

分数阶忆阻耦合异质神经元的多稳态及硬件实现

丁大为 卢小齐 胡永兵 杨宗立 王威 张红伟[†]

(安徽大学电子信息工程学院, 合肥 230601)

(2022年7月28日收到; 2022年8月6日收到修改稿)

不同的神经元之间具有异质性, 神经元活动具有很大的差异, 因此研究异质神经元之间的耦合越来越受到关注. 本文将 Hindmarsh-Rose 神经元模型和 Hopfield 神经元模型经过忆阻电磁感应耦合, 构成一个新的神经元模型. 利用相图、分岔图、李雅普诺夫指数图和吸引盆, 证明对于耦合强度和其他参数, 新的神经元模型表现出不同吸引子共存现象. 在保持相关参数不变时, 通过改变初始状态, 可以观察到系统的多稳态现象, 包括不同周期的共存, 周期与混沌现象的共存等. 最后基于高级 RISC 机 (advanced RISC machine, ARM) 的微控制单元 (micro control unit, MCU) 实现了该神经元模型, 实验结果表明理论分析的有效性.

关键词: 异质神经元, 忆阻, 吸引子共存, 多稳态**PACS:** 05.45.-a, 05.45.Jn**DOI:** 10.7498/aps.71.20221525

1 引言

忆阻器是一种电阻或电导随时间变化的电路元件, 其描述了电荷和磁通量之间的关系, 此外, 磁控忆阻和荷控忆阻是忆阻器的主要表现形式^[1]. 忆阻器由于可塑性和非易失记忆的特性, 成为除了电阻、电感、电容以外的第 4 个基本电路元件^[2]. 当忆阻器涉及神经元回路时, 各种忆阻器可用来模拟生物神经突触^[3], 作为耦合突触表征两个神经元膜电位之间的电位差产生的感应电流^[4].

神经元是组成神经系统的基本单位^[5], 神经元的放电活动在信息处理和用惊人算法开发人工智能^[6,7]中起着重要作用. 到目前为止, 已经构建了从 Hodgkin-Huxley(HH) 模型^[8]导出的各种简化神经元模型, 如 Morris-Lecar(ML)^[9]、Hopfield 神经网络(HNN)^[10]、二维和三维 Hindmarsh-Rose. 如今, 单个神经元模型自耦合或多个相同神经元之间的耦合已经有很多报道, Bao 等^[11]在报道了 2D HR 神经元模型的基础上, 提出的忆阻器耦合

HR 神经元模型表现出丰富的动力学现象.

事实上, 不同的神经元由于具有异质性, 神经元活动也有很大差别^[12,13]. Wang 等^[14]讨论了耦合异质神经元中的随机共振现象, 发现在适当的异质神经元耦合情况下, 系统中会发生多个随机共振. Han 等^[15]研究了改进的 Hodgkin-Huxley 神经元与伴有突触延迟的异质神经元在各种条件下的同步. 此外, Cheng 等^[16]发现, 在耦合的异质混沌 Rulkov 神经元中, 改变第 2 个神经元参数会影响第 1 个神经元的放电模式. 因此, 研究异质神经元之间的耦合情况对于更准确地模拟人类神经元具有重要意义^[17]. 不幸的是, 在许多关于忆阻耦合神经元的研究中, 研究者都考虑了相邻两个相同神经元的耦合, 而忽略了异质神经元的耦合^[18,19].

近年来, 共存行为^[20,21]已经成为一个非常重要的研究课题并受到广泛关注. 共存行为是一种复杂的动力学现象, 包括不同周期之间的共存、周期与混沌的共存、混沌与混沌的共存, 其中周期现象反应生物神经元疾病, 不同的周期对应不同的神经元疾病, 混沌现象反应生物正常的神经元活动, 不同

[†] 通信作者. E-mail: hwzhang@189.cn

周期的共存、周期与混沌现象的共存等现象可能是因为神经元受到神经调节剂的调节,表现出不同的神经元活动. 在同一非线性系统中,不同初始状态下包含不同种类的稳定动力学行为^[22]. 特别在不同初始条件下,包含3个或更多不同状态的吸引子共存,被称为多稳态^[23]. 多稳态意味着非线性系统中存在着丰富多样的稳定状态,这反映了大脑本身的特征,大量的电生理学实验表明,在生物神经元的电活动中存在多稳态的放电模式^[24,25],这种多稳态行为可能是神经元受到神经调节剂的调节,这对研究神经元的动态记忆和信息处理有很多潜在的影响. 从动力学角度揭示不同类型的多稳态有助于深入理解多稳态在大脑信息处理和认知功能中的作用.

在上述工作的基础上,本文提出了一种新的分数阶忆阻耦合异质神经元模型. 选择一个 Hindmarsh-Rose 神经元模型和一个 Hopfield 神经元模型,两个神经元模型有很大差异. 将所提出的分数阶正弦忆阻器和分数阶双曲型忆阻器模拟神经突触引入到两个异质神经元模型中,不仅考虑两个神经元之间的耦合情况,也考虑到单个神经元的自耦合情况,建立了五维分数阶忆阻耦合异质神经元模型,新的神经元模型可以表现出丰富的动力学现象. 利用相图、分岔图、李雅普诺夫指数图和吸引盆,证明了对于耦合强度和其他参数,该神经元模型表现出不同吸引子共存现象. 另一方面,在保持相关参数不变时,通过改变初始状态,可以观察到系统的多稳态现象,包括不同周期的共存,周期与混沌现象的共存等. 最后通过 STM32 F750 实现了该电路,结果说明了理论分析的有效性.

2 分数阶忆阻耦合异质神经元模型

2.1 分数阶定义

卡普托导数是求解分数阶微分方程^[26]的常用方法之一,其 D 定义为

$${}^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_{t_0}^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad n-1 < \alpha < n, \quad (1)$$

其中 $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数,其形式为 $\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} dt t^{\alpha-1} e^{-t}$, 当正整数为 $n=1$ 时,卡普托导数表示为

$${}^C D_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_{t_0}^t (t-\tau)^{-\alpha} f'(\tau) d\tau. \quad (2)$$

2.2 分数阶忆阻器

随着忆阻器的发展,忆阻器的模型表达式越来越丰富,根据卡普托定义,具有正弦忆导函数的分数阶忆阻器的数学形式为

$$\begin{cases} i = W_q(\psi)v = k_1(\alpha + \beta \sin \psi)v, \\ \frac{d^q \psi}{dt} = f(\psi, v) = k_2 v, \end{cases} \quad (3)$$

其中 v 和 i 是忆阻器的输入、输出端口, ψ 为内部变量, k_1 和 k_2 为电磁感应强度,分数阶 q 满足 $0 < q < 1$. 忆导函数 $W_q(\psi)$ 表示为

$$W_q(\psi) = k_1(\alpha + \beta \sin \psi). \quad (4)$$

当分数阶 $q=0.95$ 时,在保持参数 $\alpha=1$, $\beta=1.25$ 的条件下,研究了在不同信号频率和信号幅度下,忆阻器的动力学行为. 当选择幅度为 A 、频率为 F 的正弦电压信 $V = A \sin(2\pi Ft)$ 作为驱动源时,在频率 $F=1$ 和初始状态 $x(0)=1$,用振幅 A 的不同值;以及振幅 $A=4$ 和初始状态 $x(0)=1$ 用频率 F 的不同值固定时,忆阻器相关的收缩磁滞回线分别如图 1(a), (b) 所示. 当具有不同幅度和频率的正弦信号驱动时,6 个收缩磁滞回线穿过电压-电流平面中的原点. 在图 1(b) 中,随着激励频率从 0.4 kHz 增大到 3 kHz,滞后波瓣面积逐渐减小. 很明显,当频率增大到无穷大时,收缩磁滞回线将趋向于单值函数. 显然,所提出的数学模型表现出忆阻器的特性.

2.3 分数阶忆阻耦合异质神经元模型

由于不同神经元之间的异质性,异质神经元耦合的动力学现象更是丰富多彩. 如今,对异质神经元之间的耦合研究的内容还很少,为此将两个不同的分数阶神经元模型经过忆阻电磁感应耦合构成一个新的神经元模型,拓扑结构如图 2 所示,新的耦合神经元模型如下:

$$\begin{cases} D^q x = y - ax^3 + bx^2 + k_1(\alpha + \beta \sin z)x + mI_M, \\ D^q y = c - dx^2 - y, \\ D^q z = k_2 x, \\ D^q u = -u + k_3 \tanh u - k_4 \tanh x - mI_M, \\ D^q \psi = x - u - \psi, \end{cases} \quad (5)$$

其中 x 表示 Hindmarsh-Rosesh 神经元膜电位, y 表示 Hindmarsh-Rosesh 神经元的恢复变量, u 表示 Hopfield 神经元的状态向量. z 和 ψ 表示忆阻

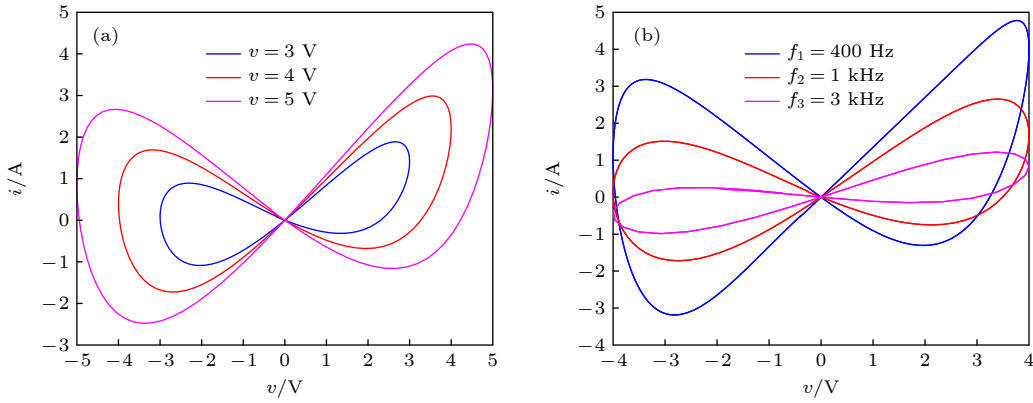


图 1 分数阶忆阻器的磁滞回线 (a) $F = 1$, 不同的振幅; (b) $A = 4$, 不同频率

Fig. 1. Hysteresis loop of fractional-order memristor: (a) Different amplitudes for $F = 1$; (b) different frequencies for $A = 4$.

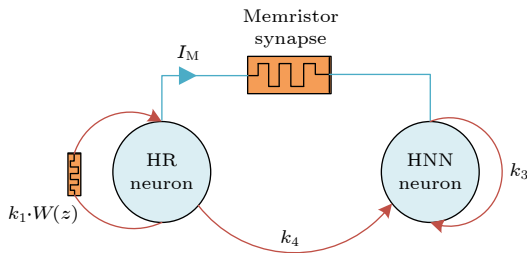


图 2 耦合神经元的拓扑结构
Fig. 2. Topology of coupled neurons.

器内部状态函数. a, b, c, d, k_3, k_4 为系统参数, α, β, k_2 为忆阻参数, 设定系统参数和忆阻参数为 $a=1, b=3, c=1, d=5, \alpha=0.1, \beta=1.25, k_2=0.35, k_3=3.8, k_4=1.9, k_1$ 为 Hindmarsh-Rose 神经元的自耦合系数, m 为异质神经元之间的忆阻电磁感应耦合系数, 电磁感应电流 I_M 由两个相邻神经元之间的膜电位差感应的, 可以通过非理想磁通控制忆阻器来表征, 分数阶阈值忆阻器产生的感应电流 I_M 表示为

$$I_M = W_q(\psi)V_M = mV_M \tanh(\psi),$$

$$D_q \psi = f(V_M, \psi) = V_M - \psi. \quad (6)$$

2.4 分数阶忆阻耦合异质神经元平衡点分析

模型 (5) 的平衡点可以由下式得到:

$$\begin{cases} 0 = y - ax^3 + bx^2 + k_1(\alpha + \beta \sin z)x + m \tanh(\psi)(x - u), \\ 0 = c - dx^2 - y, & 0 = k_2 x, \\ 0 = -u + k_3 \tanh u - k_4 \tanh x - m \tanh(\psi)(x - u), \\ 0 = x - u - \psi, \end{cases} \quad (7)$$

该耦合神经元的平衡点 E 为

$$E = \{(x, y, z, u, \psi) \mid x = 0, y = 1, z = \eta, u = g(m), \psi = -g(m)\},$$

式中 η 为任意常数, $g(m)$ 为确切的常数, 由于线平衡点的关系, 该耦合神经元模型有无数个平衡点. 该耦合神经元模型在平衡点 E 的雅可比矩阵 J 为

$$J = \begin{bmatrix} h_1 & 1 & 0 & h_2 & h_3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.35 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_4 & 0 & 0 & h_5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \end{bmatrix},$$

其中, $h_1 = k_1(0.1 + 1.25 \sin \eta) + m \tanh(-g(m)), h_2 = -m \tanh(-g(m)), h_3 = -mg(m)[1 - \tanh^2(-g(m))], h_4 = -1.9 - m \tanh(-g(m)), h_5 = -1 + 3.8[1 - \tanh^2(g(m))] + m \tanh(-g(m))$. 因此, 系统平衡点的特征值是下列方程的解:

$$\lambda(\lambda - 1)(\lambda - \sigma_1)(\lambda - \sigma_2)(\lambda - \sigma_3) = 0, \quad (8)$$

式中, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 是关于参数 m 的函数, 且都为实数. 该耦合神经元模型的五个特征值如下:

$$\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = \sigma_1, \lambda_4 = \sigma_2, \lambda_5 = \sigma_3.$$

当 σ_1, σ_2 与 σ_3 取不同的值时, 系统平衡点 E 的特征值情况如表 1 所列.

根据 Routh-Hurwitz 定理, 在平衡点处的雅可比矩阵具有正实根, 因此, 该系统的平衡点全为不稳定平衡点, 该耦合神经元模型是不稳定系统.

3 初始状态不同的共存分岔现象

分数阶忆阻耦合异质神经元模型表现出显著的多稳态现象. 当系统参数固定时, 在不同初始条件下, 该分数阶忆阻耦合异质神经元模型包含 3 种

表 1 耦合神经元的特征值
Table 1. Eigenvalues of coupled neurons.

	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
$\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 > 0$	0	1	正实根	正实根	正实根
$\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 < 0$	0	1	正实根	正实根	负实根
$\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 > 0$	0	1	正实根	负实根	正实根
$\sigma_1 > 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0$	0	1	正实根	负实根	负实根
$\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 > 0$	0	1	负实根	正实根	正实根
$\sigma_1 < 0, \sigma_2 > 0, \sigma_3 < 0$	0	1	负实根	正实根	负实根
$\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 > 0$	0	1	负实根	负实根	正实根
$\sigma_1 < 0, \sigma_2 < 0, \sigma_3 < 0$	0	1	负实根	负实根	负实根

不同状态的吸引子共存, 通过分叉图, 以及对应的相图可以清晰地观察到多稳态现象的存在.

3.1 分数阶忆阻耦合神经元模型随耦合系数 m 变化的共存分岔

当参数 $k_1 = 1.25$ 时, 选择初始值 $(0\ 0\ 0\ 0\ -3)$, $(0\ 0\ 3\ 1\ -3)$ 和 $(0\ 0\ 3\ 0\ -3)$, 分数阶忆阻电磁感应耦合异质神经元模型 m 的共存分岔和前两个 Lyapunov 指数如图 3 所示. 图 3(a) 中, 红色轨迹为初始值 $(0\ 0\ 0\ 0\ -3)$ 的分叉图, 蓝色轨迹为初始值 $(0\ 0\ 3\ 1\ -3)$ 的分叉图, 洋红色轨迹为初始值 $(0\ 0\ 3\ 0\ -3)$ 的分叉图. 每个初始值对应的前两个 Lyapunov 指数位于图 3(b).

图 3(a) 中不同初始值的分叉图表明神经元模型的共存现象, 当初始条件为 $(0\ 0\ 0\ 0\ -3)$ 时, 系统 (5) 式从混沌现象开始过渡周期 4, 在经过两次反向倍分岔行为过渡到周期二和周期一放电, 初始条件为 $(0\ 0\ 3\ 1\ -3)$ 时, 系统 (5) 式从周期一过渡到混沌区域然后进入周期四放电, 同样在经过两次

反向倍分岔行为到周期二和周期一放电, 而当初始条件为 $(0\ 0\ 3\ 0\ -3)$ 时发现系统大部分区域内处于周期一放电, 只有在特定的区域内发生跳跃, 变为周期二放电. 与之对应得前两个 Lyapunov 指数经过对比发现与分叉图吻合.

给定一些确定值 m , 在 $x-y$ 平面上系统 (5) 的吸引子多稳态现象如图 4 所示, 其中蓝色、红色和洋红色轨道的初始值分别表示 $(0\ 0\ 3\ 1\ -3)$, $(0\ 0\ 0\ 0\ -3)$ 和 $(0\ 0\ 3\ 0\ -3)$. 同时, 在图 4 中可以发现, 不同周期吸引子和混沌吸引子的共存以及不同周期吸引子的共存. 特别地, 不同拓扑结构的周期性吸引子和不同拓扑结构的混沌吸引子都出现在分数阶忆阻器耦合的异质神经元中.

3.2 局部吸引子盆地

对于不同吸引子状态共存现象, 图 5 给出了分数阶忆阻耦合异质神经元的吸引子共存的吸引子盆地. 当耦合强度 $m = 0.22$ 时, 给定不同 k_1 的值, 在 $(x(0)\ y(0)\ \psi(0)) = (1\ 0\ -5)$ 时, 给出了 $z(0)-u(0)$ 初始平面的局部吸引盆地如图 5(a), (b) 所示. 当 $k_1 = 1.5$ 时, 可以清晰观察到黄色和青色两种颜色的共存见图 5(a), 其中黄色代表周期二, 青色代表周期一. 当 $k_1 = 1.8$ 时, 可观察到绿色、黄色、青色 3 种颜色的共存见图 5(b), 其中绿色代表混沌状态, 黄色代表周期四, 青色代表周期一. 通过比较图 5(a), (b), 当 k_1 取不同值时, 会改变分数阶忆阻耦合异质神经元的吸引子共存现象.

当 k_1 取不同值时, 分数阶忆阻耦合异质神经元的吸引子共存现象有较大差异, 当初值不同时可以由 $y-u$ 平面的相图观察到不同状态的吸引子共存

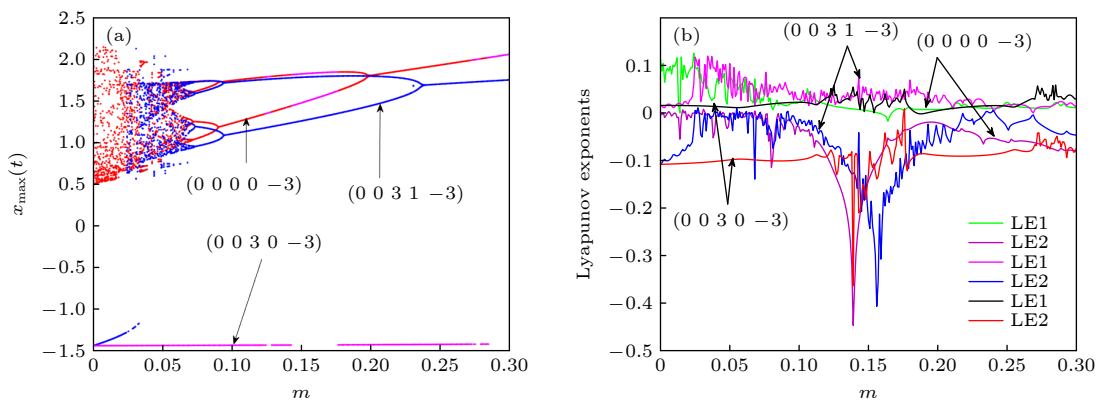


图 3 关于耦合系数 m 的共存现象 (a) 关于 m 的分岔图; (b) 对应前两个 Lyapunov 指数图

Fig. 3. Coexistence of coupling coefficients: (a) Bifurcation diagram of the relationship; (b) corresponding to the first two exponential diagrams.

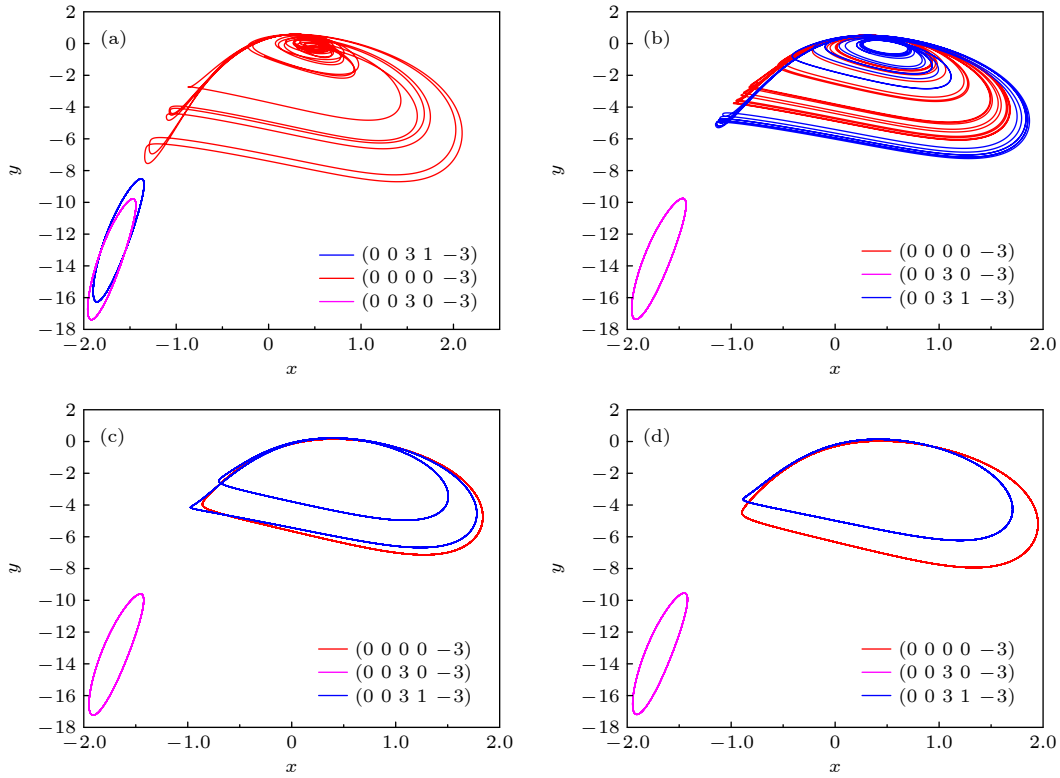


图 4 确定值 m , x - y 平面上的相图 (a) $m = 0.015$; (b) $m = 0.05$; (c) $m = 0.215$; (d) $m = 0.26$

Fig. 4. Determination of values, phase diagrams on the x - y plane: (a) $m = 0.015$; (b) $m = 0.05$; (c) $m = 0.215$; (d) $m = 0.26$.

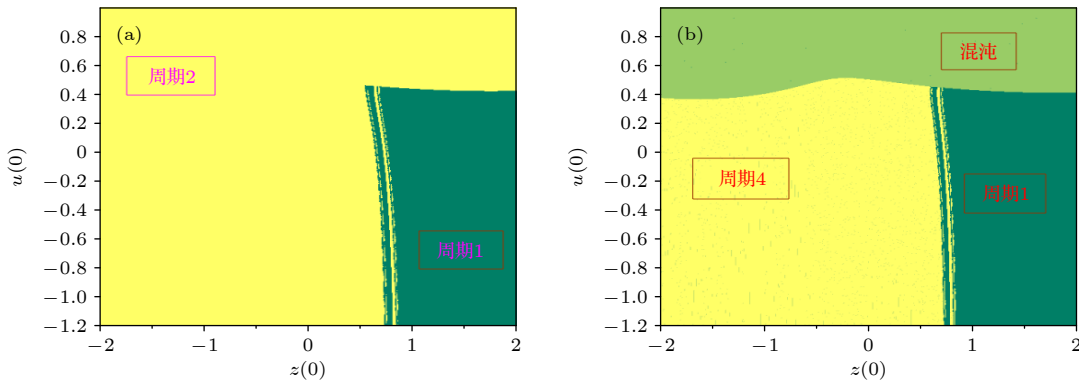


图 5 k_1 取不同值时 $z(0)$ - $u(0)$ 初始平面的局部吸引盆 (a) $k_1 = 1.5$; (b) $k_1 = 1.8$

Fig. 5. Local attraction basin of the $z(0)$ - $u(0)$ initial plane with different values: (a) $k_1 = 1.5$; (b) $k_1 = 1.8$.

现象如图 6 所示. 当 $k_1 = 1.5$ 时, 选取初值 $(1 \ 0 \ 1.5 \ 0 \ -5)$ 以及 $(1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -5)$ 绘制 y - u 平面相图, 可以观察到周期一的吸引子与周期二吸引子共存. 当 $k_1 = 1.8$ 时, 选取初值 $(1 \ 0 \ 1 \ 0.6 \ -5)$, $(1 \ 0 \ 1.5 \ 0 \ -5)$ 及 $(1 \ 0 \ -1 \ 0 \ -5)$ 绘制 y - u 平面相图, 可以观察到周期一吸引子、周期四吸引子以及混沌吸引子共存.

4 忆阻耦合异质神经元模型的硬件实现

混沌系统的硬件实现是验证该混沌系统可行

性的重要方法之一. 由于单片机使用广泛且价格实惠, 因此, 本文使用 STM32 F750 系列开发板对该混沌系统进行硬件实现. 该实验平台使用一个双踪模拟示波器 (GW INSTEK GOS-6021) 捕获单片机 (STM32 H750/F750) 所产生的模拟序列, 最终在模拟示波器上显示该序列.

图 7(a) 显示了程序流程图. STM32 系统初始化后, 设置系统的各种参数及初始值, 然后开始迭代计算. 将结果推入堆栈中, 以便于下一次计算以调用结果. 数据处理后的结果通过数据输出. 在实

验中, 我们设置了与文章中所出现的参数以及初始值, STM32 实现硬件连接图如图 7(b) 所示, 调试完成后, 得到了系统的实验相图如图 8. 比较图 8

中 MATLAB 数值仿真相图与单片机实验结果, 可以得出结论, 已经成功地完成了该混沌系统的单片机硬件实现.

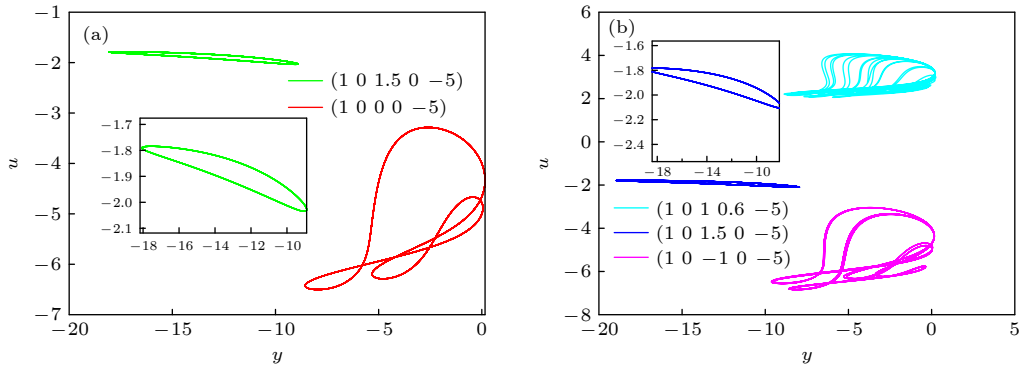


图 6 k_1 取不同值时, $y-u$ 平面的吸引子共存现象 (a) $k_1 = 1.5$; (b) $k_1 = 1.8$

Fig. 6. Coexistence of $y-u$ plane attractors with different values: (a) $k_1 = 1.5$; (b) $k_1 = 1.8$.

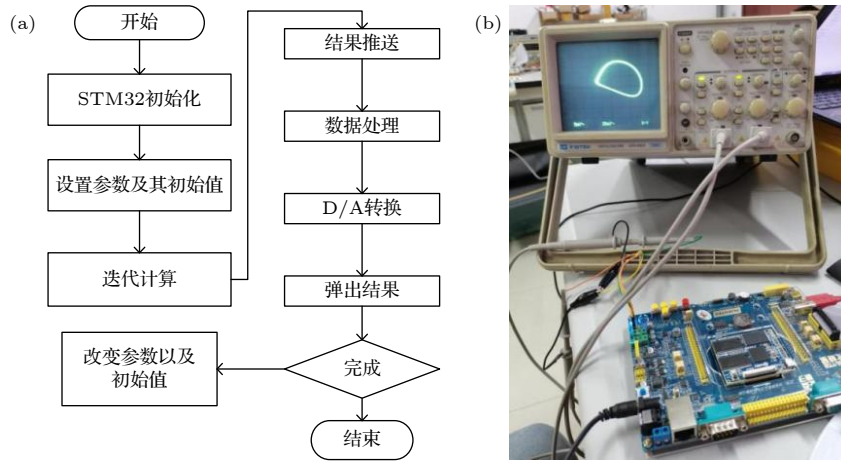


图 7 (a) STM32 实现的编程流程; (b) STM32 实现的实验平台

Fig. 7. (a) STM32 realized programming flow; (b) STM32 realized experimental platform.

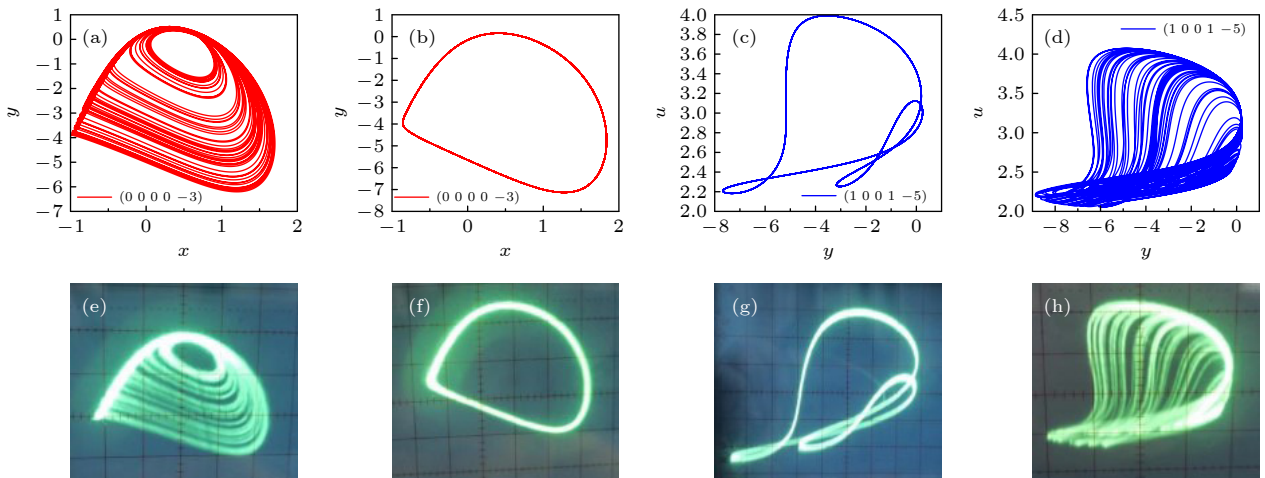


图 8 部分参数的 MATLAB 仿真图和单片机实验结果 (a)–(d) MATLAB 仿真图; (e)–(h) 单片机实验结果

Fig. 8. Simulation diagram of some parameters and experimental results of MCU microcomputer: (a)–(d) Simulation diagram; (e)–(h) experimental results of single-chip microcomputer.

5 结 论

本文研究了分数阶电磁感应耦合异质神经元的多稳态现象, 将一个 Hindmarsh-Rose 神经元模型和一个 Hopfield 神经元模型经过忆阻感应耦合建立一个新的神经元模型. 在给定不同的初始条件时, 忆阻电磁感应耦合神经元模型可以观察到多稳态现象. 利用相图、分岔图、李雅普诺夫指数图和吸引盆, 证明了对于耦合强度和其他参数, 新的神经元模型表现出多稳态现象, 经过 MATLAB 数值模拟验证了结果. 最后, 通过单片机实验平台对本文部分相图进行实现, 得到的实验结果与数值模拟结果一致.

参考文献

- [1] Sun J W, Yang J L, Liu P, Wang Y F 2022 *J. Electron. Inf. Technol.* **44** 1 (in Chinese) [孙军伟, 杨建领, 刘鹏, 王延峰 2022 电子与信息学报 **44** 1]
- [2] Yang N N, Xu C, Wu C J, Jia R, Lin C X 2018 *Complexity* **9467435** 1
- [3] Shao N, Zhang S B, Shao S Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 128503 (in Chinese) [邵楠, 张盛兵, 邵舒渊 2016 物理学报 **65** 128503]
- [4] Luo J, Sun L, Qiao Y H 2022 *Chin. J. Comput. Phys.* **39** 109 (in Chinese) [罗佳, 孙亮, 乔印虎 2022 计算物理 **39** 109]
- [5] Zhou X R, Luo X S, Jing P Q, Yuan W J 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 5679 (in Chinese) [周小荣, 罗晓曙, 蒋品群, 袁五届 2007 物理学报 **56** 5679]
- [6] Jin J, Zhao L, Li M, Yu F, Xi Z 2020 *Neural Comput.* **32** 4151
- [7] Wang B Y, Xu W, Xing Z C 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6590 (in Chinese) [王宝燕, 徐伟, 邢真慈 2009 物理学报 **58** 6590]
- [8] Xu Y, Jia Y, Ge M Y, Lu L L, Yang L J, Zhan X 2018 *Neurocomputing.* **283** 196
- [9] Bao B C, Yang Q, Zhu L, Bao H 2019 *Int. J. Bifurc. Chaos* **29** 10
- [10] Chen C, Chen J, Bao H, Chen M, Bao B 2019 *Nonlinear Dyn.* **95** 3385
- [11] Bao H, Hu A, Liu W, Bao B 2020 *IEEE Trans. Neural Netw. Learn. Syst.* **31** 502
- [12] Ding X L, Gu H G, Jia B, Li Y Y 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 218701 (in Chinese) [丁学利, 古华光, 贾冰, 李玉叶 2021 物理学报 **70** 218701]
- [13] Wu Y, Xu J X, He D H, Jin W Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3457 (in Chinese) [吴莹, 徐健学, 何岱海, 靳伍银 2005 物理学报 **54** 3457]
- [14] Wang Q Y, Zhang H H, Chen G R 2012 *Chaos* **22** 1
- [15] Han F, Wang Z 2015 *Int. J. Nonlin. Mech.* **70** 105
- [16] Cheng L, Cao H 2017 *Int. J. Bifurcat. Chaos* **27** 1
- [17] Sun X J, Yang B H, Wu Y, Xiao J H 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 120502 (in Chinese) [孙晓娟, 杨白桦, 吴晔, 肖井华 2014 物理学报 **63** 120502]
- [18] Bao H, Zhang Y, Liu W 2020 *Nonlinear Dyn.* **100** 937
- [19] Bao H, Liu W, Hu A 2019 *Nonlinear Dyn.* **95** 43
- [20] Cang S, Li Y, Zhang R, Wang, Z 2019 *Nonlinear Dyn.* **95** 381
- [21] Zhang X, Wang C, Yao W, Lin H 2019 *Nonlinear Dyn.* **97** 2159
- [22] Zhang X F, Peng D X 2022 *Electron. Compon. Mater.* **41** 315 (in Chinese) [张学丰, 彭良玉, 彭代鑫 2022 电子元件与材料 **41** 315]
- [23] Bao H, Bao B C, Lin Y, Wang J, Wu H G 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 180501 (in Chinese) [包涵, 包伯成, 林毅, 王将, 武花干 2016 物理学报 **65** 180501]
- [24] Xie Y, Zhu Z G, Zhang X F, Ren G D 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 210502 (in Chinese) [谢盈, 朱志刚, 张晓锋, 任国栋 2021 物理学报 **70** 210502]
- [25] Parastesh F, Jafari S, Azarnoush H 2019 *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **228** 2123
- [26] Caputo M 1966 *Ann. Geophys.* **19** 529

Multistability of fractional-order memristor-coupled heterogeneous neurons and its hardware realization

Ding Da-Wei Lu Xiao-Qi Hu Yong-Bing Yang Zong-Li
Wang Wei Zhang Hong-Wei[†]

(*School of Electronic Information Engineering, Anhui University, Hefei 230601, China*)

(Received 28 July 2022; revised manuscript received 6 August 2022)

Abstract

There is heterogeneity among different neurons, and the activities of neurons are greatly different, so the coupling between heterogeneous neurons can show richer dynamic phenomena, which is of great significance in understanding the neural function of the human brain. Unfortunately, in many studies of memristive coupled neurons, researchers have considered two adjacent identical neurons, but ignored the heterogeneous neurons. In this paper, two models are chosen, i.e. a Hindmarsh-Rose neuron model and a Hopfield neuron model, which are very different from each other. The proposed fractional-order linear memristor and fractional-order hyperbolic memristor simulated neural synapses are introduced into the two heterogeneous neuron models, considering not only the coupling between the two neurons, but also the coupling between single neurons. The self-coupling of neurons, a five-dimensional fractional memristive coupled heterogeneous neuron model, is established. In the numerical simulation of the new neuron model, the phase diagrams, bifurcation diagrams, Lyapunov exponent diagrams, and attraction basins are used to demonstrate the changes in coupling strength and other parameters in the memristive coupled heterogeneous neuron model, the new neuron model performance coexistence of different attractors. On the other hand, by changing the initial state of the system while keeping the relevant parameters of the system unchanged, the multistable phenomenon of the coupled heterogeneous neuron model can be observed. Using the phase diagram, the coexistence of different periods, and the phenomenon of period and chaos can be clearly observed. The coexistence of different attractor states can also be observed in the attractor basin. This has many potential implications for studying dynamic memory and information processing in neurons. Uncovering different types of multistable states from a dynamical perspective can provide an insight into the role of multistable states in brain information processing and cognitive function. Finally, the neuron model is implemented based on the micro control unit of the advanced RISC machine, and the phase diagram is observed under some parameters of the coupled neuron model on an oscilloscope. The experimental results show the validity of the theoretical analysis.

Keywords: heterogeneous neurons, memristive, attractors coexistence, multistable

PACS: 05.45.-a, 05.45.Jn

DOI: 10.7498/aps.71.20221525

[†] Corresponding author. E-mail: hwzhang@189.cn



分数阶忆阻耦合异质神经元的多稳态及硬件实现

丁大为 卢小齐 胡永兵 杨宗立 王威 张红伟

Multistability of fractional-order memristor-coupled heterogeneous neurons and its hardware realization

Ding Da-Wei Lu Xiao-Qi Hu Yong-Bing Yang Zong-Li Wang Wei Zhang Hong-Wei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 230501 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221525

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221525>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

面向神经形态感知和计算的柔性忆阻器基脉冲神经元

Flexible memristive spiking neuron for neuromorphic sensing and computing

物理学报. 2022, 71(14): 148503 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212323>

NbO_x 忆阻神经元的设计及其在尖峰神经网络中的应用

Design of NbO_x memristive neuron and its application in spiking neural networks

物理学报. 2022, 71(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220141>

SnSe_2 的忆阻及磁阻效应

Memristive and magnetoresistance effects of SnSe_2

物理学报. 2020, 69(11): 117301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200160>

具有无穷共存吸引子的简单忆阻混沌系统的分析与实现

Analysis and implementation of simple four-dimensional memristive chaotic system with infinite coexisting attractors

物理学报. 2022, 71(16): 160502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220593>

基于忆阻器的脉冲神经网络硬件加速器架构设计

Memristor based spiking neural network accelerator architecture

物理学报. 2022, 71(14): 148401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220098>

忆阻类脑计算

Memristive brain-like computing

物理学报. 2022, 71(14): 140501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220666>