 莫尔异质结构具有非常强的关联性, 为研究关联电子、强光物质相互作用提供了一个有吸引力的平台. 随后 2020年, Xu^[165]等基于 WSe₂ 中激子激发态对介电环境的敏感性设计一种新的光学传感技术, 对 WSe₂/WS₂ 莫尔超晶格结构进行掺杂并展开一系列的研究, 实验上观察到了近 20 种分数填充处的关联绝缘态. 他们通过调节栅极电压在 WSe₂ 中注入空穴, 在 WS₂ 中注入电子, 测量传感器中激子激发态的共振能量和振荡强度, 并用光学探测 WSe₂/WS₂ 莫尔超晶格中的绝缘态. 绝缘态的级联显示了一种几乎关于每个超晶格填充半个粒子对称的能量序. 对于这些分数填充态, 研究人员提出了从广义 Wigner 晶体到电荷密度波等一系列电荷有序态, 为利用莫尔超晶格模拟大量量子多体问题奠定了基础.

在分数填充因子下出现的二维 Wigner 晶体的光学响应的形式是间接得到的, 这种现象也可能用分数量子霍尔态来解释. 因此人们希望能够通过某种方法直接对二维电子晶格真实空间成像. 这对测量技术不仅要具有高空间分辨率、高电子灵敏度, 还要对电子晶格低扰动. 高的电子灵敏度需要与 Wigner 晶体之间存在强耦合而低扰动则需要弱耦合, 这两个要求相互冲突. 直到 2021年, Li 等^[166]在这两个相互竞争的要求之间取得了平衡, 采用 STM 尖端和石墨烯层之间有效的耦合将电子关联出现的不可压缩态泵浦到石墨烯上层传感层中, 通过局部库仑阻塞效应调制 WSe₂/WS₂ 超晶格中不同莫尔位点的电荷态, 对异质结构中的局部电荷分布和嵌入的 Wigner 晶格进行成像. 实验上通过 dI/dV 图的快速傅里叶变换图像, 显示了与 Mott 绝缘体状态的电子晶格有关的尖锐的衍射点, 获

得 Wigner 中在填充因子 $n = 1, 2/3, 1/3, 1/2$ 下的二维 Wigner 晶体状态的实空间成像. Wigner 晶体的有效晶格与填充因子关系敏感, 可以是三角形、矩形、蜂窝状等. 实验上发现, 当 $n = 1$ 时, WSe_2/WS_2 莫尔异质结是 Mott 绝缘态, 从 dI/dV 图可以清楚地观察到明亮的高度有序三角形晶格, 在快速傅里叶变换图像中, 莫尔超晶格的倒易矢量与 Mott 绝缘体电子晶格的最低阶衍射点完全重叠. 由于 $n = 2/3$ 和 $n = 1/3$ 态具有相同的原胞, 因此, 在快速傅里叶变换图像中呈现出相似的衍射模式, 莫尔电子在长程库仑相互作用下趋于稳定并表现出明确的二维晶序, dI/dV 图显示了一个晶格常数为 $\sqrt{3} L_M$ 的蜂窝状晶格, 这种蜂窝晶格与先前的预测相符^[152,163], 并证实了广义 Wigner 晶体的存在. 在 $n = 1/2$ 时, 广义 Wigner 晶体具有条纹对称性, 表明莫尔超晶格的 C_3 对称性被自发地打破. 这种状态高度简并, 仅在最近邻相互作用的情况下, 多个电子晶格构型具有相同的能量.

在量子体系中研究二维 Wigner 晶体除了上文提到的施加强磁场或形成莫尔超晶格, Smoleński 等^[167] 采用激子翻转光谱术对一个原子层厚的 MoSe_2 进行了一系列研究, 并成功制造出了完全由电子构成的特殊晶体, 首次直接证实晶体中电子的规则排列. 在实验中, MoSe_2 被夹在两个石墨烯电极之间, 他们通过在石墨烯上施加电压来改变自由电子的数量, 并使用特定频率的光激发半导体中的激子, 若材料中的电子结晶成规则的晶格, 激子就会发生散射. 通过这种方法, 实验证实了 Wigner 晶体大约会在温度降低到 11 K 时形成. 虽然 Wigner 晶体已经可以通过实验被观察到, 但它们所隐藏的奥秘还有很多. 由于库仑相互作用和动能的复杂相

互作用, Wigner 晶体的量子熔化预计会产生奇异的中间相和量子磁性. 在无外加磁场或莫尔超晶格的前提下, 2021 年, Zhou^[168] 在原子级薄的 TMD 异质结构中观察到双层 Wigner 晶体的存在, 该异质结构由两个被 hBN 隔开的 MoSe_2 单层组成. 理论研究预测, 相对于两个未耦合的单层维格纳晶体, 层间库仑相互作用使双层维格纳晶体相更加稳定^[167]. 与莫尔超晶格中只存在于特定填充处的广义 Wigner 晶体不同, 实验上观察到的双层 Wigner 晶体在固定顶层和底层掺杂比的总密度连续范围内是稳定的. 实验上关联绝缘态的光学特征只在 MoSe_2 层对称 (1:1) 和非对称 (3:1、4:1 和 7:1) 电子掺杂下出现. 由于 hBN 的高各向异性介电常数和局域屏蔽^[169] 效应可以大大减少层间库仑相互作用, 为弱耦合情况提供了可能的理论基础, 由两个互锁相称的三角形电子晶格组成的双层 Wigner 晶体通过层间相互作用稳定. 值得注意的是, 随着电子密度的增加, 实验发现在 4 K 时, 临界密度附近的电子的费米能量远大于热能, 电子的动能比势能增加得更快, 最终使 Wigner 晶体熔化. 双层 Wigner 晶体中类似于光学声子具有独特的集体模式^[170,171] 以及由于不同的填充比和耦合强度表现出丰富的相图激发了人们更大的兴趣, 为实验上研究 Wigner 晶体提供了一个崭新的平台.

4 表格汇总

表 1 作为本文综述内容的总结, 展示了二维材料平带的实现方法及相关新奇量子物态在实验方面的研究结果.

表 1 平带的实现方法及相关新奇量子物态

Table 1. Implementation methods of flat bands and their corresponding resulting novel quantum states.

平带实现方法	新奇量子物态					
	量子霍尔铁磁态	分数量子霍尔态	关联绝缘态	超导态	量子反常霍尔效应	Wigner 晶体
外加强磁场	[14]	[100, 101]	—	—	—	[149, 150]
构筑应变结构	—	—	—	—	—	—
引入转角	魔角双层石墨烯	—	[172]	[41]	[123, 126]	—
	魔角三层石墨烯	—	[44]	[44, 173]	—	—
	双层-双层转角石墨烯	—	[45]	—	—	—
	转角过渡金属硫化物	—	—	[53]	—	[163, 165]
ABC堆叠三层石墨烯	[61]	—	[105]	[105]	[127]	—
Kagome结构	—	—	—	—	—	—

5 总结与展望

综上所述,人们通过外加磁场、构筑应变结构、堆垛层错和引入转角等不同手段实现平带相关强关联量子物态的研究并取得了一系列突破性进展.本文对平带领域的实现方法、电子关联带来的新奇物象进行了梳理和介绍,量子霍尔铁磁态、分数量子霍尔效应、超导态、量子反常霍尔态、Wigner晶体等现象的发现不断揭示着平带是研究各种强关联量子物态的良好平台.随着人们理解的深入以及测量手段的提高,可以想象在未来二维材料平带体系中还将发现更多令人惊喜的结果.为此,我们对该领域未来可能的发展进行展望:本文第3节对二维材料平带体系相关的新奇量子物态进行了系统的综述,一方面,更多新奇量子物态的不断发现令研究者们感到兴奋;但另一方面,受原子层厚样品制备控制困难、难以保证样品均匀性等问题影响,某些关联电子相只是昙花一现,未能被其他组、甚至同一课题组的其他样品中所重复.例如,在最近的工作中,超导电性并没有在使用相同方案制造的高质量 r-TLG/hBN 器件中重现^[44,66].因此,这些新奇量子物态的重复性问题仍然是困扰研究者的一大难题.在今后的研究中,需要进一步优化现有样品制备方案甚至开发新技术,控制制备过程中应变和转角不均匀等引入的无序性,提高器件的质量,从而进一步确认这些新奇量子物态的重复性.此外,使用多种手段测量这些平带体系的物理性质有利于理清这些关联量子态的微观机制.例如,利用输运测量可以清晰地呈现材料的宏观量子物态,如超导、量子霍尔效应、量子反常霍尔效应等;而利用 STM 可以同时获得样品表面原子级的形貌特征和原子精度的局域电子结构(由于二维体系的原子都暴露在表面,所以通过 STM 对其进行结构表征和原位电子态测量具有天然的优势),可以帮助深入了解材料宏观物性背后的微观机理.值得注意的是,近年来科学家们又发展了用光学方法探测材料电学性质的测量手段^[156,157],为新奇量子物态的研究提供了新的思路.在今后的研究中,需要发挥不同测量手段的优势,结合多种测量手段对相关新奇量子物态进行更深入的研究.同时,不同测量手段取得结果的一致性也有利于进一步确定这些新奇量子物态的重复性.

由于这些新奇量子物态本质上源于电子间的强关联效应,平带在其中扮演着至关重要的作用,因此正如表1所展示的,它们有很大的可能性同时出现在不同的二维材料平带体系中.同时,这些平带也有一定的差异性,例如,应变导致的朗道能级相对于朗道能级来说没有破坏体系时间反演对称性,所以朗道能级和朗道能级这两个体系既有相似性,又会有截然不同的特性;不同层石墨烯转角体系的平带的态密度强弱、库仑作用大小、对称性等都会有差别.未来的研究中,除了尝试在更多平带体系寻找新的关联物态,一个非常有意义的方向是探究不同平带体系得到关联物态相图的共性和差异性,这将有利于深入理解各种强关联量子物态的演化与竞争等基本物理问题,最终获得这些新奇量子物态中蕴含的核心物理.

最后,由于作者们才识有限,字里行间难免存在纰漏和不足之处,望广大同行、专家不吝批评斧正.

参考文献

- [1] Huang K (adapted by Han R Q) 1988 *Solid State Physics* (Beijing: Higher Education Press) pp154–157 (in Chinese) [黄昆著(韩汝琦改编)1988 固体物理学(北京:高等教育出版社)第154—157页]
- [2] de Boer J H, Verwey E J 1937 *Proc. Phys. Soc.* **49** 59
- [3] Mott N F, Peierls R 1937 *Proc. Phys. Soc.* **49** 72
- [4] Mott N F 1949 *Proc. Phys. Soc. A* **62** 416
- [5] Hubbard J 1963 *Sciences* **276** 238
- [6] Wu M K, Ashburn J R, Torng C J, Hor P H, Meng R L, Gao L, Huang Z J, Wang Y Q, Chu C W 1987 *Phys. Rev. Lett.* **58** 908
- [7] Zhang J B, Struzhkin V V, Yang W G, Mao H K, Lin H Q, Ma Y C, Wang N L, Chen X J 2015 *Phys. Condens. Matter.* **27** 445701
- [8] Narayan J 1989 *JOM* **41** 18
- [9] Tokura Y, Takagi H, Uchida S 1989 *Nature* **337** 345
- [10] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Zhang Y, Dubonos S V, Grigorieva I V, Firsov A A 2004 *Science* **306** 666
- [11] Novoselov K S, Geim A K, Morozov S V, Jiang D, Katsnelson M I, Grigorieva I V, Dubonos S V, Firsov A A 2005 *Nature* **438** 197
- [12] Zhang Y, Tan Y W, Stormer H L, Kim P 2005 *Nature* **438** 201
- [13] Katsnelson M I, Novoselov K S, Geim A K 2006 *Nature Phys.* **2** 620
- [14] Zhang Y, Jiang Z, Small J P, Purewal M S, Tan Y W, Fazlollahi M, Chudow J D, Jaszczak J A, Stormer H L, Kim P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 136806
- [15] Peres N M R, Guinea F, Castro Neto A H 2006 *Ann. Phys.* **321** 1559
- [16] Peres N M R, Guinea F, Castro Neto A H 2006 *Phys. Rev. B* **73** 125411
- [17] Miller D L, Kubista K D, Rutter G M, Ruan M, de Heer W

- A, First P N, Stroschio J A 2009 *Science* **324** 924
- [18] Meyer J C, Geim A K, Katsnelson M I, Novoselov K S, Booth T J, Roth S 2007 *Nature* **446** 60
- [19] Morpurgo A, Guinea F 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 196804
- [20] Guinea F, Katsnelson M, Vozmediano M A H 2008 *Phys. Rev. B* **77** 075422
- [21] Guinea F, Katsnelson M, Geim A K 2009 *Nature Phys.* **6** 30
- [22] Levy N, Burke S A, Meaker K L, Panlasigui M, Zettl A, Guinea F, Castro Neto A H, Crommie M F 2010 *Science* **329** 544
- [23] Yeh N C, Teague M L, Yeom S, Standley B L, Wu R T P, Boyd D A, Bockrath M W 2011 *Surf. Sci.* **605** 1649
- [24] Lu J, Neto A H, Loh K P 2012 *Nat. Commun.* **3** 1
- [25] Yan H, Sun Y, He L, Nie J C, Chan M H 2012 *Phys. Rev. B* **85** 035422
- [26] Guo D, Kondo T, Machida T, Iwatake K, Okada S, Nakamura J 2012 *Nat. Commun.* **3** 1068
- [27] Meng L, He W Y, Zheng H, Liu M, Yan H, Yan W, Chu Z D, Bai K, Dou R F, Zhang Y 2013 *Phys. Rev. B* **87** 205405
- [28] Yan W, He W Y, Chu Z D, Liu M, Meng L, Dou R F, Zhang Y, Liu Z, Nie J C, He L 2013 *Nat. Commun.* **4** 2159
- [29] Li S Y, Bai K K, Yin L J, Qiao J B, Wang W X, He L 2015 *Phys. Rev. B* **92** 245302
- [30] Jiang Y H, Mao J H, Duan J X, Lai X Y, Watanabe K, Taniguchi T, Andrei E Y 2017 *Nano. Lett.* **17** 2839
- [31] Liu Y, Rodrigues J N B, Luo Y Z, Li L, Carvalho A, Yang M, Laksono E, Lu J, Bao Y, Xu H, Tan S J R, Qiu Z, Sow C H, Feng Y P, Neto A H C, Adam S, Lu J, Loh K P 2018 *Nature Nanotech.* **13** 828
- [32] Jia P, Chen W, Qiao J, Zhang M, Zheng X, Xue Z, Liang R, Tian C, He L, Di Z, Wang X 2019 *Nat. Commun.* **10** 3127
- [33] Nigge P, Qu A C, Lantagne-Hurtubise É, Märsell E, Link S, Tom G, Zonno M, Michiardi M, Schneider M, Zhdanovich S, Levy G, Starke U, Gutiérrez C, Bonn D, Burke S A, Franz M, Damascelli A 2019 *Sci. Adv.* **5** eaaw5593
- [34] Li S Y, Su Y, Ren Y N, He L 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 106802
- [35] Hsu C C, Teague M L, Wang J Q, Yeh N C 2020 *Sci. Adv.* **6** eaat9488
- [36] Mao J H, Milovanović S P, Anđelković M, Lai X Y, Cao Y, Watanabe K, Taniguchi T, Covaci L, Peeters F M, Geim A K, Jiang Y H, Andrei E Y 2020 *Nature* **584** 215
- [37] Vozmediano M A H, Katsnelson M I, Guinea F 2010 *Phys. Rep.* **496** 109
- [38] Li G H, Luican A, Lopes dos Santos J M B, Castro Neto A H, Reina A, Kong J, Andrei E Y 2010 *Nature Phys.* **6** 109
- [39] Bistrizter R, MacDonald A H 2011 *Proc. Nat. I Acad. Sci. U. S. A* **108** 12233
- [40] Yin L J, Qiao J B, Zuo W J, Li W T, He L 2015 *Phys. Rev. B* **92** 081406
- [41] Cao Y, Fatemi V, Fang S, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Jarillo-Herrero P 2018 *Nature* **556** 43
- [42] Khalaf E, Kruchkov A J, Tarnopolsky G, Vishwanath A 2019 *Phys. Rev. B* **100** 085109
- [43] Carr S, Li C Y, Zhu Z Y, Kaxiras E, Sachdev S, Kruchkov A J 2020 *Nano. Lett.* **20** 3030
- [44] Hao Z Y, Zimmerman A M, Ledwith P, Khalaf E, Najafabadi D H, Watanabe K, Taniguchi T, Vishwanath A, Kim P 2021 *Science* **371** 1133
- [45] Liu X M, Hao Z Y, Khalaf E, Lee J Y, Ronen Y, Yoo H, Najafabadi D H, Watanabe K, Taniguchi T, Vishwanath A, Kim P 2020 *Nature* **583** 221
- [46] Burg G W, Zhu J H, Taniguchi T, Watanabe K, MacDonald A H, Tutuc E 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 197702
- [47] Cao Y, Rodan-Legrain D, Rubies-Bigorda O, Park J M, Watanabe K, Taniguchi T, Jarillo-Herrero P 2020 *Nature* **583** 215
- [48] Shen C, Chu Y B, Wu Q S, Li N, Wang S P, Zhao Y C, Tang J, Liu J Y, Tian J P, Watanabe K, Taniguchi T, Yang R, Meng Z Y, Shi D X, Yazyev O V, Zhang G Y 2020 *Nature Phys.* **16** 520
- [49] Wu F, Lovorn T, Tutuc E, Macdonald A H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 026402
- [50] Naik M H, Jain M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 266401
- [51] Wu F, Lovorn T, Tutuc E, Martin I, Macdonald A H 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 86402
- [52] Ruiz-Tijerina D A, Fal'Ko V I 2019 *Phys. Rev. B* **99** 125424
- [53] Wang L, Shih E M, Ghiotto A, Xian L, Rhodes D A, Tan C, Claassen M, Kennes D M, Bai Y S, Kim B, Watanabe K, Taniguchi T, Zhu X Y, Hone J, Rubio A, Pasupathy A N, Dean C R 2020 *Nature Mater.* **19** 861
- [54] Zhang Z M, Wang Y M, Watanabe K, Taniguchi T, Ueno K, Tutuc E, LeRoy B J 2020 *Nature Phys.* **16** 1093
- [55] Lui C H, Li Z, Mak K F, Cappelluti, Heinz T F 2011 *Nature Phys.* **7** 944
- [56] Yin L J, Wang W X, Zhang Y, Ou Y Y, Zhang H T, Shen C Y, He L 2017 *Phys. Rev. B* **95** 081402
- [57] Kumar A, Nandkishore R 2013 *Phys. Rev. B* **87** 241108
- [58] Mazo V, Shimshoni E, Fertig H A 2011 *Phys. Rev. B* **84** 045405
- [59] Xu R, Yin L J, Qiao J B, Bai K K, Nie J C, He L 2015 *Phys. Rev. B* **91** 035410
- [60] Barlas Y, Cote R, Rondeau M 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 126804
- [61] Lee Y, Tran D, Myhro K, Velasco Jr J, Gillgren N, Poumirol J M, Smirnov D, Barlas Y, Lau C N 2016 *Nano. Lett.* **16** 227
- [62] Mak K F, Shan J, Heinz T F 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 176404
- [63] Zhang L, Zhang Y, Camacho J, Khodas M, Zaliznyak I 2011 *Nature Phys.* **7** 953
- [64] Lee Y, Che S, Velasco Jr J, Tran D, Baima J, Mauri F, Calandra M, Bockrath M, Lau C N 2019 arXiv: 1911.04450
- [65] Zhou H X, Xie T, Taniguchi T, Watanabe K, Young A K 2021 *Nature* **598** 434
- [66] Zhou H X, Xie T, Ghazaryan A, Holder T, Ehrets J R, Spanton E M, Taniguchi T, Watanabe K, Berg E, Serbyn M, Young A F 2021 *Nature* **598** 429
- [67] Guo H M, Franz M 2009 *Phys. Rev. B* **80** 113102
- [68] Li Z, Zhuang J, Wang L, Feng H, Gao Q, Xu X, Hao W, Wang X, Zhang C, Wu K, Dou S X, Chen L, Hu Z, Du Y 2018 *Sci. Adv.* **4** eaau4511
- [69] Tang E, Mei J W, Wen X G 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 236802
- [70] Sum K, Gu Z C, Katsura H, Sarma S. Das 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 236803
- [71] Neupert T, Santos L, Chamon C, Mudry C 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 236804
- [72] Liu Z, Wang Z F, Mei J W, Wu Y S, Liu F 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 106804
- [73] Wang Z F, Liu Z, Liu F 2013 *Nat. Commun.* **4** 1471
- [74] Wang Z F, Su N, Liu F 2013 *Nano. Lett.* **13** 2842
- [75] Mazin I I, Jeschke H O, Lechermann F, Lee H, Fink M, Thomale R, Valentí R 2014 *Nat. Commun.* **5** 4261
- [76] Xu G, Lian B, Zhang S C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 186802
- [77] Ye L, Kang M, Liu J W, Cube F, Wicker C R, Suzuki T,

- Jozwiak C, Bostwick A, Rotenberg E, Bell D C, Fu L, Comin R, Checkelsky J G 2018 *Nature* **555** 638
- [78] Ye L, Chan M K, McDonald R D, Graf D, Kang M, Liu J W, Suzuki T, Comin R, Fu L, Checkelsky J G 2019 *Nat. Commun.* **10** 4870
- [79] Inoue H, Han M, Ye L, Suzuki T, Checkelsky J G 2019 *Appl. Phys. Lett.* **115** 072403
- [80] Sales B C, Yan J Q, Meier W R, Christianson A D, Okamoto S, McGuire M A 2019 *Phys. Rev. Mater.* **3** 114203
- [81] Liu Z H, Li M, Wang Q, Wang G W, Wen C H P, Jiang K, Lu X L, Yan S C, Huang Y B, Shen D W, Yin J X, Wang Z Q, Yin Z P, Lei H C, Wang S C 2020 *Nat. Commun.* **11** 4002
- [82] Yin J X, Shumiya N, Mardanya S, Wang Q, Zhang S S, Tien H J, Multer D, Jiang Y X, Cheng G M, Yao N, Wu S F, Wu D S, Deng L Z, Ye Z P, He R, Chang G Q, Liu Z H, Jiang K, Wang Z Q, Neupert T, Agarwal A, Chang T R, Chu C W, Lei H C, Hasan M Z 2020 *Nat. Commun.* **11** 4003
- [83] Kang M, Fang S, Ye L, Po H C, Denlinger J, Jozwiak C, Bostwick A, Rotenberg E, Kaxiras E, Checkelsky J G, Comin R 2020 *Nat. Commun.* **11** 4004
- [84] Kang M, Ye L, Fang S, You J S, Levitan A, Han M, Facio J I, Jozwiak C, Bostwick A, Rotenberg E, Chan M K, McDonald R D, Graf D, Kaznatcheev K, Vescovo E, Bell D C, Kaxiras E, van den Brink J, Richter M, Ghimire M P, Checkelsky J G, Comin R 2020 *Nature Mater.* **19** 163
- [85] Han M Y, Inoue H, Fang S, John C, Ye L, Chan M K, Graf D, Suzuki T, Ghimire P, Cho W J, Kaxiras E, Checkelsky J G 2021 *Nat. Commun.* **12** 5345
- [86] Li M, Wang Q, Wang G W, Yuan Z H, Song W H, Lou R, Liu Z T, Huang Y B, Liu Z H, Lei H C, Yin Z P, Wang S C 2021 *Nat. Commun.* **12** 3129
- [87] Liu Z H, Zhao N N, Li M, Yin Q W, Wang Q, Liu Z T, Shen D W, Huang Y B, Lei H C, Liu K, Wang S C 2021 *Phys. Rev. B* **104** 115122
- [88] Nomura K, MacDonald A H 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 256602
- [89] Young A F, Dean C R, Wang L, Ren H, Cadden-Zimansky P, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J, Shepard K L, Kim P 2012 *Nature Phys.* **8** 550
- [90] Li S Y, Zhang Y, Yin L J, He L 2019 *Phys. Rev. B* **100** 085437
- [91] Liu X M, Farahi G, Chiu C L, Papic Z, Watanabe K, Taniguchi T, Zaletel M P, Yazdani A 2021 *Science* **375** 321
- [92] Young A F, Sanchez-Yamagishi J D, Hunt B, Choi S H, Watanabe K, Taniguchi T, Ashoori R C, Jarillo-Herrero P 2014 *Nature* **505** 528
- [93] Veyrat L, Déprez C, Coissard A, Li X X, Gay F, Watanabe K, Taniguchi T, Han Z, Piot B A, Sellier H, Sacépé B 2020 *Science* **367** 781
- [94] Aleiner I L, Kharzeev D E, Tsvetik A M 2007 *Phys. Rev. B* **76** 195415
- [95] Basko D M, Aleiner I L 2008 *Phys. Rev. B* **77** 041409
- [96] Kharitonov M 2012 *Phys. Rev. B* **85** 155439
- [97] Tsui D C, Stormer H L, Gossard A C 1982 *Phys. Rev. Lett.* **48** 1559
- [98] Du X, Skachko I, Duerr F, Luican A, Andrei E Y 2009 *Nature* **462** 192
- [99] Bolotin K I, Ghahari F, Shulman M D, Stormer H L, Kim P 2009 *Nature* **462** 196
- [100] Dean C R, Young A F, Cadden-Zimansky P, Wang L, Ren H, Watanabe K, Taniguchi T, Kim P, Hone J, Shepard K L 2011 *Nature Phys.* **7** 693
- [101] Zibrov A A, Spanton E M, Zhou H, Kometter C, Taniguchi T, Watanabe K, Young A F 2018 *Nature Phys.* **14** 930
- [102] González J 2008 *Phys. Rev. B* **78** 205431
- [103] Keimer B, Kivelson S A, Norman M R, Uchida S, Zaanen J 2015 *Nature* **518** 179
- [104] Oh M, Nuckolls K P, Wong D, Lee R L, Liu X M, Watanabe K, Taniguchi T, Yazdani A 2021 *Nature* **600** 240
- [105] Chen G R, Sharpe A L, Gallagher P, Rosen I T, Fox E J, Jiang L, Lyu B, Li H Y, Watanabe K, Taniguchi T, Jung J, Shi Z W, Goldhaber-Gordon D, Zhang Y B, Wang F 2019 *Nature* **572** 215
- [106] Chen G, Jiang L, Wu S, Lyu B, Li H, Chittari B L, Watanabe K, Taniguchi T, Shi Z, Jung J, Zhang Y, Wang F 2019 *Nature Phys.* **15** 237
- [107] Chittari B L, Chen G R, Zhang Y B, Wang F, Jung J 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 016401
- [108] Klitzing K V, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [109] Ando T, Fowler A B, Stern F 1982 *Rev. Mod. Phys.* **54** 437
- [110] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, den Nijs M 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 405
- [111] Haldane F M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2015
- [112] Onoda M, Nagaosa N 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 206601
- [113] Nagaosa N, Sinova J, Onoda S, MacDonald A H, Ong N P 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1539
- [114] Qi X L, Wu Y, Zhang S C 2006 *Phys. Rev. B* **74** 085308
- [115] Liu C, Qi X, Dai X, Fang Z, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 146802
- [116] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195424
- [117] Nomurak, Nagaosa N, 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 166802
- [118] Yu R, Zhang W, Zhang H J, Zhang S C, Dai X, Fang Z 2010 *Science* **329** 61
- [119] Liu C X, Zhang H J, Yan B H, Qi X L, Frauenheim T, Dai X, Fang Z, Zhang S C 2010 *Phys. Rev. B* **81** 041307(R)
- [120] Zhang Y, He K, Chang C Z, Song C L, Wang L L, Chen X, Jia J F, Fang Z, Dai X, Shan W Y, Shen S Q, Niu Q, Qi X L, Zhang S C, Ma X C, Xue Q K 2010 *Nature Phys.* **6** 584
- [121] Chang C Z, Zhao W W, Duk Y K, Zhang H J, Badli A A, Don H, Zhang S C, Liu C X, Moses H W C, Jagadeesh S M 2015 *Nature Mater.* **14** 473
- [122] Chang C Z, Zhang J S, F X, Shen J, Zhang Z C, Guo M H, Kang Li, Ou Y B, Pang Wei, Wang L L, Ji Z Q, Feng Y, Ji S H, Chen X, Jia J F, Dai X, Fang Z, Zhang S C, He K, Wang Y Y, Lu L, Ma X C, Xue Q K 2013 *Science* **340** 167
- [123] Sharpe A L, Fox E J, Barnard A W, Finney J, Watanabe K, Taniguchi T, Kastner M A, Goldhaber-Gordon D 2019 *Science* **365** 605
- [124] Watanabe, Taniguchi T, Moon P, Koshino M, Jarillo-Herrero P, Ashoori R C 2013 *Science* **340** 1427
- [125] Amet F, Williams J R, Watanabe K, Taniguchi T, Goldhaber-Gordon D, 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 216601
- [126] Serlin M, Tschirhart C L, Polshyn H, Zhang Y, Zhu J, Watanabe K, Taniguchi T, Balents L, Young A F 2019 *Science* **367** 900
- [127] Chen G R, Sharpe A L, Fox E J, Zhang Y H, Wang S X, Jiang L L, Bosai Lyu, Li H Y, Watanabe K, Taniguchi T, Shi Z W, Senthil T, Goldhaber-Gordon D, Zhang Y B, Wang F 2020 *Nature* **579** 56
- [128] Zhang Y H, Senthil T 2019 *Phys. Rev. B* **99** 205150
- [129] Hohenadler M, Assaad F F 2013 *J. Phys. Condens. Matter* **25** 143201
- [130] Witezak-Krempa W, Chen G, Kim Y B, Balents L 2014 *Annu. Rev. Condens. Matter. Phys.* **5** 57

- [131] Pesin D, Balents L 2010 *Nat. Phys.* **6** 376
- [132] Raghu S, Qi X L, Honerkamp C, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 156401
- [133] Devakul T, Crépell V, Yang Z L Fu 2021 *Nat. Commun.* **12** 6730
- [134] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
- [135] Li T X, Jiang S W, Shen B W, Zhang Y, Li L Z, Tao Z, Devakul T, Watanabe K, Taniguchi T, Fu L, Shan J, Mak K F 2021 *Nature* **600** 641
- [136] Li T X, Jiang S W, Li L Z, Zhang Y, Kang K F, Zhu J C, Watanabe K, Taniguchi T, Chowdhury D, Fu L, Shan J, Mak K F 2021 *Nature* **597** 350
- [137] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [138] Tenasini G, Martino E, Ubrig N, Ghimire N J, Berger H, Zaharko O, Wu F C, Mitchell J F, Martin I, Forró L, Morpurgo A F 2020 *Phys. Rev. Res.* **2** 023051
- [139] Zhao Y F, Zhang R X, Mei R B, Zhou L J, Yi H M, Zhang Y Q, Yu J B, Xiao R, Wang K, Samarth N, Moses H. W. Chan, Liu C X, Chang Z C 2020 *Nature* **588** 419
- [140] Zhang F, Jung J, Gregory A F, Niu Q, MacDonald A H 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 156801
- [141] Zhang F 2015 *Met.* **210** 9
- [142] Nandkishore R, Levitov L 2010 *Phys. Rev. B* **82** 115431
- [143] Geisenhof F R, Winterer F, Seiler A M, Jakob Lenz, Xu T Y, Zhang F, Weitz R T 2021 *Nature* **598** 53
- [144] Martin J, Feldman B E, Weitz R T, Allen M T, Yacoby A 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 256806
- [145] Velasco Jr J, Lee Y, Zhang F, Myhro K, Tran D, Deo M, Smirnov D, MacDonald A H, Lau C N 2014 *Nat. Commun.* **5** 4550
- [146] Ki D K, Morpurgo A F 2013 *Nano Lett.* **13** 5165
- [147] Wigner E 1934 *Phys. Rev.* **46** 1002
- [148] Grimes C C, Adams G 1979 *Phys. Rev. Lett.* **42** 795
- [149] Andrei E Y, Deville G, Glattli D C, Williams F I B, Paris E, Etienne B 1988 *Phys. Rev. Lett.* **60** 2765
- [150] Meng K Ma, Villegas Rosales K A, Deng H, Chung Y J, Pfeiffer L N, West K W, Baldwin K W, Winkler R, Shayegan M 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 036601
- [151] Jang J, Hunt B M, Pfeiffer L N, West K W, Ashoori R C 2017 *Nature Phys.* **13** 340
- [152] Jin C H, Tao Z, Li T X, Xu Y, Tang Y H, Zhu J C, Liu S, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J C, Fu L, Shan J, Mak K F 2021 *Nat. Mater.* **20** 940
- [153] Huang X, Wang T M, Miao S N, Wang C, Li Z P, Lian Z, Taniguchi T, Watanabe K, Okamoto S, Xiao D, Shi S F, Cui Y T 2021 *Nat. Phys.* **17** 715
- [154] Kormányos A, Burkard G, Gmitra M, Fabian J, Zólyomi V, Drummond N D, Fal'ko V 2015 *2 D Mater.* **2** 022001
- [155] Larentis S, Movva H C P, Fallahazad B, Kim K, Behroozi A, Taniguchi T, Watanabe K, Banerjee S K, Tutuc E 2018 *Phys. Rev. B* **97** 201407(R)
- [156] Tang Y H, Li L Z, Li T X, Xu Y, Liu S, Barmak K, Watanabe K, Taniguchi T, MacDonald A H, Shan J, Mak K F 2020 *Nature* **579** 353
- [157] Shimazaki Y, Schwartz I, Watanabe K, Taniguchi T, Kroner M, Imamoğlu A 2020 *Nature* **580** 472
- [158] Hubbard J 1978 *Phys. Rev. B* **17** 494
- [159] Wu C, Bergman D, Balents L, Das Sarma S 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 070401
- [160] Hiraki K, Kanoda K 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 4737
- [161] Padhi B, Setty C, Phillips P W 2018 *Nano Lett.* **18** 6175
- [162] Padhi B, Phillips P W 2019 *Phys. Rev. B* **99** 205141
- [163] Regan E C, Wang D Q, Jin C H, Iqbal Bakti Utama M, Gao B N, Wei X, Zhao S H, Zhao W Y, Zhang Z C, Yumigeta K, Blei M, Carlström J D, Watanabe K, Taniguchi T, Tongay S, Crommie M, Zettl A, Wang F 2020 *Nature* **579** 359
- [164] Imada M, Fujimori A, Tokura Y 1998 *Rev. Mod. Phys.* **70** 1039
- [165] Xu Y, Liu S, Rhodes D A, Watanabe K, Taniguchi T, Hone J, Elser V, Mak K F, Shan J 2020 *Nature* **587** 214
- [166] Li H Y, Li S W, Regan E C, Wang D Q, Zhao W Y, Kahn S, Yumigeta K, Blei M, Taniguchi T, Watanabe K, Tongay S, Zettl A, Crommie M F, Wang F 2021 *Nature* **597** 650
- [167] Smoleński T, Dolgirev P E, Kuhlenskamp C, Alexander Popert, Shimazaki Yuya, Back P, Lu X B, Kroner M, Watanabe K, Taniguchi T, Esterlis I, Demler E, Imamoğlu A 2021 *Nature* **595** 53
- [168] Zhou Y, Sung J H, Brutschea E, Esterlis I, Wang Y, Giovanni Scuri, Gelly R J, Heo H, Taniguchi T, Watanabe K, Zaránd G, Lukin M D, Kim P, Demler E, Park H 2021 *Nature* **595** 48
- [169] Świerkowski L, Neilson D, Szymański J 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 240
- [170] Platzman P M, Fukuyama H 1974 *Phys. Rev. B* **10** 3150
- [171] Bonsall L, Maradudin A A 1977 *Phys. Rev. B* **15** 1959
- [172] Cao Y, Fatemi V, Demir A, Fang S, Tomarken S L, Luo J Y, Sanchez-Yamagishi J D, Watanabe K, Taniguchi T, Kaxiras E, Ashoori R C, Jarillo-Herrero P 2018 *Nature* **556** 80
- [173] Park J M, Cao Y, Watanabe K, Taniguchi T, Jarillo-Herrero P 2021 *Nature* **590** 249

SPECIAL TOPIC—Novel properties of low-dimensional materials

Flat bands and related novel quantum states in two-dimensional systems^{*}

Zhang Ruo-Han[#] Ren Hui-Ying[#] He Lin[†]

(Center for Advanced Quantum Studies, Department of Physics, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

(Received 1 February 2022; revised manuscript received 28 February 2022)

Abstract

In flat bands of two-dimensional materials, the mass of charge carriers increases dramatically and the Coulomb energy of the charge carriers can be much larger than the quenched kinetic energy. When the flat band is partially filled, electron-electron interactions can drive electrons to form exotic correlated phases, such as quantum Hall ferromagnetism, fractional quantum Hall effect, superconductivity, and quantum anomalous Hall effect. Therefore, flat bands in two-dimensional materials have attracted much attention very recently. In the past few years, the strongly correlated phenomena in flat bands have become a hot topic in community of condensed matter physics. There are several different methods, such as using a perpendicular magnetic field, introducing strained structures, and introducing a twist angle, to realize the flat bands in two-dimensional materials. In this review article, we summarize the methods to realize flat bands in two-dimensional systems and introduce the related novel electronic states when the flat band is partially filled.

Keywords: flat band, Hubbard model, strong correlation effect, novel quantum state

PACS: 73.20.At, 73.22.Pr, 74.70.-b, 71.27.+a

DOI: [10.7498/aps.71.20220225](https://doi.org/10.7498/aps.71.20220225)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12141401, 11974050).

[#] These authors contributed equally.

[†] Corresponding author. E-mail: helin@bnu.edu.cn