

专题: 非厄米物理前沿

宇称-时间对称与反对称研究进展*

唐原江^{1) #} 梁超^{1) #} 刘永椿^{1) 2) †}

1) (清华大学物理系, 低维量子物理国家重点实验室, 北京 100084)

2) (教育部量子信息前沿科学中心, 北京 100084)

(2022年7月4日收到; 2022年8月16日收到修改稿)

在标准量子力学中, 描述物理系统的哈密顿量一般是厄米的, 以保证系统具有实能谱及系统演化的么正性. 近些年来, 研究发现具有宇称-时间 (parity-time, \mathcal{PT}) 对称特性的非厄米哈密顿量也具有实能谱, 并且在 \mathcal{PT} 对称相和 \mathcal{PT} 对称破缺相之间存在一个新奇的非厄米奇异点, 这是厄米系统所不具有的. 最近, 人们在各种各样的物理系统中实现了 \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 反对称的非厄米哈密顿量, 并演示了新奇的量子现象, 这不仅加深了对基本量子物理规律的理解, 也促进了应用技术的突破. 本综述将介绍 \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 反对称的基本物理原理, 总结在光学系统和原子系统中实现 \mathcal{PT} 对称和 \mathcal{PT} 反对称的方案, 并回顾利用 \mathcal{PT} 对称系统非厄米奇异点进行精密传感的研究.

关键词: 宇称-时间对称, 宇称-时间反对称, 非厄米, 奇异点**PACS:** 11.30.Er, 42.50.-p, 42.60.Da**DOI:** 10.7498/aps.71.20221323

1 引言

标准的量子力学对系统进行描述时引入了一条基本假设: 系统的哈密顿量为厄米的. 这一基本假设保证了系统的能量本征值为实数, 同时也保证了系统的量子态在演化过程中的概率守恒. 一直以来, 非厄米的哈密顿量仅被用来唯象地描述耗散系统, 然而, 研究者们在非厄米哈密顿量中找到了大量具有实数本征值的算符, 这引发了对非厄米哈密顿量的极大关注^[1]. 1998年, Bender 和 Boettcher^[2] 提出空间反演 (\mathcal{P}) 和时间反演 (\mathcal{T}) 共同作用下不变的非厄米哈密顿量也可以有实数本征值 (此类算符被简称为 \mathcal{PT} 算符). 随着系统参量的变化, \mathcal{PT} 算符描述的系统可以处于 \mathcal{PT} 对称相或者 \mathcal{PT} 破缺相, 处于 \mathcal{PT} 对称相的系统具有实数的本征值, 处

于 \mathcal{PT} 破缺相的系统有一对共轭的本征值, 两个相的分界点为非厄米系统特有的奇异点 (exceptional point, 非厄米奇异点)^[3], 在该点处系统的本征态和本征值同时合并在一起.

\mathcal{PT} 对称性的研究引领了理论物理各个领域的新发展, 包括量子场论^[4]、李代数^[5]等. \mathcal{PT} 对称的概念被引入光学系统后, 很快成为了研究的热点. 随着 \mathcal{PT} 对称光学系统的构建和对其特性的深入研究, 发现了基于 \mathcal{PT} 对称的大量新奇效应和应用, 例如双折射^[6]、功率振荡^[7-9]、非互易性光传播^[10-12]、单向不可见性^[13-15]、单模激光器^[16,17]、轨道角动量激光器^[18,19]等. 除了光学系统外, 人们也在其他各种系统对 \mathcal{PT} 对称展开了广泛的研究, 如原子系统^[20,21]、电子学系统^[22-24]、NV 色心系统^[25]、光力学系统^[26,27]、声学系统^[28,29]和微波系统^[30]等.

* 广东省重点领域研发计划 (批准号: 2019B030330001)、国家自然科学基金 (批准号: 92050110, 91736106, 11674390, 91836302) 和国家重点研发计划 (批准号: 2018YFA0306504) 资助的课题.

同等贡献作者.

† 通信作者. E-mail: ycliu@tsinghua.edu.cn

随着对 PT 对称系统研究的深入, 人们又提出了具有 PT 反对称特性的新系统 [31–41]. PT 对称系统的哈密顿量在 \mathcal{P} 和 \mathcal{T} 的联合操作下形式不变, 作为与 PT 对称相对偶的概念, PT 反对称系统的哈密顿量在 \mathcal{P} 和 \mathcal{T} 联合操作下形式与原来相反, 出现一个负号. PT 反对称系统呈现出与 PT 对称系统对偶的特性, 例如 PT 对称系统中的无损耗传播对应到 PT 反对称系统中就是无折射传播, 这为光的控制提供了崭新的概念和技术手段, 大大扩展了非厄米光学的研究范围.

目前已有许多相关综述, 例如, 光学和光子学中的 PT 对称综述 [42–47]、利用相干原子实现 PT 对称综述 [48]、基于 PT 对称的人工合成激光综述 [49]、 PT 对称中的非线性综述 [50,51] 等. 本文的侧重点主要是综合 PT 对称和 PT 反对称两种系统, 以展现两者的诸多类似之处以及各自的独特性质.

本文首先介绍了 PT 对称与 PT 反对称哈密顿量, 然后介绍在光学系统和原子系统中 PT 对称的实现, 进而介绍光学系统和原子系统 PT 反对称的典型研究, 以及基于 PT 对称系统中非厄米奇异点的精密传感研究.

2 PT 对称与反对称哈密顿量

在量子力学中, 可观测量物理量需要用厄米算符来表示, 因此系统的哈密顿量也需要用厄米算符表示, 这不仅确保其本征值为实数, 而且可以确保波函数随时间的演化过程中的模值不变 [52]. 1998 年, Bender 和 Boettcher [2] 提出空间反演 \mathcal{P} 和时间反演 \mathcal{T} 共同作用下不变的非厄米哈密顿量也可以有实数的本征值. 在空间反演变换下, 坐标和动量算符有如下变换:

$$\mathcal{P}r\mathcal{P} = -r, \quad (1)$$

$$\mathcal{P}p\mathcal{P} = -p, \quad (2)$$

其中, r 和 p 分别为坐标算符和动量算符. 在时间反演变换下:

$$\mathcal{T}r\mathcal{T} = r, \quad (3)$$

$$\mathcal{T}p\mathcal{T} = -p, \quad (4)$$

$$\mathcal{T}i\mathcal{T} = -i. \quad (5)$$

如果系统的非厄米哈密顿算符 \hat{H} 满足:

$$[\mathcal{PT}, \mathbf{H}] = 0, \quad (6)$$

则系统的哈密顿量满足 PT 对称性. 由以上对易关系系统的哈密顿算符满足 PT 对称的一个必要条件, 是其中的势能项满足:

$$\mathbf{V}(\mathbf{r}) = \mathbf{V}^*(-\mathbf{r}). \quad (7)$$

考虑二能级 (模式) 系统, 如图 1(a) 所示, 两个模式耦合构成的系统可以被如下 PT 对称哈密顿量描述:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \varepsilon - i\gamma & \kappa \\ \kappa & \varepsilon + i\gamma \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中, 两个共振模式的能量由能级 ε 描述, 两个模式分别为增益和耗散模式, 增益和耗散速率由 γ 描述, 两个模式间的耦合系数为 κ .

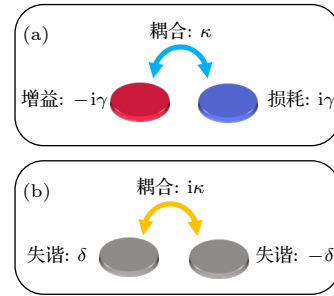


图 1 PT 对称系统 (a) 与 PT 反对称系统 (b) 示意图

Fig. 1. Schematic diagram of PT -symmetric system (a) and anti- PT symmetric system (b).

与 PT 对称系统相比, PT 反对称系统的非厄米哈密顿算符 \mathbf{H} 满足如下反对易关系:

$$\{\mathcal{PT}, \mathbf{H}\} = 0, \quad (9)$$

即

$$\mathcal{P}\mathbf{H}(\mathcal{PT})^{-1} = \mathcal{P}\mathbf{H}^*\mathcal{P}^{-1} = -\mathbf{H}. \quad (10)$$

以二能级 (模式) 系统为例, 如图 1(b) 所示, 相应的 PT 反对称哈密顿量为

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\delta + i\tau & i\kappa \\ i\kappa & \delta + i\tau \end{pmatrix}, \quad (11)$$

其中, 两个模式的能级偏移分别为 $-\delta$ 和 δ , 增益或者耗散速率由 $|\tau|$ 描述, 两个模式间的耦合系数为 $i\kappa$.

3 光学系统中的 PT 对称

基于光学傍轴波动方程和量子力学薛定谔方程之间的形式等价性, 人们提出了在光学框架内实现 PT 对称势的方案 [6,14,53]. 例如, 考虑光波导中的

光场传输方程:

$$i \frac{\partial E(x, z)}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 E(x, z)}{\partial x^2} + k_0 [n_R(x) + in_I(x)] E(x, z) = 0. \quad (12)$$

其中, $E(x, z)$ 为电场强度的慢变振幅, $k = k_0 n_0$ 为介质中的波矢, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ 为真空中的波矢, λ_0 为真空中的波长, n_0 为介质折射率 (系统的折射率分别为 $n_0 + n_R(x) + in_I(x)$). 方程 (12) 与如下薛定谔方程具有相同的形式:

$$i\hbar \frac{d\psi(x, t)}{dt} + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2\psi(x, t)}{dx^2} - V(x)\psi(x, t) = 0. \quad (13)$$

其中 $\psi(x, t)$ 为波函数, \hbar 为普朗克常数, μ 为粒子质量, $V(x)$ 为势能函数. 对比两个方程得到对应关系为 $E(x, z) \leftrightarrow \psi(x, t), z \leftrightarrow t, k \leftrightarrow \mu/\hbar,$

$$k_0 [n_R(x) + in_I(x)] \leftrightarrow -V(x)/\hbar.$$

由于折射率分布与量子力学的势能部分相对应, 由方程 (7) 中 \mathcal{PT} 对称系统的势能项满足的关系可以得出, \mathcal{PT} 对称光学系统的折射率实部为坐标 x 的偶函数, 折射率的虚部为坐标 x 的奇函数:

$$n_R(x) = n_R(-x), \quad (14)$$

$$n_I(x) = -n_I(-x). \quad (15)$$

2010 年, Rüter 等^[9] 提出了 \mathcal{PT} 对称的耦合波导光学系统并进行了实验研究. 如图 2 所示, 系统为两波导耦合系统, 其中一个波导中的光具有大小为 γ 的损耗系数, 对另一个波导进行泵浦, 使该波

导中的光获得大小为 γ 的有效增益系数, 从而构造出了满足 \mathcal{PT} 对称的复折射率分布. 通过耦合模方法, 两个耦合波导中的光场动力学可以用下面的方程描述:

$$\begin{aligned} i \frac{dE_1}{dz} - i \frac{\gamma}{2} E_1 + \kappa E_2 &= 0, \\ i \frac{dE_2}{dz} + i \frac{\gamma}{2} E_2 + \kappa E_1 &= 0, \end{aligned} \quad (16)$$

其中 E_1 和 E_2 分别表示波导 1 和波导 2 中模式场的幅值, κ 为两个波导模式的耦合系数. 系统可以用如下的哈密顿量描述:

$$H = \begin{pmatrix} i \frac{\gamma}{2} & -\kappa \\ -\kappa & -i \frac{\gamma}{2} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

当 $\gamma < 2\kappa$ 时, 系统处于 \mathcal{PT} 对称相, 系统的本征值为

$$\lambda_{\pm} = \pm \cos\theta, \quad (18)$$

其中 $\sin\theta = \gamma/2\kappa$. 此时两个本征值的虚部为零, 实部劈裂, 相应的本征态为

$$\phi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ \pm \exp(\pm i\theta) \end{pmatrix}. \quad (19)$$

显然, 处于 \mathcal{PT} 对称相的模式满足 $|E_1| = |E_2|$, 这意味着本征态的强度在两个波导中均匀分布, 因此模式经历了平衡的增益和损耗, 导致其本征值的虚部为零. 此外, 随着 $\gamma/2\kappa$ 从 0 增大到 1, θ 从 0 逐渐增大到 $\pi/2$.

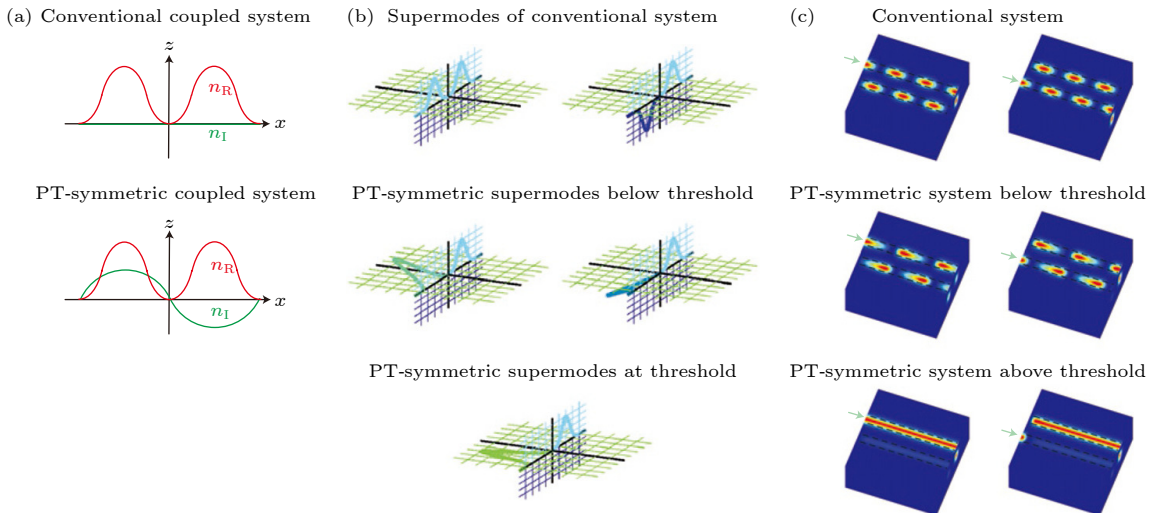


图 2 传统和 \mathcal{PT} 对称耦合光学系统 (a) 复折射率的实部 (n_R , 红线) 和虚部 (n_I , 绿线) 分布; (b) 传统和 \mathcal{PT} 对称系统的叠加态; (c) 对于传统和 \mathcal{PT} 对称系统, 当系统在通道 1 或通道 2 处被激发时的光波传播情况^[9]

Fig. 2. Conventional and \mathcal{PT} -symmetric optical systems: (a) The distribution of real part (n_R , red line) and imaginary part (n_I , green line) of the complex refractive index; (b) superposition state of conventional and \mathcal{PT} -symmetric systems; (c) light wave propagation when the system is excited at channel 1 or channel 2^[9].

当 $\gamma > 2\kappa$ 时, 系统处于 \mathcal{PT} 对称破缺相, 系统的本征值为

$$\lambda_{\mp} = \mp i \sinh \theta', \quad (20)$$

其中 $\cosh \theta' = \gamma/(2\kappa)$. 此时两个本征值的实部相等, 虚部劈裂, 相应的本征态为

$$\phi_{\mp} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \exp(\mp \theta') \end{pmatrix}. \quad (21)$$

处于 \mathcal{PT} 对称破缺相的系统, 随着 $\gamma/(2\kappa)$ 从 1 开始逐渐增大, θ' 从 0 开始逐渐增大, 显然, $|E_1| \neq |E_2|$, 这意味着一个本征态主要局域在增益波导, 另一个本征态主要局域在损耗波导, 导致本征值的虚部劈裂.

当 $\gamma = 2\kappa$ 时, 系统处于 \mathcal{PT} 对称相与 \mathcal{PT} 对称破缺相的相变点, 即为非厄米奇异点, 系统的本征值为

$$\lambda_{\pm} = 0. \quad (22)$$

此时本征值的实部和虚部同时合并, 相应的本征态为

$$\phi_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \quad (23)$$

处于非厄米奇异点的系统, 不仅本征值合并在一起, 本征态也合并为同一个模式.

与厄米系统不同, 这些本征模不再是正交的, 这对光束动力学有重要影响, 例如会产生非对称传输特性和功率振荡等现象. 对于传统的厄米系统, 两个本征模 (对称和反对称, 见图 2(b)) 的任何叠加都会导致对称的波传播: 显然, 图 2(c) 的上部分图中的光场分布具有左右对称性. 当耦合系统涉及增益/损耗时, 系统的特性与厄米系统的特性不再相同. 在 \mathcal{PT} 对称相, 随着 $\gamma/(2\kappa)$ 从 0 开始增大, 本征态的两个模式分量之间的相对相位差分别从 0 和 π 处的初始值逐渐增大, 当 $\gamma/(2\kappa)$ 增大到 1 时, 系统处于非厄米奇异点. 此时光传播表现出非对称传输特性: 将输入通道从波导 1 交换到波导 2 时, 获得了完全不同的输出状态. 在 \mathcal{PT} 对称破缺相, 无论光从波导 1 输入还是从波导 2 输入, 光总是从波导 1 输出, 再次表现出了非对称传输的特性 (见图 2(c) 底部的图). 这是因为系统的本征值为复数, 相应的模式振幅指数增大或者耗散, 只有一个模式存留下来.

4 原子系统中的 \mathcal{PT} 对称

近年来, 研究发现在原子系统中也可以实现 \mathcal{PT} 对称. 中山大学罗乐课题组 [54] 与中国人民大

学张威、张翔课题组 [55] 分别利用超冷原子和单个囚禁离子构造了 \mathcal{PT} 对称系统, 并对其量子演化过程进行了测量, 同时引入周期性的含时系统哈密顿量, 对系统的相图等进行研究, 如图 3 所示. 下面将以在单个囚禁离子系统中的实现方案为例进行说明.

考虑具有 \mathcal{PT} 对称性的单量子比特非厄米哈密顿量:

$$\mathbf{H}_{\mathcal{PT}} = \mathbf{J}\sigma_x + i\Gamma\sigma_z, \quad (24)$$

其中 $\sigma_x = |\downarrow\rangle\langle\uparrow| + |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$ 和 $\sigma_z = |\downarrow\rangle\langle\downarrow| - |\uparrow\rangle\langle\uparrow|$ 是泡利算符. 量子态 $|\psi(t)\rangle$ 随时间的演化满足薛定谔方程:

$$i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = \mathbf{H}_{\mathcal{PT}} |\psi(t)\rangle. \quad (25)$$

$|\psi(t)\rangle$ 可以被映射到另一个量子态 $|\Psi(t)\rangle = e^{-\Gamma t} |\psi(t)\rangle$, 该态随时间的演化由如下哈密顿量支配:

$$\mathbf{H}'_{\mathcal{PT}} = \mathbf{H}_{\mathcal{PT}} - i\Gamma \mathbf{I}, \quad (26)$$

其中 $\mathbf{I} = |\downarrow\rangle\langle\downarrow| + |\uparrow\rangle\langle\uparrow|$ 为单位算符. 因此, 如果可以实现哈密顿量 $\mathbf{H}'_{\mathcal{PT}}$ 的系统, 则可以通过测量映射态 $|\Psi(t)\rangle$ 并去除因子 $e^{-\Gamma t}$ 来获得原始 \mathcal{PT} 对称哈密顿量 $\mathbf{H}_{\mathcal{PT}}$ 系统的量子态 $|\psi(t)\rangle$ 的演化.

该课题组利用镱离子能级, 分别选取镱离子 $^2S_{1/2}$ 的超精细态 $|F=0, m=0\rangle$ 和 $|F=1, m=0\rangle$ 为 $|\downarrow\rangle$ 和 $|\uparrow\rangle$, 其中的超精细劈裂 $\omega_{\text{HF}} \approx 12.6$ GHz. 利用波长为 369.5 nm 的 π 偏振光将离子由 $|F=1, m=0\rangle$ 态激发到 $^2P_{1/2}$ 态, 跃迁选择定则禁止了从其他塞曼态 $|F=1, m=\pm 1\rangle$ 的激发. 激发后的 $^2P_{1/2}$ 态可以自发耗散到 $^2S_{1/2}$ 的 3 个塞曼态, 使得能态 $|\uparrow\rangle$ 具有 4Γ 的损耗速率. 通过同时加上微波耦合场 ω_{HF} , 就能够实现等效的哈密顿量 $\mathbf{H}'_{\mathcal{PT}}$.

囚禁离子系统是量子模拟、量子计算等研究平台之一, 具有与环境耦合小、参数可控性高等优点, 可以进行量子态层析投影测量, 能够测量态占据数和密度矩阵相干项的演化 (见图 3(c)). 由此出发, 该课题组发现了两组和实验参数无关的初态和测量态, 可以直接由体系演化测量结果得到体系的能量值, 而体系能量值为零的点对应该体系的非厄米奇异点. 在此基础上, 课题组引入周期性的驱动和耗散, 将定态哈密顿量扩展为含时哈密顿量, 并测量了系统的能量和相图 (图 3(d)), 而且观测到系统哈密顿量的周期与量子态耦合强度满足一定条件下发生的多光子共振现象.

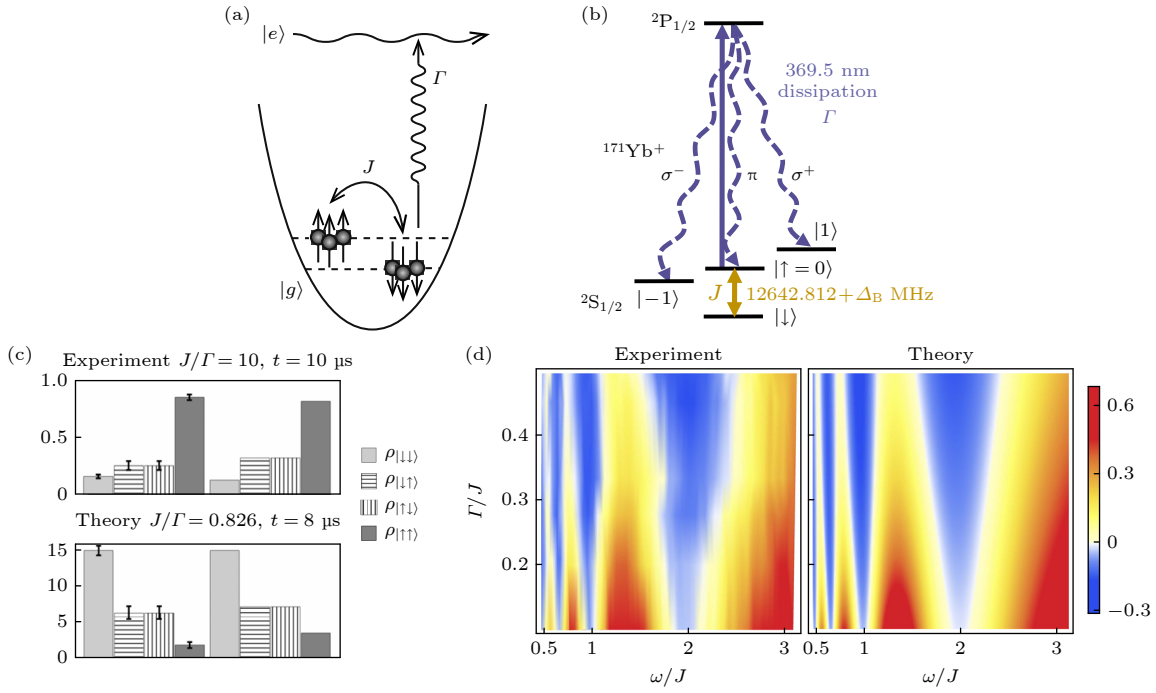


图 3 (a) 在冷原子系统中实现 \mathcal{PT} 对称的示意图^[54]; (b) 在单个囚禁离子系统中实现 \mathcal{PT} 对称的镱离子 $^{171}\text{Yb}^+$ 的能级示意图^[55]; (c) 系统密度矩阵测量图^[55]; (d) 系统的相图^[55], 红色和黄色区域对应 \mathcal{PT} 对称相, 蓝色区域对应 \mathcal{PT} 对称破缺相

Fig. 3. (a) Schematic diagram of realizing \mathcal{PT} symmetry in cold atom system^[54]; (b) schematic diagram of energy levels of ytterbium ion $^{171}\text{Yb}^+$ for realizing \mathcal{PT} symmetry in a single trapped ion system^[55]; (c) system density matrix measurement diagram^[55]; (d) the phase diagram of the system^[55]. The red and yellow areas correspond to the \mathcal{PT} -symmetric phase, and the blue area corresponds to the \mathcal{PT} -symmetry-broken phase.

5 光学系统中的 \mathcal{PT} 反对称

\mathcal{PT} 反对称光学系统有很多奇特的性质, 如连续谱激光^[34]、光完全单向无反射传播^[33]、模式选择的光放大^[32]和散射中心决定的散射特性^[40,41]等. 2017年, 清华大学尤力、刘永椿课题组^[31]提出了利用间接耗散耦合在光学系统中实现 \mathcal{PT} 反对称哈密顿量的方法. 2019年, 吉林大学张旭霖课题组、香港科技大学陈子亭课题组^[37]利用该方法在波导系统中实现了光的手性传输.

以光学波导系统为例, 如图 4 所示, 沿 z 方向传播的 3 个波导中的模式分别为 a, b 和 c , 总光场为 $E(r) = a(z)E_a(x, y) + b(z)E_b(x, y) + c(z)E_c(x, y)$ 其中波导 c 和 $a(b)$ 耦合, 耦合系数为 $\kappa_1(\kappa_2)$, a 和 b 没有直接耦合. 当模式 c 的耗散速率 $\gamma \gg \kappa_{1/2}$ 时, 可以绝热消除模式 c , 得到系统有效耦合哈密顿量为 $H_c = i\Gamma(a^\dagger b + b^\dagger a)$, 即产生了 a 和 b 的间接耗散耦合, 其中 $\Gamma = |\kappa|^2/\gamma$ 是等效间接耗散耦合速率, κ 是平衡耦合系数 ($\kappa_1 \approx \kappa_2 = \kappa$). 这是一个反厄米哈密顿量, 是实现 \mathcal{PT} 反对称的关键. 模式 $a(b)$ 的传

播常数为 $k_a(k_b)$, $\bar{k} = (k_a + k_b)/2$. 用 $\Psi = e^{i\bar{k}z}(a, b)^T$ 来描述系统的状态, 类薛定谔方程可以写成 $i\partial_z \Psi = \mathbf{H}\Psi$, 其中等效哈密顿量

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \Delta - i\Gamma & -i\Gamma \\ -i\Gamma & -\Delta - i\Gamma \end{pmatrix}. \quad (27)$$

式中 $\Delta = (k_a - k_b)/2$ 是有效失谐, 容易验证, \mathbf{H} 满足 \mathcal{PT} 反对称即 $\{\mathbf{H}, \mathcal{PT}\} = 0$.

当 $\Gamma > \Delta > 0$ 时, 系统处在 \mathcal{PT} 对称相, 系统的本征值为 $\beta_{\pm} = -i \left[\Gamma \pm (\Gamma^2 - \Delta^2)^{1/2} \right]$, 对应的本征态 $\Psi_{\pm} = (\pm e^{\pm i\phi}, 1)^T$, 其中 $\sin\phi = \Delta/\Gamma$, 此时两个本征模式有相同的折射率实部(色散特性), 但是不同的折射率虚部(耗散特性). 两个本征模式在 a, b 中的场强相同 $|a_{\pm}/b_{\pm}| = 1$. 当 $\Gamma < \Delta$ 时, 系统过渡到 \mathcal{PT} 对称破缺相, 系统的本征值为 $\beta_{\pm} = -i\Gamma \pm (\Delta^2 - \Gamma^2)^{1/2}$, 对应的本征态 $\Psi_{\pm} = (\pm i e^{\pm r}, 1)^T$, 其中 $\cosh r = \Delta/\Gamma$, 此时两个本征模式有相同的折射率虚部, 但是折射率实部不同, 并且两个本征模式在 a, b 中的场强不同 $|a_+/b_+| = |b_-/a_-| > 1$. 图 4(c)–(e) 展现了相变前后折射率实部、虚部和模式 a, b 场强的变化.

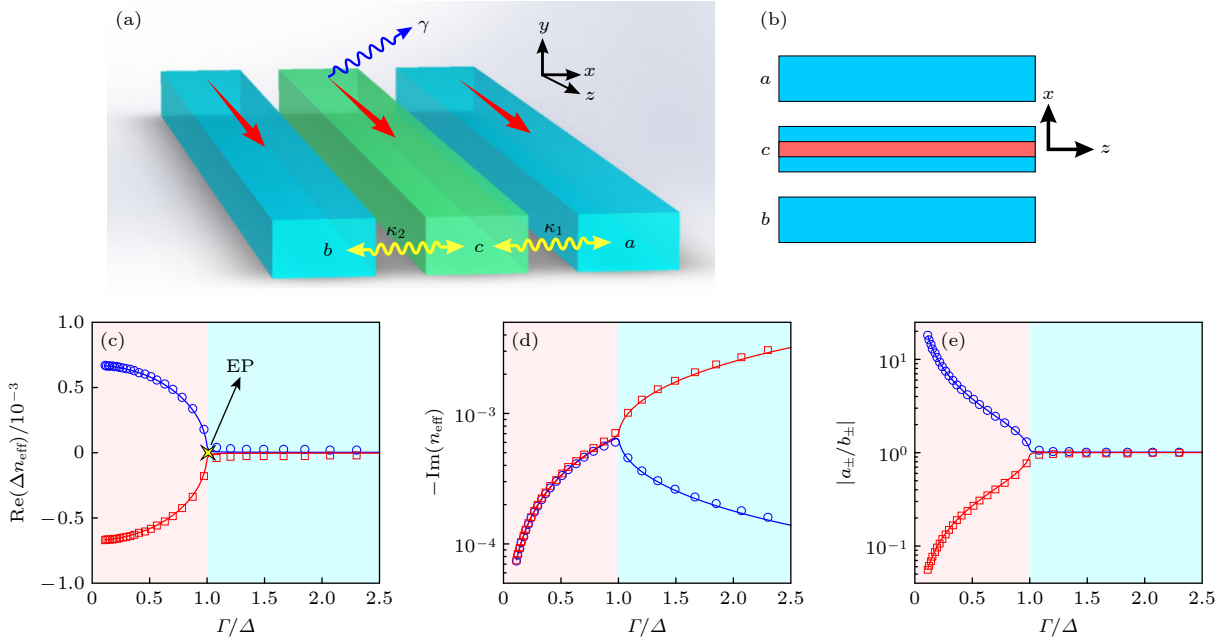


图 4 (a) 耦合波导示意图; (b) 耦合波导的截面示意图, 波导 c 红色部分表示存在较大耗散; (c), (d) 波导本征模式的特性; (e) 波导场强的特性; 数据点是有限元模拟结果, 实线是理论计算结果^[31]

Fig. 4. (a) Schematic diagram of coupled waveguide; (b) cross section diagram of coupled waveguide, the red part of waveguide c indicates large dissipation; (c), (d) characteristics of waveguide eigenmodes; (e) property of waveguide field strength. Data points are finite element simulation results, and solid lines are theoretical calculation results^[31].

\mathcal{PT} 相变过程会显著改变系统的传输特性, 利用演化算符 $U(z) = e^{-iHz}$ 可以得到在两个相中的分束比例随着光沿 z 方向传播的变化:

$$\left| \frac{b}{a} \right|^2 = \begin{cases} \frac{\Gamma^2}{s^2 \coth^2 sz + \Delta^2} & (\Gamma > \Delta), \\ \frac{\Gamma^2}{q^2 \cot^2 qz + \Delta^2} & (\Gamma < \Delta), \end{cases} \quad (28)$$

其中 $s = (\Gamma^2 - \Delta^2)^{1/2}$, $q = (\Delta^2 - \Gamma^2)^{1/2}$. 如图 5(a) 所示, 在 \mathcal{PT} 对称相 ($\Gamma > \Delta$), 随着 z 方向的传播, 模式 a 的能量逐渐转移到模式 b , 并且分束比例逐渐趋近于 1. 而图 5(b) 表明当失谐 Δ 进一步增大, 系统进入 \mathcal{PT} 对称破缺相 ($\Gamma < \Delta$), 能量从单一方向转移变为在两种模式之间循环.

\mathcal{PT} 对称相独特的传输特性可以带来一些有趣的应用. 第一个是利用 \mathcal{PT} 对称相构建一个分束比例为 1 的 3 dB 分束器. 在 \mathcal{PT} 对称相, 两个本征模式耗散速率不同, 例如在 $\Delta = 0$ 时, 对称本征态 $\Psi_s = (1, 1)^T / \sqrt{2}$ 的耗散率为 2Γ , 而反对称本征态 $\Psi_a = (-1, 1)^T / \sqrt{2}$ 的耗散率为 0. 因此一半的能量耗散于对称本征态传播一段距离, 只剩下反对称本征态, 并且此时分束比例 $|b/a|^2 = \tanh \Gamma L \approx 1$. 不同于常见的直接耦合分束器和多层介质膜分束器对

耦合长度 (图 5(c)) 和激光波长 (图 5(d)) 非常敏感, \mathcal{PT} 反对称系统对耦合长度和激光波长变化具有鲁棒性, 可以实现宽带分束器. 第二个应用是失谐诱导耗散. 考虑系统光学深度 $\alpha = \Gamma z$ ($e^{-\alpha} \ll 1$) 较大的情况, 输入一个反对称本征态 Ψ_a , 传播一段距离后, 在 \mathcal{PT} 对称相, 反对称本征态和对称本征态的传输系数分别为 $|t_a|^2 = |\Psi_a^\dagger U(z) \Psi_a|^2 \approx e^{-\alpha(\Delta - \Gamma)^2}$ 和 $|t_s|^2 = |\Psi_s^\dagger U(z) \Psi_a|^2 \ll 1$. 其中反对称本征态的传输系数和失谐量 Δ 指数相关, 可以通过调节波导的折射率改变 Δ , 进而改变波导中的光场耗散率. 这种方法调节范围大, 可以将反对称本征态的传输系数从 1 逐步变小, 这给色散调制变为耗散调制提供了可能.

时域的 \mathcal{PT} 反对称同样可利用间接耦合在光学微腔 (如图 6(a), (b)) 中进行构建. 用 $\Psi = e^{i\omega t} (a, b)^T$ 来描述系统的状态, 系统的演化方程可以写成 $i\partial_t \Psi = \mathbf{H} \Psi$, 其中

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} \Delta - i\gamma & -i\Gamma \\ -i\Gamma & -\Delta - i\gamma \end{pmatrix}, \quad (29)$$

$\Delta = (\omega_a - \omega_b)/2$ 是有效失谐量. 对于构型 1, 间接耦合耗散速率 $\Gamma = 2\kappa^2/\gamma$, $\gamma' = \Gamma + (\gamma_0 + \gamma_i)$. 对于构型 2, $\Gamma = \gamma_0$, $\gamma' = \Gamma + (\gamma_0 + \gamma_i)/2$.

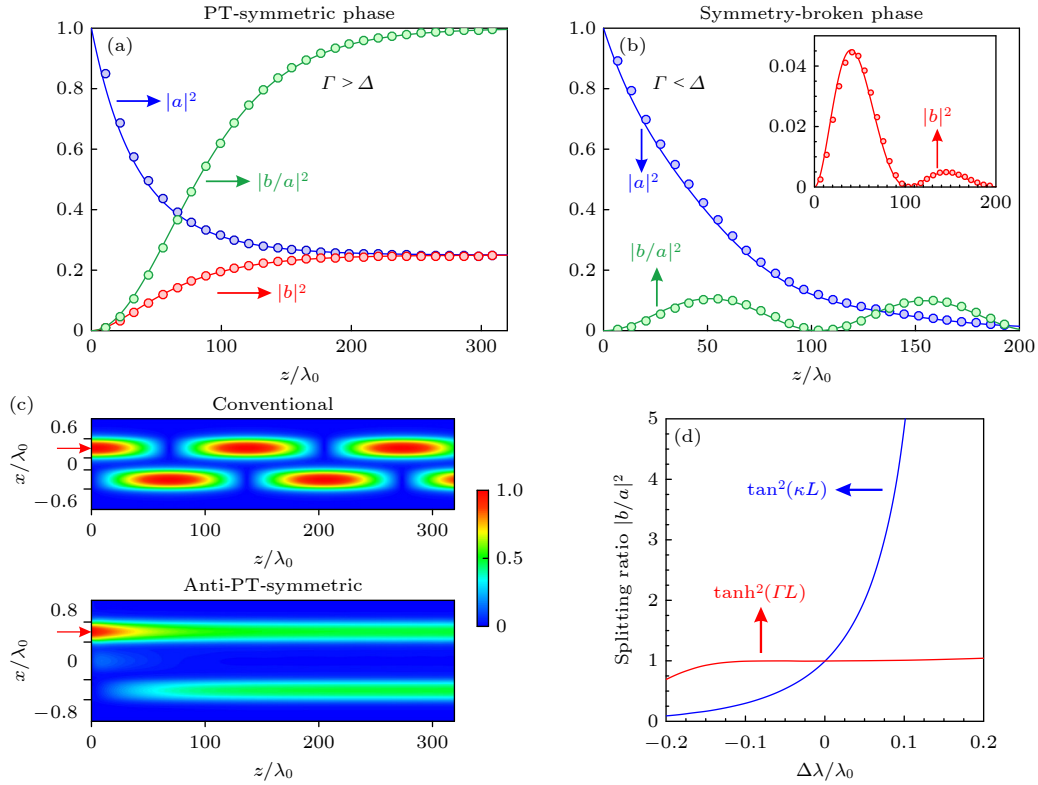


图 5 波导内的光场演化图^[31] (a), (b) \mathcal{PT} 对称相和 \mathcal{PT} 对称破缺相的传播特性, 数据点是有限元模拟结果, 实线是理论计算结果; (c) 传统厄米系统和 \mathcal{PT} 反对称系统的光场分布对比图; (d) 分束比例对波长的依赖特性, 红色线是 \mathcal{PT} 反对称系统, 蓝色线是传统厄米系统

Fig. 5. Evolution diagram of light field in the waveguides^[31]: (a) (b) The propagation characteristics of \mathcal{PT} -symmetric phase and \mathcal{PT} -symmetry-broken phase, respectively, the data points are the result of finite element simulation, and the solid lines are the result of theoretical calculation; (c) comparison diagram of light field distribution between traditional Hermitian system and anti- \mathcal{PT} -symmetric system; (d) the dependence of beam splitting ratio on wavelength, the red line is the anti- \mathcal{PT} -symmetric system, and the blue line is the traditional Hermitian system.

考虑系统的本征频率 $\tilde{\omega}_{\pm} = \tilde{\omega}'_{\pm} + i\tilde{\omega}''_{\pm}$, 在 \mathcal{PT} 对称相 ($\Gamma > \Delta$), 本征模式有相同的共振频率 $\omega'_+ = \omega'_-$, 但是不同的耗散速率 $\omega''_+ \neq \omega''_-$. 在 \mathcal{PT} 对称破缺相 ($\Gamma < \Delta$), 本征模式的共振频率不同 $\omega'_+ \neq \omega'_-$, 但是有相同的耗散速率 $\omega''_+ = \omega''_-$. 图 6(c) 中构型 I 腔模 c 的耗散速率 γ 逐渐增大导致耗散耦合速率 Γ 逐渐减小, 而图 6(d) 的构型 2 中可以通过调节 b 腔的半径实现增大失谐 Δ , 两种方式都使系统从 \mathcal{PT} 对称相转变为 \mathcal{PT} 对称破缺相. 与波导系统类似, 在光学微腔构型 II 的 \mathcal{PT} 对称相同样可以将腔模的色散调制转变为纯耗散调制.

6 原子系统中的 \mathcal{PT} 反对称

2016 年, 复旦大学肖艳红课题组^[38] 在原子系统中实现了宇称-时间反对称的哈密顿量. 在该研究中, 利用原子的热运动构建了光学模式之间的耦

合. 如图 7(a) 所示, 实验在 ^{87}Rb 原子气室中进行, 温度约为 $40\text{ }^{\circ}\text{C}$. 气室的内表面覆盖着不破坏量子态相干的石蜡, 这使原子能够经受数千次与壁的碰撞, 而不会破坏其内部量子态. 原子蒸汽室被封装在一个四层屏蔽层内, 从而屏蔽环境磁场. 在屏蔽层内部, 利用螺线管产生均匀的磁场, 该磁场可诱导一个塞曼位移 δ_B 到双光子失谐上. 利用半波片 (HWP) 和偏振分束器 (PBS) 将来自腔外半导体激光器 (ECDL) 的一束激光分为 4 束. 探测光和控制光 (具有正交线性偏振) 首先通过 $1/4$ 波片 (QWP) 重新组合并转换为圆偏振, 然后被引导到两个相距 1 cm 的光学通道 (称为 Ch1 和 Ch2). Ch1 和 Ch2 的能级结构如图 7(b) 所示, Ch1 和 Ch2 中的右旋圆偏振控制场 $\Omega_1^{(1)}$ 和 $\Omega_1^{(2)}$ 分别与跃迁 $|1\rangle \rightarrow |3\rangle$ 共振; 而 Ch1 和 Ch2 中的左旋圆偏振控制场 $\Omega_2^{(1)}$ 和 $\Omega_2^{(2)}$ 分别与跃迁 $|2\rangle \rightarrow |3\rangle$ 近似共振, 但与共振频率在相反方向上偏移了相同的大小 $|\Delta_0|$, 其中 Δ_0 是

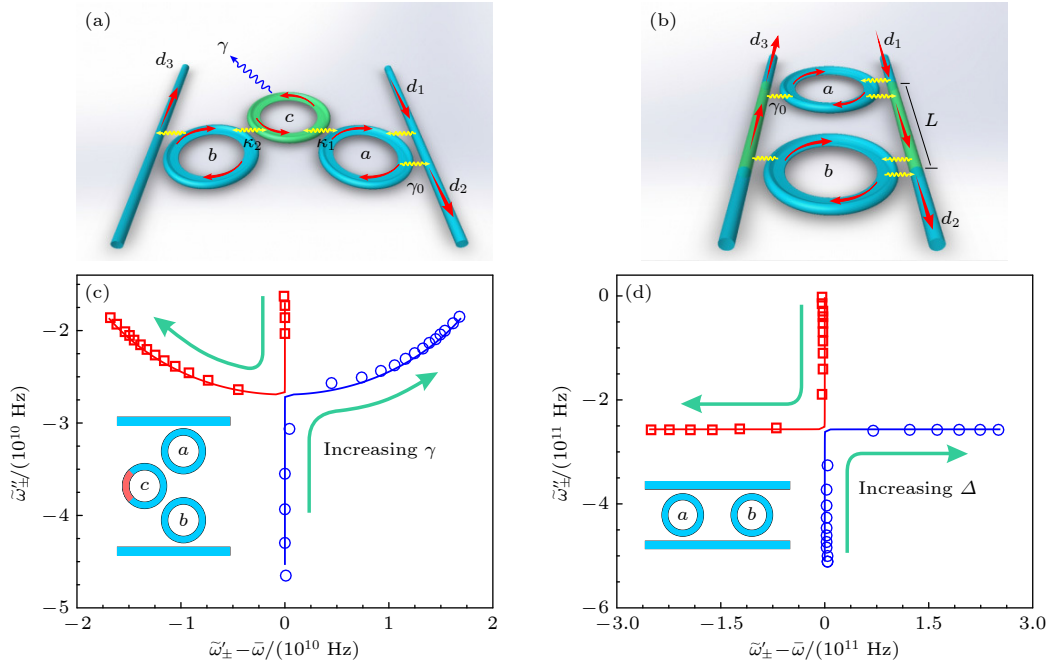


图6 光学微腔构型 I (a) 和构型 II (b) 及相应本征频率在复平面上的演化 (c)(d), 数据点是有限元模拟结果, 实线是理论计算结果^[31]
 Fig. 6. Optical microcavity configuration I (a) and configuration II (b) and the corresponding eigenfrequencies on the complex plane. Data points are finite element simulation results, and solid lines are theoretical calculation results^[31].

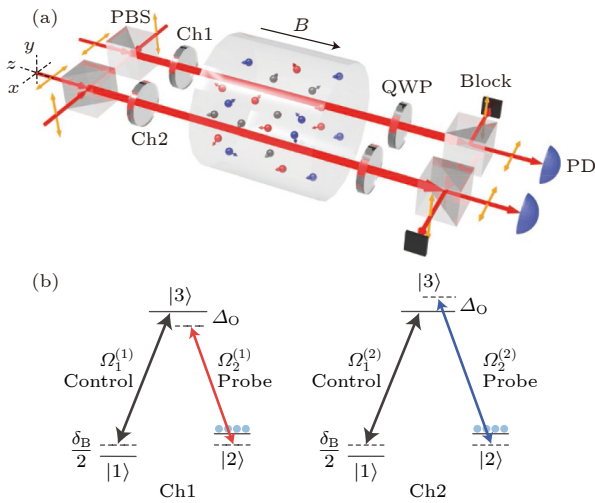


图7 (a) 通过热 ^{87}Rb 蒸汽池中的快速原子相干传输, 实现 \mathcal{PT} 反对称性的示意图; (b) 两个通道中的三能级 Λ 型 EIT 构型^[38]

Fig. 7. (a) Schematic diagram of realizing anti- \mathcal{PT} -symmetry through fast atomic coherent transmission in hot ^{87}Rb vapor cell; (b) three level Λ -type EIT configuration in two channels^[38].

探测光和控制光频率之间的差值 Δ_0 利用声光调制器产生, 为了稳定探测光和控制光之间的相位关系, 所有声光调制器都由彼此间相位固定不变的振荡器驱动. 在每个通道中, 共同传播的探针光和控制光构建了 Λ 型 EIT 效应, 并产生了寿命约为 100 ms

的基态相干性. 一个光通道中的光和原子相互作用, 改变了原子的量子态, 然后该原子通过热运动进入另外一个光通道, 与另一个通道的光相互作用, 将之前通道内的光的信息传递给这束光, 从而实现了两个通道内的光模式之间的间接耦合. 两个自旋波通过气室中 ^{87}Rb 原子的运动自然耦合, 在一些特定的近似下, 两个集体自旋波激发的动力学可以由以下非厄米哈密顿量 \mathbf{H}_{eff} 来描述:

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = -\delta_{\mathbf{B}}\mathbf{I} + \mathbf{H}, \quad (30)$$

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} |\Delta_0| - i\gamma'_{12} & i\Gamma_c e^{-2i|\Delta_0|t} \\ i\Gamma_c e^{2i|\Delta_0|t} & -|\Delta_0| - i\gamma'_{12} \end{pmatrix}. \quad (31)$$

其中, \mathbf{I} 为 2×2 的单位矩阵, $\gamma'_{12} = \gamma_{12} + \Gamma_c + 2\Gamma_P$, γ_{12} 为基态相干性的退相干率, Γ_c 为两个通道之间的基态相干耦合率, $2\Gamma_P = 2|\Omega_1|^2/\gamma_{31}$ 是相同拉比频率的两个控制光束的总泵浦率, γ_{31} 是原子的光学相干耗散率. 对于满足 $e^{-2i|\Delta_0|t} = 1$ 的周期分布的离散时间点处的哈密顿量, 哈密顿量 \mathbf{H} 化为更简单的形式:

$$\mathbf{H}' = \begin{pmatrix} |\Delta_0| - i\gamma'_{12} & i\Gamma_c \\ i\Gamma_c & -|\Delta_0| - i\gamma'_{12} \end{pmatrix}. \quad (32)$$

此 2×2 哈密顿量 \mathbf{H} 满足 $\{\mathcal{PT}, \mathbf{H}\} = 0$, 为 \mathcal{PT} 反对称的哈密顿量.

该工作在实验上能观察到了相变现象, 在对称相, 两个光模式的谐振峰位置完全重合; 在对称破缺相, 两个光模式的谐振峰位置劈裂. 由于原子的量子态寿命较长, 因此相变的观测精度达到了 1 Hz 级别. 在此 \mathcal{PT} 反对称系统中, 在体系对称性破缺前, 虽然两束光经过的介质的折射率不同, 但实现了无折射传播.

7 基于非厄米奇异点的传感

由于 \mathcal{PT} 对称与反对称系统中存在非厄米奇异点, 因此在精密传感领域有重要的应用价值. 在厄米系统中, 微扰 ($|\epsilon| \ll 1$) 引起的本征谱的偏移或劈裂最多与微扰 ϵ 自身在一个阶次上. 对于 N 个模式合并所对应的 N 阶非厄米奇异点, 本征频率分裂 $\Delta\omega$ 对外界微扰具有 $\epsilon^{1/N}$ 的依赖关系. 当外界微扰 $|\epsilon| \ll 1$ 时, 与厄米系统相比, 在非厄米系统的奇异点附近可以极大地提高对外界微扰的探测灵敏度. 理论与实验结果表明, 二阶非厄米奇异点可以增强谐振模式对外部扰动的敏感性 [56,57], 而使用更高阶非厄米奇异点在原则上可以进一步提高系统对外界微扰响应的灵敏度.

2017 年, 美国 Khajavikhan 课题组 [58] 利用耦合腔构造了具有 3 个模式的 \mathcal{PT} 对称系统, 实验证明了系统中存在高阶非厄米奇异点, 且系统对外界微扰的响应表现出对微扰强度的立方根特性. 如图 8 所示, 系统由 3 个谐振腔组成: 增益腔和损耗腔被无增益和损耗的中性腔隔开, 两侧的环形腔的增益和损耗强度相等, 环形腔之间以相同的耦合强度交换能量. 此 \mathcal{PT} 对称系统的模场的演化由如下方程决定:

$$i \frac{dV}{dt} = \mathbf{H}V, \quad (33)$$

其中 $V = (a, b, c)^T$ 表示模态列向量, a, b 和 c 分别代表增益、损耗和中性腔中模式的振幅, t 代表时间, \mathbf{H} 为 3×3 的非厄米哈密顿量:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} ig + \epsilon & \kappa & 0 \\ \kappa & 0 & \kappa \\ 0 & \kappa & -ig \end{pmatrix}. \quad (34)$$

其中, g 和 $-g$ 分别描述增益和损耗, ϵ 为在增益环形腔上加的外界微扰.

当系统不存在微扰时 ($\epsilon = 0$), 假设 V 对时间的依赖关系为 $e^{-i\omega_n t}$, 则系统本征频率可以通过求

解如下方程得到:

$$\omega_n (\omega_n^2 - 2\kappa^2 + g^2) = 0. \quad (35)$$

当系统环形腔的增益和损耗强度 g 和环形腔之间的耦合强度 κ 满足 $g = \sqrt{2}\kappa$ 时, 系统的 3 个本征频率合并为相同的 $\omega_n = 0$, 与此同时, 系统 3 个本征矢量合并为相同的 $A_0 (1, -i\sqrt{2}, -1)$, 其中 A_0 为归一化常数. 此时系统处于三阶非厄米奇异点, 当系统受到微扰 ϵ 时, 系统的本征频率发生劈裂, 该课题组求解得到了系统本征频率对外界微扰依赖关系的近似解析表达式, 并进行了数值求解验证,

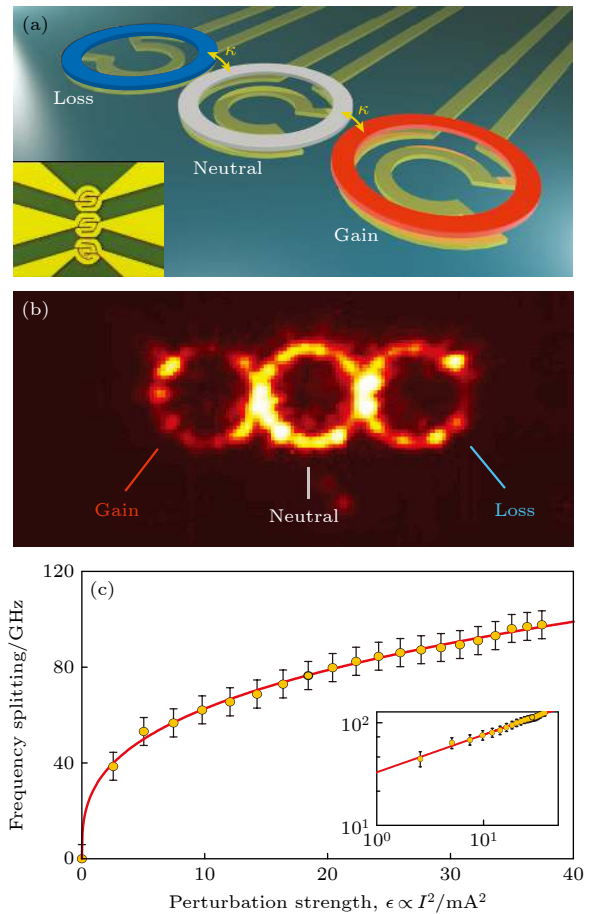


图 8 (a) 3 个等距微环腔构成的 \mathcal{PT} 对称系统示意图, 两侧的谐振腔具有平衡的增益和损耗, 而中间的谐振腔是中性的; (b) 系统处于三阶非厄米奇异点的激光模式的强度分布; (c) 相邻激光谱线之间的分裂随微扰强度 ϵ 的变化, 数据点是实验测量结果, 实线是理论计算结果 [58]

Fig. 8. (a) Schematic diagram of \mathcal{PT} -symmetric system composed of three equidistant micro-ring cavities, the resonators on both sides have balanced gain and loss, while the resonators in the middle are neutral; (b) the intensity distribution of the laser mode with the system at the third-order non-Hermitian exceptional point; (c) splitting between adjacent laser spectral lines with perturbation intensity ϵ . Data points are experimental measurement results, and solid lines are theoretical calculation results [58].

在此基础上,该课题组实验证明了系统相邻本征频率的劈裂与微扰强度之间具有三次方根的形式.这表明,与传统的微腔传感器相比,此系统对足够小的微扰的探测灵敏度有极大提高.

尽管这些实验已经证明在奇异点处可以获得劈裂增强,但没有仔细考虑噪声的变化.之后的一些分析显示奇异点附近的噪声也得到了增强,因此对于信噪比来说并没有提高^[59].目前,相关方面的研究仍然在进行中,例如在文献^[60]中通过发展量子噪声理论来计算奇异点传感器的信噪比性能,利用量子 Fisher 信息来确定信噪比的下限,结果表明奇异点传感器是有可能改善信噪比的,在实验方面,基于奇异点探测器增强的 Sagnac 效应^[61],基于六阶奇异点 PT 对称电路的灵敏度增强传感^[62],基于奇异点增强信噪比的加速度计^[63]等实验也已经实现.

8 总结与展望

本文介绍了 PT 对称和反对称的基本物理原理,主要回顾了 PT 对称和反对称在光学系统和原子系统中的理论和实验实现,并介绍了基于非厄米奇异点的精密传感研究.在未来,关于 PT 对称和反对称的研究有望进一步加深对相关基础理论的理解,以及在多个领域获得应用.

在理论方面,尽管 PT 对称量子力学的数学形式已经比较完善,但大部分研究中只考虑了经典区域,例如将经典波动方程写成类似于薛定谔方程的形式.如果进一步考虑更一般性的量子效应,有可能揭示更加丰富的物理.例如,由于 PT 对称与反对称系统中具有增益和耗散,这与量子涨落-耗散定理、量子噪声等有本质联系,因此可以探索系统中的量子涨落和噪声等^[64,65].

PT 对称的相关变体也 PT 大的研究价值.例如, PT 对称中的操作可以被另一种空间操作(例如旋转)所取代^[66,67].这将进一步扩展相关领域.此外,基于 PT 对称启发的对称范式,如超对称性、非厄米粒子-空穴对称性^[68]等也是一个重要的发展方向.例如,超对称性可为设计光学结构提供有效的工具^[69],在光通信等领域有广泛应用^[70].不仅如此,近年来,在光学系统中非 PT 对称复势(即 $\hat{V}(\vec{r}) \neq \hat{V}^*(-\vec{r})$)的研究也引起了关注,在这种情况下也可以保证哈密顿量具有实能谱^[71-73],可以

实现单向无反射的光传输^[74],非局域孤子^[75]等.

除了在理论方面的发展,在具体应用方面, PT 对称的光子系统可能为未来集成光子学器件的实现提供一条新的途径.实际应用的物理器件不可避免地与环境有耦合导致耗散的存在,而 PT 对称系统可以巧妙地设计增益模式,可以有效地补偿损耗或者放大光脉冲,也可以设计高效可集成的新型光开关、单向非反射光学器件^[11,12]、CPA 激光器^[49]、声子激光器^[76]等新型器件.除了在光学系统中的应用外,在原子系统中,利用 PT 对称原理实现耦合调控,也为构造新型光子器件和原子器件提供了新的思路.

参考文献

- [1] Bender C M 2007 *Rep. Prog. Phys.* **70** 947
- [2] Bender C M, Boettcher S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5243
- [3] Heiss W D 2004 *J. Phys. A: Math. Gen.* **37** 2455
- [4] Bender C M, Brody D C, Jones H F 2003 *Am. J. Phys.* **71** 1095
- [5] Bagchi B, Quesne C 2000 *Phys. Lett. A* **273** 285
- [6] Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 103904
- [7] Longhi S 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 123601
- [8] Klaiman S, Günther U, Moiseyev N 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 080402
- [9] Rüter C E, Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Segev M, Kip D 2010 *Nat. Phys.* **6** 192
- [10] Ramezani H, Kottos T, El-Ganainy R, Christodoulides D N 2010 *Phys. Rev. A* **82** 043803
- [11] Chang L, Jiang X, Hua S, Yang C, Wen J, Jiang L, Li G, Wang G, Xiao M 2014 *Nat. Photonics* **8** 524
- [12] Peng B, Özdemir S K, Lei F, Monifi F, Gianfreda M, Long G L, Fan S, Nori F, Bender C M, Yang L 2014 *Nat. Phys.* **10** 394
- [13] Lin Z, Ramezani H, Eichelkraut T, Kottos T, Cao H, Christodoulides D N 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 213901
- [14] Regensburger A, Bersch C, Miri M A, Onishchukov G, Christodoulides D N, Peschel U 2012 *Nature* **488** 167
- [15] Feng L, Xu Y L, Fegadolli W S, Lu M H, Oliveira J E B, Almeida V R, Chen Y F, Scherer A 2013 *Nat. Mater.* **12** 108
- [16] Feng L, Wong Z J, Ma R M, Wang Y, Zhang X 2014 *Science* **346** 972
- [17] Hodaei H, Miri M A, Heinrich M, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2014 *Science* **346** 975
- [18] Miao P, Zhang Z, Sun J, Walasik W, Longhi S, Litchinitser N M, Feng L 2016 *Science* **353** 464
- [19] Zhang Z, Qiao X, Midya B, Liu K, Sun J, Wu T, Liu W, Agarwal R, Jornet J M, Longhi S, Litchinitser N M, Feng L 2020 *Science* **368** 760
- [20] Hang C, Huang G, Konotop V V 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 083604
- [21] Zhang Z, Zhang Y, Sheng J, Yang L, Miri M A, Christodoulides D N, He B, Zhang Y, Xiao M 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 123601
- [22] Sun Y, Tan W, Li H, Li J, Chen H 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112**

143903

- [23] Yang X, Li J, Ding Y, Xu M, Zhu X F, Zhu J 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 065701
- [24] Schindler J, Li A, Zheng M C, Ellis F M, Kottos T 2011 *Phys. Rev. A* **84** 040101
- [25] Wu Y, Liu W, Geng J, Song X, Ye X, Duan C K, Rong X, Du J 2019 *Science* **364** 878
- [26] Jing H, Özdemir S K, Geng Z, Zhang J, Lü X Y, Peng B, Yang L, Nori F 2015 *Sci. Rep.* **5** 9663
- [27] Schönleber D W, Eisfeld A, El-Ganainy R 2016 *New J. Phys.* **18** 045014
- [28] Zhu X, Ramezani H, Shi C, Zhu J, Zhang X 2014 *Phys. Rev. X* **4** 031042
- [29] Fleury R, Soumas D, Alù A 2015 *Nat. Commun.* **6** 5905
- [30] Bittner S, Dietz B, Günther U, Harney H L, Miski-Oglu M, Richter A, Schäfer F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 024101
- [31] Yang F, Liu Y C, You L 2017 *Phys. Rev. A* **96** 053845
- [32] Antonosyan D A, Solntsev A S, Sukhorukov A A 2015 *Opt. Lett.* **40** 4575
- [33] Wu J H, Artoni M, La Rocca G C 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 123004
- [34] Ge L, Türeci H E 2013 *Phys. Rev. A* **88** 53810
- [35] Zhao J, Liu Y, Wu L, Duan C K, Liu Y, Du J 2020 *Phys. Rev. Appl.* **13** 014053
- [36] Bergman A, Duggan R, Sharma K, Tur M, Zadok A, Alù A 2021 *Nat. Commun.* **12** 486
- [37] Zhang X L, Jiang T, Chan C T 2019 *Light Sci. Appl.* **8** 88
- [38] Peng P, Cao W, Shen C, Qu W, Wen J, Jiang L, Xiao Y 2016 *Nat. Phys.* **12** 1139
- [39] Wu H C, Jin L, Song Z 2021 *Phys. Rev. B* **103** 235110
- [40] Xu H S, Jin L 2021 *Phys. Rev. A* **104** 012218
- [41] Jin L 2018 *Phys. Rev. A* **98** 022117
- [42] Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2011 *Int. J. Theor. Phys.* **50** 1019
- [43] Zyablovsky A A, Vinogradov A P, Pukhov A A, Dorofeenko A V, Lisyansky A A 2014 *Physics-Uspekhi* **57** 1063
- [44] Feng L, El-Ganainy R, Ge L 2017 *Nat. Photonics* **11** 752
- [45] El-Ganainy R, Makris K G, Khajavikhan M, Musslimani Z H, Rotter S, Christodoulides D N 2018 *Nat. Phys.* **14** 11
- [46] Özdemir S K, Rotter S, Nori F, Yang L 2019 *Nat. Mater.* **18** 783
- [47] Krasnok A, Nefedkin N, Alu A 2021 *IEEE Antennas Propag. Mag.* **63** 110
- [48] Hang C, Huang G 2017 *Adv. Phys. X* **2** 737
- [49] Qi B, Chen H, Ge L, Berini P, Ma R 2019 *Adv. Opt. Mater.* **7** 1900694
- [50] Konotop V V, Yang J, Zezyulin D A 2016 *Rev. Mod. Phys.* **88** 035002
- [51] Suchkov S V, Sukhorukov A A, Huang J, Dmitriev S V, Lee C, Kivshar Y S 2016 *Laser Photon. Rev.* **10** 177
- [52] Shankar R 1994 *Principles of Quantum Mechanics* (New York: Springer US) pp145–147
- [53] Guo A, Salamo G J, Duchesne D, Morandotti R, Volatier-Ravat M, Aimez V, Siviloglou G A, Christodoulides D N 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 093902
- [54] Li J, Harter A K, Liu J, de Melo L, Joglekar Y N, Luo L 2019 *Nat. Commun.* **10** 855
- [55] Ding L Y, Shi K Y, Zhang Q X, Shen D N, Zhang X, Zhang W 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 083604
- [56] Wiersig J 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 203901
- [57] Chen W, Özdemir S K, Zhao G, Wiersig J, Yang L 2017 *Nature* **548** 192
- [58] Hodaei H, Hassan A U, Wittek S, Garcia-Gracia H, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2017 *Nature* **548** 187
- [59] Lau H K, Clerk A A 2018 *Nat. Commun.* **9** 4320
- [60] Zhang M, Sweeney W, Hsu C W, Yang L, Stone A D, Jiang L 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 180501
- [61] Lai Y H, Lu Y K, Suh M G, Yuan Z, Vahala K 2019 *Nature* **576** 65
- [62] Xiao Z, Li H, Kottos T, Alù A 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 213901
- [63] Kononchuk R, Cai J, Ellis F, Thevamaran R, Kottos T 2022 *Nature* **607** 697
- [64] Kepesidis K V, Milburn T J, Huber J, Makris K G, Rotter S, Rabl P 2016 *New J. Phys.* **18** 095003
- [65] Schomerus H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 233601
- [66] Ge L, Stone A D 2014 *Phys. Rev. X* **4** 031011
- [67] Ge L, Makris K G, Christodoulides D N, Feng L 2015 *Phys. Rev. A* **92** 062135
- [68] Malzard S, Poli C, Schomerus H 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 200402
- [69] Miri M A, Heinrich M, El-Ganainy R, Christodoulides D N 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 233902
- [70] Heinrich M, Miri M A, Stützer S, El-Ganainy R, Nolte S, Szameit A, Christodoulides D N 2014 *Nat. Commun.* **5** 3698
- [71] Christodoulides D, Yang J 2018 *Parity-Time Symmetry and Its Applications* (Singapore: Springer Singapore) pp513–534
- [72] Yang J 2017 *Opt. Lett.* **42** 4067
- [73] Nixon S, Yang J 2016 *Phys. Rev. A* **93** 031802
- [74] He Z, Li L, Cui W, Wang Y, Xue W, Xu H, Yi Z, Li C, Li Z 2021 *New J. Phys.* **23** 053015
- [75] Zhu X, Peng X, Qiu Y, Wang H, He Y 2020 *New J. Phys.* **22** 033035
- [76] Jing H, Özdemir S K, Lü X Y, Zhang J, Yang L, Nori F 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 53604

SPECIAL TOPIC—Frontiers in non-Hermitian physics

Research progress of parity-time symmetry and anti-symmetry*

Tang Yuan-Jiang^{1) #} Liang Chao^{1) #} Liu Yong-Chun^{1) 2) †}

1) (*State Key Laboratory of Low-Dimensional Quantum Physics, Department of Physics,
Tsinghua University, Beijing 100084, China*)

2) (*Frontier Science Center for Quantum Information, Beijing 100084, China*)

(Received 4 July 2022; revised manuscript received 16 August 2022)

Abstract

In standard quantum mechanics, the Hamiltonian describing the physical system is generally Hermitian, so as to ensure that the system has real energy spectra and that the system's evolution is unitary. In recent years, it has been found that non-Hermitian Hamiltonians with parity-time (\mathcal{PT}) symmetry also have real energy spectra, and there is a novel non-Hermitian exceptional point between \mathcal{PT} -symmetric phase and \mathcal{PT} -symmetry-broken phase, which is unique to non-Hermitian systems. Recently, people have realized \mathcal{PT} symmetric and anti- \mathcal{PT} symmetric non-Hermitian Hamiltonians in various physical systems and demonstrated novel quantum phenomena, which not only deepened our understanding of the basic laws of quantum physics, but also promoted the breakthrough of application technology. This review will introduce the basic physical principles of \mathcal{PT} symmetry and anti- \mathcal{PT} symmetry, summarize the schemes to realize \mathcal{PT} symmetry and anti- \mathcal{PT} symmetry in optical and atomic systems systematically, including the observation of \mathcal{PT} -symmetry transitions by engineering time-periodic dissipation and coupling in ultracold atoms and single trapped ion, the realization of anti- \mathcal{PT} symmetry in dissipative optical system by indirect coupling, and realizing anti- \mathcal{PT} -symmetry through fast atomic coherent transmission in flying atoms. Finally, we review the research on precision sensing using non-Hermitian exceptional points of \mathcal{PT} -symmetric systems. Near the exceptional points, the eigenfrequency splitting follows an $\varepsilon^{\frac{1}{N}}$ -dependence, where the ε is the perturbation and N is the order of the exceptional point. We review the \mathcal{PT} -symmetric system composed of three equidistant micro-ring cavities and enhanced sensitivity at third-order exceptional points. In addition, we also review the debate on whether exceptional-point sensors can improve the signal-to-noise ratio when considering noise, and the current development of exceptional-point sensors, which is still an open and challenging question.

Keywords: parity-time symmetry, anti-parity-time symmetry, non-Hermitian, exceptional point

PACS: 11.30.Er, 42.50.-p, 42.60.Da

DOI: 10.7498/aps.71.20221323

* Project supported by the Key-Area Research and Development Program of Guangdong Province, China (Grant No. 2019B030330001), the National Natural Science Foundation of China (NSFC) (Grant Nos. 92050110, 91736106, 11674390, 91836302), and the National Key R&D Program of China (Grant No. 2018YFA0306504).

These authors contributed equally.

† Corresponding author. E-mail: ycliu@tsinghua.edu.cn



宇称-时间对称与反对称研究进展

唐原江 梁超 刘永椿

Research progress of parity-time symmetry and anti-symmetry

Tang Yuan-Jiang Liang Chao Liu Yong-Chun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 171101 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221323

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221323>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

周期驱动的二能级系统中的准宇称-时间对称动力学

Quasi-parity-time symmetric dynamics in periodically driven two-level non-Hermitian system

物理学报. 2022, 71(7): 074207 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220270>

高维宇称-时间对称系统中的信息恢复与临界性

Information retrieval and criticality in high-dimensional parity-time-symmetric systems

物理学报. 2022, 71(13): 130301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220511>

Parity-time对称性对电注入半导体激光器的模式控制

Mode control of electrically injected semiconductor laser with parity-time symmetry

物理学报. 2020, 69(2): 024202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191351>

实验观测非厄米系统奇异点的手性翻转现象

Experimental observation of chiral inversion at exceptional points of non-Hermitian systems

物理学报. 2022, 71(13): 131101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220842>

腔光子-自旋波量子耦合系统中各向异性奇异点的实验研究

Observation of the anisotropic exceptional point in cavity magnonics system

物理学报. 2020, 69(4): 047103 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191632>

两量子比特系统中相互作用对高阶奇异点的影响

High-order exceptional point in a quantum system of two qubits with interaction

物理学报. 2022, 71(13): 130303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20220716>