人造霍尔管中的基态手性流*

关欣[1)†] 陈刚[2)3)4)] 潘婧[1)] 游秀芬[1)] 桂志国[1)]

1) (太原学院材料与化学工程系, 太原 030032)

2) (山西大学激光光谱研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (山西大学极端光学协同创新中心, 太原 030006)

4) (山东师范大学物理与电子科学学院, 光场调控及应用中心, 济南 250358)

(2022 年 2 月 18 日收到; 2022 年 4 月 13 日收到修改稿)

霍尔管是模拟量子霍尔效应的重要模型, 却至今没有在超导量子电路中实现过. 超导量子电路是宏观调控量子效应的优秀平台. 本文利用超导量子电路系统的高度可调性, 在超导量子电路系统中设计出了具有周期性边界条件的三条超导比特链. 之后利用交流微波对每个比特分别进行驱动, 构造出人造霍尔管. 人造霍尔管中的人造规范场可以通过选择合适的微波相位来进行独立调控. 发现了人造霍尔管中存在不同特征的手性流, 分别为 Meissner 流和不同面上的涡旋流. 为了判别这些流的存在, 定义了四个序参量, 并在参数空间中画出了不同流之间量子相变的完整相图. 最后, 提出了制备人造霍尔管基态以及探测基态手性流的可行性实验方案. 这一研究丰富了霍尔管的量子流, 并且在已有的实验系统中能够很快实现, 为探索新的量子相提供了新的途径.

关键词: 人造霍尔管, 超导量子电路, 基态手性流

PACS: 03.67.Ac, 05.30.Rt, 85.25.Cp, 71.10.–w **DOI:** 10.7498/aps.71.20220293

1 引 言

系统的不同几何结构总是会诱导出不同的物理特征. 例如对于有磁场的两链晶格系统, 如果粒子按照正方形两两正对耦合, 晶格链上会出现手性流[1,2], 当改变耦合形式, 使粒子之间交错耦合形成 Creutz ladder 时, 除了手性流, 在晶格链的边缘还会诱导出孤立的电子态[3,4]. 对于有磁场的三链晶格系统, 如果粒子按照正方形两两正对耦合, 晶格链上会出现局域在链边界的手性流[5,6], 而粒子按照菱形结构耦合时, 系统的能量会局域在两条边界链的菱形顶点, 形成著名的平带结构[7]. 值得强调的是, 周期性边界条件是链状晶格的一个重要几何结构, 能够诱导出丰富的物理现象, 如周期性边界条件会诱导霍尔晶格出现单粒子分数能谱, 也就是著名的 Hofstadter 蝴蝶能谱[8]、环面几何结构的晶格中能够实现 Laughlin 泵浦, 用来刻画量子化的霍尔电导[9–11]. 最近的冷原子实验在周期性边界条件下, 利用中性费米子的三个自旋态实现了人造霍尔管, 并通过淬火动力学测量了该系统的能带, 发现了能够预测拓扑相变的能带闭合点[12]. 作为模拟二维量子霍尔效应的重要模型, 霍尔管的实现引起了广泛关注, 如在霍尔管中实现可调磁通并利用这一磁通实现拓扑电荷泵浦[13]、刻画出费米子霍尔管的多体相图并发现了拓扑非平庸的磁性相[14].

* 国家卫健委“十三五”规划全国重点课题 (批准号: NHFPC102018)、教育部协同育人项目 (批准号: 202101029006)、山西省高等学校科技创新计划项目 (批准号: 2021L574)、山西省自然科学基金青年项目 (批准号: 202103021223010) 和太原学院自然科学基金青年项目 (批准号: 21TYKQ22) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: guanxin810712@163.com

© 2022 中国物理学会 Chinese Physical Society

然而手性作为霍尔效应中的重要物理特征, 在霍尔管中并没有进行研究. 本文就来探索这一问题.

另一方面, 相比于光晶格和冷原子系统, 超导量子电路作为全固态器件, 在扩展性、集成性、调控性上都有更大的优势[15−18]. 近年来, 基于超导量子电路系统进行量子模拟在很多领域都受到了广泛关注, 如动力学量子相变[19]、多体局域化[20]、磁性[21,22]、拓扑磁子绝缘体[23]、拓扑半金属材料[24]、强关联量子行走[25]以及耗散稳定的 Mott 绝缘体[26]等. 最近, 中国科技大学的朱晓波团队[27]成功研制出了二维链状的 62 比特可编程超导量子计算处理器, 并完成了可编码的量子行走. 这一突破性的实验实现了大尺寸耦合的超导量子比特, 降低了尺寸效应对观测多体量子效应的影响, 为探索多体物理提供了新的途径. 另外, 我们注意到, 实验上已经实现了超导比特的次近邻耦合[28,29], 因此对于一个三链的超导比特系统, 链间比特两两耦合就会实现一个具有周期性边界条件的管状结构. 相比于光晶格冷原子实验中的人造维度, 在真实空间中实现霍尔管更加容易调控和观测.

本文提出了利用超导量子电路实现人造霍尔管的可行性实验方案, 首先设计出具有周期性边界条件的三链比特模型, 然后用交流微波驱动每一个超导比特实现霍尔管所需要的人造规范场, 值得强调的是, 相比于光晶格冷原子, 本文所设计的人造霍尔管具有独立可调的人造规范场. 接下来探索了人造霍尔管的基态手性流, 发现了 Meissner 流和不同面上的涡旋流及其量子相变, 并且定义了四个序参量来判别这些流的存在及相变的发生. 最后在参数空间中画出了不同手性流之间量子相变的完整相图. 另外, 提出了制备系统基态以及探测这些基态手性流的实验方案. 本文的工作为在超导量子电路中探索量子霍尔效应、量子流以及量子相变提供了新的途径.

2 理论模型

如图 1 所示, 本文用 transmon 比特[30]设计了一个三链结构的超导量子电路来实现人造霍尔管. 沿着每条链, transmon 比特都与其最近邻比特耦合. 在每个元胞中, 三条链上的比特之间两两耦合. 这里, 比特之间均通过电容进行耦合. 能够看到, 这个系统中不仅存在比特间的最近邻耦合, 还存在次近邻耦合. 超导比特系统中这种次近邻的比特耦合在实验上已经实现[28,29]. 基于图 1(a) 的超导电路, 能够写出相应的拉氏量:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}=&\sum_{\nu,j}\left[\frac{C_{\nu j}}{2}\dot{\phi}_{\nu j}^{2}+E_{\nu j}^{J}\cos\left(\frac{\phi_{\nu j}}{\phi_0}\right)\right]\\&+\sum_{\nu,\langle i,j\rangle}\left[\frac{C_{\nu ij}}{2}\left(\dot{\phi}_{\nu i}-\dot{\phi}_{\nu j}\right)^{2}\right]\\&+\sum_{j}\Bigg[\frac{C_{ABj}}{2}\left(\dot{\phi}_{Aj}-\dot{\phi}_{Bj}\right)^{2}\\&+\frac{C_{BCj}}{2}\left(\dot{\phi}_{Bj}-\dot{\phi}_{Aj}\right)^{2}\\&+\frac{C_{CAj}}{2}\left(\dot{\phi}_{Cj}-\dot{\phi}_{Aj}\right)^{2}\Bigg],\end{aligned}\tag{1}$$

式中, $C_{\nu j}$是第 ν 条链上, 第 j 个比特的有效电容; $E_{\nu j}^{J}$是第 ν 条链上, 第 j 个比特的有效约瑟夫森能; $C_{\nu ij}$是耦合第 ν 条链上, 第 i 和第 j 个比特的电容; $\{C_{ABj},C_{BCj},C_{CAj}\}$是耦合第 j 个元胞中不同链间比特的电容; $\phi_{\nu j}$是第 ν 条链上, 第 j 个比特中约瑟夫森结的相位, $\phi_0=1/(2e)$是其量子化单位; $\langle i,j\rangle$表示的是每条链上最近邻比特的求和. 当设 $\hat{\phi}_{\nu j}$为正则坐标时, 那么正则动量可以表示为 $\hat{q}_{\nu j}=\partial L/\partial\dot{\hat{\phi}}_{\nu j}$, 即

$$\begin{aligned}\hat{q}_{\nu j}=&C_{\nu j}\dot{\hat{\phi}}_{\nu j}+\sum_{j\langle i\rangle}C_{\nu j}\left(\dot{\hat{\phi}}_{\nu j}-\dot{\hat{\phi}}_{\nu j\langle i\rangle}\right)\\&+\sum_{\nu\neq\nu'}C_{\nu\nu' j}\left(\dot{\hat{\phi}}_{\nu i}-\dot{\hat{\phi}}_{\nu' i}\right),\end{aligned}\tag{2}$$

其中 $j\langle i\rangle$表示的是对第 j 个元胞的 transmon 比特周围比特的求和. 考虑到实验条件 $C_{\nu j}\gg\{C_{\nu(j-1)j},C_{\nu j(j+1)},C_{ABj},C_{BCj},C_{CAj}\}$[30], 得到$\dot{\hat{\phi}}_{\nu j}\approx\hat{q}_{\nu j}/C_{\nu j}$. 利用勒让德变换, 可以写出相应的哈密顿量:

$$\hat{H}=\hat{H}_0+\hat{H}_{\rm IJ}+\hat{H}_{\rm R},\tag{3}$$

其中,

$$\hat{H}_0=\sum_{\nu,j}\left(\frac{\hat{q}_{\nu j}^{2}}{2\tilde{C}_{\nu j}}+\frac{\hat{\phi}_{\nu j}^{2}}{2L_{\nu j}^{J}}-\frac{E_{\nu j}^{J}}{24\hat{\phi}_0^{4}}\hat{\phi}_{\nu j}^{4}\right),\tag{4}$$

$$\hat{H}_{\rm IJ}=\sum_{\nu,\langle i,j\rangle}\frac{C_{\nu ij}}{C_{\nu i}C_{\nu j}}\hat{q}_{\nu i}\hat{q}_{\nu j},\tag{5}$$

$$\hat{H}_{\rm R}=\sum_{\nu\neq\nu',j}\frac{C_{\nu\nu' j}}{C_{\nu j}C_{\nu' j}}\hat{q}_{\nu i}\hat{q}_{\nu' i},\tag{6}$$

式中 $1/\tilde{C}_{\nu j}=(C_{\nu j}-C_{ABj}-C_{BCj}-C_{CAj}-C_{\nu(j-1)j}-C_{\nu j(j+1)})/C_{\nu j}^{2}$, $1/L_{\nu j}^{J}=E_{\nu j}^{J}/\phi_0^{2}$. 之后引

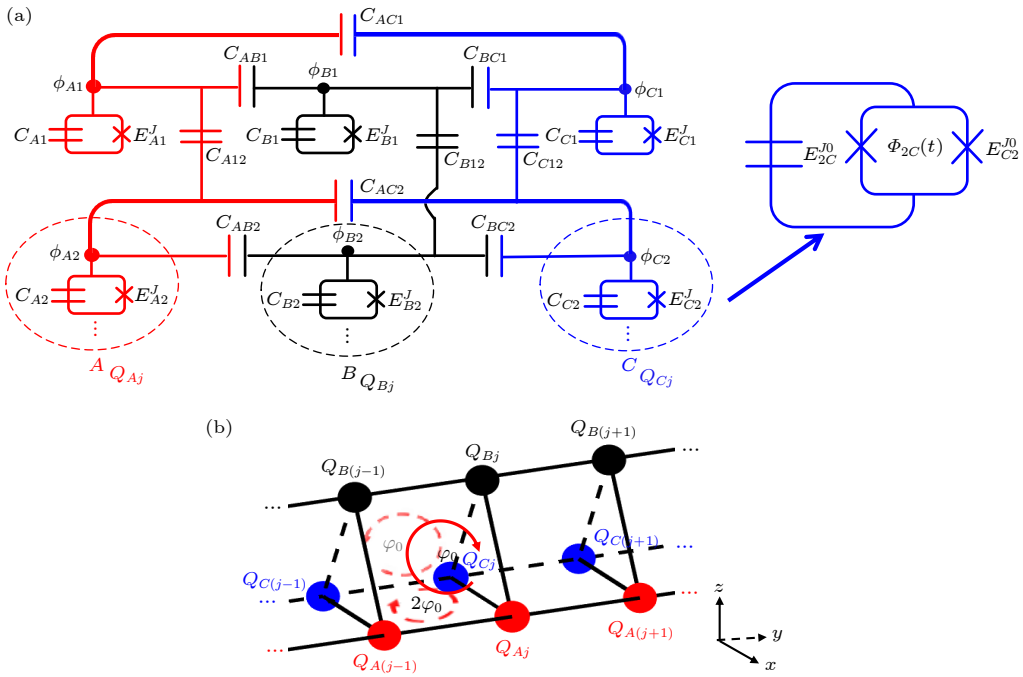

图 1 人造霍尔管模型 (a) 三条 transmon 比特链分别标记为 A, B, C. 沿着每条链, 最近邻比特之间耦合. 三条链之间, 同一个元胞中的比特两两耦合. 这里所有的耦合器均为电容. $Q_{\nu j}$ 表示的是第 ν 条链上的第 j 个比特. $C_{\nu j}$ 和 $E^{\rm J}_{\nu j}$ 分别是第 ν 条链上、第 j 个比特的有效电容和约瑟夫森能. $C_{\nu ij}$ 是耦合第 ν 条链上、第 i 和第 j 个元比特的电容. $\{C_{ABj}, C_{BCj}, C_{CAj}\}$ 是耦合第 j 个元胞中不同链间比特的电容. $\phi_{\nu j}$ 是第 ν 条链上、第 j 个比特的约瑟夫森结的相位. transmon 比特的约瑟夫森结由超导量子干涉仪 (SQUID) 形成, $E^{\rm J0}_{\nu j}$ 是 SQUID 中每个约瑟夫森结的能量. 每个比特都受到外加磁通 $\Phi_{\nu j}(t)$ 的调制. (b) 人造霍尔管示意图, 在面 $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Bj}Q_{B(j-1)}$ 和 $Q_{C(j-1)}Q_{Cj}Q_{Bj}Q_{B(j-1)}$ 上积累 φ_0 的相位, 在面 $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Cj}Q_{C(j-1)}$ 上积累 $2\varphi_0$ 的相位. 图中, 红色、黑色和蓝色的实心球分别表示 A, B 和 C 链上的比特

Fig. 1. Model of the synthetic Hall tube: (a) Three-leg (labeled respectively by A, B, C) superconducting circuits with transmon qubits. Along each leg, the qubits are coupled with their nearestneighbor sites, while they interact with each other between legs at the same unit cell. All couplers are capacitors. $C_{\nu j}$ and $E^{\rm J}_{\nu j}$ are the effective capacitance and the Josephson energy of the qubit at the jth site on the νth leg. $C_{\nu ij}$ and $\{C_{ABj}, C_{BCj}, C_{CAj}\}$ are the capacitors to couple the qubits at the jth site on the νth leg with its nearest-neighbor sites along each leg and between the legs, respectively. $\phi_{\nu j}$ is the phase of the Josephson junction of the qubit at the jth site on the νth leg. The Josephson junction of the transmon qubit is a superconducting quantum interference device (SQUID). $E^{\rm J0}_{\nu j}$ is the Josephson energy of SQUID. Each qubit is modulate by an external magnetic flux $\Phi_{\nu j}(t)$. (b) Schematics of the synthetic Hall tube with an effective phase φ_0 in the plaquette $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Bj}Q_{B(j-1)}$ and $Q_{C(j-1)}Q_{Cj}Q_{Bj}$ $Q_{B(j-1)}$ and $2\varphi_0$ in the plaquette $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Cj}Q_{C(j-1)}$. The red, black, and blue filled circles indicate the qubits in the A, B and C legs, respectively.

入产生湮灭算符,

$$\hat{a}_{\nu j} = \sqrt{\frac{\tilde{C}_{\nu j}\omega^0_{\nu j}}{2}}\hat{\phi}_{\nu j} + {\rm i}\sqrt{\frac{1}{2\tilde{C}_{\nu j}\omega^0_{\nu j}}}\hat{q}_{\nu j}, \tag{7}$$

$$\hat{a}^\dagger_{\nu j} = \sqrt{\frac{\tilde{C}_{\nu j}\omega^0_{\nu j}}{2}}\hat{\phi}_{\nu j} - {\rm i}\sqrt{\frac{1}{2\tilde{C}_{\nu j}\omega^0_{\nu j}}}\hat{q}_{\nu j}, \tag{8}$$

算符满足 $[\hat{a}_{\nu j}, \hat{a}^\dagger_{\nu',j'}] = \delta_{\nu,\nu'}\delta_{j,j'}$. $\omega^0_{\nu j} = \sqrt{8E^C_{\nu j}E^{\rm J}_{\nu j}}$ 是第 ν 条链上, 第 j 个比特的频率, 其中 $E^C_{\nu j} = e^2/(2\tilde{C}_{\nu j})$. 考虑旋波近似, 则量子化之后的哈密顿量可写为

$$\hat{H}_0 = \sum_{\nu,j}\omega^0_{\nu j}\hat{a}^\dagger_{\nu j}\hat{a}_{\nu j} + \frac{1}{2}V_{\nu j}\hat{n}_{\nu j}(\hat{n}_{\nu j} - 1), \tag{9}$$

$$\hat{H}_{\rm IJ} = \sum_{\nu,j} g_{\nu j}\hat{a}^\dagger_{\nu(j-1)}\hat{a}_{\nu j} + {\rm H.c.}, \tag{10}$$

$$\hat{H}_{\rm R} = \sum_{\nu\neq\nu',j}\tilde{g}_{\nu\nu' j}\hat{a}^\dagger_{\nu j}\hat{a}_{\nu' j} + {\rm H.c.}, \tag{11}$$

其中 H.c.表示厄米共轭. $\hat{n}_{\nu j} = \hat{a}^\dagger_{\nu j}\hat{a}_{\nu j}$ 是粒子数算符. 参数为

$$V_{\nu j} = -E^C_{\nu j}, \tag{12}$$

$$g_{\nu j} = \frac{C_{\nu(j-1)j}\sqrt{\omega^0_{\nu(j-1)}\omega^0_{\nu j}}}{2\sqrt{C_{\nu(j-1)}C_{\nu j}}}, \tag{13}$$

$$\tilde{g}_{\nu\nu' j}=\frac{C_{\nu\nu' j}\sqrt{\omega_{\nu j}^{0}\omega_{\nu' j}^{0}}}{2\sqrt{C_{\nu j}C_{\nu' j}}}, \tag{14}$$

其中 $V_{\nu j}$ 是第 ν 条链、第 j 个比特非谐性强度. $g_{\nu j}$ 表示第 ν 条链上第 j 和第 $(j-1)$ 个比特之间的耦合强度. $\tilde{g}_{\nu\nu' j}$ 表示的是第 ν 条链上第 j 个比特和第 ν' 条链上第 j 个比特之间的耦合强度. 本文中, 为了方便讨论, 考虑 $g_{\nu j}=\tilde{g}_{\nu\nu' j}=g_0$. 因为 transmon 比特要求 $E_{\nu j}^{C}\ll E_{\nu j}^{\mathrm{J}}$, 所以选择 $E_{\nu j}^{\mathrm{J}}/E_{\nu j}^{C}=50$, 并且设置相应的电容值, $\{C_{\nu(j-1)j},C_{\nu j(j+1)},C_{ABj},C_{BCj},C_{CAj}\}\approx 0.5$ fF 及 $C_{\nu j}\approx 100$ fF. 基于以上参数条件, 计算出 $V_{\nu j}/(2\pi)\approx 200$ MHz, $g_0/(2\pi)\approx 10$ MHz, 从这里能够看出 $V_{\nu j}\gg g_0$ [31]. 在此参数条件下, 比特具有很强的非谐性, 因此每一个 transmon 比特只能激发一个玻色子, 也就是说, 玻色算符满足 $\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}|0\rangle_{\nu j}=|1\rangle_{\nu j}$, $\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}|1\rangle_{\nu j}=0$, $\hat{a}_{\nu j}|0\rangle_{\nu j}=0$ 以及 $\hat{a}_{\nu j}|1\rangle_{\nu j}=|0\rangle_{\nu j}$. 这时哈密顿量 (9) 中的第二项满足 $V_{\nu j}\hat{n}_{\nu j}(\hat{n}_{\nu j}-1)/2\equiv 0$. 故哈密顿量可以表示为

$$\begin{aligned}\hat{H}=&\sum_{\nu,j}\omega_{\nu j}^{0}\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}\hat{a}_{\nu j}+\sum_{\nu,j}\left(g_0\hat{a}_{\nu(j-1)}^{\dagger}\hat{a}_{\nu j}+\mathrm{H.c.}\right)\\&+\sum_{\nu\neq\nu',j}\left(g_0\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}\hat{a}_{\nu' j}+\mathrm{H.c.}\right).\end{aligned} \tag{15}$$

为了实现图 1(b) 所示的人造霍尔管, 我们利用交流微波对每个 transmon 比特进行驱动. 实验上 [32], 每个微波驱动都可以通过磁通偏置线来实现. 如图 1(a) 所示, transmon 比特的约瑟夫森结是由超导量子干涉仪 (SQUID) 形成的等效约瑟夫森结. 考虑 SQUID 的两个约瑟夫森结具有相同的能量 $E_{\nu j}^{\mathrm{J0}}$, 则等效约瑟夫森能 $E_{\nu j}^{\mathrm{J}}=2E_{\nu j}^{\mathrm{J0}}$. 之后给每个比特外加一个磁通偏置 $\Phi_{\nu j}(t)$, 这时同一个 SQUID 的两个约瑟夫森结之间会产生 $\Phi_{\nu j}(t)/\phi_0$ 的相位差, 每个比特的势能变为

$$\begin{aligned}&E_{\nu j}^{\mathrm{J0}}\left[\cos\left(\frac{\phi_{\nu j}}{\phi_0}+\frac{\Phi_{\nu j}(t)}{2\phi_0}\right)+\cos\left(\frac{\phi_{\nu j}}{\phi_0}-\frac{\Phi_{\nu j}(t)}{2\phi_0}\right)\right]\\&=E_{\nu j}^{\mathrm{J}}(t)\cos\left(\frac{\phi_{\nu j}}{\phi_0}\right),\end{aligned} \tag{16}$$

其中 $E_{\nu j}^{\mathrm{J}}(t)=E_{\nu j}^{\mathrm{J}}\cos[\Phi_{\nu j}(t)/2\phi_0]$. 将约瑟夫森能 $E_{\nu j}^{\mathrm{J}}(t)$ 代入到比特频率 $\omega_{\nu j}^{0}$ 中, 就得到了驱动之后的比特频率 $\omega_{\nu j}(t)=\omega_{\nu j}^{0}\sqrt{\cos[\Phi_{\nu j}(t)/2\phi_0]}$. 进一步将偏置磁通具体地选择为

$$\Phi_{\nu j}(t)=\delta_{\nu j}\cos\left(u_{\nu j}^{0}t+\varphi_{\nu j}^{0}\right), \tag{17}$$

其中 $\delta_{\nu j}\ll\omega_{\nu j}^{0}$ 是偏置磁通的振幅. $u_{\nu j}^{0}$ 和 $\varphi_{\nu j}^{0}$ 分别是偏置磁通的频率和相位. 之后, 在 $\Phi_{\nu j}(t)=0$ 处对 $\omega_{\nu j}(t)$ 进行泰勒展开 (保留到二阶), 得到:

$$\omega_{\nu j}(t)\approx\omega_{\nu j}^{0}+\varepsilon_{\nu j}\sin\left(u_{\nu j}t+\varphi_{\nu j}\right), \tag{18}$$

其中 $\varepsilon_{\nu j}=\omega_{\nu j}^{0}\delta_{\nu j}^{2}/4\phi_0^{2}$, $u_{\nu j}=2u_{\nu j}^{0}$, $\varphi_{\nu j}=2\varphi_{\nu j}^{0}+3\pi/2$. 利用幺正算符 $\hat{U}=\hat{U}_1\times\hat{U}_2$ 对受到微波驱动的哈密顿量进行旋转操作, 其中,

$$\hat{U}_1=\exp\left[-\mathrm{i}\sum_{j=1}^{N}\sum_{\nu}\omega_{\nu j}^{0}\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}\hat{a}_{\nu j}t\right], \tag{19}$$

$$\hat{U}_2=\exp\left[\mathrm{i}\sum_{j=1}^{N}\sum_{\nu}\alpha_{\nu j}\hat{a}_{\nu j}^{\dagger}\hat{a}_{\nu j}\cos\left(u_{\nu j}t+\varphi_{\nu j}\right)\right], \tag{20}$$

(20) 式中 $\alpha_{\nu j}=\varepsilon_{\nu j}/u_{\nu j}$. 旋转之后的哈密顿量可以表示为

$$\hat{H}=\hat{U}^{\dagger}\hat{H}\hat{U}+\mathrm{i}\frac{\mathrm{d}\hat{U}^{\dagger}}{\mathrm{d}t}\hat{U}=\hat{H}_{\mathrm{E}}+\hat{H}_{\mathrm{I}}, \tag{21}$$

其中,

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\mathrm{E}}=&\sum_{\nu}g_0\left\{\hat{a}_{\nu1}^{\dagger}\hat{a}_{\nu2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta_{\nu2}t}\exp\left[-\mathrm{i}\alpha_{\nu1}\cos\left(u_{\nu1}t+\varphi_{\nu1}\right)\right]\exp\left[\mathrm{i}\alpha_{\nu2}\cos\left(u_{\nu2}t+\varphi_{\nu2}\right)\right]+\mathrm{H.c.}\right\}\\&+g_0\left\{\hat{a}_{\nu2}^{\dagger}\hat{a}_{\nu3}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta_{\nu3}t}\exp\left[-\mathrm{i}\alpha_{\nu2}\cos\left(u_{\nu2}t+\varphi_{\nu2}\right)\right]\exp\left[\mathrm{i}\alpha_{\nu3}\cos\left(u_{\nu3}t+\varphi_{\nu3}\right)\right]+\mathrm{H.c.}\right\}+\cdots,\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}\hat{H}_{\mathrm{I}}=&\sum_{\nu\neq\nu'}g_0\left\{\hat{a}_{\nu1}^{\dagger}\hat{a}_{\nu'2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta_{\nu\nu'1}t}\exp\left[-\mathrm{i}\alpha_{\nu1}\cos\left(u_{\nu1}t+\varphi_{\nu1}\right)\right]\exp\left[\mathrm{i}\alpha_{\nu'1}\cos\left(u_{\nu'1}t+\varphi_{\nu'1}\right)\right]+\mathrm{H.c.}\right\}\\&+g_0\left\{\hat{a}_{\nu2}^{\dagger}\hat{a}_{\nu'2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Delta_{\nu\nu'2}t}\exp\left[-\mathrm{i}\alpha_{\nu2}\cos\left(u_{\nu2}t+\varphi_{\nu2}\right)\right]\exp\left[\mathrm{i}\alpha_{\nu'2}\cos\left(u_{\nu'2}t+\varphi_{\nu'2}\right)\right]+\mathrm{H.c.}\right\}+\cdots,\end{aligned} \tag{23}$$

其中, 参数 $\Delta_{\nu j}=\omega_{\nu j}^{0}-\omega_{\nu(j-1)}^{0}$, $\Delta_{\nu\nu' j}=\omega_{\nu' j}^{0}-\omega_{\nu j}^{0}$. 进一步利用 Jacobi-Anger 恒等式, $\exp\left[\mathrm{i}\alpha\cos\left(ut+\varphi\right)\right]=\sum_{-\infty}^{\infty}\mathrm{i}^{m}J_m(\alpha)\exp\left[\mathrm{i}m\left(ut+\varphi\right)\right]$ [$J_m(\cdot)$ 是 m 阶第一类贝塞尔函数], 得到,

$$\hat{H}_{\rm E}=\sum_{\nu,j}g_0\hat{a}^{\dagger}_{\nu(j-1)}\hat{a}_{\nu j}\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}(-{\rm i})^{m_1}J_{m_1}(\alpha_{\nu(j-1)})\exp\left[-{\rm i}m_1\left(u_{\nu(j-1)}t+\varphi_{\nu(j-1)}\right)\right]$$
$$\times\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}{\rm i}^{m_2}J_{m_2}(\alpha_{\nu j})\exp\left[{\rm i}\left(m_2u_{\nu j}-\Delta_{\nu j}\right)t+m_2\varphi_{\nu j}\right]+{\rm H.c.},\tag{24}$$

$$\hat{H}_{\rm I}=\sum_{\nu\neq\nu',j}g_0\hat{a}^{\dagger}_{\nu j}\hat{a}_{\nu' j}\sum_{m_1=-\infty}^{\infty}(-{\rm i})^{m_1}J_{m_1}(\alpha_{\nu j})\exp\left[-{\rm i}m_1\left(u_{\nu j}t+\varphi_{\nu j}\right)\right]$$
$$\times\sum_{m_2=-\infty}^{\infty}{\rm i}^{m_2}J_{m_2}(\alpha_{\nu' j})\exp\left[{\rm i}\left(m_2u_{\nu' j}-\Delta_{\nu\nu' j}\right)t+m_2\varphi_{\nu' j}\right]+{\rm H.c.}.\tag{25}$$

当 j 为奇数(偶数)时, 将参数设置为 $\Delta_{\nu j}=u_{\nu j}$ $(-u_{\nu j})$, $\Delta_{ABj}=u_{Bj}$, $\Delta_{BCj}=u_{Cj}$ 及 $\Delta_{CAj}=u_{Aj}$. 考虑到实验中[32]驱动频率远大于比特间的耦合强度, 即 $u_{\nu j}\gg g_0$, 利用旋波近似忽略掉哈密顿量 (24) 式和 (25) 式中的振荡项, 得到最终的哈密顿量为

$$\hat{H}=\sum_{\nu,j}\left(t_{\nu j}{\rm e}^{{\rm i}\tilde{\varphi}_{\nu j}}\hat{a}^{\dagger}_{\nu(j-1)}\hat{a}_{\nu j}+{\rm H.c.}\right)$$
$$+\sum_{\nu\neq\nu',j}\tilde{t}_{\nu\nu' j}{\rm e}^{{\rm i}\tilde{\varphi}_{\nu\nu' j}}\hat{a}^{\dagger}_{\nu j}\hat{a}_{\nu' j},\tag{26}$$

其中有效耦合强度为

$$t_{\nu j}=g_0J_0(\alpha_{\nu(j-1)})J_1(\alpha_{\nu j}),\tag{27}$$

$$\tilde{t}_{\nu\nu' j}=g_0J_0(\alpha_{\nu j})J_1(\alpha_{\nu' j}),\tag{28}$$

相位为

$$\tilde{\varphi}_{\nu j}=(-1)^{j+1}\varphi_{\nu j}+\pi/2,\tag{29}$$

$$\tilde{\varphi}_{ABj}=-\tilde{\varphi}_{BAj}=\varphi_{Bj}+\pi/2,\tag{30}$$

$$\tilde{\varphi}_{BCj}=-\tilde{\varphi}_{CBj}=\varphi_{Cj}+\pi/2,\tag{31}$$

$$\tilde{\varphi}_{CAj}=-\tilde{\varphi}_{ACj}=\varphi_{Aj}+\pi/2.\tag{32}$$

当选择 $\varphi_{Bj}=0$, $\varphi_{Aj}=(-1)^{j+1}\varphi_0$ 以及 $\varphi_{Cj}=(-1)^{j}\varphi_0$ 时, 在平面 $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Bj}Q_{B(j-1)}$ 和平面 $Q_{C(j-1)}Q_{Cj}Q_{Bj}Q_{B(j-1)}$ 内会积累 φ_0 的相位, 在平面 $Q_{A(j-1)}Q_{Aj}Q_{Cj}$ $Q_{C(j-1)}$ 内会积累 $2\varphi_0$ 的相位. 至此, 哈密顿量 (26) 就刻画了图 1(b) 中规范场独立可调的人造霍尔管. 为了方便讨论, 下文对玻色算符进行规范变换, $\hat{b}_{\nu j}=\exp\{-{\rm i}[\varphi_0 j(s+1)]\}\hat{a}_{\nu j}$ ($s=-1,0,1$ 分别对应 A, B, C 三条链), 并选择正参数. 进一步将耦合强度设置为 $t_{\nu j}=t_0$, $\tilde{t}_{ABj}=\tilde{t}_{BCj}=\tilde{t}$ 以及 $\tilde{t}_{CAj}=t_{CA}$. 在接下来的讨论中只考虑单比特激发的情况.

3 基态手性流

手性是霍尔效应中十分重要的物理特征. 基于手性, Meissner 到涡旋流的相变[33–35]、相互作用诱导的动力学手性流[36]、手性自旋束[37]、光子分数拓扑绝缘体[38]、拓扑超流[39]以及拓扑超导体[40]等物理现象都被观测到. 作为一个模拟整数量子霍尔效应的最小模型, 霍尔管的手性是一个值得关注的问题. 为了研究本文中人造霍尔管的手性, 需要先给出流的概念和定义. 首先, 沿着 A 链、B 链以及 C 链, 第 j 和第 $j+1$ 个比特之间的流可以定义为

$$\hat{J}_{Aj}={\rm i}t_0{\rm e}^{{\rm i}\varphi_0}\hat{b}^{\dagger}_{Aj}\hat{b}_{A(j+1)}+{\rm H.c.},$$
$$\hat{J}_{Bj}={\rm i}t_0\hat{b}^{\dagger}_{Bj}\hat{b}_{B(j+1)}+{\rm H.c.},$$
$$\hat{J}_{Cj}={\rm i}t_0{\rm e}^{-{\rm i}\varphi_0}\hat{b}^{\dagger}_{Cj}\hat{b}_{C(j+1)}+{\rm H.c.}.\tag{33}$$

另外, 还需要考虑沿着链之间的的流, A 链和 B 链、B 链和 C 链以及 C 链和 A 链上第 j 个比特之间的流可以定义为

$$\hat{J}_{ABj}={\rm i}\tilde{t}\hat{b}^{\dagger}_{Aj}\hat{b}_{Bj}+{\rm H.c.},$$
$$\hat{J}_{BCj}={\rm i}\tilde{t}\hat{b}^{\dagger}_{Bj}\hat{b}_{Cj}+{\rm H.c.},$$
$$\hat{J}_{CAj}={\rm i}t_{CA}\hat{b}^{\dagger}_{Cj}\hat{b}_{Aj}+{\rm H.c.}.\tag{34}$$

基于以上流的定义, 图 2 给出了在不同的参数下比特链上局域的基态手性流以及比特的基态态密度分布. 从图 2 可以看到, 这里一共有四种流, 图 2(a) 和图 2(b) 中的流只在 xy 平面中, 并且图 2(a) 中为 xy 平面上的 Meissner 流 (下文简称 xy-M), 图 2(b) 中为 xy 平面上的涡旋流 (下文简称 xy-V). 图 2(c) 中的流不仅在 xy 面上有涡旋流在 xz 面上也有涡旋流, 本文称其为双面涡旋流 (下文简称 DV), 图 2(d) 中只有 xz 面上有涡旋流, xy 面上没有流 (下文简

称xz-V). 由此可以看到, 不同参数下, 系统会出现不同的手性流, 也就是说这里存在不同流之间的量子相变. 接下来在参数空间中讨论这一量子相变.

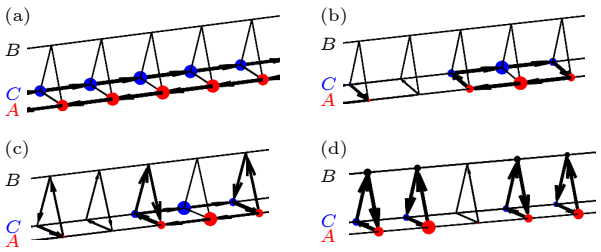

图 2 霍尔管上的流以及比特的态密度分布. 箭头的粗细表示流的强弱, 红色、蓝色和黑色实心小球的大小分别表示 A 链、B 链和 C 链上比特态密度分布的多少. 参数选择分别为 (a) $\tilde{t}=1.1$ 和 $t_{CA}=4.5$; (b) $\tilde{t}=0.4$ 和 $t_{CA}=1.8$; (c) $\tilde{t}=4$ 和 $t_{CA}=4.4$; (d) $\tilde{t}=2$ 和 $t_{CA}=2$. 这四个图共同的参数是 $\varphi_0=2\pi/3$, 并且所有参数均以 t_0 为单位

Fig. 2. Currents and densities distributions on the Hall tube with (a) $\tilde{t}=1.1$ and $t_{CA}=4.5$; (b) $\tilde{t}=0.4$ and $t_{CA}=1.8$; (c) $\tilde{t}=4$ and $t_{CA}=4.4$; (d) $\tilde{t}=2$ and $t_{CA}=2$. The thicknesses of the arrow denote the currents strength. The size of the red, black, and blue filled circles indicate the densities on the A, B, and C legs respectively. Here t_0 is used as the unit. The common parameter is $\varphi_0=2\pi/3$.

首先, 通过计算发现, B 链上的流总是 0, 因此不再对 B 链上的流进行讨论. 那么, 为了进一步分析流在参数空间中的变化, 需定义几个物理量, 分别为

$$\begin{aligned} J_{C//} &= \sum_j \left(\langle \hat{J}_{Aj}\rangle_{\rm G} - \langle \hat{J}_{Cj}\rangle_{\rm G}\right), \\ J_{AB} &= \sum_j \left|\langle \hat{J}_{ABj}\rangle_{\rm G}\right|, \\ J_{BC} &= \sum_j \left|\langle \hat{J}_{BCj}\rangle_{\rm G}\right|, \\ J_{CA} &= \sum_j \left|\langle \hat{J}_{CAj}\rangle_{\rm G}\right|, \end{aligned} \tag{35}$$

其中 $\langle\cdot\rangle_{\rm G}$ 表示的是物理量的基态值. $J_{C//}$ 表示的是系统处于基态时, A 链和 C 链上流的差值, 因此 $J_{C//}$ 的值可以用来判断 xy 平面中手性流的存在, 当 $J_{C//}=0$ 时, xy 平面没有手性流, 反之 $J_{C//}\neq 0$ 时, xy 平面内有手性流. J_{AB}, J_{BC}, J_{CA} 分别表示系统处于基态时, 所有元胞中 A 链和 B 链间、B 链和 C 链间、C 链和 A 链间流的总和. 它们的值可以用来判断 xz 平面内涡旋流的存在, 即当 J_{AB}, J_{BC}, J_{CA} 不等于 0 且具有相同的正负号时, xz 平面存在涡旋流, 否则 xz 平面不存在涡旋流. 另外, 在 $J_{C//}\neq 0$ 的情况中, 如果 $J_{CA}=0$, xy 平面的手性流是 Meissner 流, 如果 $J_{CA}\neq 0$, xy 平面的手性流是涡旋流. 另外, 通过计算发现, 在整个参数空间中, J_{AB} 和 J_{BC} 的值始终相等, 并且 J_{AB} 和 J_{BC} 以及 J_{CA} 的正负号始终相同. 综上, 把系统中四种流的判别条件总结在表 1 中.

表 1 不同手性流的判别

Table 1. Discriminant of the chiral currents.

手性流的类别	xy-M	xy-V	xz-V	DV
$J_{C\parallel}$	非0	非0	0	非0
J_{AB} (J_{BC})	0	0	非0	非0
J_{CA}	0	非0	1非0	非0

图 3 给出了参数空间 $\tilde{t}$-t_{CA} 中的完整相图. 从图 3(a) 可以看出, 当 $\tilde{t}$ 不变时, 随着 t_{CA} 的增加, $J_{C//}$ 在一段区域内会保持最大的正值不变, 之后随着 t_{CA} 的继续增加, $J_{C//}$ 逐渐减小变为 0, 当 t_{CA} 增加到更大的值时, $J_{C//}$ 减小到负值, 在 t_{CA} 足够大时, $J_{C//}$ 减小到它的最小负值, 并且不再随着 t_{CA} 的增加而减小. 另一方面, 可以发现, $J_{C//}$ 的正值区域会随着 $\tilde{t}$ 的增加而增加. 从图 3(b) 可以看出, 在 $J_{C//}$ 达到最大正值和最小负值且不随参数变化的区域内, J_{CA} 的值始终为 0, 只有 $J_{C//}$ 从最大正值向最小负值变化的过渡区域中, J_{CA} 才会出现非 0 的值, 且 J_{CA} 始终大于 0. 这种现象符合之前实验 [33] 及理论 [34,35] 中对 Meissner 流到涡旋流相变的研究结果, 即手性流的绝对值在 Meissner 流的区域达到最大, 随着 Meissner 流变为涡旋流, 手性流的绝对值会从最大值逐渐减小. 另外, 在图 3(c) 中发现, J_{AB} 和 J_{BC} 只有在 $\tilde{t}=t_{CA}$ 的附近区域才会出现非 0 的值, 且始终大于 0. 通过以上分析, 根据表 1 中对流的判别条件, 图 3(d)给出了完整的相图. 从相图可以看到, 在 $\tilde{t}$ 很小时, 系统在 t_{CA} 很小时处在 xz-V 相, 随着 t_{CA} 的增加, 系统先进入 xz-V相, 之后进入 xy-V 相, 最后进入到 xy-M 相. 在 $\tilde{t}$ 增加之后, 系统在 t_{CA} 较小时处在 xy-M 相, 随着 t_{CA} 的增加, 系统会进入 xy-V 相, 之后进入 DV 相, 接着在 $\tilde{t}$ 较小的区域, 系统先进入到 xy-V 相, 然后再回到 xy-M 相, 在 $\tilde{t}$ 较大的区域, 系统会直接回到 xy-M 相.

综上, 本文在人造霍尔管中发现了 xy-M 相、xy- V 相、xz-V 相和 DV 相以及它们之间的相变.

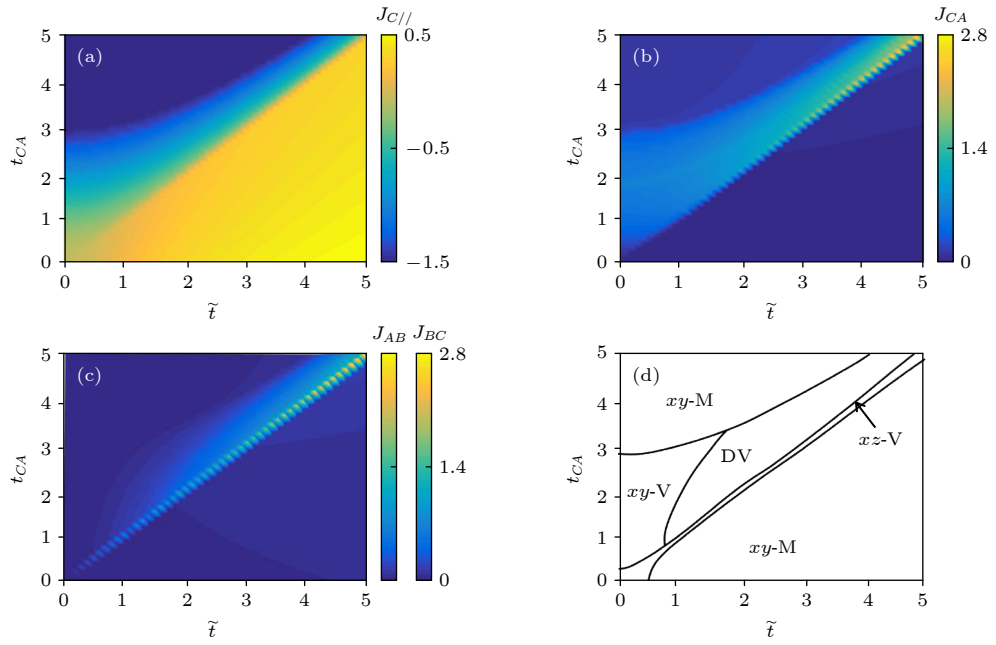

图 3 参数空间中的相图 (a) $J_{C//}$; (b) J_{CA}; (c) J_{AB} 和 J_{BC}; (d) 参数空间中 $\tilde{t}$-t_{CA} 不同的相. 这四个图共同的参数是 $\varphi_0 = 2\pi/3$, 并且所有参数均以 t_0 为单位

Fig. 3. Phase diagram of (a) $J_{C//}$, (b) J_{CA}, (c) J_{AB} and J_{BC} as functions of $\tilde{t}$ and t_{CA}. Different phases are indicated in (d). Here t_0 is used as the unit. The common parameter is $\varphi_0 = 2\pi/3$.

在真实的实验中, 往往无法将耦合强度的值调节到非常精确, 考虑到这种情况的随机影响, 首先给出系统受到随机影响的哈密顿量:

$$\begin{aligned}\delta\hat{H} = &\sum_j \delta t_{Aj} \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi_0} \hat{b}^{\dagger}_{Aj} \hat{b}_{A(j+1)} + \delta t_{Bj} \hat{b}^{\dagger}_{Bj} \hat{b}_{B(j+1)} \\ &+ \delta t_{Cj} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi_0} \hat{b}^{\dagger}_{Cj} \hat{b}_{C(j+1)} + \delta t_{ABj} \hat{b}^{\dagger}_{Aj} \hat{b}_{Bj} \\ &+ \delta t_{BCj} \hat{b}^{\dagger}_{Bj} \hat{b}_{Cj} + \delta t_{CAj} \hat{b}^{\dagger}_{Cj} \hat{b}_{Aj} + \mathrm{H.c.}, \end{aligned} \tag{36}$$

其中, $\delta\hat{t}_{\nu j}$ 和 $\delta\hat{t}_{\nu\nu' j}$ 等于 $W\delta$. W 是随机强度, $\delta \in [-0.5, 0.5]$ 是随机数. 图 4 给出了考虑随机影响后, xy-M 相 (图 4(a))、xy-V 相 (图 4(b))、DV 相 (图 4(c)) 和 xz-V 相 (图 4(d)) 中序参量 $J_{C//}$, J_{AB}, J_{BC} 和 J_{CA} 的值. 从图 4 可以发现, 随着 $\lg W$ 的增加, 这些序参量一开始变化很小, 直到 $\lg W > -1$ 时, 这些序参量才会发生大幅的增加或减小. 这说明, 在一定程度的随机误差下, 序参量的值几乎不会受到影响, 图 3 中所展示的结果依然存在.

4 实验观测方案

本节给出对于以上理论结果的实验探测方案. 首先需要制备基态. 如图 5 所示, 每一个比特态都可以表示成布洛赫球上的一个点, 因此第 ν 条链的第 j 个比特态可以表示为 $|\psi\rangle_{\nu j} = \cos(\theta_{\nu j}/2)|0\rangle_{\nu j} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\chi_{\nu j}} \sin(\theta_{\nu j}/2)|1\rangle_{\nu j}$, 其中 $\theta_{\nu j}$ 和 $\chi_{\nu} j$ 分别表示第 ν 条链的第 j 个比特态在布洛赫球上与 z 轴和 x 轴的夹角. 由于本文只考虑单比特激发的情况, 因此基态可以表示为 $|P\rangle_{\mathrm{G}} = \prod_{\nu j} |\psi\rangle_{\nu j}$. 首先可以通过数值计算得到系统处在基态时每一个比特的激发振幅分量 $\lambda^{\mathrm{G}}_{\nu j}$, 其对应的比特态在布洛赫球上与 z 轴的夹角为 $\theta^{\mathrm{G}}_{\nu j} = 2\arccos\left(\sqrt{1-|\lambda^{\mathrm{G}}_{\nu j}|}\right)$, 与 x 轴的夹角为 $\chi^{\mathrm{G}}_{\nu j} = \mathrm{i}\ln[\lambda^{\mathrm{G}}_{\nu j}/\sin(\theta^{\mathrm{G}}_{\nu j}/2)]$. 之后可以对第 ν 条链第 j 个比特态进行 $\hat{U}^{\mathrm{R}}_{\nu j} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta^{\mathrm{G}}_{\nu j}\hat{\sigma}_z + \mathrm{i}\chi^{\mathrm{G}}_{\nu j}\hat{\sigma}_x}$ 的旋转操作, 这种旋转可以通过微波脉冲实现 [41].

建立好基态之后, 需要观测基态的比特态密度分布、比特间的流 (图 2) 以及序参量 J_{AB} (J_{BC}), J_CA 和 $J_{C//}$ (图 3). 实验上, 比特的态密度分布可以直接测量. 每一个比特态的读出信号都会经过约瑟夫森参数的高电子迁移率晶体管以及微波放大器进行放大, 之后由模拟数字转换器进行提取 [31]. 而比特之间的流以及序参量, 实验上需要先通过量子态层析技术得到系统的密度算符 $\hat{\rho}$ [42], 然后根据流以及序参量的定义 ((33) 式—(35) 式) 通过求迹 $\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{\nu j})$, $\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{\nu\nu' j})$, $\sum_j[\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{Aj}) - \mathrm{tr}(\hat{\rho}J_{Cj})]$, $\sum_j|\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{ABj})|$, $\sum_j|\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{BCj})|$ 以及 $\sum_j|\mathrm{tr}(\hat{\rho}\hat{J}_{CAj})|$ 来得到 [43].

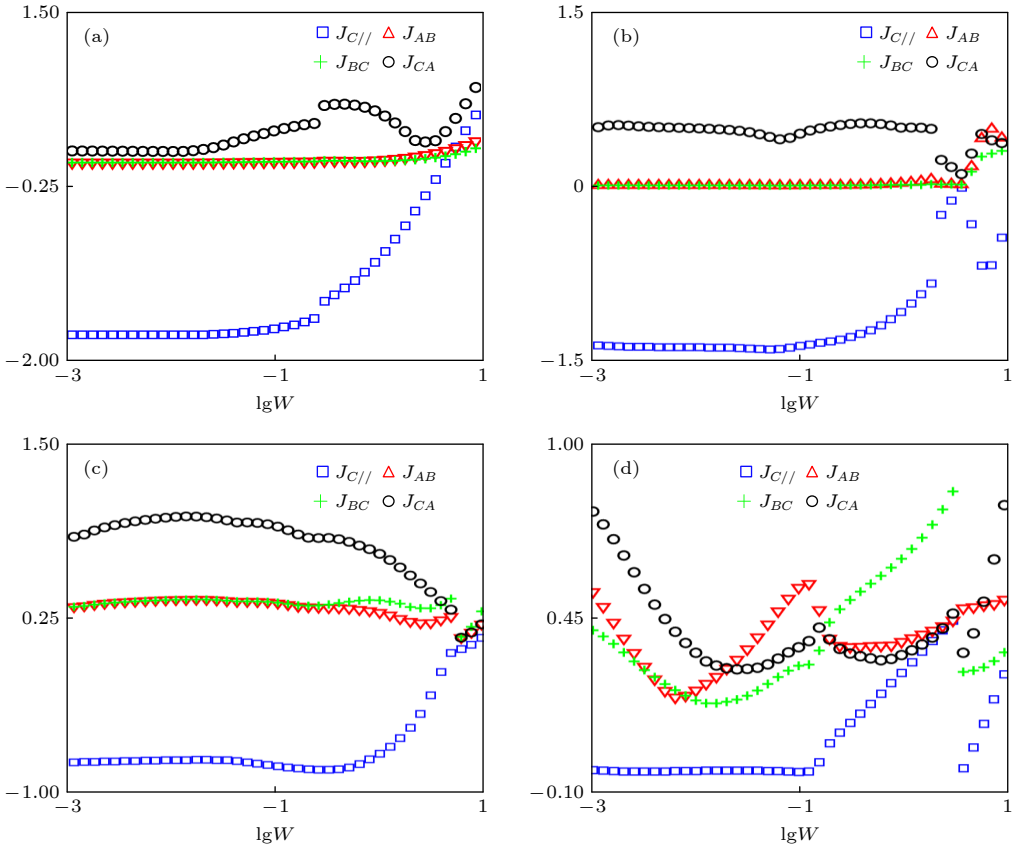

图 4 不同参数取值下序参量 $J_{C//}$, J_{AB}, J_{BC} 和 J_{CA} 随 lg$W$ 的变化 (a) $\tilde{t}=1$ 和 $t_{CA}=4$; (b) $\tilde{t}=0.5$ 和 $t_{CA}=2.5$; (c) $\tilde{t}=2.5$ 和 $t_{CA}=3$; (d) $\tilde{t}=2$ 和 $t_{CA}=2$. 这四个图共同的参数是 $\varphi_0=2\pi/3$, 并且所有参数均以 t_0 为单位

Fig. 4. $J_{C//}$, J_{AB}, J_{BC}, and J_{CA} as functions of lg$W$ with (a) $\tilde{t}=1$ and $t_{CA}=4$, (b) $\tilde{t}=0.5$ and $t_{CA}=2.5$), (c) $\tilde{t}=2.5$ and $t_{CA}=3$, (d) $\tilde{t}=2$ and $t_{CA}=2$. The common parameter is $\varphi_0=2\pi/3$. Here t_0 is used as the unit.

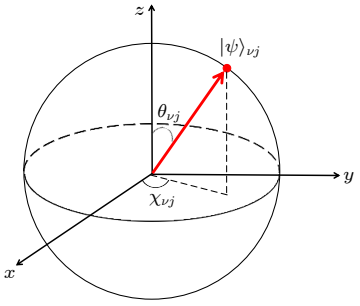

图 5 第 ν 条链的第 j 个比特的态 $|\psi\rangle_{\nu j}$ 在布洛赫球上的表示. $\theta_{\nu j}$ 和 $\chi_{\nu j}$ 分别表示 $|\psi\rangle_{\nu j}$ 在布洛赫球上与 z 轴和 x 轴的夹角

Fig. 5. The jth qubit located on the ν leg described in Bloch sphere. $\theta_{\nu j}$ ($\chi_{\nu j}$) is the angle between the state $|\psi\rangle_{\nu j}$ and z (x) axis in the Bloch sphere.

5 结 论

本文提出了在超导量子电路系统中实现人造霍尔管的可行性实验方案, 发现了人造霍尔管的基态存在不同的手性流, 分别为 xy-M, xy-V, xz-V 以及 DV. 定义了四个序参量 $J_{C//}$, J_{AB} (J_{BC}) 以及 J_{CA} 来判别这些流的存在. 之后在参数空间 $\tilde{t}$-t_{CA} 中给出了不同流之间发生量子相变的完整相图, 并阐述了由于耦合强度 $\tilde{t}$ 和 t_{CA} 竞争诱导的不同量子手性流之间的相变. 人造霍尔管的基态中存在的 Meissner 流和涡旋流都存在于第二类超导体中, 能够抵抗外磁场, 因此 Meissner 流和涡旋流的出现使人造霍尔管能够成为很好的抗磁体. 最后, 提出了实验探测基态手性流的可行性方案, 具体为, 利用微波脉冲对比特进行旋转首先制备出基态, 之后可以直接探测比特的态密度并利用量子态层析技术得到系统密度算符, 进一步通过求迹得到比特之间的基态流以及序参量的值. 本文的结果给出了霍尔管的基态手性行为, 填补了霍尔管研究中手性物理的空白, 同时为实验实现霍尔管提供了新的方案, 为量子相的探索提供了新的途径.

参考文献

[1] Tai M E, Lukin A, Rispoli M, Menke T, Borgnia D, Preiss P M, Grusdt F, Kaufman A M, Greiner M 2017 *Nature* **546** 519

[2] Liu B, Zhou X F, Chen G, Jia S T 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 080501 (in Chinese) [刘彪, 周晓凡, 陈刚, 贾锁堂 2020 物理学报 **69** 080501]

[3] Creutz M 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 2636

[4] Hung J S C, Busnaina J H, Chang C W S, Vadiraj A M, Nsanzineza I, Solano E, Alaeian H, Rico E, Wilson C M 2020 *Phys. Rev. Lett.* **127** 100503

[5] Mancini M, Pagano G, Cappellini G, Livi L, Rider M, Catani J, Sias C, Zoller P, Inguscio M, Dalmonte M, Fallani L 2015 *Science* **349** 1510

[6] Stuhl B K, Lu H I, Aycock L M, Genkina D, Spielman I B 2015 *Science* **349** 1514

[7] Xia S Q, Tang L Q, Xia S Q, Ma J N, Yan W C, Song D H, Hu Y, Xu J J, Chen Z G 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 154207 (in Chinese) [夏世强, 唐莉勤, 夏士齐, 马继娜, 燕文超, 宋道红, 胡毅, 许京军, 陈志刚 2020 物理学报 **69** 154207]

[8] Hofstadter D R 1976 *Phys. Rev. B* **14** 2239

[9] Laughlin R B 1981 *Phys. Rev. B* **23** 5632

[10] Zeng T S, Wang C, Zhai H 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 095302

[11] Taddia L, Cornfeld E, Rossini D, Mazza L, Sela E, Fazio R 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 230402

[12] Han J H, Kang J H, Shin Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 065303

[13] Luo X W, Zhang J, Zhang C W 2020 *Phys. Rev. A* **102** 063327

[14] Zhou X F, Chen G, Jia S T 2020 *Phys. Rev. A* **102** 043313

[15] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623

[16] Gu X, Kockum A F, Miranowicz A, Liu Y, Nori F 2017 *Phys. Rep.* **718** 1

[17] Yu X M, Tan X S, Yu H F, Yu Y 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 220302 (in Chinese) [喻祥敏, 谭新生, 于海峰, 于扬 2018 物理学报 **67** 220302]

[18] Zhao S P, Liu Y X, Zheng D N, 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 228501 (in Chinese) [赵士平, 刘玉玺, 郑东宁 2018 物理学报 **67** 228501]

[19] Xu K, Sun Z H, Liu W, Zhang Y R, Li H K, Dong H, Ren W H, Zhang P F, Nori F, Zheng D N, Fan H, Wang H 2020 *Sci. Adv.* **6** eaba4935

[20] Xu K, Chen J J, Zeng Y, Zhang Y R, Song C, Liu W X, Guo Q J, Zhang P F, Xu D, Deng H, Huang K Q, Wang H, Zhu X B, Zheng D N, Fan H 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 050507

[21] Salathé Y, Mondal M, Oppliger M, Heinsoo J, Kurpiers P, Potočnik A, Mezzacapo A, Heras U L, Lamata L, Solano E, Filipp S, Wallraff A 2015 *Phys. Rev. X* **5** 021027

[22] Kandala A, Mezzacapo A, Temme K, Takita M, Brink M, Chow J M, Gambetta J M 2017 *Nature* **549** 242

[23] Cai W, Han J, Mei F, Xu Y, Ma Y, Li X, Wang H, Song Y P, Xue Z Y, Yin Z Q, Jia S T, Sun L Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 080501

[24] Tan X S, Zhang D W, Yang Z, Chu J, Zhu Y Q, Li D Y, Yang X P, Song S Q, Han Z K, Li Z Y, Dong Y Q, Yu H F, Yan H, Zhu S L, Yu Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 159902

[25] Yan Z G, Zhang Y R, Gong M, Wu Y L, Zheng Y R, Li S W, Wang C, Liang F T, Lin J, Lin Y, Guo C, Sun L H, Peng C Z, Xia K Y, Deng H, Rong H, You J Q, Nori F, Fan H, Zhu X B, Pan J W 2019 *Science* **364** 753

[26] Ma R, Saxberg B, Owens C, Leung N, Lu Y, Simon J 2019 *Nature* **566** 51

[27] Gong M, Wang S Y, Zha C, Chen M C, Huang H L, Wu Y L, Zhu Q L, Zhao Y W, Li S W, Guo S J, Qian H R, Ye Y S, Chen F S, Ying C, Yu J L, Fan D J, Wu D C, Su H, Deng H, Rong H, Zhang K L, Cao S R, Lin J, Xu Y, Sun L H, Guo C, Li N, Liang F T, Bastidas V M, Nemoto K, Munro W J, Huo Y H, Lu C Y, Peng C Z, Zhu X B, Pan J W 2021 *Science* **372** 948

[28] Li X, Cai T, Yan H, Wang Z, Pan X, Ma Y, Cai W, Han J, Hua Z, Han X, Wu Y, Zhang H, Wang H, Song Y, Duan L, Sun L 2020 *Phys. Rev. Appl.* **14** 024070

[29] Han X Y, Cai T Q, Li X G, Wu Y K, Ma Y W, Ma Y L, Wang J H, Zhang H Y, Song Y P, Duan L M 2020 *Phys. Rev. A* **102** 022619

[30] Koch J, Yu T M, Gambetta J, Houck A A, Schuster D I, Majer J, Blais A, Devoret M H, Girvin S M, Schoelkopf R J 2007 *Phys. Rev. A* **76** 042319

[31] Ye Y S, Ge Z Y, Wu Y L, Wang S Y, Ming G, Zhang Y R, Zhu Q L, Yang R, Li S W, Liang F T, Lin J, Xu Y, Guo C, Sun L H, Cheng C, Ma N, Meng Z Y, Deng H, Rong H, Lu C Y, Peng C Z, Fan H, Zhu X B, Pan J W 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 050502

[32] Li X, Ma Y, Han J, Chen T, Xu Y, Cai W, Wang H, Song Y P, Xue Z Y, Yin Z Q, Sun L Y 2018 *Phys. Rev. Appl.* **10** 054009

[33] Atala M, Aidelsburger M, Lohse M, Barreiro J T, Paredes B, Bloch I 2014 *Nat. Phys.* **10** 588

[34] Piraud M, Meisner F H, McCulloch I P, Greschner S, Vekua T, Schollwöck U 2015 *Phys. Rev. B* **91** 140406(R)

[35] Guan X, Feng Y, Xue Z Y, Chen G, Jia S 2020 *Phys. Rev. A* **102** 032610

[36] Tai M E, Lukin A, Rispoli M, Schittko R, Menke T, Borgnia D, Preiss P M, Grusdt F, Kaufman A M, Greiner M 2017 *Nature* **546** 519

[37] Wang D W, Song C, Feng W, Cai H, Xu D, Deng H, Li H K, Zheng D N, Zhu X B, Wang H, Zhu S Y, Scully M O 2019 *Nat. Phys.* **15** 382

[38] Santos R A, Huang C W, Gefen Y, Gutman D B 2015 *Phys. Rev. B* **91** 205141

[39] Jia W, Huang Z H, Wei X, Zhao Q, Liu X J 2019 *Phys. Rev. B* **99** 094520

[40] Jiang Y F, Jiang H C 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 157002

[41] Barends R, Kelly J, Megrant A, Veitia A, Sank D, Jeffrey E, White T C, Mutus J, Fowler A G, Campbell B, Chen Y, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Neill C, O' Malley P, Roushan P, Vainsencher A, Wenner J, Korotkov A N, Cleland A N, Martinis J M 2014 *Nature* **508** 500

[42] Song C, Xu K, Liu W, Yang C P, Zheng S B, Deng H, Xie Q, Huang K, Guo Q, Zhang L, Zhang P, Xu D, Zheng D, Zhu X, Wang H, Chen Y A, Lu C Y, Han S, Pan J W 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 180511

[43] Roushan P, Neill C, Megrant A, Chen Y, Babbush R, Barends R, Campbell B, Chen Z, Chiaro B, Dunsworth A, Fowler A, Jeffrey E, Kelly J, Lucero E, Mutus J, O'Malley P J J, Neeley M, Quintana C, Sank D, Vainsencher A, Wenner J, White T, Kapit E, Neven H, Martinis J 2017 *Nat. Phys.* **13** 146

Ground-state chiral currents in the synthetic Hall tube*

Guan Xin [1)†] Chen Gang [2)3)4)] Pan Jing [1)] You Xiu-Fen [1)] Gui Zhi-Guo [1)]

1) (*Department of Materials and Chemical Engineering, Taiyuan University, Taiyuan* 030032, *China*)

2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University, Taiyuan* 030006, *China*)

3) (*Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan* 030006, *China*)

4) (*Collaborative Innovation Center of Light Manipulations and Applications, School of Physics and Elecctronics Shandong Normal University, Jinan* 250358, *China*)

(Received 18 February 2022; revised manuscript received 13 April 2022)

Abstract

Hall tube is an important model to simulate the quantum Hall effect. However it hasn't been realized in superconducting circuits which have emerged as a promising platform for macro-controlling quantum effect. Taking advantage of the fine tunability of superconducting circuits, the three-chain superconducting transmon qubits with periodic boundary condition are designed in this paper. For constructing a synthetic Hall tube, ac magnetic fluxes are introduced to drive each transmon qubit. The gauge field emerged in this synthetic Hall tube can be tuned independently by properly choosing the driving phases. Then the ground-state chiral currents are discovered in this synthetic Hall tube, which are Meissner current on xy plane (xy-M), vortex current on xy plane (xy-V), vortex current on xz plane (xz-V), and vortex current on both xy and xz planes (DV). For distinguishing these chiral currents, four order parameters $J_{C//}$, J_{AB} (J_{BC}), and J_{CA} are defined. Then the ground-state quantum phase diagrams are mapped out. The emergence of the different quantum phases is due to the competition between the coupling strengths $\tilde{t}$ and t_{CA}. The Meissner and vortex currents emerging in this synthetic Hall tube also emerge in type II superconductor, which can generate an opposite field to weaken the influence of the applied field. Thus this synthetic Hall tube can be used as a diamagnet. At last we consider the influence of the imperfections in device fabrication. We proof when the strength of the imperfection is not large enough, the quantum phase diagrams shown in this paper remain valid. Moreover, the possible experimental observations of the ground-state chiral currents are addressed. The ground state of this synthetic Hall tube can be generated by applying microwave pulses. Then the corresponding density matrix can be constructed by the quantum state tomography. After constructing the density matrix, the order parameters can be obtained by calculating the trace. These results enrich the quantum currents in Hall tube and provide a new route to explore novel quantum phases.

Keywords: synthetic Hall tube, superconducting circuits, chiral currents

PACS: 03.67.Ac, 05.30.Rt, 85.25.Cp, 71.10.–w **DOI:** 10.7498/aps.71.20220293

* Project supported by National Key Program of the National Health Commission's "Thirteenth Five-Year Plan", China (Grant No. NHFPC102018), the Collaborative Education Program of the Ministry of Education, China (Grant No. 202101029006), the Higher Education Science and Technology Innovation Program of Shanxi Province, China (Grant No. 2021L574), the Natural Science Foundation of Shanxi Province, China(Grant No. 202103021223010), and the Natural Science Foundation of Taiyuan University, China (Grant No. 21TYKQ22).

† Corresponding author. E-mail: guanxin810712@163.com

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

人造霍尔管中的基态手性流

关欣 陈刚 潘婧 游秀芬 桂志国

Ground-state chiral currents in the synthetic Hall tube

Guan Xin Chen Gang Pan Jing You Xiu-Fen Gui Zhi-Guo

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 71, 160303 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20220293

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.71.20220293

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

利用超导量子电路模拟拓扑量子材料

Topological quantum material simulated with superconducting quantum circuits

物理学报. 2018, 67(22): 220302 https://doi.org/10.7498/aps.67.20181857

手性声子晶体中拓扑声传输

Topological acoustic transports in chiral sonic crystals

物理学报. 2019, 68(22): 227802 https://doi.org/10.7498/aps.68.20191007

基于金刚石氮-空位色心自旋系综与超导量子电路混合系统的量子节点纠缠

Entanglement of quantum node based on hybrid system of diamond nitrogen-vacancy center spin ensembles and superconducting quantum circuits

物理学报. 2018, 67(7): 070302 https://doi.org/10.7498/aps.67.20172634

不同抗磁行为量子点发光在波导中的手性传输

Chiral optical transport of quantum dots with different diamagnetic behaviors in a waveguide

物理学报. 2022, 71(6): 067801 https://doi.org/10.7498/aps.71.20211858

声子角动量与手性声子

Phonon angular momentum and chiral phonons

物理学报. 2018, 67(7): 076302 https://doi.org/10.7498/aps.67.20172407

实验观测非厄米系统奇异点的手性翻转现象

Experimental observation of chiral inversion at exceptional points of non-Hermitian systems

物理学报. 2022, 71(13): 131101 https://doi.org/10.7498/aps.71.20220842