

## 沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响研究\*

杨瑞科<sup>1)†</sup> 李福军<sup>1)</sup> 武福平<sup>1)</sup> 卢芳<sup>1)</sup> 魏兵<sup>1)</sup> 周晔<sup>2)</sup>

1) (西安电子科技大学物理学院, 西安 710071)

2) (中国航空工业集团公司, 雷华电子技术研究所, 无锡 214063)

(2022年6月7日收到; 2022年7月24日收到修改稿)

量子通信是当前国内外研究的前沿热点领域, 具有理想的信息安全性. 为了使干旱和沙漠化地区的量子系统能够几乎全天候的工作, 必须开展沙尘湍流大气对自由空间量子信号传输衰减及对通信性能影响的研究. 应用米氏散射理论、多重散射模拟方法和大气湍流理论, 研究了不同能见度的沙尘湍流大气信道中光波传输的衰减, 及多重散射和湍流对衰减的影响, 表明随能见度的降低多重散射影响增大, 随着距离的增加湍流效应逐渐加强. 基于量子幅值阻尼信道模型, 分析了不同能见度沙尘湍流大气中的多重散射和湍流对量子信道容量、保真度、误码率的影响. 结果表明, 随着能见度降低, 多重散射效应增强, 使衰减和误码率有所减小, 而信道容量、保真度和安全密钥率的边界有所增加. 沙尘大气中湍流的存在, 又会使衰减和误码率增大, 而信道容量、保真度和安全密钥率会减小. 由此可见, 沙尘大气能见度较低时的多重散射和湍流对通信性能的影响不可忽略, 在实际应用中应根据能见度和湍流强度自适应地调节量子通信相关参数, 以提高量子通信的概率和可靠性.

**关键词:** 量子通信, 沙尘湍流大气, 能见度, 多重散射**PACS:** 03.67.Hk, 42.68.Ay, 42.50.Md, 87.55.K-**DOI:** 10.7498/aps.71.20221125

## 1 引言

量子通信是量子论和信息论相结合的近年来新兴的前沿领域, 其与传统通信方式相比具有更佳的保密性和安全性, 及潜在的广泛应用. 量子通信具有基于光纤的量子通信和基于自由空间传输的量子通信. 2007年, 中国科学技术大学-清华大学联合研究小组在室外环境搭建了一条传输路径为16 km的自由空间量子信道, 为实现远距离量子保密通信提供实验依据<sup>[1]</sup>. 2008年欧洲的研究团队进行了星-地量子通信研究, 从地面向高度1485 km的低轨道卫星发出弱光脉冲, 再由卫星上的角反射器反射光脉冲至地面接收机, 这一技术开创了星-

地量子卫星通信的先河<sup>[2]</sup>. 2010年, 潘建伟团队<sup>[3]</sup>实现了自由空间16 km的量子隐形传态实验. 2016年8月全球首颗量子通信卫星“墨子号”成功发射, 为建立全球光量子通信网络奠定了坚实基础<sup>[4]</sup>. 2020年, 潘建伟团队<sup>[5]</sup>等利用墨子号量子科学卫星, 通过基于纠缠的量子密钥分发 (quantum key distribution, QKD) 协议, 在国际上首次实现无中继千公里级的量子保密通信.

自由空间量子通信, 不可避免地受各种大气环境因素, 如: 雾霾、云雾、雨、雪、湍流、沙尘等的影响<sup>[6-15]</sup>. 为了提高量子通信性能, 必须对这些大气因素产生的影响进行深入研究. 聂敏等<sup>[7,8]</sup>研究了雨雪对自由空间量子通信的影响, 为量子通信在降雨、雪环境下有效性和可靠性的分析提供基础.

\* 陕西省自然科学基金计划资助项目(项目编号: 2021JM-127)、高等学校学科创新引智计划资助(111)和中国航空工业集团公司雷华电子技术研究所(批准号: 2018610103002381)课题资助.

† 通信作者. E-mail: yrk18687@163.com

他们基于近地面大气湍流的 Tunick 模型, 研究了近地面大气湍流对自由空间量子通信的影响<sup>[9]</sup>. 张秀再等<sup>[10,11]</sup>研究了雾和黑碳气溶胶对自由空间量子通信性能的影响. 聂敏等<sup>[12,13]</sup>研究了气溶胶粒子和大气相对湿度对量子通信性能的影响, 并研究了中纬度地区背景下的偶发 E 层对量子通信的影响. 这些研究为量子通信的应用给出了理论分析依据. 刘涛等<sup>[14]</sup>对在不同天气情况下不同波长光子信号传输时的安全密钥率等进行了分析, 为自由空间量子通信系统的设计提供依据. Roux<sup>[15]</sup>推导了纠缠双光子态通过大气湍流时的轨道角动量退相干一阶微分方程, 可用于描述纠缠光子在大气湍流中纠缠的衰减. Vasylyev 等<sup>[16]</sup>推导了大气透射率的概率分布, 包括光束漂移、光束形变和光束展宽效应, 建立了适用于弱、中、强湍流大气的椭圆光束近似模型. Stefano<sup>[17]</sup>指出自由空间量子通信的研究需要量子信息理论、光学和湍流理论作为工具, 而自由空间链路可限制密钥分布和纠缠分布的最终速率, 指出大气对量子系统的影响受衍射、大气消光、湍流、瞄准误差和背景噪声的影响; 研究了大气湍流对自由空间量子通信极限边界和安全密钥率的影响, 为量子通信信道建模提供理论依据.

然而, 对于占世界陆地近三分之一的干旱沙漠化、风沙化和半干旱地区, 携带沙尘的湍流大气成为影响光通信的关键因素. 在沙尘天气环境下, 常伴有一定强度的湍流, 而湍流大气中常常携带沙尘. 目前, 沙尘湍流大气对毫米波、红外辐射、激光等的传输和通信性能影响的研究已开展了一些<sup>[18–20]</sup>, 然而, 对量子通信性能影响的研究报道较少, 目前, 以沙尘大气和湍流大气单独对量子通信性能影响的研究呈现<sup>[21]</sup>, 而考虑粒子多重散射时的湍流沙尘大气或携带沙尘的湍流大气中沙尘粒子和湍流共同对量子通信性能影响的研究目前对于我们还未见到.

沙尘粒子散射和吸收可引起光波信号传输衰减, 湍流会导致光波波束的扩展、漂移和闪烁等效应. 沙尘大气由于具有一定强度的对流, 在引起光量子信号衰减的同时会伴随有一定强度的湍流效应. 因此, 为了促使光通信, 尤其是光量子通信的几乎全地域和全天候应用, 必需开展更接近实际情况的沙尘湍流大气对自由空间量子通信信号传输及性能影响的研究. 本文根据 Mie 散射理论和大气湍流理论对沙尘湍流大气中光波传输衰减进行

研究, 随大气能见度的降低多重散射效应明显增强, 应用蒙特卡洛 (Monte Carlo, MC) 方法模拟分析考虑多重散射效应的沙尘湍流大气中光传输衰减. 基于多重散射和湍流效应光传输的研究及量子通信的基本原理, 开展沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响的研究.

## 2 沙尘湍流大气光链路衰减

### 2.1 基于 Mie 理论的沙尘大气衰减

自由空间大气介质会对光量子信号传输及通信性能产生较大的影响. 在沙尘湍流大气中, 对于量子态的传输, 其中漂浮的沙尘粒子会导致光量子能量的吸收和散射; 沙尘大气能见度越小, 粒子浓度就越高, 光能量衰减越大. 由于沙尘大气常会伴随一定强度的湍流, 而大小尺度的湍流对光的衍射和折射会使光束发生扩展和漂移等, 有时会导致通信链路的的中断. 因此, 对于沙尘大气中量子通信的研究, 需要同时考虑沙尘和湍流效应引起的传播衰减对通信性能的影响.

沙尘天气一般可分为浮尘, 具有一定对流强度的扬尘和扬沙, 及强对流的沙尘暴天气. 对于干旱和半干旱地区常易发生的扬沙尘大气, 其大气携带的沙尘粒子尺度一般在 0.1—200  $\mu\text{m}$  的范围内, 其尺度分布谱可用对数正态分布函数<sup>[18]</sup>来描述:

$$N(D) = N_0 p(D) = \frac{N_0}{\sigma D \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\ln D - \mu}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (1)$$

其中  $N_0$  是单位体积中粒子数;  $\mu$  和  $\sigma$  为  $\ln D$  的均值和标准差;  $D$  为粒子直径. 对于扬沙天气  $\mu = -7.68$ ,  $\sigma = 0.89$ . 扬沙大气中的沙尘粒子由于在空气中飞行摩擦, 其形状是接近于球状的无规则体, 多个粒子在各个方向散射的统计可等效于球形粒子的散射. 那么, 应用 Mie 粒子散射理论, 沙尘粒子尺度分布谱, 光波在扬沙天气中传输的衰减系数为

$$\alpha(1/\text{km}) = \int_0^\infty \pi r^2 Q_t(D, \lambda, m) \cdot N_0 p(D) dD, \quad (2)$$

式中,  $Q_t$  为沙尘粒子的消光因子;  $\lambda$  为波长;  $m$  是沙尘介质的复折射率;  $\alpha$  的单位是 1/km. 由于沙尘大气中  $N_0$  一般难于测量和确定, 可借用常用的大气能见度  $V_0$  来转换<sup>[19]</sup>, 即

$$N_0 = \frac{15}{4.343 \cdot V \int 2\pi r^2 p(D) dD}, \quad (3)$$

其中大气能见度  $V_b$  以 km 为单位;  $p(D)$  为粒子尺度分布概率.

## 2.2 考虑多重散射的沙尘湍流大气链路衰减

基于 Mie 理论计算光波在沙尘大气中的衰减适用于沙尘所占空间体积比较小的情况<sup>[22]</sup>, 随着大气能见度减小, 沙尘粒子浓度增加, 光子在传输过程中可能会与多个粒子发生碰撞而发生多次散射现象, 这时, 就需要考虑光波的多重散射效应.

沙尘大气中粒子的多重散射可用 MC 方法模拟. MC 模拟的基本思想是一种以概率统计理论为指导的离散统计算法, 随着随机数样本的增多, 模拟结果就更接近于实际物理现象. MC 方法的核心是把光辐射看成由很多光子组成的光子束, 因此, 光波的传输问题就转化为光子的传输问题. 可用计算机产生随机数及吸收和散射理论来描述每个光子在沙尘大气中的传输过程, 通过对光子的散射方向和行经路径进行随机抽样, 实现对光子的跟踪. 光子生存权重则随着在沙尘大气中的散射次数增大而减小, 直到权重小于阈值、或光子离开所考察的沙尘大气、或到达接收界面为止. 通过对大量的光子进行跟踪, 统计到达接收界面的光子数和权重来统计估计透过率或衰减率.

根据 MC 方法的基本原理和思想, 将 MC 方法跟踪沙尘大气中光子的传播状态和路径的步骤主要归纳为以下几步<sup>[23]</sup>:

- 1) 根据光波波长、沙尘粒子折射率, 应用 Mie 散射理论计算沙尘粒子的吸收截面  $\sigma_a$ 、散射截面  $\sigma_s$ 、消光截面  $\sigma_t$  以及不对称因子  $g$  等参数;
- 2) 考察设定模拟的光子总数  $N_t$ , 每个光子的初始位置  $(x, y, z)$ 、发射方向  $(\mu_x, \mu_y, \mu_z)$ ,  $\mu_x, \mu_y, \mu_z$  为光子发射方向矢量在三个坐标轴的投影

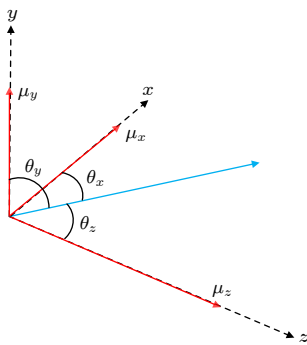


图 1 光子位置和方向坐标图

Fig. 1. Coordinate diagram of photon position and direction.

且  $\mu_x^2 + \mu_y^2 + \mu_z^2 = 1$ ,  $\theta_x, \theta_y$  和  $\theta_z$  是光子发射方向与  $x, y$  和  $z$  轴的夹角, 如图 1 所示.

3) 对于能见度为  $V_b$  的沙尘大气, 光子与沙尘粒子相遇, 使其散射后的随机游动距离为  $S = -\ln(\xi)/C_a$ ,  $\xi$  为在 0 和 1 之间的随机数,  $C_a$  为粒子的吸收系数. 光子散射的方向, 需根据粒子散射不对称因子确定的散射相位函数 HG(Henyey-Greenstein) 来确定俯仰角  $\theta$  和方位角  $\phi$ .

4) 散射后光子位置和传播方向的更新, 新位置为  $(x', y', z')$ , 新方向为  $(\mu'_x, \mu'_y, \mu'_z)$ ,

$$\begin{bmatrix} \mu'_x \\ \mu'_y \\ \mu'_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mu_x \mu_y}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} & -\frac{\mu_y}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} & \mu_x \\ \frac{\mu_z \mu_y}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} & \frac{\mu_x}{\sqrt{1 - \mu_z^2}} & \mu_y \\ -\sqrt{1 - \mu_z^2} & 0 & \mu_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sqrt{1 - \mu_s^2} \cos \phi' \\ \sqrt{1 - \mu_s^2} \sin \phi' \\ \mu_s \end{bmatrix}, \mu_z^2 < 1, \quad (4)$$

其中  $\mu_s$  表示  $\cos \theta'$ ; 光子的生命强度变为  $W_{n+1} = W_n \omega$ ,  $\omega = C_s/C_t$  表示沙尘粒子的反照率,  $n$  表示光子发生的第  $n$  次散射, 若碰撞后光子的强度  $W$  大于光子临界生存概率  $W_{th}$ , 则继续跟踪该光子, 并更新其位置为  $(x, y, z)$ ; 否则该光子消亡, 不再跟踪, 转入跟踪下一个光子.

5) 对多次散射后的光子位置和方向持续更新, 直到该光子到达接收平面或光子的生存概率小于  $W_{th}$ , 或者光子移出所考察范围. 统计所有到达接收面的及光子的  $W$  大于  $W_{th}$  的光子数.

6) 通过 MC 方法可得到在考虑多重散射时光量子在沙尘湍流大气中传输的透射率  $T_m$ .

假设沙尘信道的传输距离为  $d$ , 光子  $i$  的初始能量为  $E$ , 在经历了第  $n$  次散射后的能量为  $E_{i,n}$ , 距离发射点的位置为  $d_{i,n}$ , 光子的传播方向为  $\theta_{i,n}$ , 则根据 Beer-Lambert 定律, 光子  $i$  到达接收面时的能量为  $E_{i,n} \exp[-C_t(d - d_{i,n})/\cos(\theta_{i,n})]$ , 其中  $C_t$  表示沙尘大气的衰减系数, 基于 Mie 散射计算, 则光波通过沙尘大气的透射率可为

$$T_m = \frac{\sum_{i=1}^{N_t} E_{i,n} \exp[-C_t(d - d_{i,n})/\cos(\theta_{i,n})] P_{i,n}}{N_t \times E}, \quad (5)$$

$P_{i,n}$  为第  $i$  个光子  $n$  次散射后到达接收面的概率.

### 2.3 沙尘湍流大气光链路衰减分析

沙尘湍流大气中的大小尺度湍流所产生的衍射、散射和折射现象会使波束发生扩展和漂移等, 从而使得光波传输衰减增加. 那么, 在考虑沙尘粒子单次散射时的透射率为:  $T'_0 = T_0 \cdot \eta_t$ , 其中沙尘大气中透过率为  $T_0 = \exp(-\alpha \cdot d)$ , 可基于 Mie 理论计算.

对于考虑多重散射时的透射率, 可表示为:  $T'_m = T_m \cdot \eta_t$ ,  $T_m$  其中采用 MC 模拟得到, 而  $\eta_t$  是湍流引起的, 其形式为:  $\eta_t = 1 - e^{-2a_R^2/w_{st}^2}$ , 其中  $w_{st}^2 \simeq w_z^2 + 2\left(\frac{\lambda d}{\pi\rho_0}\right)^2(1-\phi)^2$ , 是由于湍流引起的扩展波束的直径,  $w_z$  为由于衍射引起光束扩展,  $a_R$  为接收孔径半径,  $d$  为传输距离,  $\rho_0 = (0.548k^2C_n^2d)^{-3/5}$  为球面波相干长度,  $k = 2\pi/\lambda$  为波束,  $C_n^2$  为大气折射率常数, 弱湍流下可设定  $\phi = 0.33(\rho_0/w_0)^{1/3}$ ,  $\phi$  为 Yura 条件. 那么, 计算沙尘大气和沙尘湍流大气下单次散射和多重散射的链路衰减式分别为

$$A_1(\text{dB/km}) = -10 \cdot \log(T'_0), \quad (6)$$

$$A_2(\text{dB/km}) = -10 \cdot \log(T'_m). \quad (7)$$

对于沙尘湍流大气, 在波长  $\lambda = 1.55 \mu\text{m}$ , 中度强度湍流  $C_n^2 = 1.28 \times 10^{-14}$  时, 根据 Mie 散射理论和 MC 模拟及大气湍流理论, 应用 (6) 式和 (7) 式进行计算, 得到沙尘大气在有无湍流情况下, 考虑单次、多重散射时的链路衰减 (dB) 的结果如图 2 所示. 结果表明有湍流影响时的衰减稍大于不考虑湍流时的沙尘大气引起的衰减; 考虑多重散射的衰减稍小于单次散射时的衰减; 能见度越低, 对流越强, 它们之间的差别越大. 而对于一般沙尘大气能见度都较低, 且具有一定强度的对流, 因此, 进一步研究时需考虑多重散射和湍流的影响.

### 3 沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响分析

在自由空间大气信道中, 由于大气对流使得其温度、压力、密度、水汽和气溶胶含量等不断起伏和变化. 而对于沙尘湍流大气环境下的自由空间光通信信道, 不仅有由大气温度、压力和密度不均匀

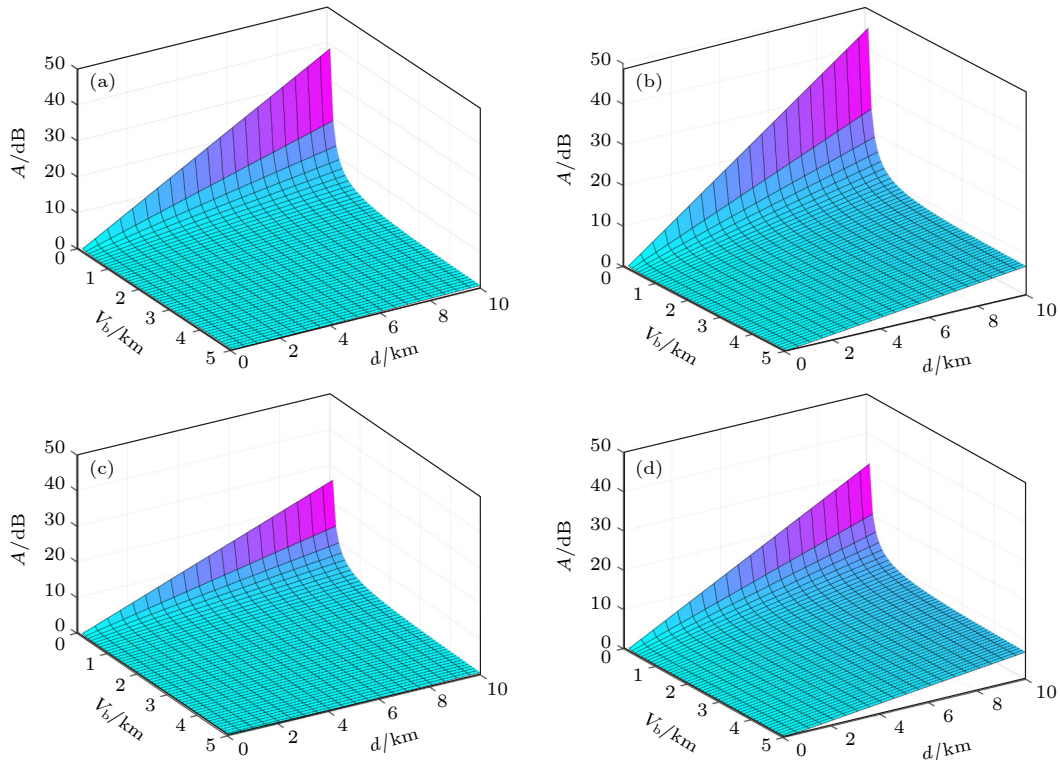


图 2 考虑多重散射的沙尘湍流大气链路衰减随能见度与距离的变化 (a) 单次散射无湍流链路衰减; (b) 单次散射有湍流链路衰减; (c) 多重散射无湍流链路衰减; (d) 多重散射有湍流链路衰减

Fig. 2. Variation of the attenuation on sand and dust turbulent atmospheric link with visibility and distance considering multiple scattering: (a) Attenuation with single scattering without turbulent; (b) attenuation with single scattering and turbulent; (c) attenuation with multiple scattering without turbulent; (d) attenuation with multiple scattering and turbulent.

和随机起伏引起的湍流, 而且还有大气携带的沙尘粒子对光子的吸收和散射, 及其多重散射效应. 因此, 基于沙尘湍流大气中光束多重散射的研究, 分析其对自由空间量子通信性能的影响.

实际上量子系统不可能完全封闭, 不可避免地与环境发生作用, 产生量子态消相干, 从而对量子态与信息的传递带来一定程度的影响, 称为量子噪声<sup>[24]</sup>. 幅值阻尼信道是一个双能级原子激发态的自发衰变的简化模型, 是一类重要的噪声信道, 它可以描述能量从量子系统中失去的效应-能量耗散, 且大量存在于真实量子比特系统中. 沙尘湍流大气光通信信道满足幅值阻尼信道的特性. 因此, 基于该信道理论来研究沙尘湍流大气对量子通信容量的影响.

自由空间量子通信中, 承载通信信息的是光量子的量子态, 信息的传输就是量子态在量子信道中的传送. 信息的状态与性质需要通过不同的测度来获得, 表征自由空间量子通信信道性能的主要参量: 在量子信道中可由冯诺依曼熵推出每秒能够无错误传输的最大信息量的信道容量<sup>[25]</sup>; 描述经过量子信道作用的量子态变化或对比两个量子态的异同的量子保真度; 及由于信道传输损耗等原因, 使得发送的部分光子不能得到有效的计数的量子误码率. 为了分析沙尘湍流大气对量子通信的影响, 就需要分析其对这些主要指标参量产生的影响.

### 3.1 沙尘湍流大气中量子通信信道容量分析

对于沙尘湍流大气中的量子通信, 环境量子态和信号光子态的复合系统经受联合么正演化, 量子态由于与环境的相互作用, 而引起其量子相干性发生退化, 即消相干现象. 沙尘湍流大气量子通信信道容量分析可基于幅值阻尼信道来研究. 幅值阻尼信道是自发幅值引起消相干的信道, 其运算算子<sup>[26]</sup>表示为

$$T_k = \sum_m \sqrt{\binom{m}{k}} \sqrt{(1-\eta)^{m-k} \eta^k} |m-k\rangle \langle m|, \quad (8)$$

式中,  $|k\rangle$ ,  $\langle m|$  分别表示沙尘湍流大气环境与量子湮灭算子的本征态;  $\eta$  为沙尘湍流环境下丢失一个光子的概率, 可表示为  $\eta = 1 - T'$ , 单次散射时  $T' = T'_0$ , 多重散射时  $T' = T'_m$ . 对于一个单光子比特状态, 定义量子系统的初始密度矩阵为

$$\rho = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 \\ a_1^* & a_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中,  $*$  表示复数共轭, 量子系统经过幅值阻尼信道后, 初始密度矩阵状态变为<sup>[27]</sup>

$$\rho \rightarrow \varepsilon(\rho) = \mathcal{S} \left( \sum_i p_i \rho_i \right) = \begin{bmatrix} 1 - (1-\eta)(1-a_0) & a_1 \sqrt{1-\eta} \\ a_1^* \sqrt{1-\eta} & a_2(1-\eta) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

式中,  $\mathcal{S}$  是一个映射, 表示量子系统与环境作用后演化成的形式.

对于信源量子系统  $\{p_i, \rho_i\}$ , 它表示量子系统处于  $\rho_i$  状态时的概率为  $p_i$ , 且  $\sum p_i = 1$ ,  $i$  表示系统处于第  $i$  个状态,  $i = 1, 2$ . 若输入字符  $\rho_1 = |0\rangle \langle 0|$ ,  $\rho_2 = |1\rangle \langle 1|$ , 在扬沙大气和湍流环境下, 初始量子态的演化过程为

$$\begin{aligned} \varepsilon \left( \sum_i p_i \rho_i \right) &= \mathcal{S} \left( \sum_i p_i \rho_i \right) \\ &= \varepsilon [p_1 \rho_1 + (1-p_1) \rho_2] \\ &= p_1 \varepsilon(\rho_1) + (1-p_1) \varepsilon(\rho_2) \\ &= \begin{bmatrix} p_1 + (1-p_1)\eta & 0 \\ 0 & (1-p_1)(1-\eta) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (11)$$

其中  $\rho_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ ;  $\rho_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ , 量子系统采用冯诺依曼熵来衡量量子信息的不确定性, 演化后的量子态对应的冯诺依曼熵为

$$\begin{aligned} S(\rho) &= S \left[ \varepsilon \left( \sum_i p_i \rho_i \right) \right] = - \sum_i \lambda_i \ln \lambda_i \\ &= -(p_1 + \eta - p_1 \eta) \ln (p_1 + \eta - p_1 \eta) \\ &\quad - (1 - p_1 \eta - p_1 - \eta) \ln (1 - p_1 \eta - p_1 - \eta), \end{aligned} \quad (12)$$

式中,  $\lambda_i$  是  $\rho$  的固有本征值. 受沙尘湍流大气的影 响, 幅值阻尼信道的信道容量为

$$C = \max \left\{ S[\varepsilon(p_i \rho_i)] - \sum_i p_i S[\varepsilon(\rho_i)] \right\}. \quad (13)$$

对 (13) 式求导, 当  $p_1 = \frac{t(1-\eta) - \eta}{(1+t)(1-\eta)}$  时, 信道容量  $C$  为最大, 其中  $t = 2^{\frac{H_2(\eta)}{1-\eta}}$ ,  $H_2(\eta) = -\eta \ln \eta - (1-\eta) \ln (1-\eta)$  为二元香农熵. 将  $p_1$  代回 (13) 式, 信道容量

的表示式为

$$C = -(p_1 + \eta - p_1\eta) \ln(p_1 + \eta - p_1\eta) - (1 - p_1\eta - p_1 - \eta) \ln(1 - p_1\eta - p_1 - \eta) - (1 - p_1) H(\eta). \quad (14)$$

根据 (14) 式对沙尘湍流大气信道中量子通信的容量进行计算, 结果如图 3 所示. 相对于仅考虑沙尘大气单次散射时的信道容量, 考虑多重散射后其容量有所增加, 而考虑大气湍流的影响, 又会使容量有所减小. 因此, 沙尘湍流大气链路信道容量与衰减的结果有同样的规律, 即: 沙尘大气的容量大于沙尘湍流大气的容量, 考虑多重散射和湍流效应时的容量稍大于单次散射的容量. 大气能见度的变化对容量有较大的影响, 当能见度减小时, 信道容量会有较大的下降.

### 3.2 沙尘湍流大气中量子通信信道保真度分析

保真度是描述信号在量子信道传输后的状

态与初始状态相似程度的物理量. 对于两个混合态密度矩阵  $\rho_1$  和  $\rho_2$ , 它们的保真度定义为  $F = \text{Tr}(\sqrt{\rho_1^{1/2}\rho_2\rho_1^{1/2}})^2$ .

扬沙湍流大气破坏量子态的相干性, 导致量子比特发生错误, 受扬沙湍流大气的影响, 量子信号经信道传输的保真度为 [25]

$$F = \text{Tr}(\sqrt{\rho^{1/2}\rho'\rho^{1/2}})^2, \quad (15)$$

式中,  $\rho$  为输入字符的密度算子之和  $\sum_i p_i \rho_i$ ;  $\rho'$  =  $\varepsilon(\sum_i p_i \rho_i)$  为输入字符后的演化结果. 根据 (9) 式和 (10) 式, 有

$$\rho = p_1 \rho_1 + (1 - p_1) \rho_2 = \begin{bmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & 1 - p_1 \end{bmatrix},$$

$$\rho' = \begin{bmatrix} p_1 + p - p_1 p & 0 \\ 0 & 1 - p_1 p - p_1 - p \end{bmatrix}. \quad (16)$$

得出保真度:

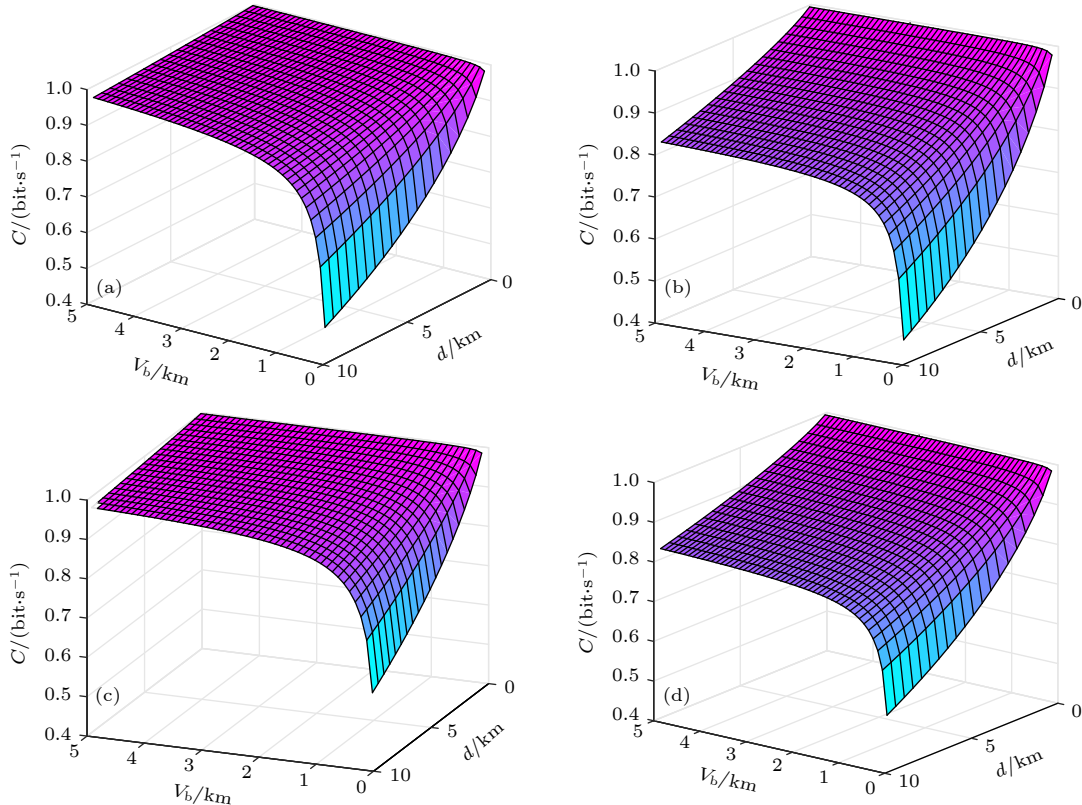


图 3 沙尘湍流大气下的信道容量与能见度与传输距离的关系 (a) 单次散射无湍流容量; (b) 单次散射有湍流容量; (c) 多重散射无湍流容量; (d) 多重散射有湍流容量

Fig. 3. Variation of the channel capacity on sand and dust turbulent atmospheric with visibility and distance: (a) Capacity with single scattering without turbulent; (b) capacity with single scattering and turbulent; (c) capacity with multiple scattering without turbulent; (d) capacity with multiple scattering and turbulent.

$$\begin{aligned}
 F &= \text{Tr}(\rho^{1/2} \rho \rho^{1/2})^2 \\
 &= \text{Tr} \begin{bmatrix} \sqrt{p_1(p_1+p-p_1p)} & 0 \\ 0 & (1-p_1)\sqrt{1-p} \end{bmatrix}^2 \\
 &= \left( [p_1(p_1+p-p_1p)]^{1/2} + (1-p_1)(1-p)^{1/2} \right)^2, \quad (17)
 \end{aligned}$$

其中  $p_1$  表示信源取  $\rho$  的概率, 应用 (17) 式得保真度随能见度和传输距离变化的结果如图 4 所示. 从结果看出在沙尘湍流大气下的保真度略小于沙尘大气下的保真度, 多重散射的保真度稍大于单次散射的保真度, 低能见度的沙尘湍流大气会使保真度产生较大的减小.

### 3.3 沙尘湍流大气的量子误码率

光量子在沙尘湍流环境传输时, 因光量子衰变会产生误码. 量子误码率定义为接收到的误码比特数与总比特数的比率  $Q_b = R_e/R_s$ , 式中  $Q_b$  为由沙

尘湍流大气引起的误码率,  $R_e = \beta n_a \exp(-4\beta n_a) + \beta n_a \exp(\beta)$  是接收到的误码量子比特数,  $R_s = F_s R_r (1 - \exp(-\mu T P_{\text{acq}} T_{\text{app}} \eta_{\text{det}} F_{\text{mea}}))$  为经过数据筛选的量子比特数<sup>[28]</sup>, 由此得

$$Q_b = \frac{\beta n_a \exp(-4\beta n_a) + \beta n_a \exp(\beta)}{F_s R_r (1 - \exp(-\mu T P_{\text{acq}} T_{\text{app}} \beta F_{\text{mea}}))}, \quad (18)$$

式中,  $n_a$  为接收方所探测到的光子计数;  $n_a = n_b/2 + n_d$ ;  $n_b$  为背景噪声引起的光子计数<sup>[29]</sup> 可取  $10^{-3}$ ; 探测器暗计数  $n_d = 10^{-6}$  (铟镓砷雪崩二极管在 1 ns 时间间隔内的常规水平);  $T$  为沙尘湍流大气量子信道透射率;  $R_r$  为发射机脉冲重复率; 测量因子  $F_{\text{mea}}$  (接收机在进行量子测量时引入) 用于表征原始密钥, 在 BB84 协议中<sup>[30]</sup> 通常取  $F_{\text{mea}} = 1$ ,  $R_r = 0.5$ ,  $\mu$  表示每个脉冲平均光子数, 在采用基于泊松分布的单光子脉冲光源时, 为了避免空脉冲的问题, 因此令  $\mu = 1$ , 筛选因子  $F_s$  (通信双方在进行数据筛选时引入) 用于表征筛选密钥, 由于暗计数

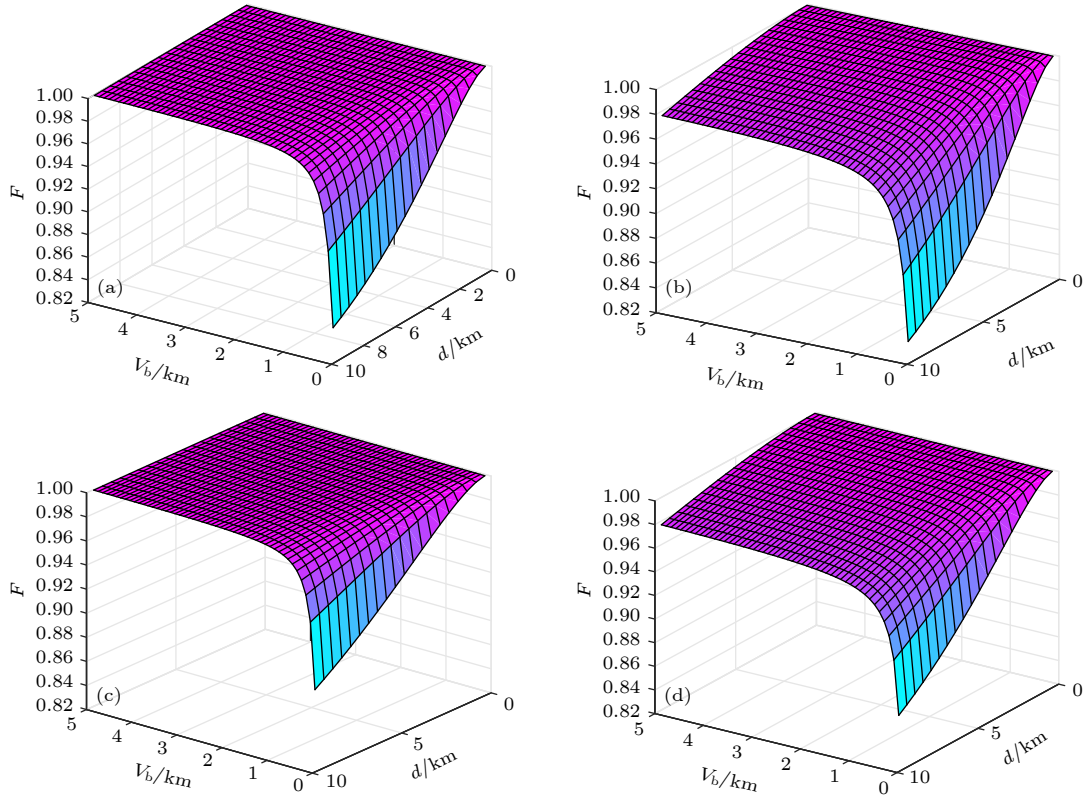


图 4 沙尘湍流大气下保真度与能见度、传输距离的关系 (a) 单次散射无湍流保真度; (b) 单次散射有湍流保真度; (c) 多重散射无湍流保真度; (d) 多重散射有湍流保真度

Fig. 4. Variation of the fidelity on sand and dust turbulent atmospheric with visibility and distance: (a) Fidelity with single scattering without turbulent; (b) fidelity with single scattering and turbulent; (c) fidelity with multiple scattering without turbulent; (d) fidelity with multiple scattering and turbulent.

并不总是带来误码, 暗计数带来正码和误码的概率均为  $1/2$ <sup>[31]</sup>, 因此  $F_s = 0.5$ . 此外由于光具有波粒二象性, 在光束传输横截面上捕获光子时, 只能出现两种情况, 捕获到一个光子或是什么也没捕获到, 因此单光子捕获概率  $P_{acq} = 0.5$ , 这里忽略系统装

置传输率即  $T_{app} = 1$ , 并设单光子探测器的量子效率  $\beta = 65\%$  (铟镓砷雪崩二极管在  $1.55 \mu\text{m}$  波段的量子效率在  $30\%—70\%$  之间<sup>[32]</sup>). 经过计算, 得到下图的结果, 图中, 横坐标表示传输距离, 纵坐标表示信号的误码率, 由图 5 可知, 在能见度较低

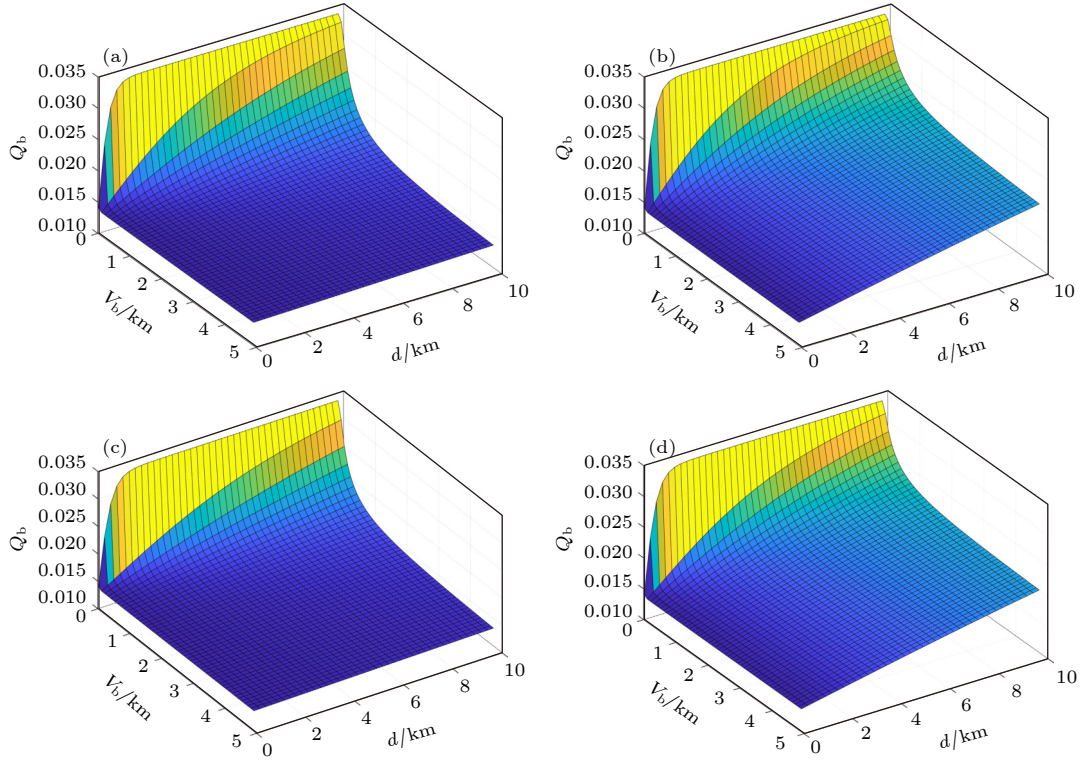


图 5 沙尘湍流大气下的误码率与能见度与传输距离的关系 (a) 单次散射无湍流误码率; (b) 单次散射有湍流误码率; (c) 多重散射无湍流误码率; (d) 多重散射有湍流误码率

Fig. 5. Variation of the BER on sand and dust turbulent atmospheric with visibility and distance: (a) BER with single scattering without turbulent; (b) BER with single scattering and turbulent; (c) BER with multiple scattering without turbulent; (d) BER with multiple scattering and turbulent.

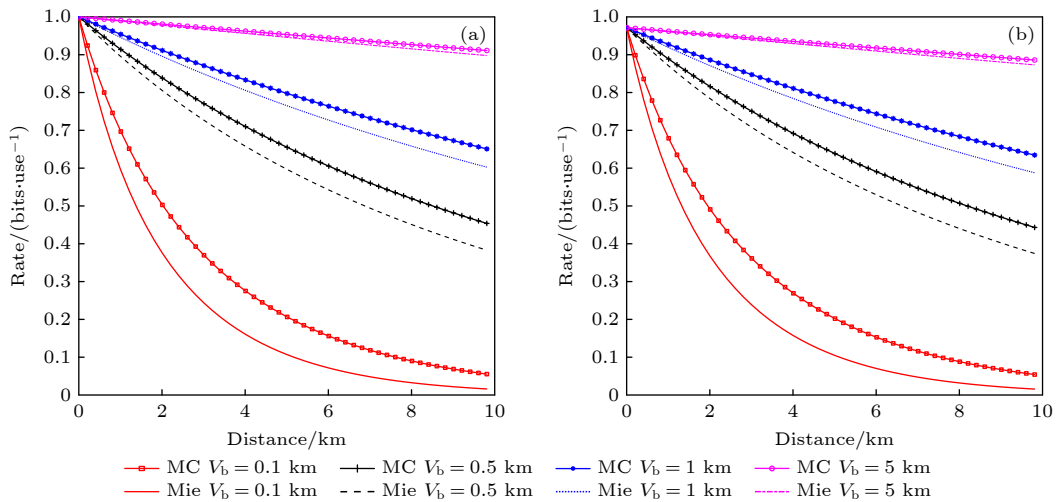


图 6 不同能见度沙尘湍流大气的安全密钥率上界随距离的变化 (a) 无湍流; (b) 有湍流

Fig. 6. Variation of the upper bound of the security key rate with distance in sand and dust turbulent atmosphere with different visibility: (a) Without turbulence; (b) with turbulence.

情况下沙尘湍流大气下的误码率几乎与沙尘大气下的误码率重合;由此可知,沙尘湍流大气会对误码率传输产生较大的影响。

### 3.4 沙尘湍流大气下安全密钥率上界影响分析

在自由空间量子通信系统中,还可以用安全密钥率来衡量其系统性能.通过建立发射端和接收端可以共享的最大密钥位的上界和下界,来研究自由空间量子通信的传输边界.当忽略衍射、瞄准误差和热噪声的影响,当在沙尘湍流大气中时,单次散射和多重散射的最大安全密钥率的上界可以表示为<sup>[17]</sup>

$$K_1 \leq -\log(T'_0 \cdot \eta_{\text{eff}}), \quad (19)$$

$$K_2 \leq -\log(T'_m \cdot \eta_{\text{eff}}), \quad (20)$$

式中,  $\eta_{\text{eff}}$  表示在接收端光纤与探测器量子耦合效率有关的透射率,在实际的探测中  $\eta_{\text{eff}} \simeq 0.5$ . 通过仿真计算,可得到如图 6 的结果,结果表明在沙尘湍流大气下的安全密钥率稍小于沙尘大气下的安全密钥率,多重散射密钥率稍大于单次散射密钥率;沙尘湍流大气会对安全密钥率产生较大的影响。

## 4 结 论

应用 MC 模拟研究了考虑多重散射的沙尘湍流大气中光波传播的衰减,基于量子幅值阻尼信道模型,研究沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能的影响,分析了沙尘湍流大气量子信道中的信道容量、保真度、误码率随能见度和距离的变化.结果表明,随着沙尘湍流大气能见度的降低,光波衰减增大,其对自由空间量子通信性能的影响增大.随着能见度降低,多重散射效应增强,使衰减和误码率有所减小,而信道容量、保真度和安全密钥率的边界有所增加.沙尘大气中湍流的存在,又会使衰减和误码率增大,而是信道容量、保真度和安全密钥率会减小.因此,对于沙尘湍流大气环境中的量子通信,除了大气损耗、沙尘粒子吸收和散射引起的衰减必需考虑外,其多重散射及湍流效应也会对通信性能产生显著的影响,必须予以重视,需要根据沙尘大气的能见度和湍流的强弱,适当调整相关

参数,以减小沙尘湍流大气对量子通信的影响.该研究对于沙尘湍流大气环境中的量子信道传输、量子通信协议和系统设计具有重要的意义。

### 参考文献

- [1] Cao T 2012 *Ph. D. Dissertation* (Hefei: University of Science and Technology of China) pp3-5 (in Chinese) [曹原 2012 博士学位论文(合肥:中国科学技术大学)第3—5页]
- [2] Villoresi P, Jennewein T, Tamburini F, Aspelmeyer M, Bonato C, Ursin R, Pernechele C, Luceri V, Bianco G, Zeilinger A, Barbieri C 2008 *New J. Phys.* **10** 033038
- [3] Jin X M, Ren J G, Yang B, Yang B, Yi Z H, Zhou F, Xu X F, Wang S K, Yang D, Hu Y F, Jiang S, Yang T, Yin H, Chen K, Peng C Z, Pan J W 2010 *Nat. Photonics* **4** 6
- [4] Liao S K, Cai W Q, Handsteiner J, Liu B, Yin J, Zhang L, Rauch D, Fink M, Ren J G, Liu W Y, Li Y, Shen Q, Cao Y, Li F Z, Wang J F, Huang Y M, Deng L, Xi T, Ma L, Hu T, Li L, Liu N L, Koidl F, Wang P, Chen Y A, Wang X B, Steindorfer M, Kirchner G, Lu C Y, Shu R, Ursin R, Scheidl T, Peng C Z, Wang J Y, Zeilinger A, Pan J W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 030501
- [5] Yin J, Li Y H, Liao S K, Yang M, Cao Y, Zhang L, Ren J G, Cai W Q, Liu W Y, Li S L, Shu R, Huang Y M, Deng L, Li L, Zhang Q, Liu N L, Chen Y A, Lu C Y, Wang X B, Xu F, Wang J Y, Peng C Z, Ekert A K, Pan J W 2020 *Nature* **580** 7813
- [6] Nie M, Wei R Y, Yang G, Zhang M L, Sun A J, Pei C X 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 110301 (in Chinese) [聂敏, 卫容宇, 杨光, 张美玲, 孙爱晶, 裴昌幸 2019 物理学报 **68** 110301]
- [7] Nie M, Wang Y, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 020303 (in Chinese) [聂敏, 王允, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2016 物理学报 **65** 020303]
- [8] Nie M, Wang X C, Yang G, Zhang M L, Sun A J, Pei C X 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 030301 (in Chinese) [聂敏, 王超旭, 杨光, 张美玲, 孙爱晶, 裴昌幸 2021 物理学报 **70** 030301]
- [9] Nie M, Gao K, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2016 *Acta Photon. Sin.* **45** 0701001 (in Chinese) [聂敏, 高锴, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2016 光子学报 **45** 0701001]
- [10] Zhang X Z, Xu Q, Liu B Y 2020 *Acta Opt. Sin.* **40** 0727001 (in Chinese) [张秀再, 徐茜, 刘邦宇 2020 光学学报 **40** 0727001]
- [11] Zhang X Z, Zhai M S, Zhou L J 2021 *Acta Opt. Sin.* **40** 1127001 (in Chinese) [张秀再, 翟梦思, 周丽娟 2021 光学学报 **40** 1127001]
- [12] Nie M, Ren J M, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 190301 (in Chinese) [聂敏, 任家明, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2016 物理学报 **65** 190301]
- [13] Nie M, Tang S R, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 070302 (in Chinese) [聂敏, 唐守荣, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2017 物理学报 **66** 070302]
- [14] Liu T, Zhu C, Sun C Y, Fang X X, Wang P P 2020 *Acta Opt. Sin.* **40** 0227001 (in Chinese) [刘涛, 朱聪, 孙春阳, 房新新, 王平平 2020 光学学报 **40** 0227001]
- [15] Roux F S. 2011 *Phys. Rev. A* **83** 053822
- [16] Vasylyev D, Semenov A A, Vogel W 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 090501
- [17] Pirandola S 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 013279
- [18] Yang R K, Li Q Q, Yao R H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 094205 (in Chinese) [杨瑞科, 李茜茜, 姚荣辉 2016 物理学报 **65** 094205]
- [19] Li S G, Liu X D, Hou L T, Zhang H P 2003 *Appl. Laser* **23**

- 1000 (in Chinese) [李曙光, 刘晓东, 侯蓝田, 张焕平 2003 *应用激光* **23** 1000]
- [20] Yang R K, Zhu C S, Liu K X 2017 *Infrared Laser Eng.* **46** 0104006 (in Chinese) [杨瑞科, 朱传帅, 刘科祥 2017 *红外与激光工程* **46** 0104006]
- [21] Nie M, Shang P G, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 240303 (in Chinese) [聂敏, 尚鹏钢, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2014 *物理学报* **63** 240303]
- [22] Wang H X, Sun H H, Zhang Q H 2020 *Infrared Laser Eng.* **49** 20201022 (in Chinese) [王红霞, 孙红辉, 张清华 2020 *红外与激光工程* **49** 20201022]
- [23] Li X, Hai C Z, Zhi X D, Jun Z 2020 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **241** 106744
- [24] Liu B Y, Zhang X Z, Xu Q, 2020 *Acta Opt. Sin.* **40** 0327001 (in Chinese) [刘邦宇, 张秀再, 徐茜 2020 *光学学报* **40** 0327001]
- [25] Yin H, Han Y 2013 *Quantum Communication Theory and Technology* (1st Ed.) (Beijing: Electronics Industry Publishing) pp76–83 (in Chinese) [尹浩, 韩阳 2013 *量子通信原理与技术* (第1版) (北京: 电子工业出版社) 第76—83页]
- [26] Yin H, Ma H X 2006 *Introduction to Military Quantum Communication* (Beijing: Military Science Press) p227 (in Chinese) [尹浩, 马怀新 2006 *军事量子通信概论* (北京: 军事科学出版社) 第227页]
- [27] Pei C X, Zhu C H, Nie M, Yan Y, Quan D X 2013 *Quantum Communication* pp119–120 (Xi'an: Xidian University Press) (in Chinese) [裴昌幸, 朱畅华, 聂敏, 阎毅, 权东晓 2013 *量子通信* (西安: 西安电子科技大学出版社) 第119—120页]
- [28] Zhang G Y, Yu S Y, Ma J, Tan L Y 2007 *Opto-Electron. Eng.* **34** 126 (in Chinese) [张光宇, 于思源, 马晶, 谭立英 2007 *光电工程* **34** 126]
- [29] Yan Y, Pei C X, Han B B, Zhao N 2008 *Chin. J. Radio Sci.* **23** 834 (in Chinese) [闫毅, 裴昌幸, 韩宝彬, 赵楠 2008 *电波科学学报* **23** 834]
- [30] Gisin N, Ribordy G, Tittel W, Zbinden H 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
- [31] Ma J, Zhang G Y, Tan L Y 2006 *Opt. Tech.* **32** 101 (in Chinese) [马晶, 张光宇, 谭立英 2006 *光学技术* **32** 101]
- [32] Liu D W, Ma Z 2021 *Quantum Communication Theory and Technology* (Beijing: Beihang University Press) p110 (in Chinese) [刘敦伟, 马喆 2021 *量子通信理论与技术* (北京: 北京航空航天大学出版社) 第110页]

# Influence of sand and dust turbulent atmosphere on performance of free space quantum communication\*

Yang Rui-Ke<sup>1)†</sup> Li Fu-Jun<sup>1)</sup> Wu Fu-Ping<sup>1)</sup>  
Lu Fang<sup>1)</sup> Wei Bing<sup>1)</sup> Zhou Ye<sup>2)</sup>

1) (*School of Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China*)

2) (*Leihua Institute of Electronic Technology, Aviation Industry Corporation of China, Wuxi 214063, China*)

( Received 7 June 2022; revised manuscript received 24 July 2022 )

## Abstract

Quantum communication is a frontier hotspot of current research, and it has ideal information security. In order to enable quantum systems in arid and desertified areas to work almost under all-weather condition, it is necessary to study the attenuation of free-space quantum signal transmission and the influence of the turbulence atmosphere carrying sand and dust on communication performance. Using Mie scattering theory, multiple scattering simulation method, and atmospheric turbulence theory, the attenuation of optical wave transmission in sand and dust turbulent atmospheric channels with different visibility, and the influence of multiple scattering and turbulence on attenuation are studied. The results show that the effect of multiple scattering increases with the decrease of visibility, the turbulence effect gradually strengthens with the increase of distance. According to the quantum amplitude damped channel model, the effects of multiple scattering and turbulence in the sand and dust turbulent atmosphere with different visibility on the quantum channel capacity, fidelity and bit error rate are analyzed. The results show that as the visibility decreases, the multiple scattering effect increases, resulting in the decrease of attenuation and bit error rate, but an increase in channel capacity, fidelity and the boundaries of security key rate. The existence of turbulence in the dust atmosphere will increase the attenuation and bit error rate, but reduce the channel capacity, fidelity and security key rate. It can be seen that the influence of multiple scattering and turbulence on the communication performance, when the visibility of the sand and dust atmosphere are both low, cannot be ignored. In practical applications, the relevant parameters of quantum communication should be adaptively adjusted according to the visibility and turbulence intensity to improve the probability, efficiency and reliability of quantum communication.

**Keywords:** quantum communication, sand and dust turbulent atmosphere, visibility, multiple scattering

**PACS:** 03.67.Hk, 42.68.Ay, 42.50.Md, 87.55.K-

**DOI:** [10.7498/aps.71.20221125](https://doi.org/10.7498/aps.71.20221125)

\* Supported by the Natural Science Basic Research Program of Shaanxi, China (Program No. 2021 JM-127), the 111 Project, and the Lei Hua Institute of Electronic Technology of Aviation Industry Corporation of China (No. 2018610103002381).

† Corresponding author. E-mail: [y rk18687@163.com](mailto:y rk18687@163.com)



## 沙尘湍流大气对自由空间量子通信性能影响研究

杨瑞科 李福军 武福平 卢芳 魏兵 周晔

### Influence of sand and dust turbulent atmosphere on performance of free space quantum communication

Yang Rui-Ke Li Fu-Jun Wu Fu-Ping Lu Fang Wei Bing Zhou Ye

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 220302 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221125

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221125>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 降雪对地表附近自由空间量子信道的影响及参数仿真

Influence of snowfall on free-space quantum channel near earth surface and parameter simulation

物理学报. 2021, 70(3): 030301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20200972>

#### 海洋湍流对光子轨道角动量量子通信的影响

Effects of ocean turbulence on photon orbital angular momentum quantum communication

物理学报. 2022, 71(1): 010304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211146>

#### 考虑在能见度受限下行人跟随行为特性的建模与模拟

Modeling and simulation of following behaviors of pedestrians under limited visibility

物理学报. 2019, 68(24): 240504 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190707>

#### 基于软件定义量子通信的自由空间量子通信信道参数自适应调整策略

Parameters adaptive adjustment strategy of quantum communication channel in free-space based on software-defined quantum communication

物理学报. 2019, 68(14): 140302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190462>

#### 基于单光子双量子态的确定性安全量子通信

Deterministic secure quantum communication with double-encoded single photons

物理学报. 2022, 71(5): 050302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210907>

#### 基于级联四波混频过程的量子导引

Quantum steering based on cascaded four-wave mixing processes

物理学报. 2021, 70(16): 160301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201981>