不同光学网络结构玻色采样发生随机光子损失的模拟研究*

季阳 陈美玲† 黄汛 吴永政 兰冰

(中国电子科技集团公司第三十二研究所, 上海 201808)

(2022 年 2 月 25 日收到; 2022 年 6 月 6 日收到修改稿)

玻色采样机是最有可能真正意义上实现量子优势的专用量子计算机之一, 其在量子化学等领域也有着很好的应用前景. 然而, 光子损失相关的噪声会引起玻色采样样本的误差. 为了研究光子损失对玻色采样的影响, 基于等效分束器原理, 对玻色采样展开经典的模拟研究. 对于对应任意幺正矩阵的两种光学网络, 当在每一个光学单元中有一定概率发生光子损失时, 发现具有 Clements 结构光学网络的玻色采样相比于 Reck 结构的样本误差更小. 进一步地, 当光子损失的概率符合正态分布时, 发现若光子损失概率平均值不变, 标准差越大, 玻色采样的样本误差越大. 最后, 考虑输出光子数的实验结果表明, 随着光子损失概率的提高, 无光子损失的输出组合比例急剧下降, 说明光子损失会明显影响玻色采样的量子优势. 随机光子损失的玻色采样模拟研究有助于玻色采样实验的开展, 为含噪声量子计算研究提供思路.

关键词: 玻色采样, 光学网络, 光子损失, 量子计算

PACS: 03.67.Ac, 42.50.–p **DOI**: 10.7498/aps.71.20220331

1 引 言

量子计算机在解决某些复杂问题, 如大数分解问题[1]、搜索问题[2] 时相比于经典计算机具有指数级加速的潜力, 因此吸引了越来越多的关注. 但受限于目前的技术手段, 具有大规模以及高保真度的通用量子计算机仍然难以在短时间内实现. 基于此, 研究专用量子计算机具有很强的现实意义. 这主要是因为, 专用量子计算机可以率先实现真正意义上的量子优势, 即量子计算机在解决某些高复杂度问题上相比传统计算机具有明显的加速效果.

玻色采样机作为一种专用量子计算机, 由于其具有结构简单、类型多样[3–6]、可以通过多种手段实现[3,7]、不需要量子逻辑门[8]、经典验证方法成熟[9–11]等优势, 是近年来量子计算领域的研究热点之一. 玻色采样概念的提出是为了在计算复杂度问题上推翻广义“丘奇-图灵”论题[8], 这一目标随着 2020 年的 76 光子 100 模式高斯玻色采样实验的开展已基本实现[4]. 除此之外, 在超导量子线路上进行的玻色采样也成功模拟了分子振动谱[12], 这说明玻色采样在量子化学领域也具有很好的应用前景.

但是, 玻色采样的超大规模实现始终面临着一些困难, 主要有光子非全同和光子损失. 当光子非全同和光子损失所引起的噪声足够明显时, 玻色采样的样本可以由经典算法在多项式时间内模拟得到, 此时玻色采样机失去了量子优势[13]. 因此, 对光子非全同和光子损失的研究具有重要意义. 光子非全同指的是光子在某一个内在量子态上存在差异, 例如光子的频率或者位置. 人们通过一系列理

* 量子信息技术上海市市级科技重大专项子项目 (批准号: 2019SHZDZX01-ZX03)、中国电子科技集团公司发展部“量子计算与模拟技术研究”项目 (批准号: GQ201173-00) 和中国电子科技集团公司第三十二研究所“量子计算的实用化应用研究”项目 (批准号: GY200906-00).

† 通信作者. E-mail: cml13262283846@163.com

© 2022 中国物理学会 Chinese Physical Society

论研究, 得到了光子非全同的玻色采样输出组合概率及对应的高效经典估算方法[14,15]. 在实验方面, 相比于传统的自发参量下转换, 后来发展的光学微腔-半导体量子点体系制备出来的光子全同度更高, 更加适合大规模实现典型玻色采样[16].

同时, 研究者们也对光子损失玻色采样的理论和实验开展了深入的研究. 光子损失是指光子在产生、传输、探测过程中发生丢失的情况, 其与光子源、光学网络、探测器的质量密切相关. 与光子非全同一样, 光子损失会明显影响玻色采样的量子优势. 对于光子损失对玻色采样量子优势影响的分析, 主要基于两种理论模型. 一种模型是对输出端损失光子的个数进行统计分析. 例如, 对于输入光子数为 n, 输出光子数为 $(n-l)$: 若 l 为一个常数, 则玻色采样仍然具有量子优势; 若 $(n-l)<O(\sqrt{n})$, 则玻色采样失去量子优势[17]. 更一般地, 随着输入光子数的增加: 若损失光子数与输入光子数之比趋向于 0, 则玻色采样仍然具有量子优势; 若损失光子数与输入光子数之比趋向于 1, 则玻色采样失去量子优势[13]. 第二种模型则是考虑光子损失有可能发生在每一个光学元件中, 其更加符合实际实验模型[18]. 这种模型将光子损失等效为光子通过一个虚构的分束器进入到环境光路中. 基于此, 对光子损失的玻色采样模拟实际上等效于对更大规模光学网络的玻色采样模拟. 这种模型揭示了光子损失玻色采样的量子优势与光学网络的深度密切相关[17].

本工作基于光子损失情况下玻色采样的第二种理论模型展开, 对不同结构的光学网络模型进行了定量的分析, 给出了直观的比较结果. 同时本文的模拟结果由于考虑了光子损失概率的随机性, 更加符合真实物理场景.

2 模 型

2.1 理论模型

目前比较常用的两种光学线性网络, 即 Reck 结构和 Clements 结构的光学网络, 如图 1 所示, 图中每一个交点都表示一个光学单元.

其中, Reck 结构为三角形非对称结构, 而 Clements 结构为四边形对称结构[19]. 直接对任意 m 维幺正矩阵进行分解, 使其可以表示为一系列矩阵相乘的形式. 在该系列矩阵中, 第一个矩阵是对角矩阵, 对应光学网络末端的 m 个相移器; 其余矩阵均对应一个光学单元, 每个光学单元由一个相移器和一个分束器组成. 每个光学单元对应的幺正矩阵 $\boldsymbol{M}$ 可以表示为分束器矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathbf{BS}}$ 和相移器矩阵 $\boldsymbol{M}_{\mathbf{PS}}$ 的乘积[19]:

$$\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}_{\mathbf{BS}}\boldsymbol{M}_{\mathbf{PS}}=\begin{bmatrix}1&0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0\\0&1&&&&&&\vdots\\\vdots&&\ddots&&&&&\vdots\\\vdots&&&\cos\omega&-\sin\omega&&&\vdots\\\vdots&&&\sin\omega&\cos\omega&&&\vdots\\\vdots&&&&&\ddots&&\vdots\\\vdots&&&&&&1&0\\0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1&0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0\\0&1&&&&&&\vdots\\\vdots&&\ddots&&&&&\vdots\\\vdots&&&e^{\mathrm{i}\varphi}&&&&\vdots\\\vdots&&&&1&&&\vdots\\\vdots&&&&&\ddots&&\vdots\\\vdots&&&&&&1&0\\0&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&\cdots&0&1\end{bmatrix}\tag{1}$$

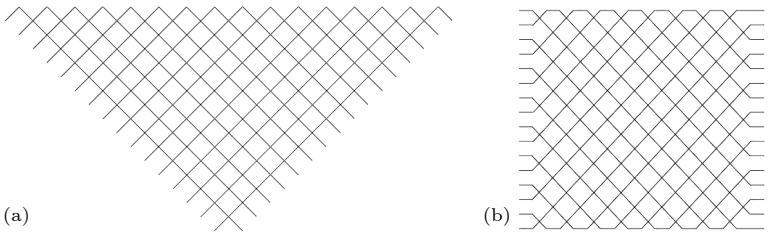

图 1 光学线性网络示意图: (a) Reck 结构; (b) Clements 结构

Fig. 1. Sketches of optical linear networks: (a) the Reck structure; (b) the Clements structure.

其中分束器的反射率是 cosω, 相移器改变的相位是 φ, 分束器矩阵含参元素所在行 (列) 数为分束器所在的两个通道数, 相移器矩阵含参元素所在行 (列) 数为相移器所在的通道数.

2.2 实 验

对于任意的幺正矩阵 $\boldsymbol{U}$, 将其分解成一系列矩阵相乘的形式, 该系列矩阵对应的光学单元的排列符合 Reck 结构, 其分解方法如算法 1 所示[20].

对于 Clements 结构, $\boldsymbol{U}$ 的分解方法如算法 2 所示[19]. Clements 结构的光学网络对应的矩阵构造方法要比 Reck 结构复杂得多. 这主要是因为, $\boldsymbol{U}$ 需要交替右乘和左乘一系列矩阵来实现对角化, 即 $\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}\cdots\boldsymbol{M}\boldsymbol{U}\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}\cdots\boldsymbol{M}^{-1}=\boldsymbol{D}$, 其中 $\boldsymbol{D}$ 为对角矩阵, $\boldsymbol{M}$ 表示一系列参数 (通道数, 反射率以及相位) 不尽相同的光学单元矩阵, 则 $\boldsymbol{U}$ 可以表示为形如 $\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}\cdots\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D}\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}\cdots\boldsymbol{M}$ 的形式. 在此基础上, 可以初始化一个对角矩阵 $\boldsymbol{D}'$以及一个光学单元矩阵 $\boldsymbol{M}'$, 使得 $\boldsymbol{D}'\boldsymbol{M}'=\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D}$. 经过计算可以发现, $\boldsymbol{D}'$和 $\boldsymbol{M}'$的参数是唯一的, 则 $\boldsymbol{U}$ 可以表示为形如 $\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}\cdots\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D}'\boldsymbol{M}'\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}\cdots\boldsymbol{M}$ 的形式, 此时该形式中对角矩阵左乘的矩阵减少 1 个, 而右乘的矩阵增加 1 个. 通过重复构造 $\boldsymbol{D}'$和 $\boldsymbol{M}'$, 最终 $\boldsymbol{U}$ 可以表示为形如 $\boldsymbol{D}'\boldsymbol{M}'\boldsymbol{M}'\cdots\boldsymbol{M}'\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}\cdots\boldsymbol{M}$ 的形式, 实现基于 Clements 结构对 $\boldsymbol{U}$ 的分解.

在得到对应任意幺正矩阵的光学网络后, 为了研究在光学网络中发生的光子损失对玻色采样的影响, 基于等效分束器原理对光学网络进行重构. 2 个虚构的分束器和 2 条环境光路被加入每个光学单元中. 虚构的分束器参数 ω 和单条实际光路在单个光学单元中的光子损失概率 $P_{\rm loss}$ 满足 $\cos\omega=1-(1-P_{\rm loss})^{1/2}$ 关系[18]. 当光子在该光学单元中发生损失, 则其等效于光子通过虚构的分束器进入环境光路中. 由于两种光学网络都具有 $m(m-1)/2$ 个光学单元, 在重构的光学网络中, 一共附加了 $m(m-1)$ 个虚构分束器和相同数目的环境光路, 则重构的光学网络的模式数变为 m^2, 因此原始 m 维矩阵 $\boldsymbol{M}$ 需要变换为 m^2 维矩阵, 即 $\boldsymbol{M}\oplus\boldsymbol{E}_{m(m-1)}$, 其中 $\boldsymbol{E}_{m(m-1)}$ 为 $m(m-1)$ 维单位矩阵. 相应地, 虚构的分束器矩阵也是 m^2 维矩阵. 在得到重构后的光学网络后, 则可以计算考虑光子损失的玻色采样输出组合概率, 其方法如算法 3 所示, 在计算输出组合概率的过程中, 需要计算矩阵的积和式, 可以采用 Ryser 或者 Glynn 方法, 并利用格雷码以简化计算过程[21]. 计算了 4 光子 16 模式的玻色采样输出组合概率, 其中 16 维输入组合 $\boldsymbol{S}=[1,1,1,1,0,0,\cdots,0]$. 一共随机产生了 100 个 16 维随机幺正矩阵, 并对最终计算结果取平均值.

算法1 任意幺正矩阵符合Reck结构的分解算法[20]

输入 任意幺正矩阵$\boldsymbol{U}$

输出 符合Reck结构的矩阵列表$\boldsymbol{M}$_list

$\boldsymbol{M}$_list $\leftarrow\phi$ //初始化$\boldsymbol{M}$_list为空集
for $k\leftarrow1$ to $(m-1)$ **do** //m为$\boldsymbol{U}$的维数
  for $t\leftarrow0$ to $(k-1)$ **do**
    $\omega\leftarrow\arctan(|u_{m-t,\,k-t}/u_{m-t,\,k-t+1}|)$ //计算分束器参数ω, u为$\boldsymbol{U}$中元素, 下标分别表示u所在的行数和列数
    temp $\leftarrow(u_{m-t,\,k-t}/u_{m-t,\,k-t+1})\cot\omega$ //计算临时变量temp
    $\varphi\leftarrow\arctan(\mathrm{Imag(temp)}/\mathrm{Real(temp)})$ //计算相移器参数φ, Imag和Real分别表示temp的虚部和实部
    if $|u_{m-t,\,k-t+1}\sin\omega-\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\varphi}u_{m-t,\,k-t}\cos\omega|\neq0$ **then**
      $\omega\leftarrow-\omega$ //修正ω符号, 使得步骤10的消元能够顺利进行
    $\boldsymbol{M}\leftarrow\mathrm{OpticalUnit}(m,\,k-t,\,k-t+1,\,\omega,\,\varphi)$
    //利用(1)式计算m维光学单元矩阵, 其中分束器所在通道数为$(k-t)$和$(k-t+1)$, 相移器所在通道数为$(k-t)$
    $\boldsymbol{M}$_list $\leftarrow(\boldsymbol{M}$_list, $\boldsymbol{M})$, $\boldsymbol{U}\leftarrow\boldsymbol{U}\boldsymbol{M}^{-1}$ //对矩阵$\boldsymbol{U}$进行消元
  end for
end for
$\boldsymbol{M}$_list $\leftarrow(\boldsymbol{M}$_list, $\boldsymbol{U})$ //将消元后得到的对角矩阵放入$\boldsymbol{M}$_list
$\boldsymbol{M}$_list$\leftarrow$Reverse($\boldsymbol{M}$_list) //反向排列$\boldsymbol{M}$_list, 使得$\boldsymbol{M}$_list中所有元素乘积为待分解矩阵

算法2 任意幺正矩阵符合Clements结构的分解算法[19]

输入 任意幺正矩阵 $\boldsymbol{U}$

输出 符合Clements结构的矩阵列表 $\boldsymbol{M}_$list

$\boldsymbol{M}_$list $\leftarrow$ $\boldsymbol{M}_$list$_1$ $\leftarrow$ $\boldsymbol{M}_$list$_2$ $\leftarrow$ $\boldsymbol{M}_$list$_3$ $\leftarrow$ $\boldsymbol{\omega}_$list $\leftarrow$ ϕ
//初始化$\boldsymbol{M}_$list为空集, 并初始化辅助集合$\boldsymbol{M}_$list$_1$, $\boldsymbol{M}_$list$_2$, $\boldsymbol{M}_$list$_3$以及$\boldsymbol{\omega}_$list为空集
for $k \leftarrow 1$ to $(m-1)$ **do** //m为$\boldsymbol{U}$的维数
  for $t \leftarrow 0$ to $(k-1)$ **do**
    if $k \bmod 2 \neq 0$ **then**
      Compute(ω, φ) //根据算法1计算ω, φ
      $\boldsymbol{M} \leftarrow$ OpticalUnit(m, $k-t$, $k-t+1$, ω, φ)
      $\boldsymbol{M}_$list$_1$ $\leftarrow$ ($\boldsymbol{M}_$list$_1$, $\boldsymbol{M}$), $\boldsymbol{U} \leftarrow \boldsymbol{U}\boldsymbol{M}^{-1}$ //若k为奇数, 则利用$\boldsymbol{M}^{-1}$右乘$\boldsymbol{U}$, 对$\boldsymbol{U}$进行消元
    else
      $\omega \leftarrow -\arctan(|u_{m-k+t+1,\,t+1}/u_{m-k+t,\,t+1}|)$
      temp $\leftarrow -(u_{m-k+t+1,\,t+1}/u_{m-k+t,\,t+1})\cot\omega$
      $\varphi \leftarrow$ arctan(Imag(temp)/Real(temp))
      if $|u_{m-k+t+1,\,t+1}\cos\omega + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}u_{m-k+t,\,t+1}\sin\omega| \neq 0$ **then**
        $\omega \leftarrow -\omega$ //修正ω符号, 使得步骤15的消元能够顺利进行
      $\boldsymbol{M} \leftarrow$ OpticalUnit(m, $m-k+t$, $m-k+t+1$, ω, φ)
      $\boldsymbol{\omega}_$list $\leftarrow$ ($\boldsymbol{\omega}_$list, ω), $\boldsymbol{M}_$list$_2$ $\leftarrow$ ($\boldsymbol{M}_$list$_2$, $\boldsymbol{M}$), $\boldsymbol{U} \leftarrow \boldsymbol{M}\boldsymbol{U}$ //若k为偶数, 则利用$\boldsymbol{M}$左乘$\boldsymbol{U}$, 对$\boldsymbol{U}$进行消元
  end for
end for
$\boldsymbol{\omega}_$list $\leftarrow$ Reverse($\boldsymbol{\omega}_$list), $\boldsymbol{M}_$list$_2$ $\leftarrow$ Reverse($\boldsymbol{M}_$list$_2$), $\boldsymbol{D} \leftarrow \boldsymbol{U}$, $p \leftarrow 1$
//$\boldsymbol{U}$经过消元变换为对角矩阵$\boldsymbol{D}$, 待分解矩阵可以表示为形如$\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{M}^{-1}\cdots\boldsymbol{M}^{-1}\boldsymbol{D}\boldsymbol{M}\boldsymbol{M}\cdots\boldsymbol{M}$的形式
for $k \leftarrow (m-1)$ to 1 by -1 **do**
  for $t \leftarrow (k-1)$ to 0 by -1 **do**
    if $k \bmod 2 = 0$ **then**
      $\omega \leftarrow |\omega_p|$ //计算$\boldsymbol{M}'$的分束器参数ω, ω_p为$\boldsymbol{\omega}_$list的第p个元素
      temp $\leftarrow -\tan\omega\cot\omega_p d_{m-k+t}/d_{m-k+t+1}$ //d表示$\boldsymbol{D}$的对角元素, 下标表示d所在行(列)数
      $\varphi \leftarrow$ arctan(Imag(temp)/Real(temp)) //计算$\boldsymbol{M}'$的相移器参数φ
      if $|d_{m-k+t}\sin\omega_p + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi}d_{m-k+t+1}\cos\omega_p| \neq 0$ **then**
        $\omega \leftarrow -\omega$ //修正ω符号
        Compute(φ) //在得到修正的ω后, 根据步骤23和24计算φ, 使得 $\boldsymbol{D}'\boldsymbol{M}' = \boldsymbol{M}_p^{-1}\boldsymbol{D}$, 其中$\boldsymbol{M}_p$为$\boldsymbol{M}_$list$_2$的第$p$个元素
      $\boldsymbol{M} \leftarrow \boldsymbol{M}' \leftarrow$ OpticalUnit(m, $m-k+t$, $m-k+t+1$, ω, φ) //计算$\boldsymbol{M}'$并赋值给$\boldsymbol{M}$
      $\boldsymbol{M}_$list$_3$ $\leftarrow$ ($\boldsymbol{M}_$list$_3$, $\boldsymbol{M}$), $\boldsymbol{D} \leftarrow \boldsymbol{D}' \leftarrow \boldsymbol{M}_p^{-1}\boldsymbol{D}\boldsymbol{M}^{-1}$, $p \leftarrow p+1$ //计算$\boldsymbol{D}'$并赋值给 $\boldsymbol{D}$
  end for
end for
$\boldsymbol{M}_$list$_3$ $\leftarrow$ ($\boldsymbol{M}_$list$_3$, $\boldsymbol{D}$) //将对角矩阵放入$\boldsymbol{M}_$list$_3$
$\boldsymbol{M}_$list$_1$ $\leftarrow$ Reverse($\boldsymbol{M}_$list$_1$), $\boldsymbol{M}_$list$_3$ $\leftarrow$ Reverse($\boldsymbol{M}_$list$_3$)
$\boldsymbol{M}_$list $\leftarrow$ ($\boldsymbol{M}_$list$_3$, $\boldsymbol{M}_$list$_1$) //$\boldsymbol{M}_$list中所有元素乘积为待分解矩阵

3 实验结果及讨论

基于玻色子生日悖论, 在只考虑输出组合中每个通道只有 0 或 1 个光子的情况时, 可以通过总变差距离来评估玻色采样的输出结果与理想情况的偏差程度[21]. 总变差距离可以表示为 $\sum_{T_4}\frac{1}{2}|P_{\text{out}}-P_{\text{ideal}}|$, 其中 $\boldsymbol{T}_4$ 表示没有发生光子损失的任意 16 维输出组合, P_{ideal} 表示理想情况下归一化的输出组合概率. 为了便于与理想情况对比, P_{out} 也需要进行归一化处理, 使得对于所有的 $\boldsymbol{T}_4$, P_{out} 之和为 1. 如图 2(a) 所示, 我们发现随着光子损失概率的提高, 总变差距离以准线性的方式逐步变大, 这表明光子损失会对玻色采样的精度产生显著影响.

算法3 考虑光子损失的玻色采样输出组合概率算法

输入 输入组合$\boldsymbol{S}$, 输出组合$\boldsymbol{T}$, m维光学网络矩阵$\boldsymbol{U}$, 单条实际光路在单个光学单元处的光子损失概率$P_{\rm loss}$

输出 输出组合概率$P_{\rm out}$

$\boldsymbol{M}$_list ← Decompose($\boldsymbol{U}$) //按照Reck或Clements结构分解矩阵$\boldsymbol{U}$

$\boldsymbol{A}$ ← $\boldsymbol{M}_1 \oplus \boldsymbol{E}_{m(m-1)}$, $\boldsymbol{M}_1 \in \boldsymbol{M}$_list //将对角矩阵的维度扩展为$m^2$维

for k ← 2 to $(m(m-1)/2+1)$ **do**

  $\boldsymbol{M}_k$ ← $\boldsymbol{M}_k \oplus \boldsymbol{E}_{m(m-1)}$, $\boldsymbol{M}_k \in \boldsymbol{M}$_list //将光学单元矩阵的维度扩展为$m^2$维

  ω ← $\arccos(1-(1-P_{\rm loss})^{1/2})$ //计算虚构分束器参数ω

  Compute(ch) //确定原始光学单元所在通道数ch和$(ch+1)$

  $\boldsymbol{B}$ ← OpticalUnit(m^2, ch, $m+2k-3$, ω, 0), $\boldsymbol{B}'$ ← OpticalUnit(m^2, $ch+1$, $m+2k-2$, ω, 0)
  //构造单个光学单元中的2个虚构分束器矩阵

  $\boldsymbol{A}$ ← $\boldsymbol{A}\boldsymbol{M}_k\boldsymbol{B}\boldsymbol{B}'$ //构造考虑光子损失的等效光学网络矩阵

end for

$\boldsymbol{S}$ ← $(\boldsymbol{S}, [0]^{m(m-1)})$ //将输入组合维度变为m^2

$P_{\rm out}$ ← $\sum_{\boldsymbol{T}'} |\,{\rm Perm}(\boldsymbol{A}_{S,(T,T')})|^2$, $\boldsymbol{T}' \in \{0,1\}^{m(m-1)}$ //Perm()表示矩阵积和式函数, $\boldsymbol{T}'$ 中所有元素之和为损失光子数

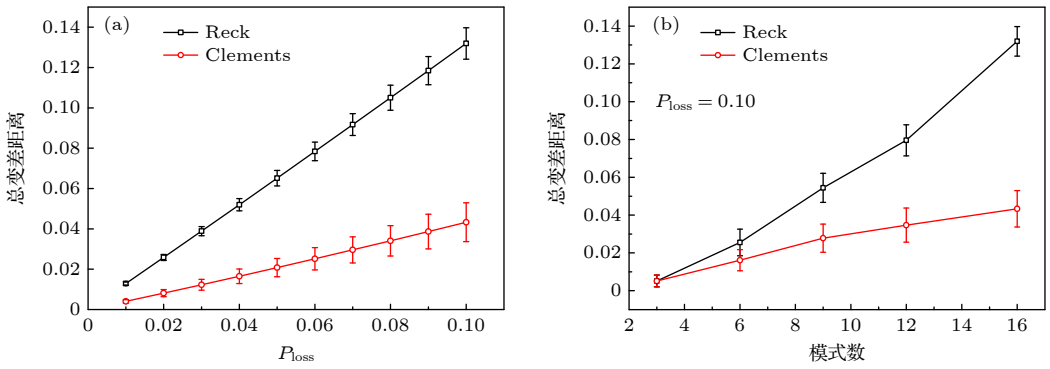

图 2 (a) 考虑光子损失的玻色采样输出组合概率的总变差距离随光子损失概率 $P_{\rm loss}$ 的变化关系; (b) $P_{\rm loss}$ 为 0.1 时, 两种光学网络结构随着模式数增加对应玻色采样结果总变差距离的变化关系. 图中空心图形代表实验结果平均值, 误差棒代表标准差

Fig. 2. Plots between the total variation distance of boson sampling output combination probabilities considering photon losses and (a) the photon loss probability $P_{\rm loss}$ or (b) mode numbers when $P_{\rm loss}$ is 0.1. Open shapes represent mean values and error bars represent standard deviations.

我们可以直观地发现, 对于固定的 $P_{\rm loss}$, Clements 结构比 Reck 结构对应的总变差距离更小, 表明 Clements 结构在光子损失情况下稳定性更好. 这主要是因为 Clements 结构受到平衡与非平衡光子损失的影响更小[19]. 在光子损失情况下, 一方面, 对于平衡光子损失, 光学网络深度越大, 光子损失程度越高. 对于较大规模光学网络, Clements 结构的深度比 Reck 结构小很多, 因此受到平衡光子损失的影响更小; 另一方面, 对于非平衡光子损失, 光子损失程度与通道中分束器的光子损失概率密切相关. 在 Reck 结构中, 由于每个通道经过的分束器数目不同, 导致通道中光子损失程度不同, 这极大地影响了多光子相干干涉结果. 而在 Clements 结构中, 每个通道经过的分束器数目大致相同, 通道中光子损失程度大致相当, 因此在 Clements 结构中非平衡光子损失对多光子相干干涉结果的影响相比于 Reck 结构较小.

为了验证上述结论, 我们对不同规模的玻色采样进行了仿真, 如图 2(b) 所示, 所采用玻色采样规模分别为 1 光子 3 模式、2 光子 6 模式、3 光子 9 模式、3 光子 12 模式和 4 光子 16 模式. 在模式数为 3 时, 两种结构具有同样的形式, 因此总变差距离相同. 随着模式数的增加, 光学网络深度增加, 通道经过的最大分束器数目增加, 导致两种结构对应的总变差距离也逐渐增加, 表明光子损失 (包括平衡与非平衡光子损失) 对玻色采样结果的影响逐渐加大. 而 Reck 结构对应的总变差距离增幅明显高于 Clements 结构, 表明 Clements 结构受到平衡与非平衡光子损失的影响相对于 Reck 结构更小.

进一步假设每个光学单元对应的 $P_{\rm loss}$ 不是一

个定值, 而是符合一定的随机分布, 即正态分布. 可认为这样的假设比较能够反映出真实的物理实验情况. 分两种情况进行了模拟: 第 1 种情况是, 固定 $P_{\rm loss}$ 的标准差不变, 改变其平均值. 对于这种情况, 发现总变差距离的变化情况与图 2(a) 类似; 第 2 种情况是, 固定 $P_{\rm loss}$ 的平均值不变, 改变其标准差. 研究发现, 对于两种光学网络结构, 随着 $P_{\rm loss}$ 标准差的增大, 输出组合概率的总变差距离呈现变大的趋势, 如图 3 所示, 表明光子损失概率的离散程度也会明显影响玻色采样的精度. 以深度为 3 的光学网络为例, 对这种情况进行简单的分析. 此时光学网络的每一层只含有一个光学单元. 在 $P_{\rm loss}$ 为一个定值 P 时, 每一层的光子透过率为 $T = 1 - P$, 因此总光子透过率是 T^3. 若 $P_{\rm loss}$ 符合平均值为 P 的正态分布, 则每一层的光子透过率也符合平均值为 T 的正态分布, 总光子透过率的期望值仍为 T^3. 为了满足这个条件, 随着 $P_{\rm loss}$ 标准差的增加, 总光子透过率小于 T^3 的概率需要逐渐增加. 受较低的总光子透过率的影响, 输出组合概率的总变差距离相应增加, 表明光子损失对玻色采样精度的影响变得更为显著.

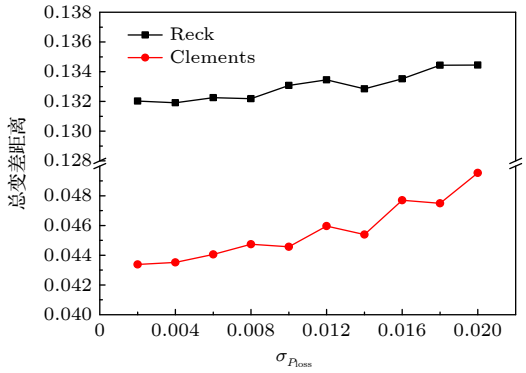

图 3 考虑光子损失的玻色采样输出组合概率的总变差距离平均值随光子损失概率的标准差 $\sigma_{\rm Ploss}$ 的变化关系

Fig. 3. Plots between the mean values of total variation distance of boson sampling output combination probabilities considering photon losses and the standard deviation $\sigma_{\rm Ploss}$ of photon loss probability.

最后, 统计了固定光子个数的输出组合的概率之和随着光子损失概率变化的情况, 如图 4 所示. 当 $P_{\rm loss} = 0.01$ 时, Clements 结构相比于 Reck 结构, 4 光子输出的概率明显较高. 由于输出光子数越高, 其对应的经典计算的时间复杂度也越高, 我们的结果表明在光子损失情况下, Clements 结构的玻色采样对于经典计算来说具有更高的时间复杂度. 而随着 $P_{\rm loss}$ 的提高, 4 光子输出概率急剧减小, 3 光子输出占据优势. 进一步提高 $P_{\rm loss}$, 则 2 光子输出变成主导. 这表明, 发生在光学网络中的光子损失能够显著地影响玻色采样的量子优势. 当低光子数的输出组合占据主导时, 玻色采样变得易于被经典算法模拟, 如 MCMC 算法 [22]、Clifford-Clifford 算法 [23] 等.

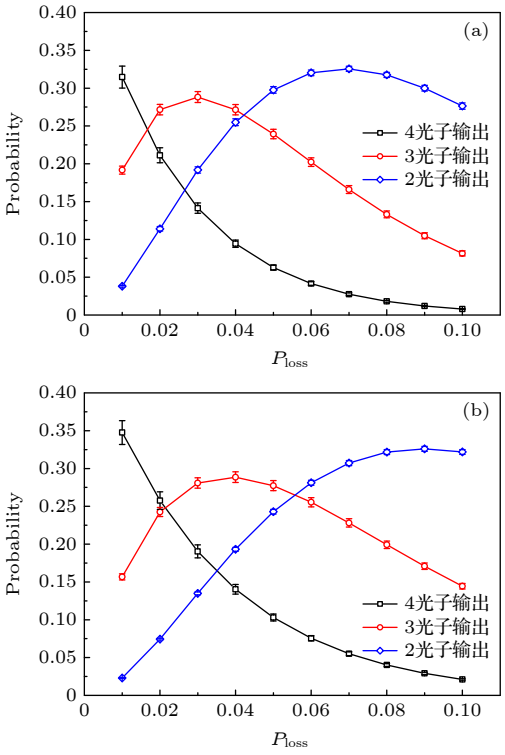

图 4 玻色采样固定光子个数的输出组合概率之和随着 $P_{\rm loss}$ 的变化关系. (a) Reck 结构; (b) Clements 结构光学网络. 图中空心图形代表实验结果平均值, 误差棒代表标准差

Fig. 4. Plots between the sum of boson sampling output combination probabilities with fixed photon numbers and $P_{\rm loss}$: (a) the Reck structure; (b) the Clements structure. Open shapes represent mean values and error bars represent standard deviations.

基于对光子损失情况下玻色采样的经典仿真结果, 发现光子损失能够显著影响玻色采样结果的精度, 进而影响玻色采样量子优势的可实现性. 如何抑制光子损失对玻色采样机等光量子器件的影响一直是研究热点之一. 在理论方面, 系统研究了输出光子个数 [24]、光学网络深度 [17] 等对玻色采样对应经典计算时间复杂度的影响. 在工程技术方面, 减反射涂层 [16]、光路拓展 [25]、三维光学网络 [26] 的应用提供了抑制光子损失影响的可能性. 值得一

提的是, 在容错全光量子中继器方案中, 利用量子奇偶码有效抑制了光子损失的影响, 这给未来光量子计算器件抵抗光子损失带来了启示[27].

4 结 论

系统研究了两种结构的光学网络中光子损失对玻色采样的影响. 可以直观地发现, 当存在光子损失时, Clements 结构相比于 Reck 结构具有更好的稳定性, 其输出高光子个数的概率更高, 对应经典计算的时间复杂度更高. 随着光子损失概率的提高, 玻色采样的精度明显降低, 且输出高光子个数的概率急剧降低, 表明光子损失对玻色采样的经典计算时间复杂度具有十分显著的影响. 研究还发现, 若光学单元中光子损失概率不是一个定值, 而是服从正态分布, 则光子损失概率的离散程度也能够影响玻色采样的精度. 结果表明, 发生在光学网络中的光子损失能够明显影响玻色采样的精度和对应经典计算的时间复杂度, 这对真正意义上具有量子优势的玻色采样的物理实现提出了又一个挑战.

参考文献

[1] Shor P W 1994 *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* Santa Fe, NM, USA, IEEE p124

[2] Grover L K 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 325

[3] Spring J B, Metcalf B J, Humphreys P C, Kolthammer W S, Jin X M, Barbieri M, Datta A., Thomas N, Langford N K, Kundys D, Gates J C, Smith B J, Smith P G, Walmsley I A 2013 *Science* **339** 798

[4] Zhong H S, Wang H, Deng Y H, Chen M C, Peng L C, Luo Y H, Qin J, Wu D, Ding X, Hu Y H, Yang X Y, Zhang W J, Li H, Li Y X, Jiang X, Gan L, Yang G G, You L X, Wang Z, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2020 *Science* **370** 1460

[5] Zhong H S, Li Y, Li W, Peng L C, Su Z E, Hu Y, He Y M, Ding X, Zhang W J, Li H, Zhang L, Wang Z, You L X, Wang X L, Jiang X, Li L, Chen Y A, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 250505

[6] Wang H, Li W, Jiang X, He Y M, Li Y H, Ding X, Chen M C, Qin J, Peng C Z, Schneider C, Kamp M, Zhang W J, Li H, You LX, Wang Z, Dowling J P, Höfling S, Lu C Y, Pan J W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 230502

[7] Peropadre B, Guerreschi G G, Huh J, Aspuru-Guzik A 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 140505

[8] Aaronson S, Arkhipov A 2011 *Proceedings of the forty-third annual ACM symposium on Theory of computing* San Jose, California, June 6–8, 2011 p333

[9] Spagnolo N, Vitelli C, Bentivegna M, Brod D J, Crespi A, Flamini F, Giacomini S, Milani G, Ramponi R, Mataloni P, Osellame R, Galvão E F, Sciarrino F 2014 *Nat. Photonics* **8** 615

[10] Bentivegna M, Spagnolo N, Vitelli C, Brod D J, Crespi A, Flamini F, Ramponi R, Mataloni P, Osellame R, Galvão E F, Sciarrino F 2015 *Int. J. Quantum. Inf.* **12** 1560028

[11] Agresti I, Viggianiello N, Flamini F, Spagnolo N, Crespi A, Osellame R, Wiebe N, Sciarrino F 2017 *Phys. Rev. X* **9** 2160

[12] Huh J, Guerreschi G G, Peropadre B, Mcclean J R, Aspuru-Guzik A 2015 *Nat. Photonics* **9** 615

[13] Renema1 J J, Shchesnovich V, Garcia Patron R 2019 arXiv: 1809.01953 v2 [quant-ph]

[14] Tichy C M 2015 *Phys. Rev. A* **91** 022316

[15] Renema J J, Menssen A, Clements W R, Triginer G, Kolthammer W S, Walmsley I A 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 220502

[16] Wang H, He Y, Li Y H, Su Z E, Li B, Huang H L, Ding X, Chen M C, Liu C, Qin J, Li J P, He Y M, Schneider C, Kamp M, Peng C Z, Höfling S, Lu C Y, Pan J W 2017 *Nat. Photonics* **11** 361

[17] García-Patrón R, Renema J J, Shchesnovich V 2019 *Quantum* **3** 169

[18] Oszmaniec M, Brod D J 2018 *New J. Phys.* **20** 092002

[19] Clements W R, Humphreys P C, Metcalf B J, Steven K W, Walsmley I A 2016 *Optica* **3** 1460

[20] Reck M, Zeilinger A, Bernstein H J, Bertani P 1994 *Phys. Rev. Lett.* **73** 58

[21] Brod D J, Galvão E F, Crespi A, Osellame R, Spagnolo N, Sciarrino F 2019 *Adv. Photon.* **1** 034001

[22] Neville A, Sparrow C, Clifford R, Johnston E, Birchall P M, Montanaro A, Laing A 2017 *Nat. Phys.* **13** 1153

[23] Clifford P, Clifford R 2018 *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual ACM-SIAM Symposium on Discrete Algorithms* New Orleans Louisiana January 7–10, 2018 p146

[24] Aaronson S, Brod D J 2015 *Phys. Rev. A* **93** 012335

[25] Miller D A B 2015 *Optica* **2** 8

[26] Wang H, Qin J, Ding X, Chen M C, Chen S, You X, He Y M, Jiang X, You L, Wang Z, Schneider C, Renema J J, Höfling S, Lu C Y, Pan J W 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 250503

[27] Zhang R, Liu L Z, Li Z D, Fei Y Y, Yin X F, Li L, Liu N L, Mao Y, Chen Y A, Pan J W 2022 *Optica* **9** 2

Simulation of random photon loss in boson sampling of different optical networks*

Ji Yang Chen Mei-Ling† Huang Xun Wu Yong-Zheng Lan Bing

(*The 32 nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation, Shanghai* 201808, *China*)

(Received 25 February 2022; revised manuscript received 6 June 2022)

Abstract

Boson sampling is a candidate for quantum protocols to truly realize the quantum computation advantage and to be used in advanced fields where complex computations are needed, such as quantum chemistry. However, this proposal is hard to achieve due to the existence of noise sources such as photon losses. In order to quantificationally analyze the influences of photon losses in optical networks, boson sampling is classically simulated based on the equivalent beam splitter mechanism, where the photon loss happening in optical units is equivalent to the photon transmission into the environmental paths through a virtual beam splitter. In our simulation, networks corresponding to random unitary matrices are made up, considering both the Reck structure and the Clements structure. The photon loss probability in an optical unit is well controlled by adjusting the parameters of the virtual beam splitter. Therefore, to simulate boson sampling with photon losses in optical networks is actually to simulate ideal boson sampling with more modes. It is found that when the photon loss probability is constant, boson sampling with Clements structures distinctly performs much better than that with Reck structures. Furthermore, the photon loss probability is also set to follow the normal distribution, which is thought to be closer to the situation in reality. It is found that when the mean value of photon loss probability is constant, for both network structures, errors of outputs become more obvious with the increase of standard deviation. It can be inferred that the increase of error rate can be explained by the network depth and the conclusion is suitable for larger-scale boson sampling. Finally, the number of output photons is taken into consideration, which is directly related to the classical computation complexity. It is found that with the photon loss probability, the ratio of output combinations without photon losses decreases sharply, implying that photon losses can obviously affect the quantum computation advantage of boson sampling. Our results indicate that photon losses can result in serious errors for boson sampling, even with a stable network structure such as that of Clements. This work is helpful for boson sampling experiments in reality and it is desired to develop a better protocol, for example, a well-designed network or excellent optical units, to well suppress photon losses.

Keywords: boson sampling, optical network, photon loss, quantum computing

PACS: 03.67.Ac, 42.50.–p **DOI:** 10.7498/aps.71.20220331

* Project supported by the sub-project of Science and Technology Major Project of the Ministry of Science and Technology of Shanghai (Grant No. 2019SHZDZX01-ZX03), the project of "Quantum Computing and Simulation Technology Research" of the development department of China Electronics Technology Group Corporation (Grant No. GQ201173-00), and the project of "Practical Application Research of Quantum Computing" of the 32nd Research Institute of China Electronics Technology Group Corporation (Grant No. GY200906-00).

† Corresponding author. E-mail: cml13262283846@163.com

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

不同光学网络结构玻色采样发生随机光子损失的模拟研究

季阳　陈美玲　黄汛　吴永政　兰冰

Simulation of random photon loss in boson sampling of different optical networks

Ji Yang　Chen Mei-Ling　Huang Xun　Wu Yong-Zheng　Lan Bing

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 71, 190301 (2022)　DOI: 10.7498/aps.71.20220331

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.71.20220331

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

关于采样问题的量子优越性综述

Review on quantum advantages of sampling problems

物理学报. 2021, 70(21): 210201　https://doi.org/10.7498/aps.70.20211428

量子存储式量子计算机与无噪声光子回波

“Quantum memory” quantum computers and noiseless phton echoes

物理学报. 2022, 71(7): 070305　https://doi.org/10.7498/aps.71.20212245

硅和锗量子计算材料研究进展

Research progress of silicon and germanium quantum computing materials

物理学报. 2021, 70(21): 217802　https://doi.org/10.7498/aps.70.20211492

金刚石氮空位中心自旋量子调控

Quantum control of nitrogen-vacancy center in diamond

物理学报. 2018, 67(12): 120302　https://doi.org/10.7498/aps.67.20180755

面向量子计算的拓扑超导体材料、物理和器件研究

Research progress of material, physics, and device of topological superconductors for quantum computing

物理学报. 2022, 71(16): 160302　https://doi.org/10.7498/aps.71.20220596

核磁共振量子信息处理研究的新进展

New research progress of nuclear magnetic resonance quantum information processing

物理学报. 2018, 67(22): 220301　https://doi.org/10.7498/aps.67.20180754