

专题: 量子计算新进展: 硬件、算法和软件

非厄米系统的量子模拟新进展*

高雪儿[#] 李代莉[#] 刘志航 郑超[†]

(北方工业大学理学院, 北京 100144)

(2022 年 9 月 19 日收到; 2022 年 10 月 18 日收到修改稿)

量子模拟利用可控性好的量子系统模拟和研究可控性差或尚不能获得的量子系统, 是量子信息科学的主要研究内容之一. 量子模拟可通过量子计算机、量子信息处理器或小型量子设备实现. 非厄米系统近二十年来受到广泛关注, 一方面是因为非厄米量子理论可作为传统厄米量子力学理论的补充和延拓, 且与开放或耗散系统联系紧密. 另一方面, 可构造具有新奇非厄米性质的量子或经典系统, 具有提高精密测量精度等应用价值. 与厄米情况相比, 非厄米量子系统的时间演化不具有么正性, 对其开展量子模拟研究具有一定的挑战. 本文介绍了非厄米系统量子模拟理论与实验新进展. 理论方面主要介绍了基于酉算子线性组合算法, 简单梳理了各个工作的优势和局限性, 并简要介绍了量子随机行走、嵌入式和空间拓展等量子模拟理论; 实验方面简要介绍了利用核磁共振量子系统、量子光学以及利用经典系统模拟非厄米量子系统的实验. 一方面, 这些新进展结合了量子模拟与非厄米领域的研究, 推动了非厄米系统本身的理论、实验和应用发展, 另一方面拓展了量子模拟和量子计算机的可应用范围.

关键词: 非厄米系统, 量子模拟, 酉算子线性组合**PACS:** 03.67.Ac, 03.65.Yz, 03.65.Aa, 11.30.Er**DOI:** 10.7498/aps.71.20221825

1 引言

量子力学的基本假设之一是哈密顿量具有厄米对称性, 保证了系统能量本征值为实数, 具有可观测的物理意义. 厄米性自然地保证了孤立量子系统时间演化的么正性, 从而系统所处量子态的分布概率归一守恒. 然而, 一方面自然界中很少有孤立系统, 普遍存在的是与外部环境存在能量流、粒子流和信息流交换的开放系统, 量子态分布不再守恒, 在处理这类具体问题时, 引入非厄米哈密顿量将带来极大方便^[1–15], 另一方面是厄米性的要求过强, 非厄米哈密顿量在一定条件下仍可保证系统能量本征值为实数^[16–25]. 因此, 发展非厄米量子理论成为必要. 通常情况下, 非厄米系统的能量本征值

是复数, 可作为传统量子力学理论在复数域的拓展. 非厄米系统与开放和耗散系统联系紧密, 它具有诸多新奇性质、现象和应用, 引起了广泛的研究兴趣. 典型的非厄米哈密顿量包括宇称-时间对称哈密顿量和赝厄米对称哈密顿量. 这些哈密顿量以各种各样的特性引起了人们的广泛关注, 如奇异点^[26–30]、新颖的光学性质^[31–37]及对典型非厄米系统熵的动力学和熵的不确定关系的研究^[38–40]等.

量子模拟最早由物理学家费曼^[41]于 1982 年提出, 之后便引起了人们的持续关注. 目前, 量子模拟已成为实践中科学研究的有力工具. 量子模拟不仅可以研究厄米量子力学系统^[42–46], 也为研究和模拟非厄米系统^[38,47–57]及其相关新奇量子现象提供了有效的方法. 特别是对于后者, 量子模拟已经成为量子级实验研究的主要方法, 量子模拟可以

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175002, 11705004)、北京市自然科学基金 (批准号: 1222020) 和北京市教委优秀青年人才培养计划资助的课题.

[#] 同等贡献作者.

[†] 通信作者. E-mail: czheng@ncut.edu.cn

在可控量子系统的空间中构造、操作和观察非厄米系统. 迄今为止, 这一热点前沿领域受到了人们的广泛关注, 人们对非厄米量子系统进行了各种研究.

本文简要介绍了近年来非厄米系统的量子模拟理论方案与实验研究新进展.

2 非厄米量子系统的发展

在量子力学中, 为了确保能级是正实数且系统是幺正的, 系统的哈密顿量算符 H 要求是厄米对称的, 即

$$H = H^\dagger, \quad (1)$$

其中, 符号“ $\dagger$ ”为转置共轭算符, 表示矩阵转置与复共轭的组合运算.

20 世纪 40 年代, Pauli^[1] 和 Dirac^[2] 为解决一些物理现象的发散问题分别提出了非厄米理论. 自此, 非厄米量子力学开始出现. 在传统量子力学(厄米的哈密顿量)中, 为保证物理量是可观测的, 要求系统的哈密顿量具有厄米对称性, 这使得系统的时间演化具有幺正性, 系统可能出现的量子态的概率总和是归一化的且不随时间变化. 然而非厄米量子系统不具有这些特点. 并不是所有非厄米哈密顿量的本征值都是虚数, 有一种特殊情况, 即具有宇称-时间 (PT) 对称性的非厄米哈密顿量, 它的本征值可是实数^[16–19]. 这一发现引起了科学界广泛的研究兴趣. Bender 等^[16–19] 和 Mostafazadeh^[20–24] 分别做了系统的研究, 他们构造出了许多实本征值的非厄米哈密顿量模型, 建立了完备的非厄米量子力学理论.

2.1 PT 对称量子力学

PT 对称量子力学领域由圣路易斯华盛顿大学的 Bender 和 Boettcher^[16] 建立于 1998 年. 他们的研究表明, 当哈密顿量满足一定的对称性时, 就可以确保它的本征值是实数, 而不仅限于哈密顿量是厄米的, 因此用非厄米的哈密顿量描述自然界的物理过程成为可能. 前面提到的对称性便是宇称-时间对称性, 其哈密顿量 H 用下式表示:

$$H = (PT)^{-1} H P T, \quad (2)$$

可以简记为 $H = H^{PT}$, 其中 P 是宇称算符, T 是时间演化算符, 二者互相对易. PT 对称理论的主要思想是将哈密顿量的厄米性用约束较小的 PT

对称性替代. 具有 PT 对称性的非厄米哈密顿量本征值依然可以是实数. Bender^[16] 的 PT 对称量子理论是非厄米量子理论的一个重要部分, 为量子力学的发展提供了广阔的空间. 迄今为止, PT 对称的非厄米量子系统在很多领域中都得到了研究者们广泛的关注, 如量子力学基础理论、数学物理、开放的量子系统、无序体系、具有复折射率的光学系统及拓扑绝缘体等^[26,27,58–63].

2.2 赝厄米量子力学

在 PT 对称量子理论建立之后, 仍然还有许多具有实本征值的非厄米系统^[21,64] 没有被囊括, 而且这些哈密顿量并不具有 PT 对称性. 所以, PT 对称性既不是非厄米系统具有实本征值的充分条件, 也不是必要条件. 人们把这类具有实本征值但是并不是厄米对称的系统称作赝厄米系统, 赝厄米性同时也是系统的哈密顿量具有实本征值的充分必要条件. 赝厄米理论最初是由 Pauli^[1] 用不定内积构建的, 其哈密顿量为

$$H^\dagger = \eta H \eta^{-1}, \quad (3)$$

其中, η 通常要求是线性厄米算符. 伊斯坦布尔科奇大学的 Mostafazadeh^[20–24] 于 2002 年利用双正交基解释了赝厄米量子力学体系, 从数学的角度建立了具有一组完备双正交基和分立能谱的 η 赝厄米量子力学理论. 使用双正交基矢赋予系统完备性以及正定内积, 但这里的完备性和正定内积与普通量子力学中的不同, 做内积运算的两组本征函数分别对应于系统的哈密顿量及其厄米共轭算符.

2.3 PT 对称、PT 反对称、P 赝厄米对称和 P 赝厄米反对称二能级量子系统

为了方便对酉算子线性组合量子模拟几个非厄米系统进行介绍, 本节简述 PT 对称、PT 反对称 (APT)、P 赝厄米对称 (PPH) 和 P 赝厄米反对称 (APPH) 二能级量子系统. 选取宇称算符 P 为 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, 时间反演算符 T 作用是取复共轭, 由此可推得 PT 对称二能级量子系统哈密顿量为

$$H_{PT} = \begin{pmatrix} r e^{i\theta} & s + w i \\ s - w i & r e^{-i\theta} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

其中, 参量 r, s, w 和 θ 均是实数. 二能级量子系统中, PT 对称哈密顿量的本征值是 $\varepsilon_{\pm} = r \cos \theta \pm \sqrt{w^2 + s^2 - r^2 \sin^2 \theta}$, 系统的能级差为

$$\Delta_{\text{PT}} = 2\sqrt{w^2 + s^2 - r^2 \sin^2 \theta}, \quad (5)$$

Δ_{PT} 只能是实数或者纯虚数. PT 反对称哈密顿量遵循 $\mathbf{H} = -(\mathbf{PT})^{-1} \mathbf{H} \mathbf{PT}$, 它可以由 PT 对称哈密顿量乘以虚数 i 得到, 使得 PT 反对称量子系统与 PT 对称量子系统有着紧密的联系. 在光学系统中, PT 系统的无损耗传播对应于 APT 系统的无折射传播, 为非厄米系统中调控光和形成互补探针提供了可能^[65]. PT 反对称二能级系统的哈密顿量如下:

$$\mathbf{H}_{\text{APT}} = i\mathbf{H}_{\text{PT}} = i \begin{pmatrix} r e^{i\theta} & s + wi \\ s - wi & r e^{-i\theta} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

APT 系统的本征值 $\varepsilon_{\pm}$ 与 PT 对称系统的本征值 $i\varepsilon_{\pm}$ 相差一个 i 因子, 所以其能极差也有下列关系:

$$\Delta_{\text{APT}} = i\Delta_{\text{PT}} = 2\sqrt{-w^2 - s^2 + r^2 \sin^2 \theta}. \quad (7)$$

当系统的哈密顿量的本征矢在 PT 对称算符下改变时, PT 对称系统和 PT 反对称量子系统的哈密顿量是自发对称破缺的 (broken). 但是当系统的哈密顿量的本征矢在 PT 对称算符下不变时, PT 对称系统和 PT 反对称量子系统的哈密顿量是未破缺的 (unbroken). PT 对称系统的自发对称破缺相 (非破缺相) 对应于能极差 Δ_{PT} 是纯虚数 (实数) 的情况, 而 APT 系统的自发对称破缺相 (未破缺相) 对应于能极差 Δ_{APT} 是实数 (纯虚数) 的情况. 当系统的能极差为 0 时, 系统处于 PT 对称破缺和未破缺的交界处, 称之为相变点 (EPs), 此时系统的能级发生合并, 在附近出现很多新奇性质. 二能级量子系统中, 把 η 算符用宇称算符 $\mathbf{P}$ 替代时, P 赝厄米对称二能级量子系统的哈密顿量有如下形式:

$$\mathbf{H}_{\text{PPH}} = \begin{pmatrix} r e^{i\theta} & v \\ u & r e^{-i\theta} \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中, u 与 v 是实数, 其余参数同上. 二能级量子系统中 PPH 哈密顿量的本征值是 $\varepsilon'_{\pm} = r \cos \theta \pm \sqrt{vu - r^2 \sin^2 \theta}$, 系统的能级差是

$$\Delta_{\text{PPH}} = 2\sqrt{vu - r^2 \sin^2 \theta}, \quad (9)$$

Δ_{PPH} 只能是实数或者纯虚数. 鉴于 PT 对称、赝厄米对称和 PT 反对称哈密顿量量子系统的发展, 以及考虑到 PT 对称及其反对称哈密顿量的关系, 研究人员自然地延伸到对赝厄米反对称哈密顿量的研究. 同 PT 对称和 APT 哈密顿量的关系类似, 赝厄米反对称哈密顿量是在赝厄米对称哈密顿量上乘虚数 i , 它满足 $\mathbf{H}^{\dagger} = -\eta \mathbf{H} \eta^{-1}$. 将 η 算符取作宇称算符, 那么相应的 APPH 二能级量子系统的

哈密顿量如下:

$$\mathbf{H}_{\text{APPH}} = i\mathbf{H}_{\text{PPH}} = i \begin{pmatrix} r e^{i\theta} & v \\ u & r e^{-i\theta} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

APPH 系统的本征值是 $i\varepsilon'_{\pm}$, 能级差是

$$\Delta_{\text{APPH}} = i\Delta_{\text{PPH}} = 2\sqrt{-vu + r^2 \sin^2 \theta}. \quad (11)$$

在 PPH 和 APPH 量子系统里面也出现了相变点, 即 Δ_{PPH} 和 Δ_{APPH} 等于 0 的情况. 以相变点为边界, 可以把 PPH 系统与 APPH 系统分为实能极差和虚能极差两个相位. 图 1^[38] 和图 2^[38] 给出了 PT 对称、APT、PPH 和 APPH 系统的三个参数的空间, 描述了系统的相变点 EPs、相空间以及参数空间内部的联系.

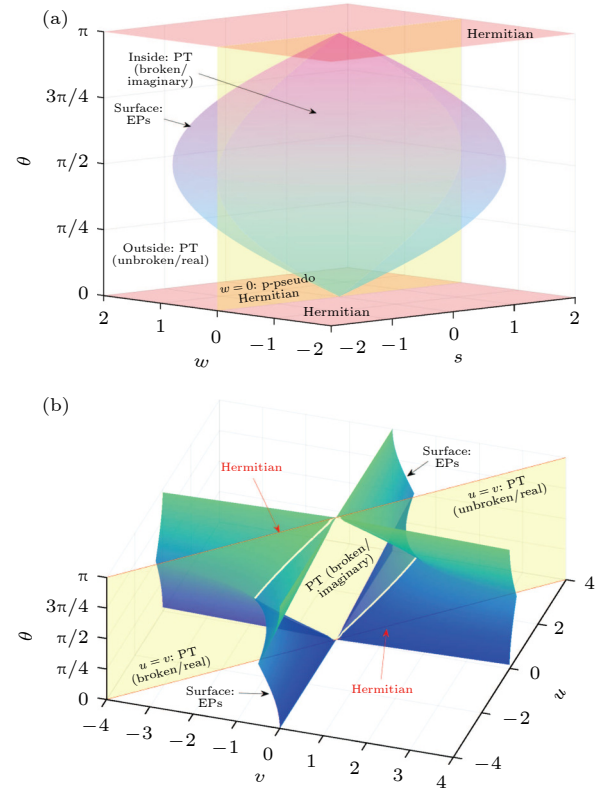


图 1 PT 对称和 PPH 系统的参数空间 (w, s, θ 和 v, u, θ , 设置 $r = 2$) (a) PT 对称系统; (b) PPH 系统^[38]

Fig. 1. Parameter spaces of PT-symmetric and P-pseudo-Hermitian systems (w, s, θ and v, u, θ with setting $r = 2$): (a) PT-symmetric systems; (b) PPH systems^[38].

3 基于 LCU 对非厄米系统的量子模拟理论

量子模拟的概念于 20 世纪 80 年代被首次提出, 致力于用另一个可控系统来模拟量子系统^[41,66]. 从那时起, 量子计算就已经成为物理学中最富有成

果的研究领域之一. 量子计算机运用量子叠加态和量子纠缠等量子性质对信息进行处理, 具有的强大的并行功能使得计算速度指数倍提高. 然而, 量子计算的功能需要通过量子算法来体现. Benioff^[66]于1980年提出了量子计算的概念并对其展开了研究, Feynman^[41]于1982年提出用量子计算机模拟量子体系, Deutsch^[25]于1985年完善了量子计算的概念. 但直到1994年Shor^[67]提出大数分解、1996年Grover^[68]提出量子搜索算法后, 量子计算才得到科学界广泛的关注, 成为持续至今的国际研究前沿^[69]. 传统量子算法都是通过系统么正演化进行信息的处理, 一次计算过程等同于进行了一次封闭系统的动力学演化. 而近些年各种有关非么正时间演化的方法陆续出现^[14,70–78], 包括酉算子的线性组合 (linear combinations of unitaries, LCU)^[14,72,73]、虚时演化法^[74,75]、含时变分法^[76]和拓展法^[77,78].

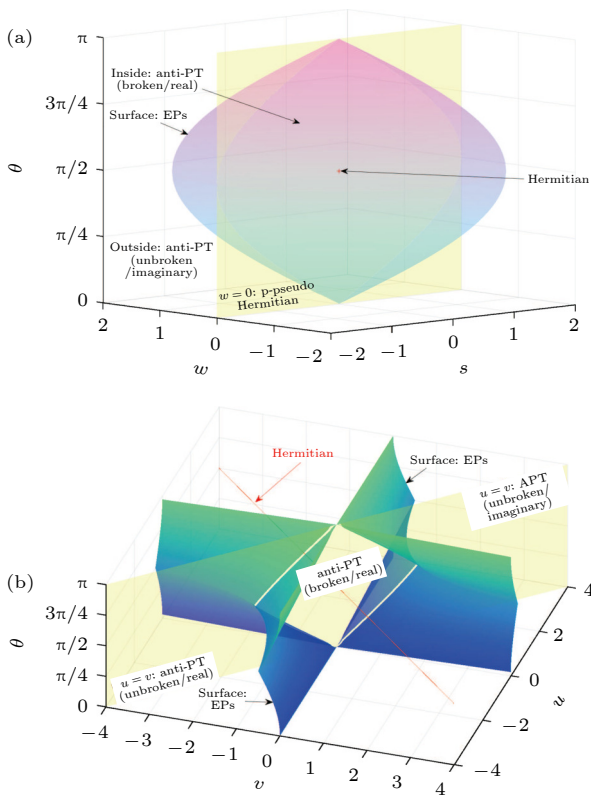


图2 APT和APPH系统的参数空间 (w, s, θ 和 v, u, θ , 设置 $r=2$) (a) APT系统; (b) APPH系统^[38]

Fig. 2. Parameter spaces of APT-symmetric and anti-Pseudo-Hermitian systems (w, s, θ and v, u, θ with setting $r=2$): (a) APT-symmetric systems; (b) APPH systems^[38].

3.1 基于 LCU 的量子模拟方法

2006年, 清华大学的龙桂鲁教授^[72,73]首次提

出 LCU 算法. 与传统的只能进行么正算子乘除运算的算法不同, LCU 算法可以实现么正算子的加减乘除四则运算, 从而以一定概率实现非么正量子门操作, 进一步拓展构造量子算法的思路和方法. 随后, LCU 算法得到快速发展^[79–88], 目前已经成为设计新量子算法最有力的工具之一, 并得到广泛应用^[89].

3.2 基于 LCU 构造典型非厄米量子系统

3.2.1 广义 PT 对称二能级系统的量子模拟

由于非厄米性, PT 对称量子系统的演化不是单一的. 尽管已经有人提出了一些特殊的 PT 对称量子系统的模拟^[47,49,90], 并在实验中得到实现^[47,49], 但常规量子计算机模拟广义的 PT 对称非厄米量子系统仍然是一个问题. 文献^[51]从理论上研究了广义的 PT 对称二能级量子系统, 既适用于 PT 对称系统 (非对角元互为复共轭), 也适用于 PPH 对称系统 (非对角元均是实数). 研究人员利用 LCU 的思想, 首次在四维希尔伯特空间中构造 PT 对称哈密顿量系统, 进而模拟其时间演化^[51]. 此实验利用广义 PT 对称哈密顿量以及辅助的 qubit, 推动工作 qubit 的演化, 实现了广义 PT 量子短时间问题的快速演化 (如图3所示^[51]). 这一模拟方法为在核磁共振量子系统和量子光学系统中实现广义 PT 对称二能级系统的量子模拟提供了理论支持. 此外, 研究人员还展示了如何分别以 qutrit 和 qudit 作为辅助量子比特实现广义 PT 对称二能级系统 (如图4(a)和图4(b)所示^[51]), 在某些情况下, 这些系统比以 qubit 作为辅助量子比特的量子计算机具有优势.

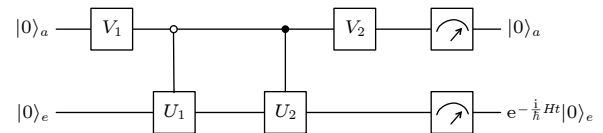


图3 广义 PT 对称二能级量子系统的量子线路^[51]

Fig. 3. Quantum circuit for a general PT-symmetric two-level system^[51].

3.2.2 广义 PT 反对称二能级系统的量子模拟

除了 PT 对称系统外, PT 反对称系统^[91,92]也具有新奇性质和潜在应用而受到广泛关注, 如具有平衡正负折射率的 APT 光子结构的材料^[93]、

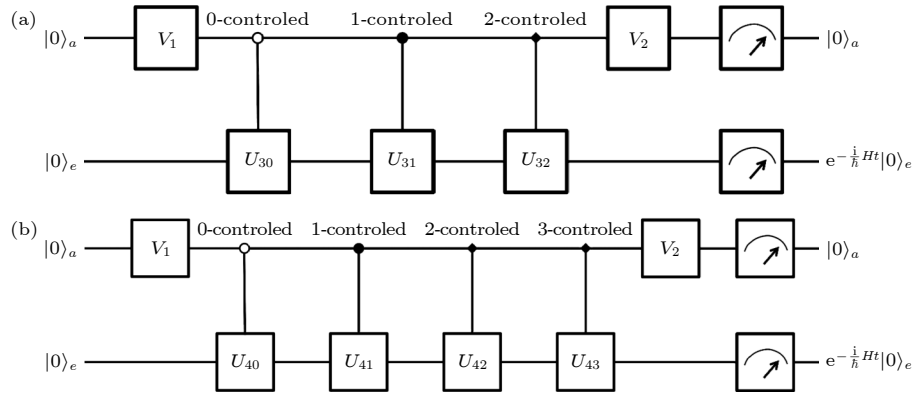


图 4 由辅助 qutrit 和辅助 qudit 构造广义 PT 对称二能级量子系统的电路图 (a) 辅助 qutrit; (b) 辅助 qudit^[51]

Fig. 4. Quantum circuit for a general PT-symmetric two-level system by ancillary qutrit or ancillary qudit: (a) Ancillary qutrit; (b) ancillary qudit^[51].

具有恒定折射的 APT 光学系统^[94]、具有 APT 性的扩散系统^[95]、APT 系统中耦合-诱导的么正和非么正散射^[96]等. 因此, 对于 APT 量子系统的模拟尤为重要. 研究人员首次提出了基于 LCU 量子模拟 APT 二能级系统的理论方案^[55], 提出的量子模拟理论方案, 既适用于 APT 系统 (非对角元互为复共轭), 也适用于 APPH 系统 (非对角元均是实数). 研究发现, 该方案需要的最小希尔伯特空间维度为六维, 可由一个 qutrit 和一个 qubit 组成的量子计算机来完成一般任务. 利用对偶量子算法^[72,73,80,81], 设计了一个 qubit-qutrit 混合系统的量子线路, 它可以实现 LCU. qutrit 作为构建广义 APT 子系统的辅助比特. 当 qutrit 在状态 $|0\rangle_a$ 中被测量时, 广义 PT 反对称哈密顿算符将推动工作比特的演化 (如图 5 所示^[55]). 此外, 研究人员还设计量子比特系统来实现量子模拟过程, 给出了量子比特量子计算机的流程图和量子电路 (如图 6 所示^[55]), 流程图和量子电路都是为三量子位量子计算机设计的, 使得利用现有技术进行实验实现成为可能.

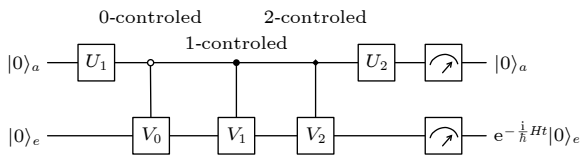


图 5 模拟处于任意相的 PT 反对称二能级系统的量子线路^[55]

Fig. 5. Quantum circuit for a generalized APT-symmetric two-level system in arbitrary phase^[55].

3.2.3 PT 任意相位对称系统的量子模拟

研究人员首次将 PT 对称和 PT 反对称系统

推广到 PT 任意相位 (PT- φ) 对称系统^[97,98]. 对于一个非厄米哈密顿量 H , 研究人员找到了 PT 对称和 PT 反对称哈密顿量 H_{PT} 和 $H_{APT} = iH_{PT}$, 使得 H 可以被视为 H_{PT} 和 H_{APT} 的结合, 如下式所示:

$$PTH - e^{i\varphi} HPT = 0, \quad (12)$$

其中 φ 是与哈密顿量对称性相关的相位, (12) 式等价于 $H = \cos \frac{\varphi}{2} H_{PT} - \sin \frac{\varphi}{2} H_{APT}$, 该式具有和任意子相同的对易形式, 因此称 H 为 PT 任意相位对称或 PT- φ 对称哈密顿量 (也有文章称其为任意子 PT 对称哈密顿量). 与哈密顿量 H 对称性相关的相位 φ 固定为 $2k\pi$ (k 取整数), 系统为 PT 对称情况; 相位固定为 $(2k+1)\pi$ 时, 系统则为 PT 反对称情况 (k 取整数). 这种表示非厄米哈密顿量的方法对任意维度的量子系统都适用. 文献^[99]给出了二维情况下哈密顿量的一般形式, 并讨论了它的基本性质, 如特征值、PT 对称性是否自发破缺的条件等. 同时, 研究人员从理论上研究了用传统厄米系统对 PT 任意相位对称二能级系统时间演化的量子模拟, 基于 LCU 设计了 qubit-qudit 混合 (如图 7 所示^[99]) 和纯量子比特 (如图 8 所示^[99]) 器件的量子线路. 两个方案都由一个工作 qubit 和辅助 qubit (或 qudit) 组成, 经过一系列的量子门操作, 使得工作 qubit 以一定概率按照非厄米哈密顿量进行时间演化. 前一个方案清晰地展示了模拟方法, 而后一个方案更具有实用性和较高的成功概率. 这两个方案有望在小型量子器件, 如核磁共振和量子光学系统中实验实现. 类似于 PT 任意相位对称非厄米系统, 赝厄米任意相位对称系统的量子模拟理论在文献^[100]中被提出.

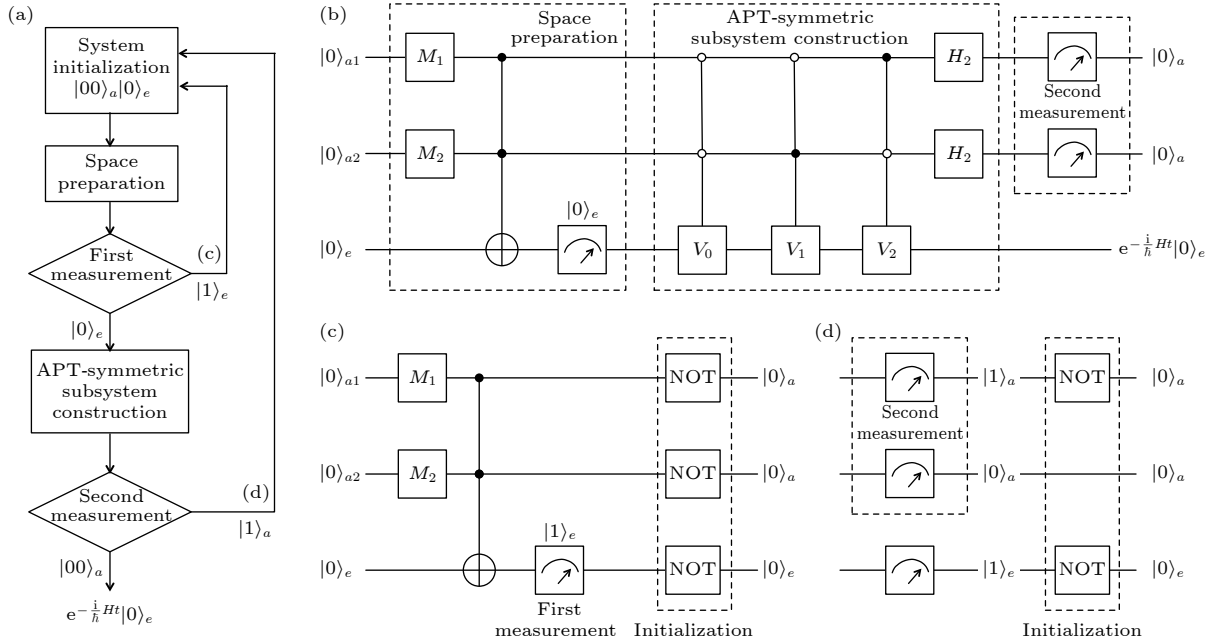


图 6 量子计算机的流程图和量子线路图 (a) 模拟广义 APT 系统的流程图; (b) 模拟广义 APT 系统的线路图; (c) 第一次测量之后的初始化和空间准备的量子线路图; (d) 第二次测量之后的量子线路图^[55]

Fig. 6. Flow chart and quantum circuit for a qubit computer: (a) Flow chart of quantum simulation of the generalized APT-symmetric system; (b) quantum circuit to simulate the evolution of the generalized APT-symmetric system; (c) quantum circuit for space preparation and initialization after the first measurement; (d) quantum circuit for initialization after the second measurement^[55].

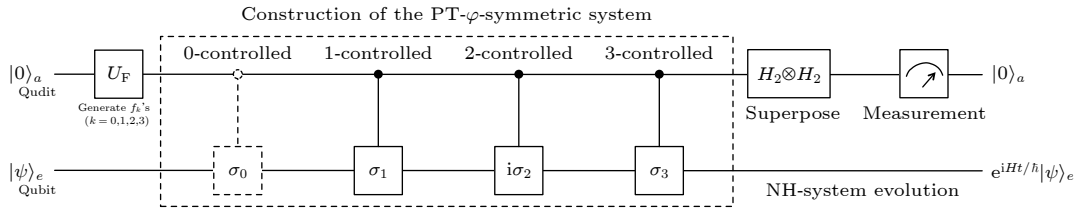


图 7 Qubit-qudit 混合量子线路 (由一个工作量子比特和四维辅助量子比特组成的混合系统)^[99]

Fig. 7. Qubit-qudit hybrid quantum circuit (The hybrid system consists of a work qubit and a four-dimensional ancillary qudit)^[99].

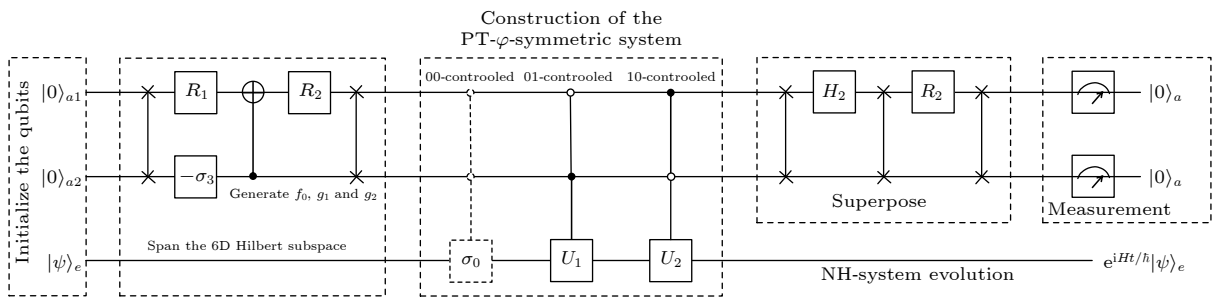


图 8 三量子比特线路 (由一个工作比特和两个辅助量子比特子系统构成)^[99]

Fig. 8. Three-qubit quantum circuit (consists of a work qubit and a two-qubit ancillary subsystems)^[99].

3.2.4 P 赝厄米反对称二能级系统的量子模拟

文献 [101] 对 P 赝厄米反对称二能级系统进行了量子模拟理论研究. 研究人员使用对偶量子计算方法, 有效模拟了系统从任意初始状态到不同

相位的 APPH 系统演化. 要在量子比特计算机中实现对任意 APPH 系统下的量子模拟, 三个量子比特是必不可少的. 研究人员发现六维和八维 (如图 9 和图 10 所示^[101]) 方案都能够实现模拟, 但是分别具有不同的优势. 六维方案的成功概率更高,

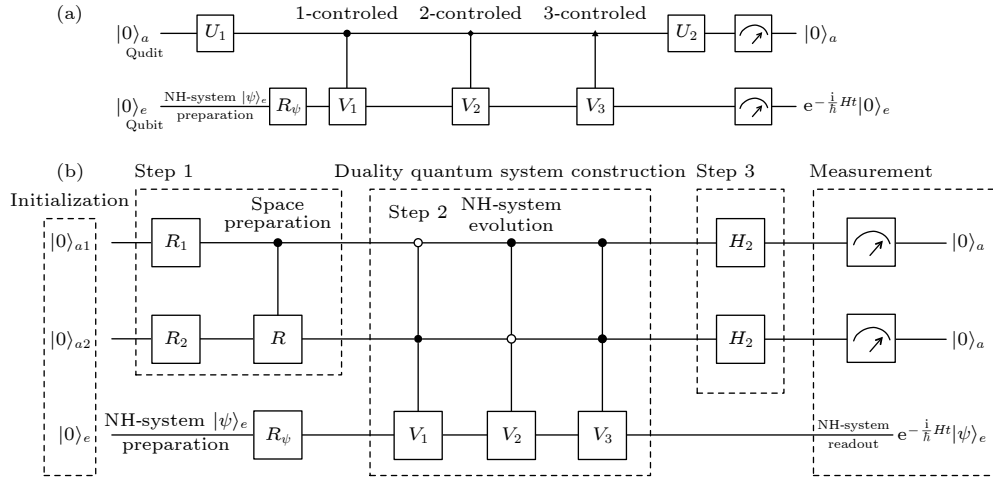

 图 9 (a) qubit-qutrit 混合量子计算机的线路图; (b) 三比特量子计算机的量子线路图^[101]

Fig. 9. (a) Quantum circuit for a qubit-qutrit hybrid computer; (b) quantum circuit designed for a quantum computer of three qubits^[101].

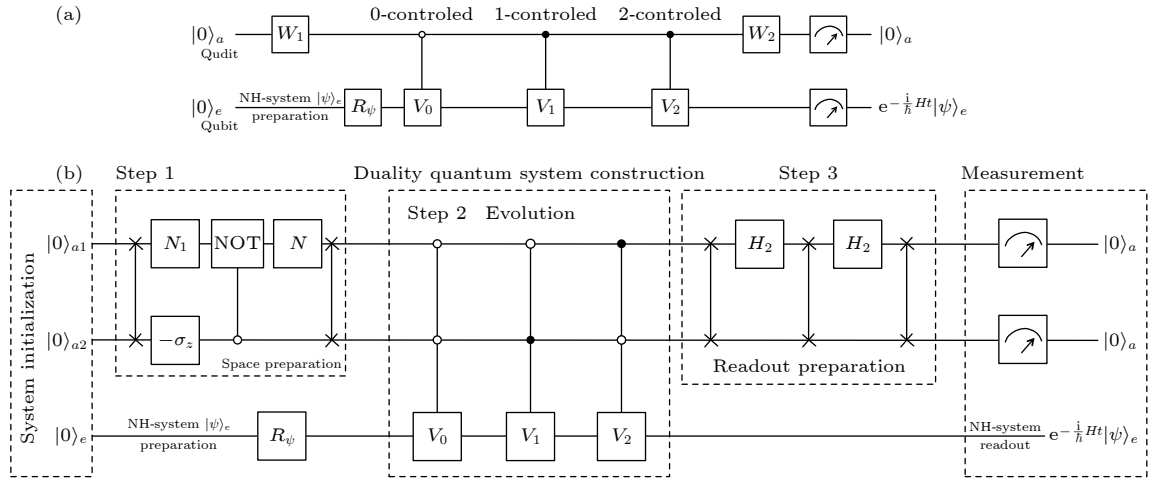

 图 10 (a) qubit-qutrit 混合量子计算机的线路图; (b) 六维子空间中三量子比特量子计算机的线路图^[101]

Fig. 10. (a) Quantum circuit for a qubit-qutrit hybrid computer; (b) quantum circuit designed for a quantum computer of three qubits using the full Hilbert space^[101].

而八维方案则需要较少的量子门操作. 因此, 选择哪种方案取决于实验系统的稳定性和可控性. 当 APPH 系统处于某些特殊相位时, 可以使用更少的量子位来模拟. 如系统哈密顿量参数的非对角元相等时, 只需两个量子比特即可模拟, 并且具有更高的成功概率.

3.2.5 τ -赭厄米反对称二能级系统的量子模拟

除了上文讨论的 PT 对称系统、P 赭厄米对称系统及它们分别对应的反对称系统之外, 2002 年, Mostafazadeh^[22] 定义并研究了一类哈密顿量为 τ -赭厄米反对称 (τ -APH) 的非厄米系统. τ -APH 哈密顿量满足

$$H_\tau = \tau^{-1} H_\tau^\dagger \tau, \quad (13)$$

其中, τ 是反线性反厄米可逆的变换. τ -APH 哈密顿量及其算子 τ 对于深入研究具有实数能谱的非厄米哈密顿量的充分必要条件都具有重要意义. 文献 [57] 研究了基于 LCU^[72] 对 τ -赭厄米反对称二能级系统的量子模拟. 详细提出了将反线性算子 τ 指定为 T 算子或 P 算子后, 如何在一般情况下使用三个量子比特以及特殊情况下使用两个量子比特来模拟 T-APH (如图 11 所示^[57]) 和 PT-APH (如图 12 所示^[57]). 在一般情形下, 使用 LCU 来模拟时间演化需要用到的最小希尔伯特空间是六维. 特殊情形下, 两种方案都可以实现模拟, 但两个量子比特的方案成功概率更高, 这取决于初始状态、

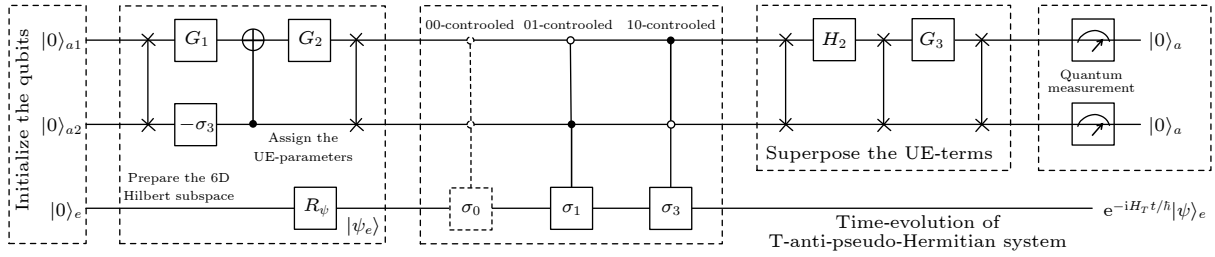

 图 11 模拟 T-APH 二能级系统的三量子比特线路图^[57]

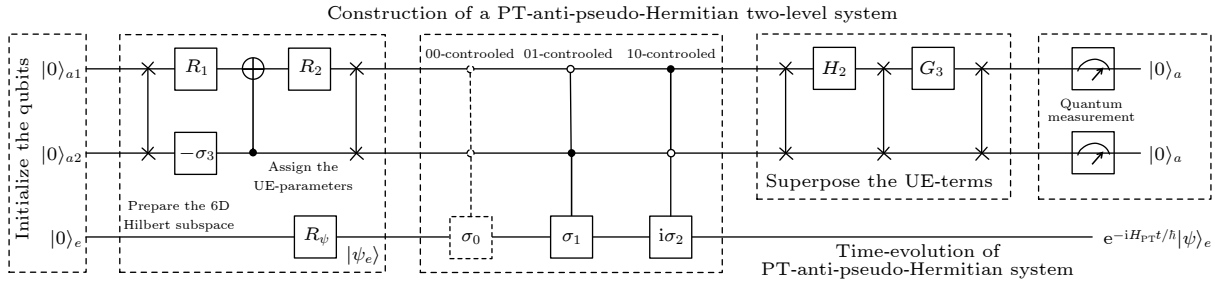
 Fig. 11. Three-qubit quantum circuit to simulate a T-anti-pseudo-Hermitian two-level system^[57].

 图 12 模拟 PT-APH 二能级系统的三量子比特线路图^[57]

 Fig. 12. Three-qubit quantum circuit to simulate a general PT-anti-pseudo-Hermitian two-level system^[57].

哈密顿量和所使用希尔伯特空间的维数. 因此, 将基于 LCU 的么正扩张项以及相位匹配条件相结合对于量子模拟前所需的维数、节省量子比特源以及提高成功概率具有重要意义. 这种模拟方法可以推广到模拟一般的 τ -APH 高能级系统, 未来可以在实验上实现.

4 基于 LCU 对非厄米系统的量子模拟实验

前面介绍了基于 LCU 对非厄米系统的量子模拟理论方案, 现在介绍实验方案. 量子模拟实验可以运用不同的系统, 典型的系统有核磁共振量子系统、量子光学系统、超导量子系统、离子阱系统、超冷原子系统等. 本节介绍在核磁共振量子系统以及量子光学系统中运用 LCU 的方法对非厄米系统的量子进行模拟的实验方案.

4.1 广义 PT 对称系统的数字量子模拟实验演示

数字量子模拟 (DQS) 是一种重要的量子模拟实验方法, 可以用作通用量子计算机^[85]. DQS 算法用于模拟具有电路模型的量子系统, 其量子操作被分解为一般量子门的时间顺序序列. 研究人员基于文献^[51]提出的对广义 PT 对称系统的量子模拟

方法, 展示了一种在量子计算框架中使用电路模型实现广义 PT 对称算符的 DQS 通用方法^[52]. 研究人员在核磁共振平台上实验研究了 PT 对称系统的纠缠特性, 展示了该方案在纠缠恢复中的应用. 需要强调的是, 通过对原始量子线路的适当修改, 可以实现在一般的非厄米算符中的纠缠恢复, 这意味着可以通过实验中演示的协议, 在没有厄米限制的情况下实现一般的二能级系统演化. 这个实验揭示了两体非厄米体系中, 在 PT 对称非破缺相位中两个 qubit 的熵和纠缠的振荡.

4.2 PT 对称破缺下具有非零熵稳定状态的非厄米系统实验演示

4.1 节的研究是关于两体非厄米体系, 系统中的二量子比特 (Alice 和 Bob) 最初纠缠在一起, Alice 在局部 PT 对称哈密顿量下演化. 这样的二量子比特模型会导致在 PT 对称非破缺相位中熵和纠缠的振荡, 这违反了纠缠单调性^[52,86]. 具体来说, 破缺相中两个量子位的熵和纠缠均呈指数衰减至零, 并形成不随时间变化的稳定态. 这种稳定态的动力学过程被称为正常动力学模式 (NDP), 它只与量子相位有关, 而非厄米性的程度无关.

然而, 文献^[87]发现当系统从两体模型扩展到三体模型时, 会出现另一种演化过程, 称为异常动

态模式 (ADP). 从理论和实验的角度研究了具有局域 PT 对称的三量子比特系统中熵和纠缠的演化过程. 在该系统中发现了 ADP 和 NDP 两种动力学模式, 其中熵和纠缠倾向于稳定在 ADP 中与非厄米相关的非零值, 这在两体系统中是不存在的. ADP 中的两体子系统在奇异点处呈现最大纠缠增加, 且互信息可以超过初始值. 此外, 还在具有核自旋的四量子位量子模拟器上实现了具有非零熵和纠缠态的非厄米系统中稳定状态的实验演示. 当 PT 对称系统从两体扩展到三体时, 会出现一些不同的物理性质, 纠缠和互信息的增强具有重要的物理意义.

4.3 利用光子量子位对 PT 对称动力学进行实验模拟

基于经典光学实验技术实现 PT 对称模拟和应用已经成熟. 然而, 实验上利用线性量子光学构造和研究 PT 对称系统仍然存在挑战. 研究人员基于 LCU 非厄米量子模拟理论^[14,72,73], 利用线性量子光学系统, 实现了对广义 PT 对称系统的量子模拟^[102]. 如图 13^[102] 所示, 通过使用辅助量子位放大系统, 并用后选择过程模拟了全厄米系统子系统中

U_{PT} 算子的相位. 结果表明, 当只考虑 PT 对称演化子空间时, 可以高保真地观察到演化过程中的状态. 由于扩展方法的有效操作, 此项工作为进一步利用 PT 对称哈密顿量的奇异特性进行量子模拟和量子信息处理提供了一条途径.

4.4 核自旋 PT 反对称系统中信息流的实验观测

基于文献^[55]提出的理论, 研究人员首次在核磁共振量子计算平台上实验模拟了广义 PT 反对称系统的时间演化, 发现 PT 对称系统中的信息回流也存在于 PT 反对称系统中, 并且实验演示了信息流振荡^[56]. 实验表明在破缺相中, 信息流在环境和系统之间来回振荡并出现信息回流的现象 (如图 14 所示^[56]), 该现象在传统的厄米量子力学中是不存在的. 研究还表明, 当系统参数接近奇异点发生相变之前, 振荡周期和振幅均单调增加; 而在通过临界点后, 环境中的信息将不再流回系统中, 实现了 PT 反对称系统的对称破缺相变过程. 对称破缺相位中的单调对应关系表明, 此结果可以为量子系统提供一种度量非厄米性的方法. 此外, 研究人员还发现了一个有趣的反对应关系: 当 PT 对称

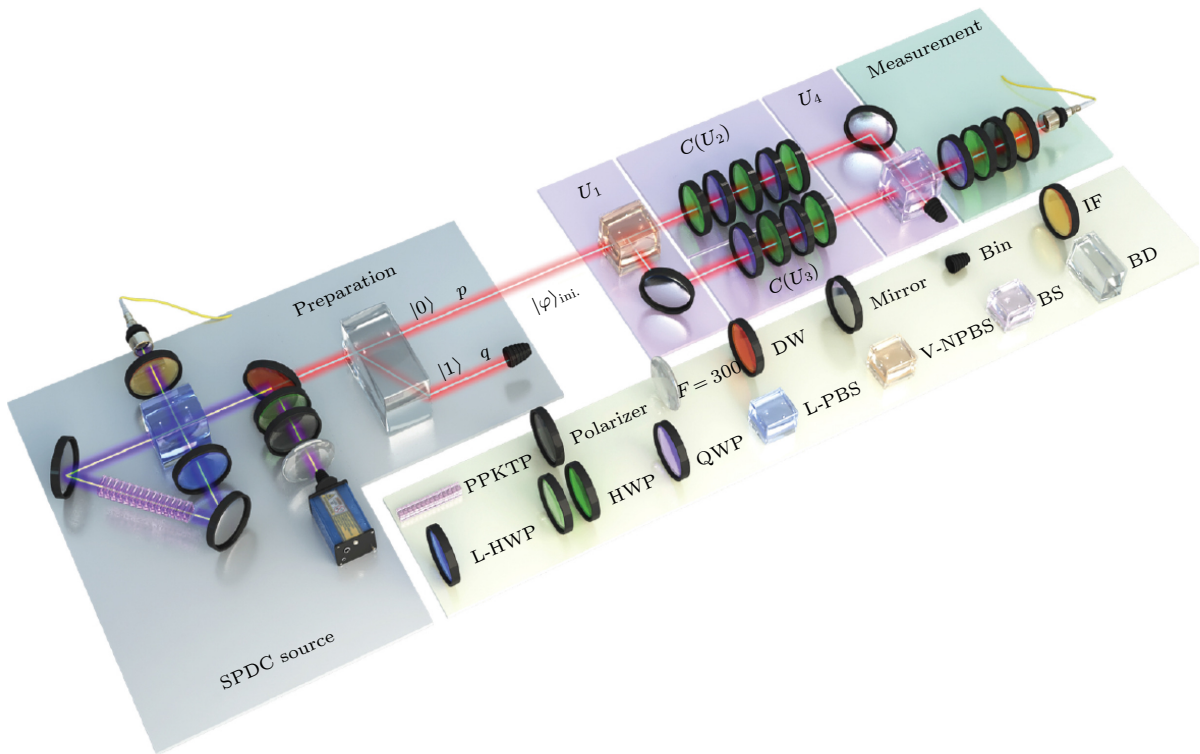


图 13 由制备、演化和检测三个模块组成的实验装置^[102]

Fig. 13. Experimental configuration includes three modules: the preparation module, the evolution and the detection part^[102].

系统处于破缺相时, 不存在信息流振荡或信息回流, 而在 PT 反对称系统的破缺相中, 存在信息回流的现象.

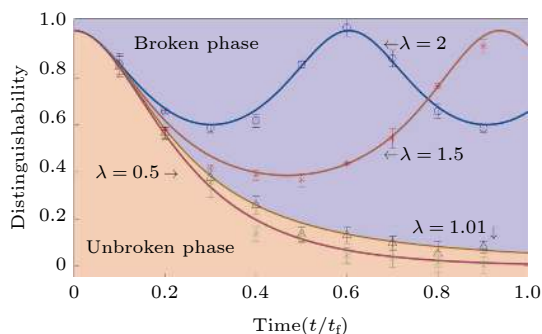


图 14 可区分性测量的信息流实验结果^[56]

Fig. 14. Experimental results of information flow measured by distinguishability^[56].

5 其他量子模拟理论方案

本节简要介绍量子模拟非厄米系统的其他理论方案, 包括量子随机行走、嵌入式量子模拟以及空间拓展等多种对非厄米系统的量子模拟方案.

5.1 量子随机行走

1993 年, Aharonov 等^[103]首次提出量子随机行走的概念, 量子随机行走是经典随机行走在量子世界的对照. 目前有两种形式的量子随机行走: 离散量子行走 (discrete time quantum walk, DTQW) 和连续量子行走 (continuous time quantum walk, CTQW). 这两种形式的主要区别是: 使用演化算符时消耗的时间不同. 在 DTQW 中, 该系统相应的演化算符仅作用于离散时间步长; 而在 CTQW 中, 演化算符可以在任何时间所用. 其中连续量子随机行走由 Farhi 和 Gutmann^[104]于 1998 年首次提出, 而离散量子随机行走由 Watrous^[105]于 2001 年提出.

量子随机行走在量子信息中有着广泛的应用, 如利用量子随机行走开发的对于无序数据库的搜寻算法. 正是因为量子随机行走优于经典随机行走的特性, 使得携带信息量子态的扩散速度与经典相比有二次方式的增长. 过去, 研究人员普遍认为弹道式扩散是量子随机行走的特性并对其进行利用. 但在 2015 年薛鹏教授课题组^[106]首次观测到量子随机行走中光信息的传播扩散与恢复, 这一项关于光在量子随机行走中的动力学演化研究中提出的

理论及实验的验证颠覆了人们对量子随机行走的认识, 并为量子随机行走在量子信息中的应用提供了新的方向, 为理解基于量子力学的动力学演化的基本现象提供了新的视角, 同时也为研究量子扩散及对拓扑现象的量子模拟提供了新的思路. 接着在 2017 年, 薛鹏教授课题组^[91]首次在开放系统中实验实现了 PT 对称的量子随机行走并观测到新型一维拓扑保护边界态, 为基于量子随机行走平台实现量子计算提供了新的依据. 该课题组设计了开放系统量子行走模型, 以行走者的概率交替损耗-不损耗的方式取代难以实现的损耗-增益, 证明其同样满足 PT 对称性. 并利用单光子在线性光学体系中实现了 PT 对称的量子行走, 分别演示了 PT 对称性保持、破缺以及临界点的量子特性. 首次实现了真正意义上的 PT 对称的量子系统的动力学演化过程.

5.2 嵌入式量子模拟

西班牙巴斯克大学 Solano 课题组^[107–109]首次引入了嵌入式量子模拟的概念. 嵌入式量子模拟是指通过引入辅助量子比特, 将原空间中的力学量及 Schrödinger 方程编译至放大的希尔伯特空间中, 将其对应至目前可高度操控的量子模拟平台, 经过时间演化后, 再反投影回原空间, 实现违反因果律的非物理操作观测. 嵌入式量子模拟器使得量子模拟的内容更加丰富, 实现了原本无法在自然中观测到的现象. 目前, 嵌入式量子模拟器已经被应用于模拟波函数的复共轭、反线性和反么正操作^[107]及其在囚禁离子平台与光学平台实验观测^[110,111]、研究量子计算中的纠缠单调性^[109]及其利用 Mølmer-Sørensen 量子门与局部旋转门在囚禁离子平台实验的验证方案^[112]. 近年来使用嵌入式方法对 PT 对称系统的模拟得以实现^[113–115]. 这种嵌入式模拟方法基于 Naimark 放大理论, 通过放大非厄米的 PT 对称哈密顿量以实现更高维度的厄米哈密顿量, 并且在后选择的辅助比特上实现固定投影算符. 然而, 这类嵌入式模拟 PT 对称系统方法的成功概率还可以提高. 研究人员提出了一种局部算符和经典交流 (LOCC) 协议嵌入式模拟 PT 对称系统的动力学演化^[88], 只需要用到一个辅助比特. 一般情况下的成功概率被提升到原来嵌入方式的一倍以上, 特殊情况下成功概率甚至可以趋于 100%. 并且, 这种 LOCC 协议更加灵活, 对度量算符的

依赖更小, 更适合用于粒子的应用. 相比于利用至少需要一个辅助量子比特的 LCU 模拟非厄米系统, LOCC 嵌入式量子模拟只需要一个辅助量子比特便可以实现 PT 对称系统.

5.3 空间拓展

德国鲁尔大学 Günther 和 Samsonov^[90] 于 2008 年提出了对具有 PT 对称哈密顿量的短时量子系统进行奈马克拓展 (Naimark dilation), 将其重新解释为高维希尔伯特空间中厄米系统的一个子系统. 这为在纠缠双自旋系统中直接实验实现 Bender 等^[116] 提出的 PT 对称超快短时问题开辟了道路. 它解决了 PT 对称哈密顿量的量子力学与传统的厄米量子力学模式之间的切换问题. 核心思想在于将最速降线重新解释为在高维希尔伯特空间中的更大厄米量子力学系统的适当对称子系统. 基于奈马克拓展技术^[117] 产生的大系统将具有纠缠双自旋 (二量子比特) 系统的结构, 因此短时效应的实验实现是可行的.

6 其他量子模拟实验系统

迄今为止, 核磁共振量子系统、量子光学系统、超导量子系统、离子阱系统、超冷原子等系统因各自不同的优点, 成为构造通用量子处理器的热门备选方案. 本节将介绍核磁共振系统、量子光学及光子学中的量子模拟实验.

6.1 核磁共振系统

核磁共振具有相干时间长、脉冲操控精确以及保真度高等优点, 在量子信息相关研究中起着至关重要的作用^[118]. 核磁共振系统作为一个量子模拟器, 可以用于模拟基本量子力学模型、量子延迟选择^[119,120]、量子相变^[121,122]、量子隧道效应^[47,123] 和其他不易操控的量子系统等. 下面介绍使用核磁共振系统进行量子模拟的几个具体应用.

6.1.1 PT 对称系统快速演化的观察

最速降线问题描述的是两个状态之间的最短时间演化. 在量子力学中, 两个状态之间的最速降线是由哈密顿量本征值的最大差值限定的, 它可以应用于量子算法复杂性的时间最优方法. Bender 等^[116] 已经证明 PT 对称哈密顿量比厄米量子力学

具有更快的演化最短时间. 在核磁共振 (NMR) 量子系统中, 模拟 PT 对称哈密顿量的时间演化的实验已经得到设计和实现^[47]. 实验结果表明, PT 对称哈密顿量系统的演化速度确实比厄米量子系统的更快, 并且演化时间可以接近于零. 在厄米量子力学中, 当厄米二能级量子系统的本征值之差固定不变时, 自旋翻转的最快演化时间不变. 而对于 PT 对称量子系统, 则可以通过改变哈密顿量中的参数来改变最速降线时间. 正如 Bender 等^[116] 所预测并在工作中所证明的那样, 哈密顿量参数的改变不仅可以加速演化, 还可以减慢演化^[124].

6.1.2 核磁共振系统中鸟类罗盘的量子模拟实验

量子生物学是量子科学与生物学相结合的新兴领域. 它研究生命系统中的量子效应, 并探究量子效应在生物学中的作用. 鸟类磁感应现象在 20 世纪 60 年代首次获得实验支持^[125], 它是鸟类通过量子罗盘在地球磁场中定向的能力. 在对欧洲知更鸟进行实验后, 有人提出罗盘可能依赖于自由基对中的一对电子自旋, 通过塞曼相互作用与地球磁场交互. 其他实验表明, 化学罗盘不受极性反转的影响^[126], 但是会被频率处于电子对的共振频率附近的射频场破坏^[127,128], 并且只有在周围有阳光且磁场强度在 $\pm 30\%$ 范围内的内部磁场的情况下才能正常工作^[129,130].

有一类量子模拟系统的实现是基于某些化合物中自旋的核磁共振, 每种化学物质通常都有固定数量的核自旋, 研究人员使用核磁共振光谱仪内的自然哈密顿量并通过应用精心定制的射频脉冲序列对其进行操作. 其中, 自然哈密顿量源于化学物质中的静态磁场和自旋耦合^[131]. 该工作研究的是系统和外部环境耦合的开放系统, 因此系统的哈密顿量是非厄米的. 射频脉冲与化合物中原子核的拉莫尔频率匹配或接近匹配. 在这种情况下, 原子核很容易吸收和发射入射射频脉冲所赋予的能量, 从而有助于精确控制核自旋. 因此使用此类量子模拟系统可以实现鸟类罗盘的模拟.

文献^[44] 描述了在核磁共振量子信息处理器中进行了鸟类磁感应的实验演示. 首先在核磁共振系统中准备一个 $|00\rangle$ 态, 然后应用一系列量子逻辑门来创建一个单重态. 将鸟类罗盘的时间演化算符应用于单重态. 最后, 同样序列的量子逻辑门将系

统返回到 $|00\rangle$ 态, 研究人员在此量子态下读取数据. 逻辑门序列和时间演化算子都可以使用梯度上升优化算法 (GRAPE) 实现. 实验表明, 参考和探测罗盘模型在核磁共振系统中得到了成功的模拟, 并与理论符合良好, 因此核磁共振量子模拟具有广泛适用性.

6.1.3 量子模拟器上的量子时空

量子引力旨在将爱因斯坦引力与量子力学统一起来, 使人们对引力的理解可以扩展到普朗克尺度 1.22×10^{19} GeV. 在普朗克尺度层面, 爱因斯坦引力和时空连续体被量子时空分解并取代. 目前许多研究量子时空的方法都植根于自旋网络, 它是一种重要的、非微扰的量子引力框架. 自旋网络是彭罗斯^[86]受扭量理论的启发提出的, 后来被广泛应用于圈量子引力论 (LQG)^[132]. 在 LQG 中, 自旋网络在普朗克尺度上代表空间基本离散量子几何的量子态, 用作某些 $3+1$ 维量子时空的边界数据. 量子时空可以具有开放系统结构, 因此与非厄米系统关系紧密.

如图 15 所示^[133], 一个以自旋网络为边界的 $3+1$ 维量子时空是一个自旋泡沫, 一个由许多三维世界图 (曲面) 及其交点组成的“网络”, 其中世界图是由自旋一半着色的. 就像经典空间的时间演化形成的经典时空一样, 自旋网络的时间演化形成了量子时空^[134,135].

研究人员使用量子模拟器探索自旋网络态和自旋泡沫振幅, 为研究 LQG 提供了有效的实验演示^[133]. 通过在核磁共振系统中使用四量子位量子寄存器, 创建了图 16^[133] 中 10 个代表量子四面体的不变张量态, 保真度超过 95%. 然后, 利用这些量子四面体, 模拟了 Ooguri 模型中一个自旋 $-1/2$ 的自旋泡沫顶点振幅. 由于顶点振幅决定了自旋泡沫振幅并显示了局域动力学, 因此结果显示了 5 个

胶合量子四面体的相互作用振幅或 m 到 $(5-m)$ 量子四面体的跃迁.

6.2 量子光学系统

量子力学出现开始, 光学就在量子物理中担任了非常重要的角色, 与量子发展息息相关. 因此, 量子光学系统成为了量子计算和量子信息处理的关键备选方案之一.

6.2.1 Yang-Baxter 方程的直接实验模拟

由于 Yang-Baxter 方程 (YBE) 的重要性, 其实验验证一直是人们追求的目标. 值得注意的是 Tennant 等^[136,137] 对其进行的实验验证, 他们测量了海森伯半自旋链的光谱, 实验结果与 YBE 的计算结果相符合. 文献^[138] 对一维导线的密度分布进行测量的结果与基于杨氏可解模型的理论计算结果符合良好. 然而, 这些实验都只是对 YBE 的间接验证. 根本原因在于 YBE 仅为光谱或观测剖面提供了充分条件, 即观测剖面只是 YBE 的必要条件, 并不能保证 YBE 的有效性, 也无法证明光谱参数的类洛伦兹变换.

研究人员于 2013 年首次报道了使用线性量子光学对 YBE 进行直接实验模拟^[139]. 此模拟的基本原理由 Hu 等^[140] 于 2008 年确立, 他们通过使用 Temperley-Lieb 代数, 进行了一次显著的约化, 得到了一个维数为 2 的 YBE, 这使得利用当前技术在量子光学中实现 YBE 成为可能. 在 2013 年的实验模拟中, 研究人员用分束器、半波片、四分之一波片等线性量子光学元件实现了 Hu-Xue-Ge 方案^[140], 并证明了 YBE 的有效性, 还直接验证了厄米对称的 YBE 两边的相等性. 并且, 研究人员首次通过实验证明了 YBE 光谱参数的类洛伦兹变换. 然而, 研究人员提及的模拟并没有涉及 YBE 中的量子纠缠问题, 并且实现的 YBE 是厄米对称

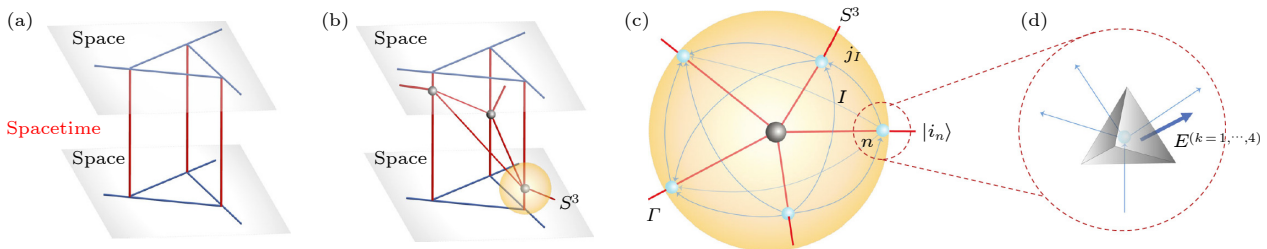
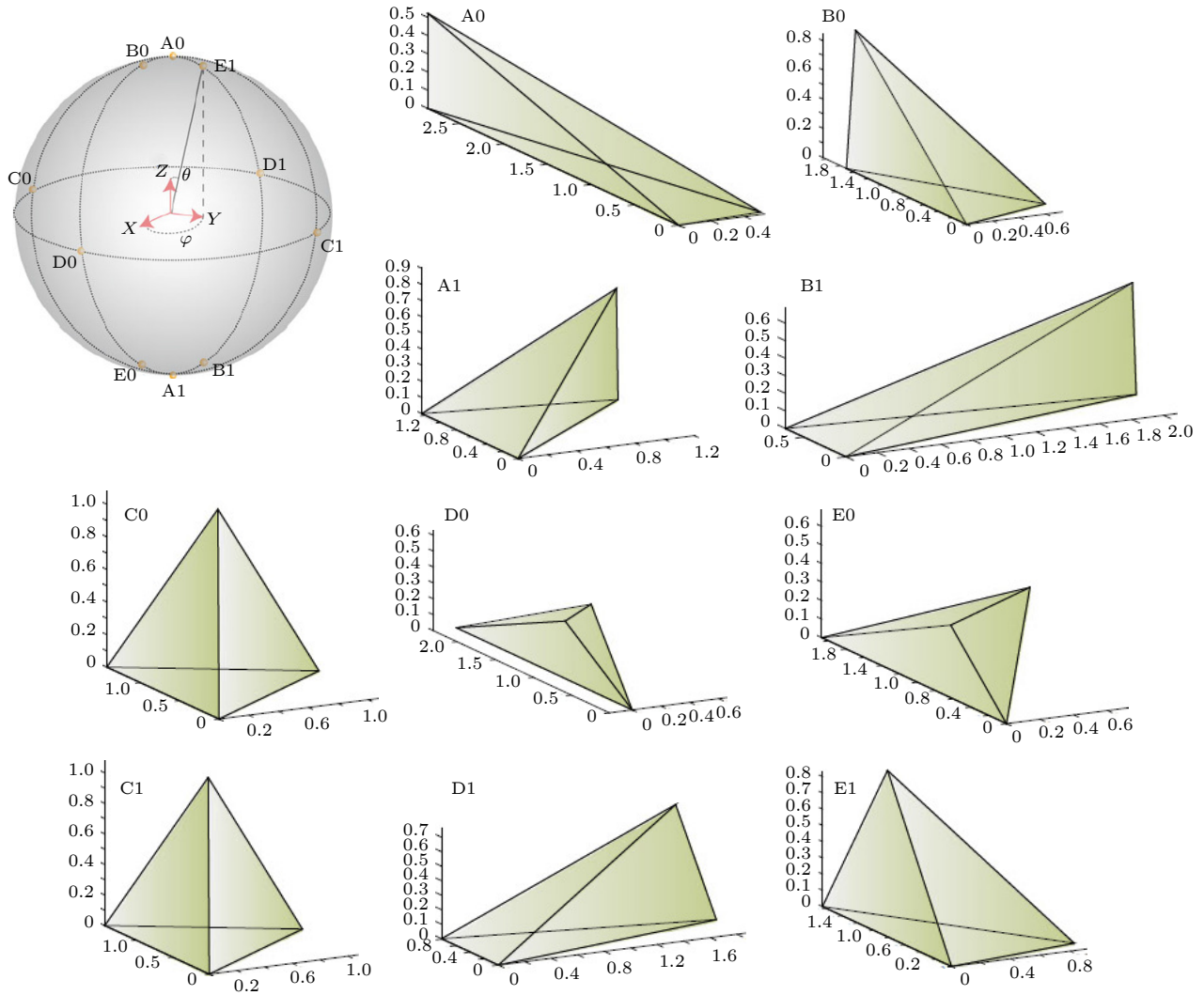


图 15 量子时空和四面体 (a) 静态四维 (4D) 量子时空; (b) 五价点的动态量子时空; (c) S^3 的局域结构; (d) 量子几何四面体^[133]

Fig. 15. Quantum spacetime and tetrahedra: (a) A static 4D quantum spacetime; (b) a dynamical quantum spacetime with a number of five valent vertices; (c) the local structure of S^3 ; (d) quantum geometrical tetrahedra^[133].

图 16 实验制备量子态在 Bloch 球上的对应和相关经典四面体^[133]Fig. 16. Experimentally prepared states on the Bloch sphere and their corresponding classical tetrahedra^[133].

的. 下面介绍非厄米的 YBE 的模拟, 为实现 YBE 的量子纠缠提供了新的思路. 文献 [49] 首次基于 LCU 实现了非厄米 YBE 的量子模拟. 该模拟系统包含 Yang-Baxter 子系统和一个辅助量子比特. Yang-Baxter 子系统将会随着 YBE 两边的部分演化, 而辅助系统用于保持 YBE 模拟的统一性, 还是检验其正确性的必要条件. 在传统的量子模拟中, YBE 方程等号两边被分别模拟, 再对整个 Yang-Baxter 系统的两个输出态进行本质上的重构和比较, 以检查 YBE 模拟的正确性. 在这一过程中, YBE 的整体性被破坏. 相反, 基于 LCU 的模拟下, 由于辅助比特的作用使得 YBE 的两侧可以作为一个整体被同时模拟, 因此 YBE 会保持整体性不受破坏. 所以, 在 YBE 两侧的量子纠缠或多个 YBE 系统的量子纠缠有望实现. 并且, 辅助量子比特可以被用

于探测 YBE 模拟过程当中的缺陷. 这一过程不需要使 YBE 子系统的量子态塌缩, 所以最后 YBE 的状态可以被保留. 研究人员除了提出理论之外, 还提出了量子光学系统和核磁共振量子系统上实现 YBE 的实验方案 (如图 17^[49] 所示). 此方案既可以模拟非厄米 YBE 系统, 也可以高效模拟厄米 YBE 系统.

6.2.2 量子热机的光学模拟

热机在人类社会发展进程和生活中发挥着重要作用, 如何提高热机效率一直是热力学的核心科学问题. 量子热机 (QTE) 顾名思义就是以量子系统为工作物质对外做功的热机. 由于 QTE 会向外界做功并且系统与外界相互作用的参数是可控的, 因而它是一个开放系统, 可由非厄米哈密顿量描述. 为了提高 QTE 效率, 研究人员对工作物质的量

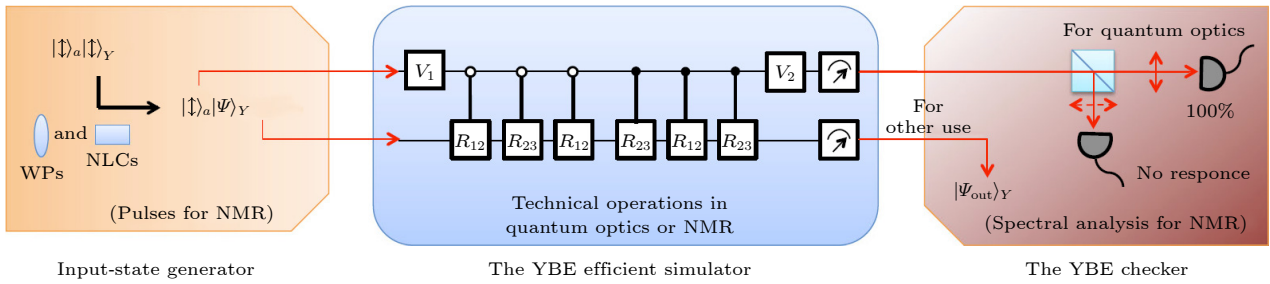
图 17 LCU 模拟 YBE 的简图^[49]

Fig. 17. Schematic illustration of the LCU simulation of the YBE by quantum optics system and a nuclear magnetic resonance quantum system^[49].

子性质进行探索,取得了很多有效成果.最近,通过核磁共振(NMR)^[141]和金刚石中的氮空位中心^[142]操纵的核自旋系统,研究人员对QTE的性能进行了实验验证.一般来说,在物理系统中实现QTE的一个主要困难是为了实现对退相干的鲁棒性而所需的高度可控性.因此,在可以有效控制储层的体系中设计QTE显得尤为重要.另外,退相干可由非么正算符实现,QTE与非厄米哈密顿量相联系.

为了模拟可控储层,必须考虑量子通道对量子信息的影响^[143].在这种情况下,研究人员考虑相关量子通道的光学实现是至关重要的,如振幅阻尼、相位阻尼和位翻转通道,以及其他使用单光子执行的通道^[144].文献^[145]介绍了一种通过光学方法模拟量子热机的理论和实验方案,工作物质和热库的行为通过单个光子的内部自由度实现.通过使用偏振和传播路径,研究人员对两个量子比特进行编码,然后实现奥托循环的热力学步骤.为了说明方案的可行性,研究人员通过强激光束实验实现了这种模拟,并评估了热力学循环每一步的热量和功.

6.3 光子系统

由于具有最快的传播速度,很强的稳定性及良好的抗环境干扰能力,光子系统早已成为实现量子信息处理的最理想和最热门的物理系统之一.

6.3.1 PT 对称量子动力学中临界现象的观察

PT 对称非厄米系统在合成系统(经典光学、微波腔、量子气体和单光子系统)中具有新奇性.在这些系统中,光谱在 PT 对称非破缺相位中完全是实的,这与 PT 对称自发破缺相位的情况相反.因此,两个相位中的动力学是截然不同的,并且在两个区域之间的边界上出现了动力学临界性.开放

量子系统中的 PT 对称非么正动力学的一个范例是系统及其环境之间信息流的可逆-不可逆临界性^[132].在这里,当系统处于 PT 对称非破缺区域时,由于在 PT 对称保护的环境中存在有限维纠缠部分,因此丢失到环境中的信息可以被完全恢复.相反,当 PT 对称系统自发破缺时,信息流是不可逆的.而在奇异点附近,物理量表现出幂律行为.大量实验在经典的增益和损耗平衡的 PT 对称系统中观察到了此类新奇动力学特性以及 PT 过渡点或奇异点的特征^[31–36].

文献^[146]描述了利用单光子干涉网络对 PT 对称非么正量子动力学进行的实验模拟,并通过实验研究了 PT 非破缺和破缺区域的奇异点附近信息流中的临界现象.研究人员通过对光子实施非么正门运算并执行量子态层析成像,重建了任意时刻 PT 动力学随时间变化的密度矩阵,这使得能够表征 PT 奇异点附近的临界现象,并在关键量(如可区分性和重现时间)中证明了幂律行为.对称性和初始条件都会对临界现象产生影响.引入辅助自由度作为环境并探测系统和环境之间的量子纠缠,研究人员证实了观测到的信息恢复是由环境中的有限维纠缠部分引起的.该工作是第一个描述 PT 对称非么正量子动力学中临界现象的实验,并为模拟合成量子系统中的 PT 对称动力学开辟了一条途径.

6.3.2 光学微腔中模拟 PT 任意相位对称系统

3.2.3 节已经介绍了 PT 任意相位对称系统,并且给出了其基于 LCU 的模拟理论,本节介绍二元光学微腔中模拟 PT 任意相位对称系统. PT 任意相位对称系统的哈密顿量满足(12)式,当与系统哈密顿量有关的相位 φ 处于不同的值时,可以

得到 PT 或者 APT 对称的系统. 文献 [97] 研究了 PT 任意相位对称系统的演化, 可以在二元耦合系统中实现这种对称性. 研究人员实验上选择两个具有相同共振频率的光学微型谐振器进行模拟, 发现 PT 任意相位对称系统的能级简并只能在 PT 对称和 PT 反对称情况下实现. 研究人员提出了实验上可实现的系统, 展示了在 PT 任意相位的对称保护性. 这类系统有望被用于超敏传感、光学手性和非互易传输.

6.3.3 使用光子高斯模式模拟三能级系统中的量子跃迁

量子光学系统被证明是量子力学基础测试和量子信息协议实施的有效选择. 某些光学系统在光子横向动量中进行信息编码, 这些信息可以使用狭缝 [147] 或不同的光子路径 [148] 来离散, 以便在狭缝模式或高斯模式下制备单光子、双光子或四光子量子态 [149,150]. 由于高斯形状在顺序运算中保持不变, 因此高斯模式可用于广义量子运算. 此外, 这种状态很容易耦合到带透镜的光纤和光子电路, 从而使得研究人员在不同的平台和不同的应用中探索它们. 另一个有趣的可能性是使用空间光调制器 (SLM) 作为光学系统的一部分来转换光子状态, 保持相同的高斯编码, 以实现广泛的量子操作 [150,151].

这种光学结构的一个重要优势是它们能够模拟复杂的量子系统.

研究人员提出并实现了一种使用三模光子系统在量子跃迁下实验模拟非厄米三能级系统的方法 (如图 18^[152] 所示), 分别在三能级原子系统中模拟了三种不同的自发衰变动力学: 级联衰变, Λ 衰变和 V 衰变. 研究人员利用光子级的衰减光相干源, 制备了三路叠加态的光子, 该光子以并行高斯模式编码, 通过对光子路径进行精确的周期性相位调制, 能够实现大量操作并模拟三能级系统中不同的衰减动力学. 这一模拟让我们更好地理解量子跃迁如何影响三能级系统的相干性. 此外, 这种实现可用于理解高维系统中的量子跃迁如何因状态退相干而影响量子协议, 而退相干可由非厄米么正算符实现, 从而与非厄米系统相联系. 该方法具有通用性, 它可以推广到三级以上的多级系统.

6.3.4 耦合 PT 对称哈密顿量的光子量子模拟

文献 [153] 提出了适用于直接实现么正变换技术平台的 PT 对称哈密顿量量子模拟的框架. 研究人员使用设备将非么正算子, 以及与第一算子具有相反的时间演化算子的第二算子嵌入到全局么正变换之中. 该模型中的整体演化允许单粒子或多粒

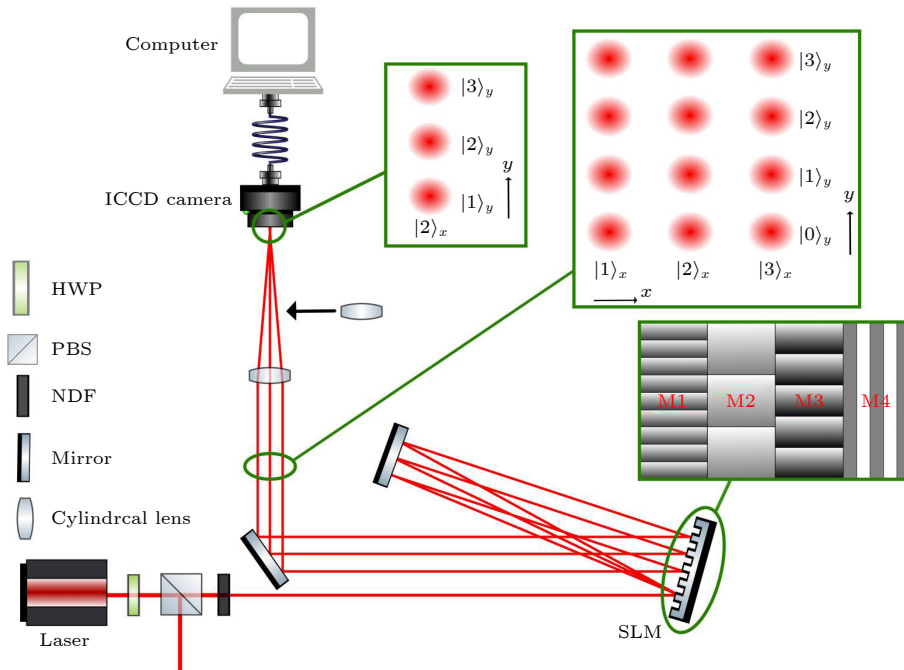


图 18 用于准备和实现在三模平行高斯光束状态下的算符的实验装置^[152]

Fig. 18. Experimental setup used to prepare and to implement the operations on a three-path parallel Gaussian beam state^[152].

子激发在耦合系统之间隧穿, 其概率与模拟哈密顿量的非厄米性成比例. 这种构造允许在非厄米哈密顿量的情况下, 对在相反时间方向上叠加的状态进行实验研究. 研究人员使用可编程集成光子芯片以及单光子、双光子和三光子输入态的集合, 在双模和三模 PT 对称哈密顿量中实验模拟了多粒子动力学. 此实验再现了 PT 对称未破缺区域和跨越奇异点到 PT 对称破缺区域的动力学, 包括时间正向子系统和时间反向子系统之间的相互相干效应和干涉效应. 这一工作展现了使用可编程量子模拟器研究量子力学中的基本问题的可能性.

7 经典系统中的非厄米系统模拟实验

除了量子系统, 经典系统也可模拟非厄米系统. 经典物理实验系统更成熟稳定, 相比于量子系统更易于操控, 更容易完成实验实现, 同时也可以很好地演示非厄米系统特性. 下面分别简介利用 LRC 回路、激光器和经典电路模拟 PT 对称非厄米系统.

7.1 LRC 回路中模拟 PT 对称的量子系统

具有 PT 对称性的 LRC 回路实验上最早是由 Schindler 等^[154]于 2011 年提出的, 它由一对振荡耦合器构成, 其中一个具有放大功能, 另一个则具有等效的衰减量. 正是由于这对振荡耦合器 (又称作二聚体) 中的增益损失机制, 使得这一回路可以在保持 PT 对称性的同时打破厄米性. 这种“有源”二聚体可以使用简单的电子学实现, 由于其在经典系统中模拟 PT 对称的量子系统, 所以它从实本征谱到复本征谱的“相变”可以被直接观察. 在具有新奇性的相变点附近, 其一般的模式合并, 组件相对相位差的确定值由电感耦合确定. 这一实验的实现引导了后续一系列使用经典系统对量子系统的模拟的实验. 2012 年, Lin 等^[155]在实验上通过在传输导线的感应耦合中应用 LRC 电路, 研究了 PT 对称的散射, 并且提供了 PT 对称散射的奇异性质的实验依据. LRC 电路作为一种易于实现的系统, 可以研究许多其他理论思想. 其简单性和对动态变量的可访问性使我们能够深入且更透彻地理解 PT 对称散射. 2018 年 Choi 等^[92]通过实验演示了一种模拟通用 APT 系统的电路. 他们使用电阻耦合放大 LRC 谐振器电路研究了稳态和动态特

性, 实现了精确的参数控制和时间分辨测量. 在该实验中, 他们观察到了相变点、发生 PT 对称破缺的逆过程以及能极差守恒的时间演化等结果, 通过实验证实了 APT 量子系统的独特性质, 为其他领域的发展提供了新的光波操作技术和创新的设备操作原理.

7.2 激光器中的 PT 对称

由于半导体激光器系统中, 不仅存在折射率的高低分布, 而且存在增益和损耗分布, 因而它可作为一个非厄米的光学系统^[156]. 2007 年 El-Ganainy 等^[157]提出了适用于 PT 对称光学元件的耦合模理论 (CMT), 其中每个单独元件和整个系统都遵循 PT 对称性. 基于 PT 对称光学的 CMT, 产生且发展了许多相关光学实验. 其中的一类代表是具有侧向和纵向 PT 对称性结构的激光器. 具有侧向和纵向 PT 对称性结构的激光器可以调控自身的模式特性. 2012 年 Miri 等^[158]提出利用 PT 对称结构的侧向模式制备单侧模激光器, 实现单向模场大面积激光的放大. 这种 PT 对称结构可以通过耦合两个多模场的波导来实现, 其中一个模场显示的是增益, 另一个是等量的损耗. 研究人员利用 PT 对称破缺跃迁实现单侧模激光器, 这种跃迁在保持高阶模场中性的情况下, 允许基本模场获得增益. 这种单侧模激光器得以实现的本质原因是波导基模间的耦合系数小于高阶模间的耦合系数, 基模会更先进入 PT 对称破缺相, 进而实现单侧模的激光输出. Hodaei 等^[159]在 2014 年利用光泵浦的侧向双环耦合的 PT 对称环形激光器实现了单模激光的输出, 实现了纵模的筛选. 2018 年 Yao 等^[37]通过固定一个波导的电流, 调节另一个波导的电流大小以实现一个波导固定增益和另一个波导变化的损耗, 进而实现模式选择性 PT 对称破缺和单模操作.

Feng 等^[160]在 2014 年提出了利用纯增益损耗调制的单微环纵向 PT 对称结构的激光器, 可以利用 PT 对称相变来实现对固有的单模激光的选择. Gu 等^[161]在所制备的纵向 PT 对称条形激光器中, 发现了模式间隔更大的光谱. 这是由于该激光器具有非对称的泵浦区域与非泵浦区域, 进入 PT 对称破缺相导致模式间隔增大. 除了利用 PT 对称性的模场分离调控激光器, 还可以利用处于 PT 对称相变点处的光的不可见性实现轨道角动量微腔激光器^[162,163]. 由于光在纵向 PT 对称的复折射率光栅

处的反射率为 0, 因而可以使得微环上只保留一个方向上的光束输出. 利用单向破坏性干涉展现出的独特非对称结构也能设计不依赖入射方向的波传播以及单向激光发射^[164,165].

7.3 经典电路模拟非厄米系统

相比传统的量子平台, 经典电路系统因不受限的网络形式和高度的调控自由度, 原则上可以模拟任意维度、任意格点间跃迁、任意边界条件下的量子紧束缚模型, 已经成为模拟量子物态的有力平台. 研究人员利用经典电路通过仿真电路模拟器 (SPICE) 成功模拟了一个重要的非厄米量子模型^[166], 即非互易 Aubry-André 模型 (AA 模型) 的稳态性质, 包括周期边界条件下体现系统非厄米拓扑性质的复能谱和能谱缠绕数, 以及开边界下非厄米趋肤效应与准无序局域化的竞争. 研究人员详细介绍了如何建立经典电路的拉普拉斯形式与量子紧束缚模型哈密顿矩阵在不同边界条件下的映射, 并具体给出了实现不同边界条件下非互易 AA 模型的电路设计方案. 由于方案的普适性, 这一工作所讨论的设计原则和理论可以直接应用于其他非厄米量子模型的电路模拟.

8 总结与展望

量子模拟一直以来作为量子信息研究的重要驱动力和主要研究方向, 其理论与实验研究均发展迅速. 非厄米系统作为传统量子力学理论拓展, 因其与开放和耗散系统联系紧密, 同时具有潜在应用价值, 近二十年来发展迅速, 成为研究热点. 本文关注二者的结合, 简要综述了非厄米系统量子模拟的新进展, 着重介绍了基于 LCU 对非厄米系统的量子模拟理论和实验研究, 包括 PT 对称与反对称系统、PT 任意相位对称系统、P 厄米对称与 P 厄米反对称、厄米任意相位对称系统、 τ -反厄米对称系统等的量子模拟研究. 同时, 简要介绍了其他量子模拟非厄米系统的研究方法, 包括随机行走、嵌入式和空间拓展等. 实验方面, 介绍了基于核磁共振、量子光学与光子学等平台的几个典型的非厄米量子模拟研究实例, 以及利用经典物理系统开展对非厄米系统模拟的实验研究.

目前对非厄米系的量子模拟研究, 理论方面集中于 PT 对称与反对称, 对于其他非厄米系统尤其

是赭厄米系统的理论研究逐步增多. 实验方面主要集中于 PT 对称与反对称系统, 对于包括赭厄米系统在内的其他非厄米系统的量子模拟实验研究较少, 是今后开展非厄米实验研究的发展方向. 然而, 非厄米系统不仅局限于具有 PT 对称性或赭厄米性的哈密顿量, 还有更多具有不同形式非厄米哈密顿量有待发现、研究和应用. 另一方面, 多数非厄米量子模拟研究集中于二能级系统, 以展示非厄米系统新奇特性为主. 随着研究深入, 高维一般情况的非厄米哈密顿量的数学形式和高效的量子模拟有待进一步研究.

参考文献

- [1] Pauli W 1943 *Rev. Mod. Phys.* **15** 175
- [2] Dirac P A M 1942 *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **180** 980
- [3] Lee T D, Wick G C 1969 *Nucl. Phys. B* **9** 209
- [4] Ding P Z, Yi W 2022 *Chin. Phys. B* **31** 010309
- [5] Gamow G 1928 *Zeitschrift für Physik* **51** 204
- [6] Moiseyev N 2011 *Non-Hermitian Quantum Mechanics* (Cambridge: Cambridge University Press) pp211–247
- [7] Breuer H P, Petruccione F 2002 *The Theory of Open Quantum Systems* (10th Anniversary Ed.) (Oxford: Oxford University Press) pp421–431
- [8] Barreiro J T, Müller M, Schindler P, Nigg D, Monz T, Chwalla M, Hennrich M, Roos C F, Zoller P, Blatt R 2011 *Nature* **470** 486
- [9] Hu Z, Xia R, Kais S A 2020 *Sci. Rep.* **10** 3301
- [10] Del Re L, Rost B, Kemper A F, Freericks J K 2020 *Phys. Rev. B* **102** 125112
- [11] Viyuela O, Rivas A, Gasparinetti S, Wallraff A, Filipp S, Martin-Delgado M A 2018 *npj Quantum Inf.* **4** 10
- [12] Schlingens A W, Head-Marsden K, Sager L M, Narang P, Mazziotti D A 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 270503
- [13] Del Re L, Rost B, Foss-Feig M, Kemper A F, Freericks J K 2022 *arXiv: 2204.12400[quant-ph]*
- [14] Zheng C 2021 *Sci. Rep.* **11** 3960
- [15] Chen Z J, Ning X J 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2683 (in Chinese) [陈曾军, 宁西京 2003 物理学报 **52** 2683]
- [16] Bender C M, Boettcher S 1998 *Phys. Rev. Lett.* **80** 5243
- [17] Bender C M, Brody D C, Jones H F 2004 *Phys. Rev. D* **70** 025001
- [18] Bender C M, Brody D C, Jones H F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 270401
- [19] Bender C M 2007 *Rep. Prog. Phys.* **70** 947
- [20] Mostafazadeh A 2002 *J. Math. Phys.* **43** 205
- [21] Mostafazadeh A 1998 *J. Math. Phys.* **39** 4499
- [22] Mostafazadeh A 2002 *J. Math. Phys.* **43** 2814
- [23] Mostafazadeh A 2002 *Nucl. Phys. B* **640** 419
- [24] Mostafazadeh A 2004 *J. Math. Phys.* **45** 932
- [25] Deutsch M 1985 *Proc. R. Soc. London Ser. A* **400** 97
- [26] Jin L, Song Z 2009 *Phys. Rev. A* **80** 052107
- [27] Tang Y J, Liang C, Liu Y C 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 171101 (in Chinese) [唐原江, 梁超, 刘永椿 2022 物理学报 **71** 171101]
- [28] Zhang X Z, Wang P, Zhang K L, Yang X M, Song Z 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 174501 (in Chinese) [张禧征, 王鹏, 张坤亮, 杨学敏, 宋智 2022 物理学报 **71** 174501]

- [29] Kato T 1966 *Perturbation Theory for Linear Operators* (Berlin: Springer-Verlag) pp64–516
- [30] Heiss W D 2012 *J. Phys. A: Math. Theor.* **45** 444016
- [31] Regensburger A, Bersch C, Miri M A, Onishchukov G, Christodoulides D N, Peschel U 2012 *Nature* **488** 167
- [32] Hodaie H, Hassan A U, Wittek S, Garcia-Gracia H, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2017 *Nature* **548** 187
- [33] Ritter C E, Makris K G, El-Ganainy R, Christodoulides D N, Segev M, Kip D 2010 *Nat. Phys.* **6** 192
- [34] Wimmer M, Miri M A, Christodoulides D N, Peschel U 2015 *Sci. Rep.* **5** 17760
- [35] Feng L, Xu Y L, Fegadolli W S, Lu M H, Oliveira J E B, Almeida V R, Chen Y F, Scherer A 2013 *Nat. Mater.* **12** 108
- [36] Xu H, Mason D, Jiang L, Harris J G E 2016 *Nature* **537** 80
- [37] Yao R Z, Lee C, Podolskiy V, Guo W 2018 *Laser Photonics Rev.* **13** 1800154
- [38] Zheng C, Li D 2022 *Sci. Rep.* **12** 2824
- [39] Li D, Zheng C 2022 *Entropy* **2** 4
- [40] Li L J, Ming F, Song X K, Wang D 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 070302 (in Chinese) [李丽娟, 明飞, 宋学科, 叶柳, 王栋 2022 物理学报 **71** 070302]
- [41] Feynman R P 1982 *Int. J. Theor. Phys.* **21** 467
- [42] Greiner M, Mandel O, Esslinger T, Hansch T W, Bloch I 2002 *Nature* **415** 39
- [43] Gerritsma R, Kirchmair G, Zahringer F, Solano E, Blatt R, Roos C F 2010 *Nature* **463** 68
- [44] Pearson J, Feng G R, Zheng C, Long G L 2016 *Sci. China Phys. Mech. Astron.* **59** 120312
- [45] Sheng Y B, Zhou L 2017 *Sci. Bull.* **62** 1025
- [46] Georgescu I M, Ashhab S, Nori F 2014 *Nature* **86** 153
- [47] Zheng C, Hao L, Long G L 2013 *Philol. Trans. R. Soc. A* **371** 20120053
- [48] Gao T, Estrecho E, Bliokh K Y, Liew T C H, Fraser M D, Brodbeck S, Kamp M, Schneider C, Hofling S, Yamamoto Y 2015 *Nature* **526** 554
- [49] Zheng C, Wei S 2018 *Int. J. Theor. Phys.* **57** 2203
- [50] Wang H, Wei S, Zheng C, Kong X, Wen J, Nie X, Li J, Lu D, Xin T 2020 *Phys. Rev. A* **102** 012610
- [51] Zheng C 2018 *EPL* **123** 40002
- [52] Wen J, Zheng C, Kong X, Wei S, Xin T, Long G 2019 *Phys. Rev. A* **99** 062122
- [53] Li C, Wang P, Jin L, Song Z 2021 *J. Phys. Commun.* **5** 105011
- [54] Jin L 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 037302
- [55] Zheng C 2019 *EPL* **126** 30005
- [56] Wen J, Qin G, Zheng C, Wei S, Kong X, Xin T, Long G 2020 *npj Quantum Inf.* **6** 28
- [57] Zheng C 2022 *Chin. Phys. B* **31** 100301
- [58] Joglekar Y N, Saxena A 2011 *Phys. Rev. A* **83** 050101
- [59] Valle G D, Longhi S 2013 *Phys. Rev. A* **87** 022119
- [60] Faisal F H M, Moloney J V 1981 *J. Phys. B* **14** 3603
- [61] Zhang S, Jin L, Song Z 2022 *Chin. Phys. B* **31** 010312
- [62] Jin L, Song Z 2010 *Phys. Rev. A* **81** 032109
- [63] Hu Z, Zeng Z Y, Tang J, Luo X B 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 074207 (in Chinese) [胡洲, 曾招云, 唐佳, 罗小兵 2022 物理学报 **71** 074207]
- [64] Cannata F, Junker G, Trost J 1998 *Phys. Lett. A* **246** 219
- [65] Chuang Y L, Ziauddin, Lee R K 2018 *Opt. Express* **26** 17
- [66] Benioff P 1980 *J. Stat. Phys.* **22** 563
- [67] Shor P W 1994 *Proceeding of the 35th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science* Santa Fe, New Mexico, USA, November 20–22, 1994 p124
- [68] Grover L K 1996 *Proceedings of the Twenty-eighth Annual ACM Symposium on Theory of Computing* Philadelphia, USA, July 1, 1996 p212
- [69] Fan H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 120301 (in Chinese) [范桁 2018 物理学报 **67** 120301]
- [70] Garcia-Perez G, Rossi M A C, Maniscalco S 2020 *npj Quantum Inf.* **6** 1
- [71] Wei S J, Ruan D, Long G L 2016 *Sci. Rep.* **6** 30727
- [72] Long G L 2006 *Commun. Theor. Phys.* **45** 825
- [73] Long G L 2011 *Int. J. Theor. Phys.* **50** 1305
- [74] Motta M, Sun C, Tan A T K, O'Rourke M J, Ye E, Minnich A J, Brandao F G S L, Chan G K L 2020 *Nat. Phys.* **16** 205
- [75] Kamakari H, Sun S N, Motta M, Minnich A J 2022 *PRX Quantum* **3** 010320
- [76] Endo S, Sun J, Li Y, Benjamin S C, Yuan X 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 010501
- [77] Head-Marsden K, Krastanov S, Mazziotti D A, Narang P 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 013182
- [78] Hu Z, Head-Marsden K, Mazziotti D A, Narang P, Kais S 2022 *Quantum* **6** 726
- [79] Gudder S 2007 *Quantum Inf. Process.* **6** 37
- [80] Long G L, Liu Y 2008 *Commun. Theor. Phys.* **50** 1303
- [81] Long G L, Liu Y, Wang C 2009 *Commun. Theor. Phys.* **51** 65
- [82] Long G L 2007 *Quantum Inf. Process.* **6** 49
- [83] Cao H X, Long G L, Guo Z H 2013 *Int. J. Theor. Phys.* **52** 1
- [84] Cui J X, Zhou T, Long G L 2012 *Quantum Inf. Process.* **11** 317
- [85] Nielsen M A, Chuang I L 2002 *Am. J. Phys.* **70** 558
- [86] Penrose R 1971 *Quantum Theory and Beyond* (Cambridge: Cambridge University Press) pp151–180
- [87] Wen J W, Zheng C, Ye Z D, Xin T, Long G L 2021 *Phys. Rev. Res.* **3** 013256
- [88] Li X G, Zheng C, Gao J C, Long G L 2022 *Phys. Rev. A* **105** 032405
- [89] Shao C, Li Y, Li H 2019 *J. Syst. Sci. Complex* **32** 375
- [90] Günther N, Samsonov B F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 230404
- [91] Xiao L, Zhan X, Bian Z H, Wang K K, Zhang X, Wang X P, Li J, Mochizuki K, Kim D, Kawakami N, Yi W, Obuse H, Sanders B C, Xue P 2017 *Nat. Phys.* **13** 1117
- [92] Choi Y, Hahn C, Yoon J, Song S 2018 *Nat. Commun.* **9** 2182
- [93] Ge L, Tureci H E 2013 *Phys. Rev. A* **88** 053810
- [94] Yang F, Liu Y C, You L 2017 *Phys. Rev. A* **96** 053845
- [95] Li Y, Peng Y G, Han L, Miri M A, Li W, Xiao M, Zhu X F, Zhao J, Alu A, Fan S, Qiu C W 2019 *Science* **364** 170
- [96] Xu H S, Jin L 2021 *Phys. Rev. A* **104** 012218
- [97] Gao P, Sun Y, Liu X, Wang T, Wang C 2019 *IEEE Access* **7** 107874
- [98] Longhi S, Pinotti E 2019 *EPL* **125** 10006
- [99] Zheng C 2021 *EPL* **136** 30002
- [100] Zheng C 2022 *Entropy* **24** 867
- [101] Zheng C, Tian J, Li D L, Wen J W, Wei S J, Li Y S 2020 *Entropy* **22** 812
- [102] Gao W C, Zheng C, Liu L, Wang T J, Wang C 2021 *Opt. Express* **29** 517
- [103] Aharonov Y, Davidovich L, Zagury N 1993 *Phys. Rev. A* **48** 1687
- [104] Farhi E, Gutmann S 1998 *Phys. Rev. A* **58** 915
- [105] Watrous J 2001 *J. Comput. Syst. Sci.* **62** 376
- [106] Xue P, Zhang R, Qin H, Zhan X, Bian Z H, Li J, Sanders B C 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 140502
- [107] Casanova J, Sabín C, León J, Egusquiza I L, Gerritsma R, Roos C F, García-Ripoll J J, Solano E 2011 *Phys. Rev. X* **1**

- 021018
- [108] Candia R D, Mejia B, Castillo H, Pedernales J S, Casanova J, Solano E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 240502
- [109] Alvarez-Rodriguez U, Casanova J, Lamata L, Solano E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 090503
- [110] Zhang X, Shen Y, Zhang J, Casanova J, Lamata L, Solano E, Yung M H, Zhang J N, Kim K 2015 *Nat. Commun.* **6** 7917
- [111] Keil R, Noh C, Rai A, Stüttgen S, Nolte S, Angelakis D G, Szameit A 2015 *Optica* **2** 454
- [112] Pedernales J S, Candia R D, Schindler P, Monz T, Hennrich M, Casanova J, Solano E 2014 *Phys. Rev. A* **90** 012327
- [113] Huang M, Kumar A, Wu J 2018 *Phys. Lett. A* **382** 2578
- [114] Huang M 2018 *Ph. D. Dissertation* (Hangzhou: Zhejiang University) (in Chinese) [黄旻怡 2018 博士学位论文 (杭州: 浙江大学)]
- [115] Beneduci R 2020 *J. Phys.: Conf. Ser.* **1638** 012006
- [116] Bender C M, Brody D C, Jones H F, Meister B K 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 040403
- [117] Holevo A S 1982 *Probabilistic and Statistical Aspects of Quantum Theory* (Amsterdam: North-Holland) pp127–140
- [118] Kong X Y, Zhu Y Y, Wen J W, Xin T, Li K R, Long G L 2018 *Acta Opt. Sin.* **68** 220301 (in Chinese) [孔祥宇, 朱垣晔, 闻经纬, 辛涛, 李可仁, 龙桂鲁 2018 物理学报 **68** 220301]
- [119] Long G L, Qin W, Yang Z, Li J L 2018 *Sci. China: Phys. Mech. Astron.* **61** 030311
- [120] Xin T, Li H, Wang B X, Long G L 2015 *Phys. Rev. A* **92** 022126
- [121] Peng X, Du J, Suter D 2005 *Phys. Rev. A* **71** 012307
- [122] Zhang J, Peng X, Rajendran N, Suter D 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 100501
- [123] Feng G R, Lu Y, Hao L, Zhang F H, Long G L 2013 *Sci. Rep.* **3** 2232
- [124] Gunther N, Samsonov B F 2008 *Phys. Rev. A* **78** 042115
- [125] O'Neill P 2013 *Dev. Growth Differ.* **55** 188
- [126] Wiltschko W, Wiltschko R 1972 *Science* **176** 62
- [127] Ritz T, Thalau P, Phillips J B, Wiltschko R, Wiltschko W 2004 *Nature* **429** 177
- [128] Thalau P, Ritz T, Stapput K, Wiltschko R, Wiltschko W 2005 *Naturwissenschaften* **92** 86
- [129] Biskup T, Schleicher E, Okafuji A, Link G, Hitomi K, Getzoff E D, Weber S 2009 *Angew. Chem. Int. Ed.* **48** 404
- [130] Wiltschko W, Stapput K, Thalau P, Wiltschko R 2006 *Naturwissenschaften* **93** 300
- [131] Vandersypen L M K, Chuang I L 2005 *Rev. Mod. Phys.* **76** 1037
- [132] Han M, Huang W, Ma Y 2007 *Int. J. Mod. Phys. D* **16** 1397
- [133] Li K, Li Y N, Han M X, Lu S R, Zhou J, Ruan D, Long G L, Wan Y D, Lu D W, Zeng B, Laflamme R 2019 *Commun. Phys.* **2** 122
- [134] Rovelli C, Vidotto F 2014 *Covariant Loop Quantum Gravity: An Elementary Introduction to Quantum Gravity and Spinfoam Theory. Cambridge Monographs on Mathematical Physics* (Cambridge: Cambridge University Press) pp3–27
- [135] Perez A 2013 *Living Rev. Rel.* **16** 3
- [136] Tennant D A, Perring T G, Cowley R A, Nagler S E 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 4003
- [137] Tennant D A, Cowley R A, Nagler S E, Tselik A M 1995 *Phys. Rev. B* **52** 13368
- [138] Liao Y A, Rittner A S C, Paprotta T, Li W, Partridge G B, Hulet R F, Baur S K, Mueller E J 2010 *Nature* **467** 567
- [139] Zheng C, Song S Y, Li J L, Long G L 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 1688
- [140] Hu S W, Xue K, Ge M L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022319
- [141] Peterson J P S, Batalhão T B, Herrera M, Souza A M, Sarthour R S, Oliveira I S, Serra R M 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 240601
- [142] Klatzow J, Becker J N, Ledingham P M, Weinzel C, Kaczmarek K T, Saunders D J, Nunn J, Walmsley I A, Uzdin R, Poem E 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 110601
- [143] Nielsen M A, Chuang I L 2011 *Quantum Computation and Quantum Information* (10th Ed.) (New York: Cambridge University Press) pp416–561
- [144] Salles A, de Melo F, Almeida M P, Hor-Meyll M, Walborn S P, Souto Ribeiro P H, Davidovich L 2008 *Phys. Rev. A* **78** 022322
- [145] Passos M H M, Santos Alan C, Sarandy Marcelo S, Huguenin J A O 2019 *Phys. Rev. A* **100** 022113
- [146] Xiao L, Wang K K, Zhan X, Bian Z H, Kawabata K, Ueda M, Yi W, Xue P 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 230401
- [147] Lima G, Vargas A, Neves L, Guzmán R, Saavedra C 2009 *Opt. Express* **17** 10688
- [148] Machado P, Matoso A A, Barros M R, Neves L, Pádua S 2019 *Phys. Rev. A* **99** 063839
- [149] de Assis P L, Carvalho M A D, Berrueto L P, Ferraz J, Santos I F, Sciarrino F, Pádua S 2011 *Opt. Express* **19** 3715
- [150] Baldijão R D, Borges G F, Marques B, Solís-Prosser M A, Neves L, Pádua S 2017 *Phys. Rev. A* **96** 032329
- [151] Borges G F, Baldijão R D, Condá J G L, Cabral J S, Marques B, Terra Cunha M, Cabello A, Pádua S 2018 *Phys. Rev. A* **97** 022301
- [152] Cardoso A C, Condé J G L, Marques B, Cabral J S, Pádua S 2021 *Phys. Rev. A* **103** 013722
- [153] Maraviglia N, Yard P, Wakefield R, Carolan J, Sparrow C, Chakhmakhchyan L, Harrold C, Hashimoto T, Matsuda N, Harter A K, Joglekar Y N, Laing A 2022 *Phys. Rev. Res.* **4** 013051
- [154] Schindler J, Li A, Zheng M C, Ellis F M, Kottos T 2011 *Phys. Rev. A* **84** 040101
- [155] Lin Z, Schindler J, Ellis F M, Kottos T 2012 *Phys. Rev. A* **85** 050101
- [156] Fu T, Wang Y F, Wang X Y, Chen J X, Zhou X Y, Zheng W H 2021 *Chinese Journal of Lasers* **48** 1201005 (in Chinese) [傅廷, 王宇飞, 王学友, 陈静瑄, 周旭彦, 郑婉华 2021 中国激光 **48** 1201005]
- [157] El-Ganainy R, Makris K G, Christodoulides D N, Musslimani Z H 2007 *Opt. Lett.* **32** 002632
- [158] Miri M, LiKamWa P, Christodoulides D N 2012 *Opt. Lett.* **37** 000764
- [159] Hodaie H, Miri M, Heinrich M, Christodoulides D N, Khajavikhan M 2014 *SPIE Process.* **9162** 91621Q
- [160] Feng L, Wong Z J, Ma R M, Wang Y, Zhang X 2014 *Science* **346** 972
- [161] Gu Z Y, Zhang N, Lyu Q, Li M, Xiao S M, Song Q H 2016 *Laser Photonics Rev.* **10** 588
- [162] Miao P, Zhang Z, Sun J, Walasik W, Longhi S, Litchinitser N M, Feng L 2016 *Science* **353** 464
- [163] Zhang Z F, Qiao X D, Midya B, Liu K, Sun J B, Wu T W, Liu W J, Agarwal R, Jorner J M, Longhi S, Litchinitser N M, Feng L 2020 *Science* **368** 760
- [164] Xu H S, Jin L 2022 *Phys. Rev. Res.* **4** L032015
- [165] Jin L, Song Z 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 073901
- [166] Chen E H, Lang L J 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 160301 (in Chinese) [成恩宏, 郎利君 2022 物理学报 **71** 160301]

SPECIAL TOPIC —Recent advances in hardware, algorithms and software of quantum computers

Recent progress of quantum simulation of non-Hermitian systems^{*}Gao Xue-Er[#] Li Dai-Li[#] Liu Zhi-Hang Zheng Chao[†]

(College of Science, North China University of Technology, Beijing 100144, China)

(Received 19 September 2022; revised manuscript received 18 October 2022)

Abstract

Quantum simulation is one of the main contents of quantum information science, aiming to simulate and investigate poorly controllable or unobtainable quantum systems by using controllable quantum systems. Quantum simulation can be implemented in quantum computers, quantum simulators, and small quantum devices. Non-Hermitian systems have aroused research interest increasingly in recent two decades. On one hand, non-Hermitian quantum theories can be seen as the complex extensions of the conventional quantum mechanics, and are closely related to open systems and dissipative systems. On the other hand, both quantum systems and classical systems can be constructed as non-Hermitian systems with novel properties, which can be used to improve the precision of precise measurements. However, a non-Hermitian system is more difficult to simulate than a Hermitian system in that the time evolution of it is no longer unitary. In this review, we introduce recent research progress of quantum simulations of non-Hermitian systems. We mainly introduce theoretical researches to simulate typical non-Hermitian quantum systems by using the linear combinations of unitaries, briefly showing the advantages and limitations of each proposal, and we briefly mention other theoretical simulation methods, such as quantum random walk, space embedded and dilation. Moreover, we briefly introduce the experimental quantum simulations of non-Hermitian systems and novel phenomena in nuclear magnetic resonance, quantum optics and photonics, classical systems, etc. The recent progress of the combinations of quantum simulation and non-Hermitian physics has promoted the development of the non-Hermitian theories, experiments and applications, and expand the scope of application of quantum simulations and quantum computers.

Keywords: non-Hermitian systems, quantum simulation, linear combinations of unitaries**PACS:** 03.67.Ac, 03.65.Yz, 03.65.Aa, 11.30.Er**DOI:** 10.7498/aps.71.20221825

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12175002, 11705004), the Natural Science Foundation of Beijing, China (Grant No. 1222020), and the Development of Talents Project for Outstanding Young Scholars of Beijing Municipal Institutions, China.

[#] These authors contributed equally.

[†] Corresponding author. E-mail: czheng@ncut.edu.cn

非厄米系统的量子模拟新进展

高雪儿 李代莉 刘志航 郑超

Recent progress of quantum simulation of non-Hermitian systems

Gao Xue-Er Li Dai-Li Liu Zhi-Hang Zheng Chao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 71, 240303 (2022) DOI: 10.7498/aps.71.20221825

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221825>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

非厄米临界动力学及其在量子多体系统中的应用

Non-Hermitian critical dynamics and its application to quantum many-body systems

物理学报. 2022, 71(17): 174501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220914>

实验观测非厄米系统奇异点的手性翻转现象

Experimental observation of chiral inversion at exceptional points of non-Hermitian systems

物理学报. 2022, 71(13): 131101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220842>

非厄米镶嵌型二聚化晶格

Non-Hermitian mosaic dimerized lattices

物理学报. 2022, 71(13): 130302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220890>

量子计算与量子模拟

Quantum computation and quantum simulation

物理学报. 2018, 67(12): 120301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180710>

非互易Aubry-André模型的经典电路模拟

Electrical circuit simulation of nonreciprocal Aubry-André models

物理学报. 2022, 71(16): 160301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220219>

核磁共振量子信息处理研究的新进展

New research progress of nuclear magnetic resonance quantum information processing

物理学报. 2018, 67(22): 220301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180754>