

航天器处 X 射线脉冲星观测信号模拟方法*

苏剑宇¹⁾ 方海燕^{1)†} 包为民¹⁾ 孙海峰¹⁾²⁾³⁾ 赵良⁴⁾

1) (西安电子科技大学空间科学与技术学院, 西安 710126)

2) (陕西省空间超限探测重点实验室, 西安 710126)

3) (鹏城实验室, 深圳 518000)

4) (北京临近空间飞行器系统工程研究所空间物理重点实验室, 北京 100101)

(2022 年 6 月 1 日收到; 2022 年 7 月 14 日收到修改稿)

航天器处 X 射线脉冲星观测信号模拟对脉冲星信号处理方法及导航方案的验证具有重要意义. 通过建立航天器处光子到达时间与相位之间的关系, 可显著提高脉冲星信号模拟算法的效率. 目前建立的航天器处光子到达时间与相位之间关系模型并未考虑接收信号频率变化, 模拟精度较低. 针对这一问题, 本文建立了考虑频率一、二阶导数时的光子到达时间与相位关系模型, 并基于该模型给出航天器处观测信号模拟方法, 提高了脉冲星观测信号模拟算法精度. 仿真实验证明, 相比于迭代法或实时计算航天器处光子到达速率函数的方法, 利用推导的光子到达时间与相位关系模型, 仿真速度最高可提高 3 个数量级, 保证了信号模拟算法的高效率; 且相比于未考虑频率变化的情况, 由包含频率一、二阶导数的模型得到的 Pearson 相关系数最高可提高 350.0%, 显著提高了计算精度.

关键词: X 射线脉冲星导航, 脉冲星信号模拟, 频率变化, Pearson 相关系数

PACS: 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

DOI: 10.7498/aps.71.20221097

1 引言

X 射线脉冲星导航 (X-ray pulsar-based navigation, XPNAV) 是一种新型的自主导航技术, 可为在太阳系内外飞行的航天器提供位置、时间等导航信息^[1-2], 实现航天器高精度自主导航. 目前, 国内外相继开展了 X 射线脉冲星导航试验. 如中国空间实验室天宫二号 (Tiangong-2, TG-2) 的 γ 暴偏振探测科学实验^[3], 中国首颗 X 射线脉冲星导航试验卫星 (X-ray pulsar navigation-I, XPNAV-1) 在轨开展的 X 射线脉冲星的探测与脉冲星导航体制的验证^[4-6], 以及国内首颗空间 X 射线天文硬 X 射线调制望远镜卫星 (hard X-ray modulation telescope, HXMT) Insight-HXMT 的脉冲星定轨

精度验证实验^[7-8]. 国外的如美国 NICER (neutron star interior composition explorer, NICER) 项目的 SEXTANT (station explorer X-ray timing and navigation technology, SEXTANT) 搭载国际空间站 (international space station, ISS) 开展的定轨精度验证工作^[9-10].

由于 X 射线无法穿透大气层, 在地面无法观测到脉冲星辐射的 X 射线信号, 而巡天观测和空间飞行试验耗时长、成本高, 且算法的评估和验证难以完全通过飞行试验完成, 现阶段对 X 射线脉冲星导航的相关研究需要借助地面模拟产生的 X 射线脉冲星信号. 地面模拟方法可分为半物理方法和数值方法, 其中半物理模拟方法用脉冲星标准轮廓对光子信号的强度进行调制来模拟真实的脉冲星辐射过程, 主要包括机械转盘^[11] 和电控光源^[12]

* 陕西省科技创新团队建设计划 (批准号: S2022-ZC-TD-0060) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hyfang@xidian.edu.cn

两种形式. 机械转盘的模拟方式结构较复杂, 脉冲星轮廓特性和频率特性的模拟精度相对较低, 且模拟不同的脉冲星信号需要更换形状不同的转盘, 灵活性较差. 电控光源的方式可以解决上述问题, 根据采用的光源不同, 可分为 X 射线光源^[13,14]和可见光源模拟^[15].

相比于半物理模拟方法, 数值模拟方法具有简单、高效、灵活的优点, 且是半物理模拟实现的算法基础. Emadzadeh 提出了基于反函数法的脉冲星信号模拟方法^[16]. Zhang 等^[17]提出了一种利用高斯分布快速生成 X 射线脉冲星信号的方法, 计算效率上有显著提高. Jin 等^[18]提出了一种基于蒙特卡罗的 X 射线脉冲星信号模拟方法, 改进了概率统计方法, 克服了非齐次泊松分布的约束, 具有仿真时间短、效率高、精度高的优点. 然而, 这些方法只能模拟到达太阳系质心 (solar system barycenter, SSB) 处或静止航天器处的 X 射线脉冲星信号, 而无法模拟信号在动态环境中, 如在运动的航天器中探测到的 X 射线脉冲星信号, 而实际中探测器随航天器运动, 所以需要模拟运动的航天器处的 X 射线脉冲星观测信号.

目前, 航天器处的 X 射线脉冲星信号的数值模拟主要有两种方式. 一种是先模拟 SSB 处的光子到达时间序列, 然后通过迭代的方式得到航天器处的光子到达时间序列^[19], 称之为方法 1. 该方法借助航天器的轨道参数信息, 通过对时间转换公式的迭代求解, 计算航天器处的光子到达时间 (time of arrivals, TOAs). 由于求解过程主要是利用反复的迭代, 所以对于大流量脉冲星 (如脉冲星 PSR B0531+21), 光子数越多, 针对每个光子进行上述的迭代运算将非常耗时, 效率非常低. 另一种方式基于同一个光子到达航天器与 SSB 处的相位相等的原理, 直接在航天器处模拟光子序列, 称之为方法 2. 该方法首先根据 SSB 处的脉冲星信号到达模型和航天器的实时位置及速度信息, 建立航天器处的光子到达速率函数, 再利用尺度变换法^[20]直接产生航天器处的光子 TOAs^[21]. 该方法准确建模了脉冲星信号的频率缓变, 避免了方法 1 的复杂迭代过程. 但由于航天器处的光子到达速率函数随航天器的状态变化而变化, 需要实时计算更新, 这对于频率高的脉冲星而言, 计算量庞大, 仿真过程同样非常耗时. 针对上述两种航天器处的 X 射线脉冲星信号的模拟方法存在的问题, Su 等^[22]提出了

一种新的 X 射线脉冲星信号的模拟方法, 文中称之为方法 3. 该方法通过公式推导, 给出了光子到达航天器的时间与相位之间的关系式, 再结合光子到达航天器与 SSB 处的相位相等的原理, 只需模拟 SSB 处的光子到达相位序列, 即可得到航天器处的光子到达时间序列, 提高了航天器处脉冲星观测信号的仿真效率. 方法 3 虽然提高了航天器处脉冲星观测信号的仿真效率, 但在推导光子到达航天器处的时间与相位之间的关系时, 并未考虑接收信号频率的变化, 即在给出的时间与相位关系中, 并未将频率的变化建模, 导致观测时间延长时, 时间与相位关系的误差增大, 仿真的光子 TOAs 误差增大, 且对于频率越大的脉冲星, 仿真的光子 TOAs 误差越大. 所以该方法只适用较短观测时间, 观测时间较长时, 精度无法满足要求.

综合上述方法, 为在保证航天器处脉冲星观测信号的仿真效率的同时, 提高光子 TOAs 的计算精度, 本文延续方法 3 的思路, 推导了考虑接收脉冲星信号频率一、二阶导数时的光子到达时间与相位之间的关系模型, 并基于该模型给出航天器处观测信号模拟方法, 提高了光子 TOAs 的计算精度, 并通过与上述 3 种方法的对比实验, 证明所提方法的正确性与有效性.

2 航天器处 X 射线脉冲星信号仿真算法

本文所提航天器处 X 射线脉冲星信号仿真方法如图 1 所示.

首先利用脉冲星星历, 太阳系星历与航天器状态信息, 将航天器处模拟时段转换到 SSB 处的模拟时段; 在 SSB 处, 借助脉冲星标准轮廓仿真 SSB 处的光子到达时间序列, 并利用相位模型将计算对应的到达相位序列, 根据光子到达航天器处时的相位与到达 SSB 处时的相位关系, 此相位序列即为航天器处的光子到达相位序列; 推导得到航天器处光子到达时间与相位关系, 即可根据航天器处观测到的光子相位序列得到航天器处的光子到达时间序列.

根据上述过程, 推导航天器处光子到达时间与相位关系是仿真算法的关键, 本文在推导该关系式时考虑了接收脉冲星信号频率一、二阶导数, 提高了光子到达时间的计算精度, 下面给出所提仿真算法的详细推导过程.

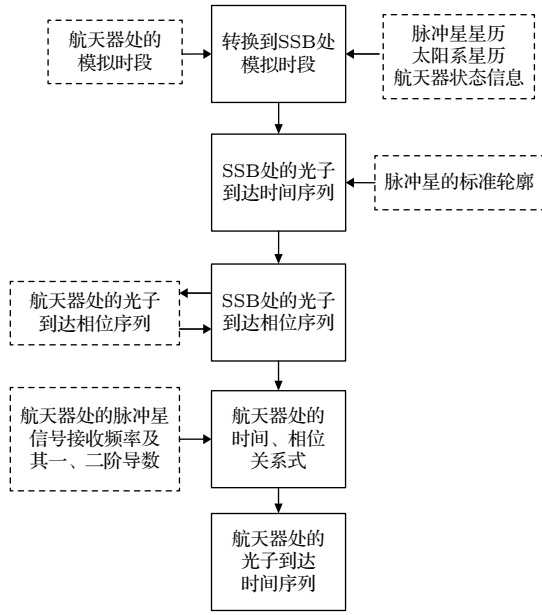


图1 航天器处X射线脉冲星信号模拟方法流程图

Fig. 1. Flow chart of X-ray pulsar signal simulation method at spacecraft.

2.1 航天器处光子到达相位序列的生成

2.1.1 SSB处光子到达相位序列的生成

为仿真航天器处的光子 TOAs, 首先需仿真 SSB 处的光子 TOAs. 脉冲星辐射的 X 射线光子信号在漫长的传播过程中不断衰减, 到达 SSB 时已成为微弱的单光子流, 可将其建模为强度为 $\lambda(t)$ 的非齐次泊松过程^[23], 即在 (t_0, t) 时间段内, 接收到的光子数 $N_{t_0, t}$ 等于 K 的概率 P 的表达式为

$$P(N_{t_0, t} = K) = \frac{\left(\int_{t_0}^t \lambda(t) dt\right)^K \exp\left(-\int_{t_0}^t \lambda(t) dt\right)}{K!}, \quad (1)$$

式中, $\lambda(t)$ 为 SSB 处的光子到达速率函数, 且:

$$\lambda(t) = \beta + \alpha h(\phi(t)), \quad (2)$$

其中 α 与 β 分别脉冲星源信号与背景光子的速率, $h(\phi)$ 为相位 $\phi \in [0, 1)$ 的脉冲星的标准轮廓, 且 $\int_0^1 h(\phi) d\phi = 1$. $\phi(t)$ 为 X 射线脉冲星在 SSB 处的相位模型, 可以表示为 (5) 式^[24], $f_s(t_0)$, $\dot{f}_s(t_0)$ 与 $\ddot{f}_s(t_0)$ 分别为脉冲星在 t_0 时刻的频率、频率一和二阶导数.

$$\begin{aligned} \phi(t) = & \phi_0 + f_s(t_0)(t - t_0) + \frac{\dot{f}_s(t_0)}{2}(t - t_0)^2 \\ & + \frac{\ddot{f}_s(t_0)}{6}(t - t_0)^3. \end{aligned} \quad (3)$$

利用脉冲星标准轮廓与相位模型, 可获得非齐

次泊松过程的强度函数, 本文采用尺度变换法^[25]产生非齐次泊松过程到达时间序列. 非齐次泊松事件发生时刻 s_1, s_2, \dots, s_n 与参数为 1 的齐次泊松过程事件发生时刻 z_1, z_2, \dots, z_n 的关系为

$$s_i = m^{-1}(z_i), \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

其中, $m(t)$ 为累积强度函数, 可表示为

$$m(t) = \int_0^t \lambda(t) dt. \quad (5)$$

所以首先产生参数为 1 的齐次泊松过程事件发生时刻, 然后利用 (4) 式的变换关系即可获得非齐次泊松事件发生时刻. 通过仿真非齐次泊松过程的到达时间序列就获得了 SSB 处的光子 TOAs, 利用 (5) 式, 将每个光子的到达时间转化为相位, 可得到 SSB 处的光子到达相位序列.

2.1.2 航天器处光子到达相位序列的生成

任意 t 时刻, 航天器处观测到的光子相位 ϕ_{SC} 与该光子在 SSB 处的相位 ϕ 之间关系可表示为

$$\phi_{SC}(t) = \phi(t + \tau(t)), \quad (6)$$

其中, $\tau(t)$ 为时间转换模型, 时间转换模型描述了光子在传播过程中经过航天器和 SSB 的时间差, 这一过程包含以下时间校正项^[26,27]

$$t_{SSB} - t_{SC} = \Delta_C + \Delta_P + \Delta_R + \Delta_E + \Delta_S + \Delta_D + \Delta_A, \quad (7)$$

其中, Δ_C 为时钟校正, Δ_P 为视差延迟, Δ_R 为 Roemer 延迟, Δ_E 为 Einstein 延迟, Δ_S 为 Shapiro 延迟, Δ_D 为太阳系色散延迟, Δ_A 为大气延迟. 由于时间转换项完整的表达式非常复杂, 本文采用简化公式:

$$\begin{aligned} \tau(t) = & \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{SC/SSB}(t)}{c} + \frac{\mathbf{r}_{SC/E}(t) \cdot \mathbf{v}_E(t)}{c^2} \\ & + 2 \frac{\mu_S}{c^3} \ln \left(1 + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{SC/Sun}(t)}{|\mathbf{r}_{SC/Sun}(t)|} \right) + P(t), \end{aligned} \quad (8)$$

式中各变量均在太阳系质心惯性坐标系下表示, 该模型忽略了视差、脉冲星自行以及除太阳外的其他天体的 Shapiro 延迟等项, 转换精度为 5—8 μs ^[21]. 第一项为几何延迟, 第二项为爱因斯坦延迟, 第三项为太阳 Shapiro 延迟. 其中 $\tau(t)$ 为时间转换各项之和, $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$ 为脉冲星在太阳系质心坐标系下的单位方向矢量, $\mathbf{r}_{SC/SSB}$ 为航天器相对与太阳系质心的位置矢量, $\mathbf{r}_{SC/E}$ 为航天器相对于地球的位置矢量, \mathbf{v}_E 为地球的速度矢量, $\mathbf{r}_{SC/Sun}$ 为航天器相对于太阳的位置矢量, c 为光速, μ_S 为太阳引力常数.

2.2 航天器处光子到达时间与相位的关系

利用方法 3 的思路, 如果推导出航天器处光子到达时间与相位的关系, 即可直接由 SSB 处的光子到达相位序列得到航天器光子到达时间序列. 假设航天器处任意时刻 t 探测到的观测相位为 $\phi_{\text{sc}}(t)$, 相对于观测起始时刻 t_0 (对应相位 $\phi_{\text{sc}}(t_0)$), 有如下关系^[28]

$$\phi_{\text{sc}}(t) = \phi_{\text{sc}}(t_0) + \int_{t_0}^t f_{\text{sc}}(\tau) d\tau, \quad (9)$$

其中, $f_{\text{sc}}(\tau)$ 为 τ 时刻航天器观测到的脉冲星频率, 将 (9) 式进行二阶泰勒展开, 可得到

$$\begin{aligned} \phi_{\text{sc}}(t) \approx & \phi_{\text{sc}}(t_0) + f_{\text{sc}}(t_0)(t - t_0) \\ & + \frac{\dot{f}_{\text{sc}}(t_0)}{2}(t - t_0)^2 + \frac{\ddot{f}_{\text{sc}}(t_0)}{6}(t - t_0)^3, \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $f_{\text{sc}}(t_0)$, $\dot{f}_{\text{sc}}(t_0)$ 与 $\ddot{f}_{\text{sc}}(t_0)$ 分别为航天器处 t_0 时刻的脉冲星信号的观测频率及频率一、二阶导数. 利用 (10) 式推导出时间 t 与相位 ϕ_{sc} 的关系, 则在获得光子到达航天器处的相位序列后, 可直接求得相应的光子到达时间, 避免了复杂的迭代运算.

在 (10) 式中, 记 $\Delta\phi_{\text{sc}} = \phi_{\text{sc}}(t) - \phi_{\text{sc}}(t_0)$, $\Delta t = (t - t_0)$, 则可根据附录的推导结果给出光子到达时间与相位的关系. 总结附录 A 的推导结果, $\Delta t = y - (\dot{f}_{\text{sc}}/\ddot{f}_{\text{sc}})$ 存在多种可能, 可将 Δt 的解概括为

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta t &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\Delta}} - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad \Delta > 0, \\ \Delta t &= -2\sqrt{-\frac{p}{3}} - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad p \leq 0 \cap \Delta = 0 \cap \ddot{f}_{\text{sc}} > 0, \\ \Delta t &= \sqrt{-\frac{p}{3}} - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad p \leq 0 \cap \Delta = 0 \cap \ddot{f}_{\text{sc}} < 0, \\ \Delta t &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\theta}{3}\right) - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad p < 0 \cap \Delta < 0 \cap \ddot{f}_{\text{sc}} > 0 \cap \dot{f}_{\text{sc}} > 0, \\ \Delta t &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{2\pi}{3}\right) - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad p < 0 \cap \Delta < 0 \cap \ddot{f}_{\text{sc}} > 0 \cap \dot{f}_{\text{sc}} < 0, \\ \Delta t &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\theta}{3} + \frac{4\pi}{3}\right) - \frac{\dot{f}_{\text{sc}}}{\ddot{f}_{\text{sc}}}, \quad p < 0 \cap \Delta < 0 \cap \ddot{f}_{\text{sc}} < 0. \end{aligned} \right. \quad (11)$$

2.3 f_{sc} , \dot{f}_{sc} , \ddot{f}_{sc} 的计算

在得到航天器处光子相位序列后, 利用 (11) 式给出的 Δt 与 $\Delta\phi_{\text{sc}}$ 的关系式, 可直接得到航天器处光子 TOAs. (11) 式中公式选择及计算需要使用 f_{sc} , \dot{f}_{sc} , \ddot{f}_{sc} 等参数, 下面推导 f_{sc} , \dot{f}_{sc} 与 \ddot{f}_{sc} 的计算公式.

对 (6) 式求导, 可得到航天器处的频率表达式:

$$f_{\text{sc}}(t) = f_s(t + \tau) \cdot (1 + \dot{\tau}). \quad (12)$$

根据 (8) 式, $\dot{\tau}(t)$ 由 4 项组成, 即

$$\dot{\tau}(t) = \dot{\tau}_1 + \dot{\tau}_2 + \dot{\tau}_3 + \dot{\tau}_4. \quad (13)$$

通过计算可得到

$$\begin{bmatrix} \dot{\tau}_1 \\ \dot{\tau}_2 \\ \dot{\tau}_3 \\ \dot{\tau}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{\text{SC/SSB}})/c \\ (\mathbf{v}_{\text{SC/E}} \cdot \mathbf{v}_{\text{E}} + \mathbf{r}_{\text{SC/E}} \cdot \mathbf{a}_{\text{E}})/c^2 \\ 2\frac{\mu_{\text{S}}}{c^3} \left(\frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{v}_{\text{SC/Sun}}}{|\mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}| + \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}} - \frac{\mathbf{n} \cdot (\mathbf{r}_{\text{SC/Sun}} \cdot \mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}^{\text{T}}) \cdot \mathbf{v}_{\text{SC/Sun}}}{|\mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}|^3 + |\mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}|^2 \mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{\text{SC/Sun}}} \right) \\ \dot{P} \end{bmatrix}, \quad (14)$$

其中, $\mathbf{v}_{\text{SC/SSB}}$ 为航天器相对于 SSB 的速度矢量, $\mathbf{v}_{\text{SC/E}}$ 为航天器相对于地球的速度矢量, \mathbf{a}_{E} 为地球的加速度矢量. 将 (14) 式各项代入 (13) 式可得到 $\dot{\tau}$. (13) 式中对 t 求导, 可得到 \dot{f}_{sc} 为

$$\dot{f}_{\text{sc}}(t) = \dot{f}_s(t + \tau) \cdot (1 + \dot{\tau})^2 + f_s(t + \tau) \cdot \ddot{\tau}, \quad (15)$$

其中, \dot{f}_s 为脉冲星源频率的一阶导数. $\ddot{\tau} = \ddot{\tau}_1 + \ddot{\tau}_2 + \ddot{\tau}_3 + \ddot{\tau}_4$, 各项表达式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tau}_1 \\ \ddot{\tau}_2 \\ \ddot{\tau}_3 \\ \ddot{\tau}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{a}_{\text{SC/SSB}})/c \\ (\mathbf{a}_{\text{SC/E}}\mathbf{v}_E + 2\mathbf{v}_{\text{SC/E}}\mathbf{a}_E + \mathbf{r}_{\text{SC/E}}\dot{\mathbf{a}}_E)/c^2 \\ 2\frac{\mu_S}{c^3}(\ddot{\tau}_{21} + \ddot{\tau}_{22}) \\ \ddot{P} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

其中, $\ddot{\tau}_{21}, \ddot{\tau}_{22}$ 表达式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tau}_{21} \\ \ddot{\tau}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{n}\mathbf{a}}{|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r}} + \frac{(|\mathbf{r}|\mathbf{n}\mathbf{v} - \mathbf{r}^T\mathbf{v})\mathbf{n}\mathbf{v}}{|\mathbf{r}|(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \\ \frac{(3|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + |\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{v})\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v} - \mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{a}}{|\mathbf{r}|^4(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} - \frac{\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{a}}{|\mathbf{r}|^2(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

为表示方便, (17) 式中 $\mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{a}$ 矢量下标均省略, 表示航天器相对于太阳的矢量. 在 (15) 式中对 t 求导, 得到 \ddot{f}_{sc} 表达式为

$$\ddot{f}_{\text{sc}}(t) = \ddot{f}_s(t + \tau) \cdot (1 + \dot{\tau})^3 + 3\dot{f}_s(t + \tau) \cdot (1 + \dot{\tau})\ddot{\tau} + f_s(t + \tau)\ddot{\tau}, \quad (18)$$

其中 $\ddot{\tau} = \ddot{\tau}_1 + \ddot{\tau}_2 + \ddot{\tau}_3 + \ddot{\tau}_4$, (16) 式中对 t 求导, 得到 $\ddot{\tau}_1, \ddot{\tau}_2, \ddot{\tau}_3, \ddot{\tau}_4$ 的表达式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tau}_1 \\ \ddot{\tau}_2 \\ \ddot{\tau}_3 \\ \ddot{\tau}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{n} \cdot \dot{\mathbf{a}}_{\text{SC/SSB}})/c \\ (\dot{\mathbf{a}}_{\text{SC/E}}\mathbf{v}_E + 3\mathbf{a}_{\text{SC/E}}\mathbf{a}_E + 3\mathbf{v}_{\text{SC/E}}\dot{\mathbf{a}}_E + \mathbf{r}_{\text{SC/E}}\dot{\mathbf{a}}_E)/c^2 \\ 2\frac{\mu_S}{c^3}(\ddot{\tau}_{21} + \ddot{\tau}_{22}) \\ \ddot{P} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

其中 $\ddot{\tau}_{21} = \ddot{\tau}_{211} + \ddot{\tau}_{212} + \ddot{\tau}_{213}$, (16) 式中对 t 求导, 得到 $\ddot{\tau}_{211}, \ddot{\tau}_{212}, \ddot{\tau}_{213}$ 表达式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tau}_{211} \\ \ddot{\tau}_{212} \\ \ddot{\tau}_{213} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{n}\dot{\mathbf{a}}}{|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r}} - \frac{|\mathbf{r}|\mathbf{n}\mathbf{a}(\mathbf{r}^T\mathbf{v} + |\mathbf{r}|\mathbf{n}\mathbf{v})}{(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \\ \frac{(\mathbf{r}^T\mathbf{v}\mathbf{n}\mathbf{v} + 2|\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{a} - |\mathbf{r}|\mathbf{v}^T\mathbf{v} - |\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{a})\mathbf{n}\mathbf{v} - |\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v}\mathbf{n}\mathbf{a}}{|\mathbf{r}|^2(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \\ \frac{[|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v}\mathbf{n}\mathbf{v} - (|\mathbf{r}|\mathbf{n}\mathbf{v})^2][3|\mathbf{r}|^2 + 4|\mathbf{r}|\mathbf{n}\mathbf{r} + (\mathbf{n}\mathbf{r})^2]\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2|\mathbf{r}|^3\mathbf{n}\mathbf{v} + 2|\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{n}\mathbf{v}}{[|\mathbf{r}|^2(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^4]} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

(19) 式中 $\ddot{\tau}_{22} = \ddot{\tau}_{221} + \ddot{\tau}_{222} + \ddot{\tau}_{223} + \ddot{\tau}_{224} + \ddot{\tau}_{225}$, 各项表达式为

$$\begin{bmatrix} \ddot{\tau}_{221} \\ \ddot{\tau}_{222} \\ \ddot{\tau}_{223} \\ \ddot{\tau}_{224} \\ \ddot{\tau}_{225} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{[3(\mathbf{r}^T\mathbf{v})^2 + (3|\mathbf{r}|\mathbf{v}^T\mathbf{v} + 3|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{a} + 4\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{a} + |\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{a})|\mathbf{r}|]\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v}}{|\mathbf{r}|^5(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \\ \frac{|\mathbf{r}|(3|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + |\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{v})(\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{a})}{|\mathbf{r}|^5(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \\ - \frac{2|\mathbf{r}|^2(3|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + |\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{v})^2(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v}}{|\mathbf{r}|^8(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^4} \\ - \frac{(\mathbf{n}\mathbf{a}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{a} + 3\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{a} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\dot{\mathbf{a}})}{|\mathbf{r}|^2(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})} \\ - \frac{(\mathbf{n}\mathbf{v}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{v}^T\mathbf{v} + \mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{a})(3|\mathbf{r}|\mathbf{r}^T\mathbf{v} + 2\mathbf{n}\mathbf{r}\mathbf{r}^T\mathbf{v} + |\mathbf{r}|^2\mathbf{n}\mathbf{v})}{|\mathbf{r}|^4(|\mathbf{r}| + \mathbf{n}\mathbf{r})^2} \end{bmatrix}. \quad (21)$$

综上, 利用上述过程可得到 $f_{\text{sc}}, \dot{f}_{\text{sc}}$ 与 \ddot{f}_{sc} , 根据 3 个参数的值选择 (11) 式中对应公式作为 Δt 与

$\Delta\phi_{\text{sc}}$ 的关系式, 可完成航天器处光子相位到光子到达时间的转换.

3 仿真验证与分析

本节从 4 个方面对模拟方法进行验证: 1) 通过模拟光子 TOAs 得到的累积脉冲轮廓与标准脉冲轮廓的对比, 证明模拟光子 TOAs 的正确性; 2) 通过与实测数据的对比实验, 进一步验证模拟光子 TOAs 的正确性; 3) 通过频率与频率导数的检验, 验证所提方法考虑了频率变化, 进一步验证模拟光子 TOAs 的正确性; 4) 相同条件下, 比较所提方法与方法 1、方法 2 与方法 3 的仿真效率与精度, 证明所提方法相对于现有方法的优越性.

3.1 累积轮廓证明

为证明所提方法的正确性, 利用仿真光子 TOAs 恢复观测脉冲轮廓, 比较观测脉冲轮廓与仿真中使用的标准脉冲轮廓的相关系数. 仿真中使用的航天器轨道参数如表 1 所示. 选取 3 颗脉冲星, 其参数如表 2 所示, 观测时长分别为 10^4 s, 10^5 s 与 10^6 s, 仿真航天器处接收到的光子到达时间序列

表 1 初始轨道参数

Table 1. Initial orbit parameters.

轨道参数	数值
轨道半长轴	6863.0 km
偏心率	0.002
升交点赤经	313.6°
轨道倾角	22.9°
近地点幅角	94.0°
真近点角	26.6°

利用 (8) 式将航天器处的光子到达时间序列

表 2 脉冲星参数

Table 2. Pulsar parameters.

脉冲星	自转频率/ s^{-1}	频率一阶项/ s^{-2}	频率二阶项/ s^{-3}	源流量/背景流量/(photons/s)	赤经/rad	赤纬/rad
PSR B0531+21	29.9516	-3.77×10^{-10}	8.18×10^{-21}	527/10536	1.4597	0.3842
PSR B1821-24	327.4056	-1.73×10^{-13}	5.85×10^{-30}	0.81/1.87	4.8194	-0.4340
PSR B1937+21	641.9282	-4.33×10^{-14}	5.85×10^{-30}	0.499/4.5	5.1471	0.3766

表 3 观测轮廓的 Pearson 相关系数

Table 3. Pearson coefficients for observation profiles.

脉冲星	相关系数
PSR B0531+21	0.999
PSR B1821-24	0.993
PSR B1937+21	0.986

表 4 数据包 95802-01-16-02 相关参数

Table 4. Relevant parameters of data packet 95802-01-16-02.

脉冲星	起始观测时间	观测时长/s	平均流量/(photons \cdot s $^{-1}$)
PSR B0531+21	55465.657384	831.1	5279

进行时间校正, 将校正后的光子序列进行历元折叠得到观测轮廓. 观测轮廓与标准轮廓的对比如图 2 所示. 根据图 2 的轮廓对比, 随着观测时长的增加, 利用本文方法仿真的航天器处的光子序列可恢复标准脉冲轮廓, 证明所提航天器处光子序列仿真方法是正确的.

采用 Pearson 相关系数评价观测轮廓与标准轮廓的重合度, 表达式为

$$R_{sp} = \frac{\sum_{k=1}^N (s_k - \bar{s})(w_k - \bar{w})}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (s_k - \bar{s})^2} \sqrt{\sum_{k=1}^N (w_k - \bar{w})^2}}, \quad (22)$$

其中 s_k 和 w_k 分别为观测脉冲轮廓与标准脉冲轮廓. 表 3 给出了观测时长为 10^6 s 时的相关系数.

根据图 2 的轮廓对比及表 3 给出的相关系数, 证明由本文方法仿真的航天器处的光子序列可恢复得到标准脉冲轮廓, 证明所提航天器处光子序列仿真方法是正确的.

3.2 与实测数据的对比

为验证模拟的航天器处的 X 射线脉冲星信号具有同实测数据一样的物理特性, 本节将仿真结果与 RXTE (Rossi X-ray timing Explorer) 卫星观测数据进行对比, 采用 RXTE 卫星对脉冲星 PSR B0531+21 的观测数据, 数据包观测号为 95802-01-16-02, 其相关参数见表 4, 起始观测时间使用简约儒略日 (modified Julian Day, MJD) 表示. 对未进行时间校正的实测数据进行周期折叠, 得到累积脉冲轮廓, 结果如图 3 所示.

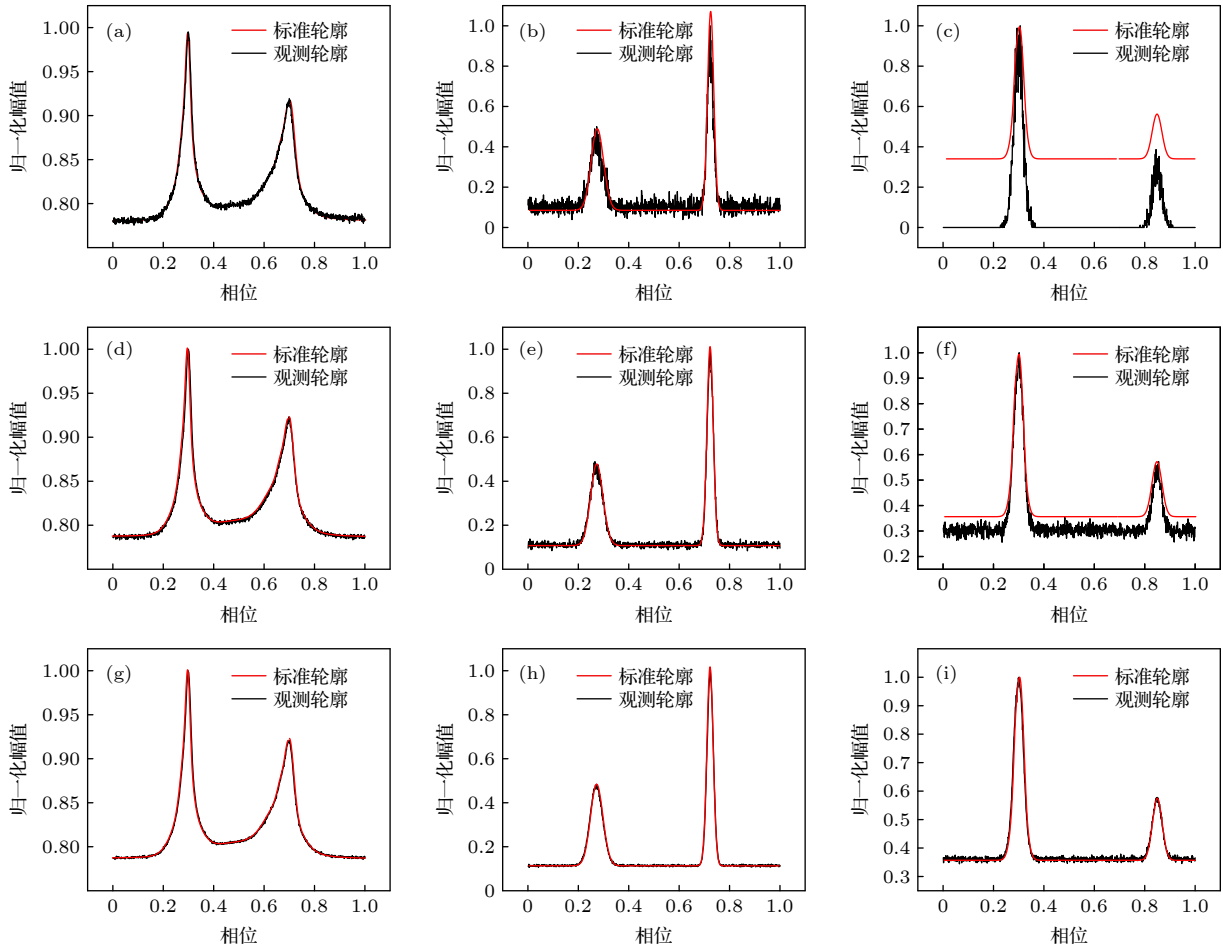


图 2 观测轮廓与标准轮廓的对比 (a) PSR B0531+21 (10^4 s); (b) PSR B1821-24 (10^4 s); (c) PSR B1937+21(10^4 s); (d) PSR B0531+21 (10^5 s); (e) PSR B1821-24 (10^5 s); (f) PSR B1937+21(10^5 s); (g) PSR B0531+21 (10^6 s); (h) PSR B1821-24 (10^6 s); (i) PSR B1937+21(10^6 s)

Fig. 2. Comparison between observed profile and standard profile: (a) PSR B0531+21 (10^4 s); (b) PSR B1821-24 (10^4 s); (c) PSR B1937+21(10^4 s); (d) PSR B0531+21 (10^5 s); (e) PSR B1821-24 (10^5 s); (f) PSR B1937+21(10^5 s); (g) PSR B0531+21 (10^6 s); (h) PSR B1821-24 (10^6 s); (i) PSR B1937+21(10^6 s).

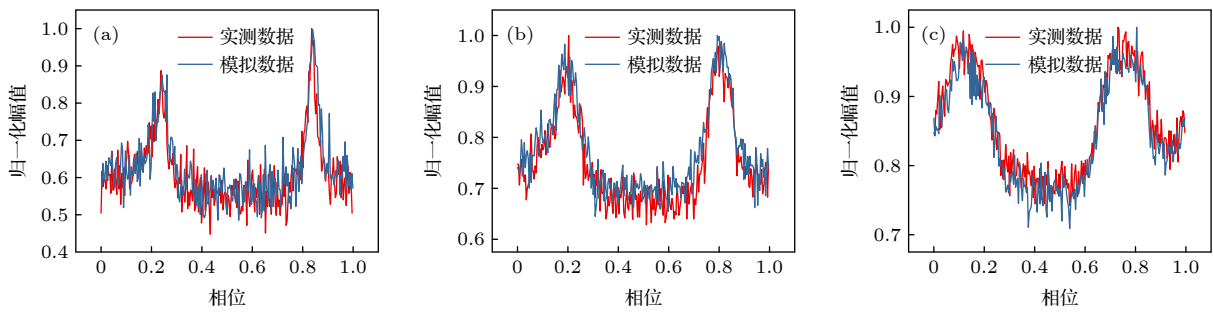


图 3 不同观测时间下未进行时间校正的累积脉冲轮廓 (a) 10 s; (b) 40 s; (c) 90 s

Fig. 3. Cumulative pulse profiles without time correction for different observation times: (a) 10 s; (b) 40 s; (c) 90 s.

图 3(a)–(c) 分别是利用观测时长为 10 s, 40 s 和 90 s 的实测数据与模拟数据直接进行周期折叠得到的累积脉冲轮廓, 根据图中的实验结果, 如果不进行时间校正, 由于航天器运动产生的多普勒效应, 接收脉冲星信号频率变化快, 采用固定频率进

行周期折叠得到的累积脉冲轮廓出现峰值偏移现象, 且随观测时长的增大, 这种偏移现象越严重. 通过对比, 由本文模拟的航天器处 X 射线脉冲星信号得到的累积脉冲轮廓随观测时长的变化规律与实测数据的结果相同, 说明模拟信号具有与实测

数据相同的物理特性.

同理, 将观测数据进行时间校正后, 得到累积脉冲轮廓如图 4(a)—(c) 所示, 从图 4 可看出, 经过时间校正后获得的累积脉冲轮廓随着观测时间的延长, 轮廓越来越清晰, 且仿真数据得到的结果与实测数据相同. 经过由仿真数据与实测数据在校正前后得到的累积脉冲轮廓对比, 证明空间多普勒效应、脉冲星自转特性等都正确地反映在光子序列上, 即证明本文模拟方法的正确.

从上述结果可看出由实测数据与模拟数据得到的累积轮廓的变化规律是相同的, 为定量的说明这一点, 可计算由模拟数据得到的累积轮廓与实测数据得到的累积轮廓之间的相位偏差. 如表 5 所示, 给出了观测时间从 10 s 到 90 s 的由模拟数据得到的累积轮廓与实测数据得到的累积轮廓之间的相位偏差. 可计算得到, 未校正前, 相位偏差最大值为 0.0043; 校正后的相位偏差最大值为 0.00035, 充分说明本文方法模拟的数据与实测数据接近, 进一步证明了方法的正确.

表 5 相位差计算结果

Table 5. Phase difference calculation results.

观测时长/s	相位差1 (未校正)	相位差2 (未校正)	相位差1	相位差2
10	0.460950	0.457650	0.004947	0.004601
20	0.457154	0.452854	0.003925	0.003905
30	0.477389	0.473673	0.003654	0.003634
40	0.494393	0.490293	0.003435	0.003417
50	0.495135	0.491035	0.003330	0.003260
60	0.487675	0.483475	0.003264	0.003253
70	0.483102	0.479302	0.003222	0.003214
80	0.482691	0.479069	0.003024	0.003016
90	0.485817	0.483317	0.002967	0.002959

图 5 给出了时间校正前后 Pearson 相关系数随观测时长的变化, 图中采用双对数坐标. 图 5(a) 为实测数据的仿真结果, 根据实验结果, 随着观测时间的延长, 由未进行时间校正的光子数据得到的脉冲轮廓与标准脉冲轮廓的相关系数先增大后减小, 校正后的光子数据得到的脉冲轮廓与标准脉冲

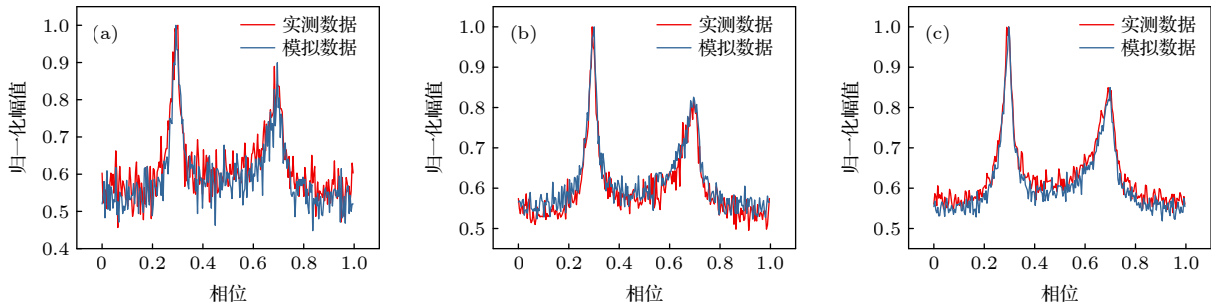


图 4 不同观测时间下校正后的累积脉冲轮廓 (a) 10 s; (b) 40 s; (c) 90 s

Fig. 4. Cumulative pulse profiles with time correction for different observation times: (a) 10 s; (b) 40 s; (c) 90 s.

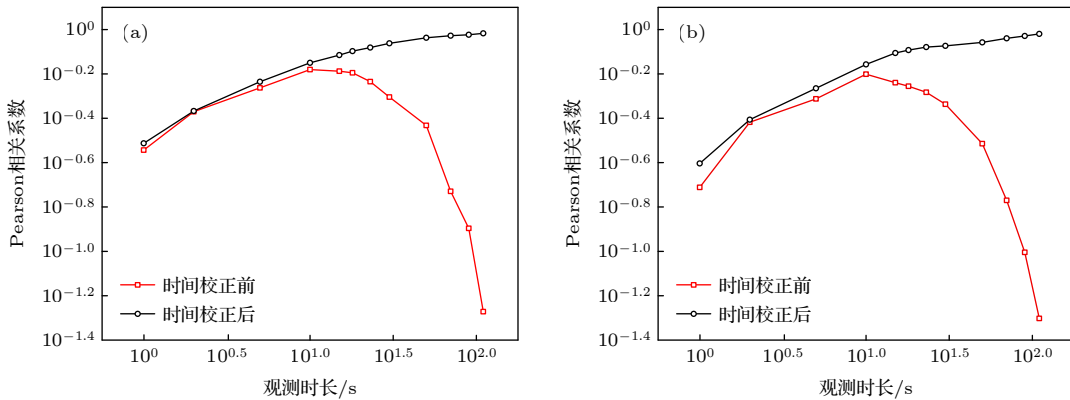


图 5 Pearson 相关系数随观测时间的变化曲线 (a) 实测数据实验结果; (b) 模拟数据实验结果

Fig. 5. Variation curves of Pearson correlation coefficient with observation time: (a) Experiment results for observational data; (b) experiment results for simulation data.

轮廓的相关系数逐渐增大且趋向于 1. 图 5(b) 为模拟数据的实验结果, 可看出仿真数据和实测数据具有相同的变化规律, 说明模拟数据具有和实测数据相同的特性, 验证了模拟方法的正确性与合理性.

3.3 频率与频率导数的检验

3.3.1 频率的检验

在表 2 的脉冲星参数条件下, 多次模拟观测数据, 利用模拟数据搜索自转频率, 频率搜索方法采用 Z_m^2 法 [29], 并计算自转频率误差. 单次模拟数据的观测时长为 3000 s, 重复 200 次实验, 得到结果如图 6 所示.

图 6 给出了 3 颗脉冲星的实验结果, 对 200 次实验得到的自转频率的估计值求均方根误差, 计算公式为

$$\sigma_{\hat{f}_{\text{mid}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (\hat{f}_{\text{mid}}^i - f_{\text{mid}})^2 / N}, \quad (23)$$

其中 f_{mid} 为数据中点时刻的自转频率, $\sigma_{\hat{f}_{\text{mid}}}$ 为对 f_{mid} 估计的均方根误差, $N = 200$. 经计算, 得到脉冲星 PSR B0531+21, PSR B1821-24 与 PSR B1937+21 的自转频率估计值的均方根误差分别为 1.08×10^{-5} , 4.67×10^{-5} 与 1.29×10^{-4} , 即模拟的自转频率误差在 10^{-5} 与 10^{-4} 量级, 证明所提模拟方法的正确.

3.3.2 频率一阶导数的检验

对脉冲星 PSR B0531+21 的频率一阶导数进行检验, 模拟时间跨度为 5 d, 每天模拟 6 个数据包, 数据包之间时间间隔为 14400 s, 单个数据包观测时长为 3000 s, 共 30 个数据包. 对每个数据包进行频率搜索, 可得到该数据包中点时刻的频率, 即

$\hat{f}_{\text{mid}}^i (i = 1, 2, \dots, 30)$, \hat{f}_{mid}^i 可表示为

$$\hat{f}_{\text{mid}}^i = f_{\text{start}} + \dot{f}(t_{\text{mid}}^i - t_{\text{start}}), \quad (24)$$

其中 t_{mid}^i 为第 i 个数据包的中点时刻, f_{start} 为初始时刻 t_{start} 的频率值. 根据 (24) 式, 可得到:

$$\Delta f_{\text{mid}}^i = \dot{f} \Delta t_{\text{mid}}^i, \quad (25)$$

其中 $\Delta f_{\text{mid}}^i = \hat{f}_{\text{mid}}^i - f_{\text{start}}$ 为第 i 个数据包相较于 t_{start} 时刻的频率增量, $\Delta t_{\text{mid}}^i = t_{\text{mid}}^i - t_{\text{start}}$ 为时间增量.

利用 30 个数据包可获得 30 个 Δf_{mid}^i 与 Δt_{mid}^i 的值, 则 \dot{f} 的估计值可用最小二乘估计得到, 记

$$\mathbf{X} = [\Delta f_{\text{mid}}^1, \Delta f_{\text{mid}}^2, \dots, \Delta f_{\text{mid}}^N]$$

$$\mathbf{H} = [\Delta t_{\text{mid}}^1, \Delta t_{\text{mid}}^2, \dots, \Delta t_{\text{mid}}^N]$$

\dot{f} 的最小二乘估计为

$$\hat{\dot{f}} = \frac{\mathbf{X}\mathbf{H}^T}{\mathbf{H}\mathbf{H}^T}. \quad (26)$$

如图 7(a) 所示, 纵坐标为脉冲星 PSR B0531+21 的 30 个模拟数据包得到的 Δf_{mid} 的值, 横坐标为 Δt_{mid} 的值, 利用 (26) 式即可得到 \dot{f} 的估计值 $\hat{\dot{f}}$.

为避免观测数据的随机性, 类似于频率检验, 对上述过程重复 200 次, 可得到 200 个 \dot{f} 的估计值, 如图 7(b) 所示. 对 200 次实验结果得到的 \dot{f} 的估计值求均方根误差, 得到 \dot{f} 的估计值的均方根误差为 2.25×10^{-12} , 而模拟数据中使用的 \dot{f} 的真实值为 -3.77×10^{-10} , 相对误差约为 0.6%, 证明了所提模拟方法的正确.

同理给出了脉冲星 PSR B1821-24 的频率一阶导数检验结果, 模拟时间跨度为 360 d, 每 3 天模拟 1 个数据包, 单个数据包观测时长为 5000 s, 共 120 个数据包. 检验结果如图 8 所示. 利用 200 次实验结果得到的 \dot{f} 的估计值求均方根误差, 得到脉冲星 PSR B1821-24 的频率一阶导数的估计值的均方根误差为 3.12×10^{-15} , 而模拟数据中

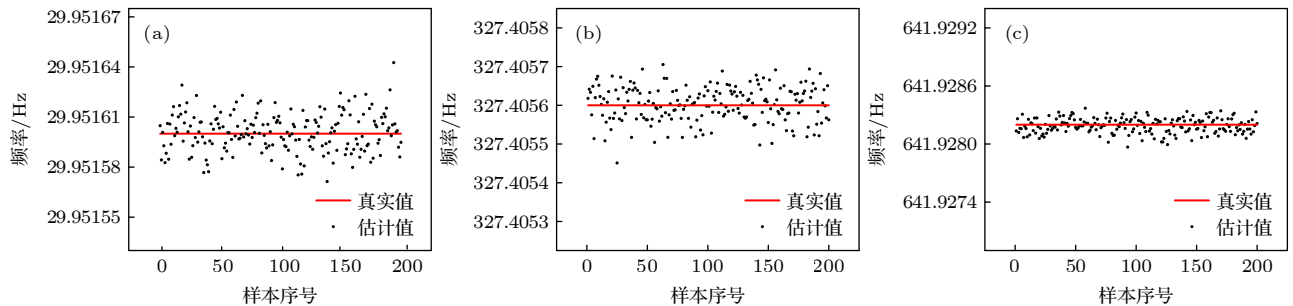


图 6 自转频率搜索实验结果 (a) PSR B0531+21; (b) PSR B1821-24; (c) PSR B1937+21

Fig. 6. Rotation frequency search experimental results: (a) PSR B0531+21; (b) PSR B1821-24; (c) PSR B1937+21.

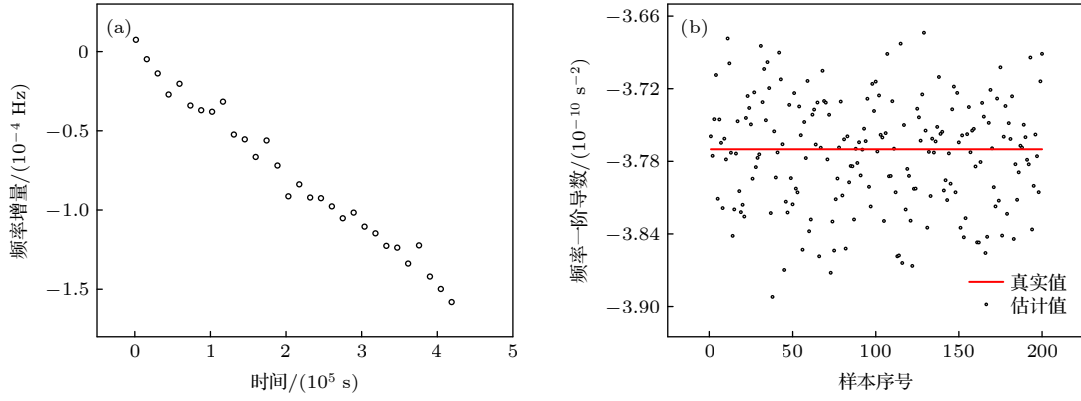


图 7 频率一阶导数检验结果 (a) 模拟数据包得到的待拟合数据; (b) 多次重复实验结果

Fig. 7. First derivative of rotation frequency test results: (a) Data to be fitted from simulated data package; (b) repeated experimental results.

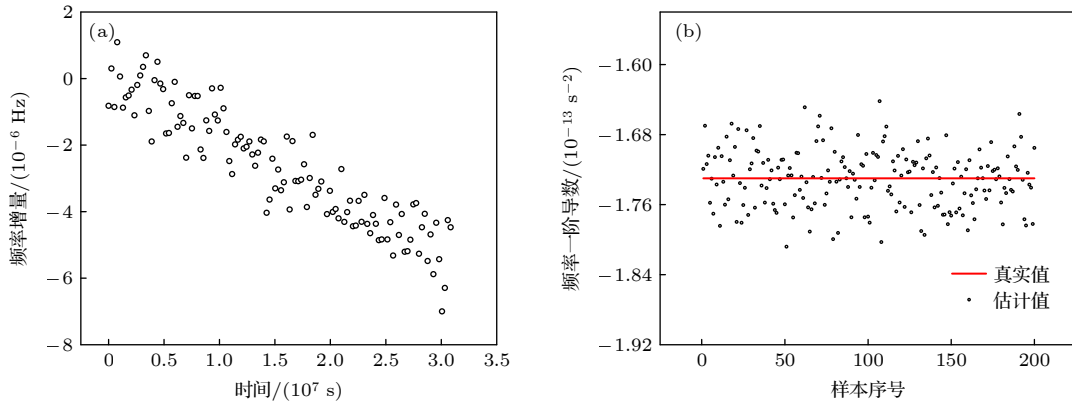


图 8 频率一阶导数检验结果 (a) 模拟数据包得到的待拟合数据; (b) 多次重复实验结果

Fig. 8. First derivative of rotation frequency test results: (a) Data to be fitted from simulated data package; (b) repeated experimental results.

使用的 \dot{f} 的真实值为 -1.73×10^{-13} , 相对误差约为 1.8%, 进一步证明了所提模拟方法的正确.

3.3.3 频率二阶导数的检验

类似于频率一阶导数的检验, 对脉冲星 PSR B0531+21 的频率二阶导数进行检验. 模拟时间跨度为 240 d, 单个数据包观测时长为 3000 s, 首先利用上述一阶导数估计方法每 3 天获得 1 个一阶导数估计值, 并将该值作为这 3 天的中点时刻的一阶导数的值, 记为 $\hat{f}_{\text{mid}}^i (i = 1, 2, \dots, N)$, 则 240 d 共可获得 80 个一阶导数估计值, 即 $N = 80$, \hat{f}_{mid}^i 可表示为

$$\hat{f}_{\text{mid}}^i = \dot{f}_{\text{start}} + \ddot{f}(t_{\text{mid}}^i - t_{\text{start}}). \quad (27)$$

记 $\Delta \hat{f}_{\text{mid}}^i = \hat{f}_{\text{mid}}^i - \dot{f}_0$, $\dot{\mathbf{X}} = [\Delta \hat{f}_{\text{mid}}^1, \Delta \hat{f}_{\text{mid}}^2, \dots, \Delta \hat{f}_{\text{mid}}^N]$, 类似于频率一阶导数的检验方法, 可根据 (26) 式的最小二乘估计得到频率二阶导数值, 二阶

导数检验结果如图 9 所示.

根据图 9(b) 中的 100 次重复实验结果得到的二阶导数估计值, 计算得到脉冲星 PSR B0531+21 的频率二阶导数的估计值的均方根误差为 2.86×10^{-22} , 而模拟数据中使用的 \ddot{f} 真实值为 8.18×10^{-21} , 相对误差约为 3.4%, 进一步证明了所提模拟方法的正确.

3.4 不同方法的比较

3.4.1 方法效率对比

本文所提方法与方法 3 思路相近, 所以所提方法针对高流量、高频率脉冲星在仿真速度上也具有优势. 为证明这点, 选取 PSR B0531+21 与 PSR B1937+21 进行仿真效率的实验验证, 脉冲星参数如表 2 所示, 探测器面积为 1 m^2 , 观测时间为 480 s. 将 PSR B0531+21 的初始流量设置为 0.5 photons/s ,

且依次增大流量, 分别用方法 1、方法 3 及本文方法仿真航天器处的光子信号, 并统计仿真所用时间.

在每个流量参数下, 进行 600 次重复实验, 得到 3 种方法在该流量条件下的箱线图; 改变流量参数, 重复上述过程, 得到 3 种方法的仿真时长随流量变化的箱线图, 如图 10(a) 所示, 图 10(b) 为仿真所用时间的统计平均值变化曲线. 根据图 7, 方法 1 的仿真时长随脉冲星流量的增大明显增大, 而所提方法与方法 3 的仿真速度变化非常小, 即脉冲星流量变化对所提方法的效率影响很小.

同理, 为验证所提方法的效率不受脉冲星频率变化影响, 将 PSR B1937+21 的初始频率设置为 5 Hz, 依次增大其频率, 分别用方法 2、方法 3 与所提方法仿真航天器处的光子到达时间序列, 统计仿真所用时间. 在每个频率参数下, 进行 600 次重复实验, 得到 3 种方法在该频率条件下的箱线图; 依

次增大频率, 重复该过程, 得到 3 种方法的仿真时长随频率变化的箱线图, 结果如图 11 所示. 从图 11 可看出, 方法 2 的仿真时长随脉冲星频率的增大依次增大, 而所提方法的仿真速度与方法 3 接近, 即脉冲星频率变化对所提方法的效率影响很小.

在表 2 中给出的 3 颗脉冲星参数下, 用 4 种方法仿真 600 s 时长的航天器处的光子到达时间序列, 进行 600 次蒙特卡洛仿真, 计算所用时间的平均值, 结果如表 6 所示.

表 6 3 种模拟方法效率测试
Table 6. Efficiency test of three simulation methods.

脉冲星	源流量/ 背景流量/ (photons·s ⁻¹)	自转频 率/s ⁻¹	方法 1/s	方法 2/s	方法 3/s	所提方 法/s
PSR B0531+21	527/10536	29.9516	42.05	3.2	0.23	0.41
PSR B1821-24	0.81/1.87	327.4056	0.15	16.2	0.02	0.02
PSR B1937+21	0.499/4.5	641.9282	0.11	36.2	0.01	0.01

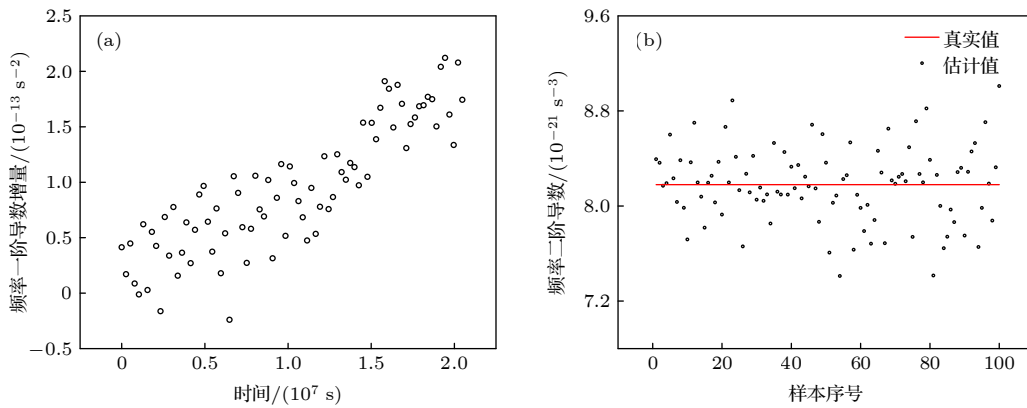


图 9 频率二阶导数检验结果 (a) 模拟数据包得到的待拟合数据; (b) 多次重复实验结果

Fig. 9. Second derivative of rotation frequency test results: (a) Data to be fitted from simulated data package; (b) repeated experimental results.

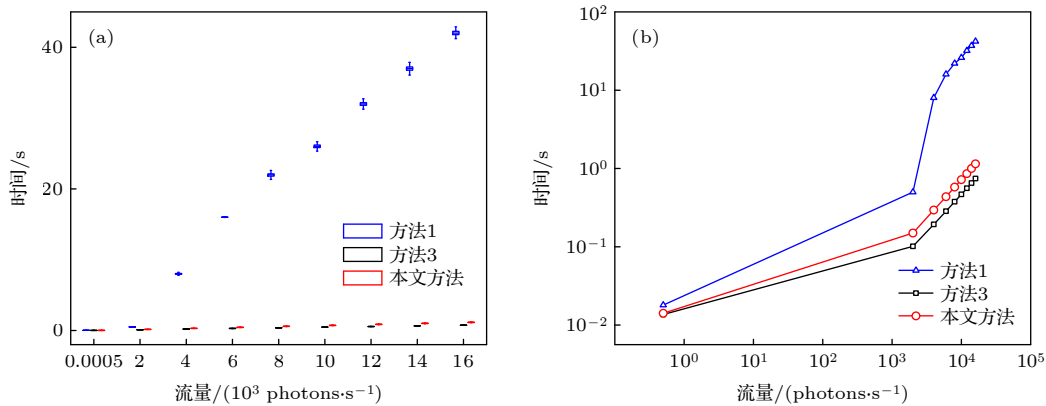


图 10 方法 1 与本文方法在不同流量下的仿真速度对比 (a) 仿真时间统计结果; (b) 时间平均值

Fig. 10. Comparison of simulation speed between method 1 and the proposed method under different flux conditions: (a) Simulation time statistics results; (b) time average.

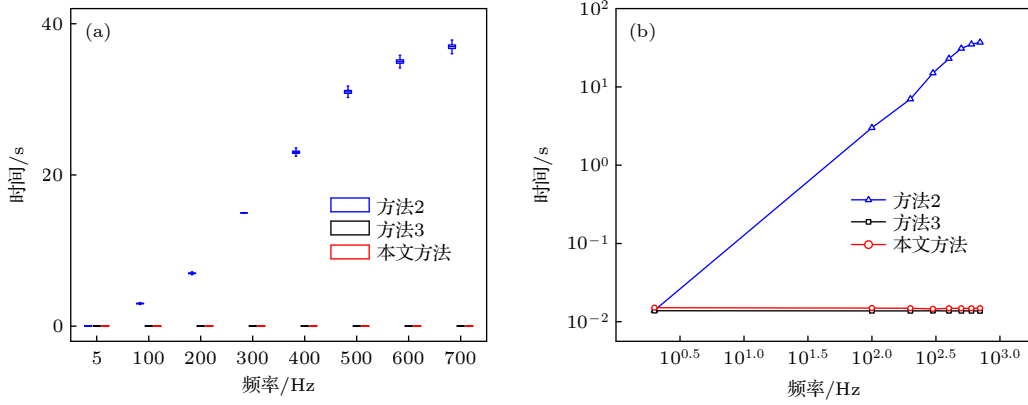


图 11 方法 2 与本文方法在不同频率下的仿真速度对比 (a) 仿真时间统计结果; (b) 时间平均值

Fig. 11. Comparison of simulation speed between method 2 and the proposed method under different frequencies: (a) Simulation time statistics results; (b) time average.

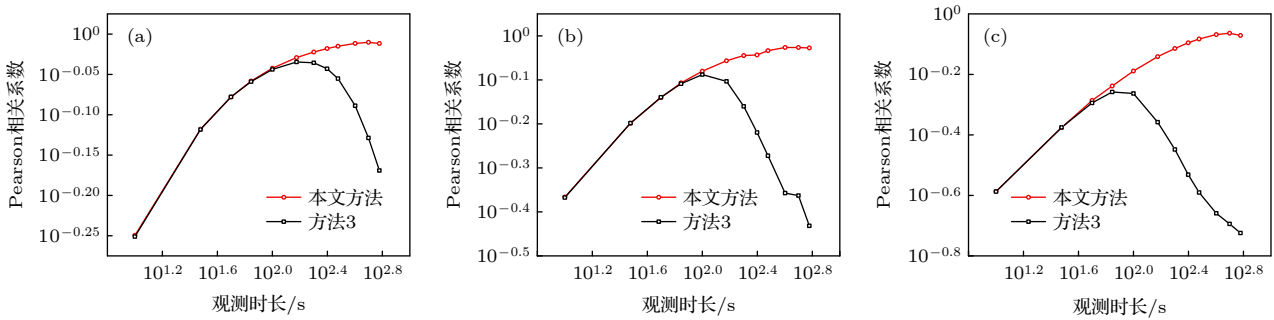


图 12 两种方法在不同观测时间下的 Pearson 相关系数对比 (a) PSR B0531+21; (b) PSR B1821-24; (c) PSR B1937+21
Fig. 12. Comparison of Pearson correlation coefficients between two methods for different observation times: (a) PSR B0531+21; (b) PSR B1821-24; (c) PSR B1937+21.

根据表 6 中的结果, 所提方法仿真速度与方法 3 接近, 与方法 1 相比, 本文方法的仿真速度提高了近 1 个数量级, 尤其是对于大流量的脉冲星 PSR B0531+21, 仿真速度提高了 2 个数量级; 与方法 2 相比, 本文方法的仿真速度提高了近 2 个数量级, 尤其是对于频率较大的 PSR B1821-24 与 PSR B1937+21, 速度提高了 3 个数量级.

综上, 所提方法的效率与方法 3 接近, 较其他两种方法效率更高, 且脉冲星流量或频率的变化对方法效率影响很小, 可高效仿真航天器处的任意脉冲星的信号.

3.4.2 方法精度比较

相较于方法 1 与方法 2, 方法 3 在效率上具有明显优势, 但方法 3 的精度会随着观测时间的延长而降低. 本文所提方法保留了方法 3 相对于其他两种方法的优势, 且所提方法考虑了频率一阶导数与二阶导数, 所以相比于方法 3 精度更高.

为证明这一点, 在每个观测时长条件下, 仿真

光子数据, 并获得脉冲轮廓, 计算 Pearson 相关系数. 在每个观测时长下, 进行 600 次重复实验, 并求平均值; 改变观测时长, 重复上述过程, 得到两种方法的 Pearson 相关系数随观测时长变化的曲线, 如图 12 所示.

图 12 分别给出了脉冲星 PSR B0531+21, PSR B1821-24 与 PSR B1937+21 的仿真结果. 根据图 12, 观测时间较短时, 两种方法的 Pearson 相关系数非常接近, 随着观测的时间延长, 方法 3 的 Pearson 相关系数达到最大值后逐渐减小, 而由本文所提方法得到的 Pearson 相关系数随观测时间的延长而增大, 说明观测时间增大时, 本文所提方法的精度明显高于方法 3 的精度.

经计算, 观测时间为 600 s 时, 相较于由方法 3 得到的 Pearson 相关系数, 由所提方法得到的上述 3 颗脉冲星的 Pearson 相关系数可分别提高 43.7%, 59.5%, 350.0%. 证明所提方法可明显提高航天器处光子数据的仿真精度, 且对于频率越高的

脉冲星 (如 PSR B1937+21), 提高效果更显著.

4 结 论

本文推导了考虑航天器处接收脉冲星信号频率一、二阶导数时的光子到达时间与相位之间的关系模型, 并基于该模型, 提出了一种航天器处 X 射线脉冲星观测信号的模拟方法. 该方法避免了对时间转换公式的迭代计算及航天器处实时光子到达速率函数计算等复杂过程, 保证了算法的高效率, 同时由于给出的光子到达时间与相位关系考虑了频率一、二阶导数, 提高了光子 TOAs 的计算精度. 仿真实验证明: 1) 由所提方法得到的模拟数据可恢复标准脉冲轮廓, 且频率与频率导数的检验证明所提方法考虑了频率的变化, 计算精度更高, 充分验证了该方法的正确性; 2) 所提方法的仿真速度不受脉冲星流量或频率变化的影响, 且相比于迭代法或实时计算航天器处光子到达速率函数的方法, 仿真速度最高可提高 3 个数量级, 保证了信号模拟算法的高效率; 3) 通过脉冲轮廓 Pearson 相关系数对比实验, 所提方法相比于未考虑接收信号频率变化的情况, Pearson 相关系数最高可提高 350.0%, 显著提高了计算精度. 该模拟方法可应用于 X 射线脉冲星信号处理与导航等算法的验证研究.

附录 A 航天器处的时间相位关系推导

一元三次方程的一般形式为

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0, \quad a \neq 0. \quad (\text{A1})$$

整理得到关于 Δt 的一元三次方程结果为

$$\ddot{f}_{\text{SC}} \Delta t^3 + 3\dot{f}_{\text{SC}} \Delta t^2 + 6f_{\text{SC}} \Delta t - 6\Delta\phi_{\text{SC}} = 0, \quad \dot{f}_{\text{SC}} \neq 0. \quad (\text{A2})$$

对应 (A1) 式中的系数得到: $a = \ddot{f}_{\text{SC}}$, $b = 3\dot{f}_{\text{SC}}$, $c = 6f_{\text{SC}}$, $d = -6\Delta\phi_{\text{SC}}$. 求解该方程的根即可得到 Δt 与 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 之间的关系式. 形如 (A1) 式所示的一元三次方程并无求根公式, 但导出型一元三次方程具有求根公式, 将 (A2) 式整理为导出型一元三次方程形式为

$$y^3 + py + q = 0, \quad (\text{A3})$$

其中, $y = \Delta t + (b/3a) = \Delta t + (\dot{f}_{\text{SC}}/\ddot{f}_{\text{SC}})$, p, q 的表达式为

$$\begin{cases} p = \frac{3ac - b^2}{3a^2} = \frac{6f_{\text{SC}} \cdot \dot{f}_{\text{SC}} - 3\dot{f}_{\text{SC}}^2}{\ddot{f}_{\text{SC}}^2}, \\ q = (2b^3 - 9abc + 27a^2d)/(27a^3) \\ = \frac{2\dot{f}_{\text{SC}}^3 - 6f_{\text{SC}} \cdot \dot{f}_{\text{SC}} \cdot \ddot{f}_{\text{SC}} - 6\dot{f}_{\text{SC}}^2 \Delta\phi_{\text{SC}}}{\ddot{f}_{\text{SC}}^3}. \end{cases} \quad (\text{A4})$$

(A4) 式所示的导出型一元三次方程的根的判别式为 $\Delta = (q/2)^2 + (p/3)^3$ [29], 代入 p, q 的表达式得到判别式:

$$\begin{aligned} \Delta &= (q/2)^2 + (p/3)^3 \\ &= \frac{9(\Delta\phi)^2}{\ddot{f}_{\text{SC}}^2} + \frac{6\Delta\phi \left(3f_{\text{SC}} \cdot \dot{f}_{\text{SC}} \cdot \ddot{f}_{\text{SC}} - \dot{f}_{\text{SC}}^3 \right)}{\ddot{f}_{\text{SC}}^4} \\ &\quad + \ddot{f}_{\text{SC}}^2 \left(8f_{\text{SC}} \cdot \dot{f}_{\text{SC}} - 3\dot{f}_{\text{SC}}^2 \right) / \ddot{f}_{\text{SC}}^4. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

由于实际中 $\ddot{f}_{\text{SC}}, \dot{f}_{\text{SC}}, f_{\text{SC}}, \Delta\phi_{\text{SC}}$ 等参数存在不同取值, p 与 Δ 将存在不同取值, (A3) 式的根存在多种可能, 下面分情况给出 (A3) 式的根, 并给出 t 与相位 ϕ_{SC} 的关系式.

1) 当 $p \geq 0$ 时, 由 (A5) 式可知, 此时 $\Delta \geq 0$, (A3) 式的根可分为两种情况:

① $\Delta > 0$, (A3) 式导出型一元三次方程存在 1 个实根与两个共轭复根 [30], 由于 Δt 与 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 均为实数, y 也为实数, 所以只考虑实根, 唯一实根为

$$y = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{\Delta}} + \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{\Delta}}. \quad (\text{A6})$$

② $\Delta = 0$, 此时 (A3) 式所示的导出型一元三次方程为 3 个实根, 其中两个为重根. 记 3 个根为 y_1, y_2, y_3 , 其表达式为 [30]

$$\begin{cases} y_1 = -2\sqrt{-p/3}, \\ y_2 = y_3 = \sqrt{-p/3}. \end{cases} \quad (\text{A7})$$

由于 $p \geq 0$, 且 $\Delta = 0$, 可知 $p = q = 0$, 所以此时 $y_1 = y_2 = y_3 = 0$.

2) 当 $p < 0$ 时, 此时 Δ 的符号不确定, 可分为 3 种情况:

① $\Delta > 0$, 此时存在唯一实根, 如 (A6) 式所示.

② $\Delta = 0$, 方程的根如 (A7) 式所示, 即存在 2 个实根, 但实际上, $\Delta t > 0, \Delta\phi_{\text{SC}} > 0$ 且 Δt 应随 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 的增大而增大, 由 $y = \Delta t + (\dot{f}_{\text{SC}}/\ddot{f}_{\text{SC}})$ 可知, y 也随 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 的增大而增大, 所以需要进一步判断 (A7) 式中的根随 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 的单调性. 根据 (A7) 式, y_1, y_2, y_3 的单调性由 p 决定.

根据 (A4) 式, 当 $\ddot{f}_{\text{SC}} > 0$ 时, q 随 $\Delta\phi_{\text{SC}}$ 增大而增大, 而由 $\Delta = (q/2)^2 + (p/3)^3 = 0$ 得到 $y_1 = -2\sqrt{-(p/3)}$, 可知 y_1 是 p 的单调递增函数, 所以 y_1 随着 $\Delta\phi$ 的增大而增大, 所以 y_1 是方程的解; 同理, 当 $\ddot{f}_{\text{SC}} < 0$ 时, y_2, y_3 随着 $\Delta\phi$ 的增大而增大, 即 y_2, y_3 是方程的解.

③ $\Delta < 0$, 此时 (A7) 式所示的导出型一元三次方程存在 3 个互异的实根为 [30]

$$\begin{cases} y_1 = 2\sqrt{-p/3} \cos(\theta/3), \\ y_2 = 2\sqrt{-p/3} \cos(\theta/3 + 2\pi/3), \\ y_3 = 2\sqrt{-p/3} \cos(\theta/3 + 4\pi/3), \end{cases} \quad (\text{A8})$$

其中, $\theta = \arccos(-q\sqrt{-27p}/2p^2)$, 可得到 y_1, y_2, y_3 存在关系 $y_1 > y_3 > y_2$, 且 $y_1 > 0, y_2 < 0$. 需要根据单调性判断符合条件的根.

当 $\ddot{f} > 0$ 时, 根据 (A4) 式, q 随着 $\Delta\phi_{SC}$ 的增大而减小, 由 $\theta = \arccos(-q\sqrt{-27p}/2p^2)$, 可知 θ 随着 $\Delta\phi$ 的增大而减小, y_1 与 y_2 均随 $\Delta\phi$ 的增大而增大. 虽然排除了 y_3 , 但 y_1, y_2 均有可能为解. 注意到实际中 $\Delta t > 0$, 即 $y > b/3a$. 将 $y = b/3a$ 代入 $f(y) = y^3 + py + q$ 得到:

$$\left(\frac{b}{3a}\right)^3 + p\frac{b}{3a} + q = \frac{d}{a} < 0. \quad (\text{A9})$$

即函数 $f(y)$ 过点 $(b/3a, d/a)$, 因为 $f(y)$ 的零点为 (A3) 式的根, 所以可通过考察 $f(y)$ 的零点判断 (A3) 式的根. 根据 $b = 3\dot{f}_{SC}$ 的符号, $f(y)$ 的函数图像为如图 A1 所示的两种情况.

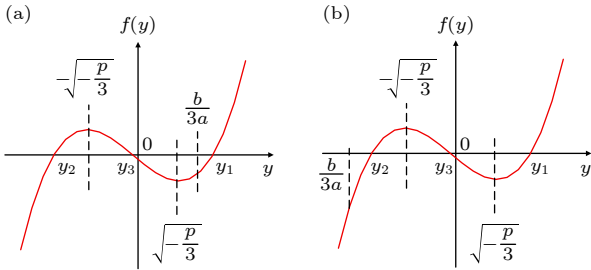


图 A1 $f(y)$ 的函数图像 (a) $b = 3\dot{f}_{SC} > 0$; (b) $b = 3\dot{f}_{SC} < 0$

Fig. A1. Function images of $f(y)$: (a) $b = 3\dot{f}_{SC} > 0$; (b) $b = 3\dot{f}_{SC} < 0$.

当 $b = 3\dot{f}_{SC} > 0$ 时, $\frac{b}{3a} > 0$, 且

$$\frac{b}{3a} = \sqrt{\frac{b^2}{9a^2}} > \sqrt{\frac{b^2 - 3ac}{9a^2}} = \sqrt{-\frac{p}{3}}$$

可知 $\sqrt{-(p/3)} < b/3a < y_1$, 如图 A1(a) 所示. 因为 $y_1 > 0, y_2 < 0$, 此时只有 y_1 满足 $y > b/3a$ 的条件, 所以 y_1 是方程的根.

当 $b = 3\dot{f}_{SC} < 0$ 时, $b/(3a) < 0$, 如图 A1(b) 所示, 此时 $y_1 > y_2 > b/3a$, 可知无法根据 $y > b/3a$ 判断方程的根, 需要利用其他条件进行判断. 根据 (10) 式可知, 当 $\Delta\phi_{SC} = 0$, 有 $\Delta t = 0$, 即在 $\Delta\phi_{SC} = 0$ 时, (A3) 式的根应当满足 $y = \Delta t + (b/3a) = b/3a$, 下面根据这一条件对 y_1, y_2 进行判断.

注意到 (A2) 式中, $\Delta\phi_{SC} = 0$ 时, 即 $\Delta t_1 = 0$ 为方程 (A6) 式的一个根, 假设其他两个根为 $\Delta t_2, \Delta t_3$, 根据根与系数之间关系, $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3$ 满足:

$$\begin{cases} \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = -b/a, \\ \Delta t_1\Delta t_2 + \Delta t_1\Delta t_3 + \Delta t_2\Delta t_3 = c/a, \\ \Delta t_1\Delta t_2\Delta t_3 = -d/a. \end{cases} \quad (\text{A10})$$

当 $d = -6\Delta\phi_{SC} = 0$ 时, 且 $\Delta t_1 = 0, \Delta t_2, \Delta t_3$ 满足:

$$\begin{cases} \Delta t_1 + \Delta t_2 = -b/a > 0, \\ \Delta t_2\Delta t_3 = c/a > 0. \end{cases} \quad (\text{A11})$$

可得到 $\Delta t_2 > 0, \Delta t_3 > 0$, 所以 $\Delta t_1 = 0$ 为 (A1) 式最小的根, 则 (A3) 式的最小根 $y_{\min} = \Delta t_1 + \frac{b}{3a} = \frac{b}{3a}$. 因为 (A3) 式的 3 个根满足 $y_1 > y_3 > y_2$, 所以 $y_2 = b/3a$, 即在 $\Delta\phi_{SC} = 0$ 时, y_2 满足 $y = \frac{b}{3a}$ 的条件. 所以 $b = 3\dot{f}_{SC} < 0, y_2$ 是 (A3) 式的根.

当 $\ddot{f} < 0$ 时, q 随着 $\Delta\phi$ 的增大而增大, 由 $\theta = \arccos(-q\sqrt{-27p}/2p^2)$, 可知 θ 随着 $\Delta\phi$ 的增大而增大. 此时只有 $y_3 = 2\sqrt{-(p/3)} \cos(\theta/3 + 4\pi/3)$ 随着 $\Delta\phi$ 的增大而增大, 所以 y_3 是 (A3) 式的根.

参考文献

- [1] Wood K S 1993 *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, Washington, September 16, 1993 p105
- [2] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: University of Maryland)
- [3] Zheng S J, Ge M Y, Han D W, Wang W B, Chen Y, Lu F J, Bao T W, Chai J Y, Dong Y W, Feng M Z, He J J, Huang Y, Kong M N, Li H C, Li L, Li Z H, Liu J T, Liu X, Shi H L, Song L M, Sun J C, Wang R J, Wang Y H, Wen X, Wu B B, Xiao H L, Xiong S L, Xu H H, Xu M, Zhang J, Zhang L Y, Zhang L, Zhang X F, Zhang Y J, Zhao Y, Zhang S N 2017 *Sci. Sin-Phy. Mech. As.* **47** 116 (in Chinese) [郑世界, 葛明玉, 韩大炜, 王文彬, 陈勇, 卢方军, 鲍天威, 柴军营, 董永伟, 冯旻子, 贺健健, 黄跃, 孔敏南, 李汉成, 李陆, 李正恒, 刘江涛, 刘鑫, 师昊礼, 宋黎明, 孙建超, 王瑞杰, 王源浩, 文星, 吴伯冰, 肖华林, 熊少林, 许寒晖, 徐明, 张娟, 张来宇, 张力, 张晓峰, 张永杰, 赵一, 张双南 2017 *中国科学: 物理学 力学 天文学* **47** 116]
- [4] Zhang X Y, Shuai P, Huang L W, Chen S L, Xu L H, Vahala L L 2017 *Int. J. Aerospace Eng.* **2017** 8561830
- [5] Zhang D P, Wang Y D, Jiang K, Zheng W 2018 *J. Astron.* **39** 412 (in Chinese) [张大鹏, 王奕迪, 姜坤, 郑伟 2018 *宇航学报* **39** 412]
- [6] Hang L W, Shuai P, Zhang X Y, Chen S 2019 *J. Astron. Telesc. Inst.* **5** 018003
- [7] Zhang S N, Li T P, Lu F J, Song L M, Zhuang R L 2020 *Sci. China Phys. Mech.* **63** 249502
- [8] Chen Y, Cui W W, Li W, Wang J, Xu Y P, Lu F J, Wang Y S, Chen T X, Han D W, Hu W, Zhang Y, Huo J, Yang Y J, Li M S, Lu B, Zhang Z L, Li T P, Zhang S N, Xiong S L, Zhang S, Xue R F, Zhao X F, Zhu Y, Zhu Y X, Liu H W, Yang Y J, Zhang F 2020 *Sci. China Phys. Mech.* **63** 49
- [9] Winternitz L, Mitchell J W, Hassouneh M A, Valdez J E, Price S R, Semper S R, Yu W H, Wood K S, Arzoumanian Z, Ray P, Gendreau K C 2016 *2016 IEEE Aerospace Conference*

- Big Sky, USA, March 5–12, 2016 p8
- [10] Yu W H, Semper S R, Mitchell J W, Winternitz L B, Arzoumanian Z 2020 *Acta Astronaut.* **176** 531
- [11] Hu H J, Zhao B S, Sheng L Z, Yan Q R 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 029701 (in Chinese) [胡慧君, 赵宝升, 盛立志, 鄢秋荣 2011 物理学报 **60** 029701]
- [12] Sun H F, Xie K, Li X P, Fang H Y, Liu X P, Sun H J, Xue M F 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 956 (in Chinese) [孙海峰, 谢楷, 李小平, 方海燕, 刘秀平, 傅灵忠, 孙海建, 薛梦凡 2013 物理学报 **62** 956]
- [13] Zhou F, Wu G M, Zhao B S, Sheng L Z, Song J, Liu Y A, Yan Q R, Deng N Q, Zhao J J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 119701 (in Chinese) [周峰, 吴光敏, 赵宝升, 盛立志, 宋娟, 刘永安, 鄢秋荣, 邓宁勤, 赵建军, rhhz_volume 2013 rhhz_volume 物理学报 **62** 119701]
- [14] Liu L, Zheng W, Tang G J, Sun S M 2012 *J. Natl. Univ. Def. Technol.* **34** 5 (in Chinese) [刘利, 郑伟, 汤国建, 孙守明 2012 国防科技大学学报 **34** 5]
- [15] Li X P, Xue M F, Fang H Y, Liu B, Sun H F, Liu Y 2017 *IEEE T. Ind. Electron.* **64** 1
- [16] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE T. Signal Proces.* **58** 4484
- [17] Zhang H, Xu L P, Song S B, Jiao R 2014 *Acta Astronaut.* **98** 189
- [18] Jin J, Liu Y X, Li X Y, Shen Y, Huang L W 2016 2016 *IEEE International Conference on Mechatronics and Automation* Harbin, China, August 7–10, 2016 p1
- [19] Fu L Z, Shuai P, Xue M F, Sun H F, Fang H Y 2015 *China Satellite Navigation Conference* Xi'an, China, May 13–15, 2015 p635
- [20] Deng Y L, Liang Z S 1998 *Stochastic Point Process and Its Application* (Beijing: Science Press) pp100–106 (in Chinese) [邓永录, 梁之舜 1998 随机点过程及其应用 (北京: 科学出版社) 第100—106页]
- [21] Xue M F, Li X P, Sun H F, Liu B, Fang H Y, Shen L R 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 219701 (in Chinese) [薛梦凡, 李小平, 孙海峰, 刘兵, 方海燕, 沈利荣 2015 物理学报 **64** 219701]
- [22] Su J Y, Fang H Y, Bao W M, Sun H F, Zhao L 2020 *Acta Astronaut.* **166** 93
- [23] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **47** 2317
- [24] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE Transactions on Signal Processing* **58** 4484
- [25] Ning R Y 2012 *Stud. College Math.* **15** 86 (in Chinese) [宁如云 2012 高等数学研究 **15** 86]
- [26] Hobbs G B, Edwards R T, Manchester R N 2006 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **369** 655
- [27] Edwards R T, Hobbs G B, Manchester R N 2010 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **372** 1549
- [28] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *IEEE Trans. Contr. Syst. Tech.* **19** 1021
- [29] Rinauro R, Colonnese S, Scarano G 2013 *Signal Process.* **93** 326
- [30] Xing F C 2003 *J. Minzu Univ. China Nat. Sci. Ed.* **12** 12 (in Chinese) [邢富冲 2003 中央民族大学学报:自然科学版 **12** 12]

Simulation method of X-ray pulsar observation signal at spacecraft*

Su Jian-Yu¹⁾ Fang Hai-Yan^{1)†} Bao Wei-Min¹⁾
Sun Hai-Feng¹⁾²⁾³⁾ Zhao Liang⁴⁾

1) (*School of Aerospace Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, China*)

2) (*Shaanxi Key Laboratory of Space Extreme Detection, Xi'an 710126, China*)

3) (*Peng Cheng Laboratory, Shenzhen 518000, China*)

4) (*Science and Technology on Space Physics Laboratory, Beijing Institute of Near space Vehicle's Systems Engineering, Beijing 100101, China*)

(Received 1 June 2022; revised manuscript received 14 July 2022)

Abstract

The simulation of X-ray pulsar observation signals at spacecraft is of great significance in verifying pulsar signal processing methods and navigation schemes. The efficiency of pulsar signal simulation algorithm can be significantly improved by establishing the relationship between photon arrival time and phase at spacecraft. At present, the frequency change of the received pulsar signal is not considered in the model for the relation between photon arrival time and phase at spacecraft, which leads the calculation accuracy to decrease greatly. To solve this problem, a model for the relation between photon arrival time and phase is established with the first derivative and second derivative of frequency taken into consideration. Based on this model, a new simulation method of observation pulsar signal at a spacecraft is proposed, which not only ensures high efficiency, but also improves the simulation accuracy. The proposed method is verified from three aspects. Firstly, the correctness of the proposed method is proved by comparing the cumulative pulse profile from the simulation data with the standard pulse profile, and the results show that the standard pulse profile can be recovered by the simulation data from the proposed method. Secondly, through the comparison of experimental results with the observational data from RXTE (Rossi X-ray timing Explorer), the correctness of the proposed method is further verified. The experimental comparison results show that the absolute difference in searched frequency between simulated data and observational data for the Crab pulsar is less than 10^{-4} , which sufficiently validates the method. Finally, the simulation efficiency and accuracy of the proposed method are compared with those of other methods to prove the superiority of the proposed method over the existing methods. The comparison results show that the simulation speed of the proposed method can be increased by up to 3 orders of magnitude compared with that of the iterative method or the method of establishing the real-time photon arrival rate function at the spacecraft, which ensures the high efficiency of the signal simulation algorithm. And comparing with the case without considering the frequency change, the Pearson correlation coefficient is increased by up to 350.0%, significantly improving the calculation accuracy. The proposed method can be used to verify the X-ray pulsar signal processing and navigation algorithms.

Keywords: X-ray pulsar-based navigation, pulsar signal simulation, frequency variation, Pearson correlation coefficient

PACS: 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.05.Fb

DOI: 10.7498/aps.71.20221097

* Project supported by Innovation Capability Support Program of Shaanxi Province, China (Grant No. S2022-ZC-TD-0060).

† Corresponding author. E-mail: hyfang@xidian.edu.cn



航天器处X射线脉冲星观测信号模拟方法

苏剑宇 方海燕 包为民 孙海峰 赵良

Simulation method of X-ray pulsar observation signal at spacecraft

Su Jian-Yu Fang Hai-Yan Bao Wei-Min Sun Hai-Feng Zhao Liang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 229701 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221097

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221097>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

具有多物理特性的X射线脉冲星导航地面验证系统

Ground verification system of X-ray pulsar navigation with multi-physical properties

物理学报. 2019, 68(8): 089701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182232>

面向综合定位导航授时系统的天地基脉冲星时间研究

Space/ground based pulsar timescale for comprehensive PNT system

物理学报. 2021, 70(13): 139701 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210288>

一种聚焦型X射线探测器在轨性能标定方法

A method of calibrating effective area of focusing X-ray detector by using normal spectrum of Crab pulsar

物理学报. 2018, 67(5): 050701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172352>

基于两级压缩感知的脉冲星时延估计方法

Pulsar time delay estimation method based on two-level compressed sensing

物理学报. 2018, 67(9): 099701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172100>

基于自归一化神经网络的脉冲星候选体选择

Pulsar candidate selection based on self-normalizing neural networks

物理学报. 2020, 69(6): 069701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191582>

脉冲硬X射线能注量测量技术

Energy fluence measurement for pulse hard X-ray

物理学报. 2020, 69(14): 145202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191700>