

三维亚音速运动介质中的高斯波束追踪*

陈雨晨¹⁾²⁾³⁾ 张海刚¹⁾²⁾³⁾ 张明辉^{1)2)3)†} 杨士莪¹⁾²⁾³⁾

1) (哈尔滨工程大学, 水声技术全国重点实验室, 哈尔滨 150001)

2) (海洋信息获取与安全工信部重点实验室(哈尔滨工程大学), 工业和信息化部, 哈尔滨 150001)

3) (哈尔滨工程大学, 水声工程学院, 哈尔滨 150001)

(2022年8月25日收到; 2023年4月4日收到修改稿)

为了充分考虑介质运动对声传播的影响, 建立了一种利用高斯波束法求解亚音速运动介质中的声传播问题的模型. 该模型基于高频近似任意马赫数的速度势函数亥姆霍兹方程, 采用波束追踪方法, 推导了运动介质中的动态射线方程组, 进而将偏微分方程转换成常微分方程组的形式. 理论表明运动介质中波束的扩展更为复杂, 并且声线管束内的能量不一定守恒. 将该模型应用于标准问题、水平分层大气次声三维远距离传播问题和墨西哥湾流流域的声传播问题, 仿真结果表明, 相比于常用的 $N \times 2D$ 近似计算方法, 运动介质中的高斯波束追踪法充分考虑了介质运动的影响, 特别是横风的作用, 可以更加精确地计算运动介质中的三维声场; 尽管海流的马赫数很小, 但是同样会定量地改变声传播, 影响会聚区位置, 在一些区域考虑海流和不考虑海流的计算结果相差 5 dB 以上.

关键词: 高斯波束追踪, 亚音速运动介质, 大气声传播, 水声传播**PACS:** 43.20.Dk, 43.28.Py, 43.28.+h, 43.30.+m**DOI:** 10.7498/aps.72.20221691

1 引言

目前有许多关于运动介质声传播的理论与计算模型. 例如, Kirby^[1] 提出了一种针对稳定的非均匀运动介质, 基于半有限元求解完全控制波动方程的方法; Hassant^[2] 研究了声辐射问题, 针对活塞声源, 在低马赫数流体介质中采用了有限元方法和边界有限元法. 然而, 有限元和半有限元法难以对计算结果中的声学现象进行合理的物理解释. 另一方面, 快速场只能计算固定声源、水平分层和均匀边界的环境^[3]. Elisseff 和 Schmidt^[4] 利用简正波求解低马赫数、稳定流的海洋波导中的声传播问题, 并且应用匹配场进行流速反演. 然而该方法采用绝热简正波, 即假设流不会引起各阶简正波之间的耦

合, 因此不适用于强穿透海底或者剖面随着深度变化剧烈的环境. 此外, 抛物方程一直是近些年的热点, Ostashev 等^[5] 提出了不存在等效声速近似、任意马赫数和低马赫数下的运动介质超宽角度抛物方程, 并且应用于北极声传播的仿真分析^[6]. 然而抛物方程和有限元方法一样均属于纯数值计算, 对于声学现象难以给出物理解释, 并且 Ostashev 等^[5] 提出的抛物方程是高频近似的, 这对远距离三维计算是一个很大的挑战.

射线理论产生于光学, 且广泛地应用于声学、光学、电磁学和地震学等涉及波传播的领域研究. 射线声学把声传播看成无数条垂直于等相位面的射线的传播, 这些射线与等相位面垂直, 称为声线, 代表了声传播的方向和路径. 声线经历的时间即是声传播的时间, 携带的能量即为声能量. 因此, 尽

* 国家自然科学基金(批准号: 12174078, 11904292) 和黑龙江省博士后科研启动基金(批准号: 3236330022) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhangminghui@hrbeu.edu.cn

管射线理论精度受到频率的限制, 但是其描述方法相较于简正波等模型更为简洁, 结果也更直观、清晰, 并且其计算速度快, 三维适应性良好. 此外, 射线法最主要的特点是可以计算声线到达结构 (时间序列) 和混响, 这些是其他全波模型无法实现的. 近年来关于射线理论的研究很少. Zabolin 等 [7,8] 提出了利用惠更斯波前追踪技术来计算波前, 该方法直接求解程函方程, 声线轨迹成为副产物, 该方法的鲁棒性和计算效率都高于传统的波前计算方法, 但是目前未对能量进行计算. 在声能计算方面, 传统的射线声学 (无论是否考虑介质运动) 都尝试求解传递方程或者 Blokhintsev 守恒式 [9], 需要计算由相邻声线构成的声线束横截面积, 在焦散区 (声能会聚的区域) 其横截面积等于 0, 使得此处声能无穷大, 导致结果发散. 此外, 也无法计算完美影区 (没有声线到达的区域) 的声场 [10,11].

波束追踪是射线声学的延续, 同样来源于光学. 与传统射线法不同的是, 波束追踪在对从声源辐射的射线完成寻迹之后, 会在每条声线的很小邻域内求解波动方程, 计算出其波束宽度, 即传统射线理论中的波束横截面积, 同时完成幅度计算并且构建波束, 最后将各声线的贡献叠加即可. 正如文献 [12–14] 指出, 与传统的射线法相比, 波束追踪的结果处处为单值, 克服了焦散区的奇异点问题, 从而让计算程序鲁棒性提高, 提供精度更高的结果. 此外, 该方法还消除了进入影区声能的急剧过渡. 高斯波束追踪是目前应用最多的波束追踪方法, 其令每条声线的振幅随着远离中心射线的距离按照高斯分布衰减. 经过地震学中的改进 [15,16], 高斯波束追踪广泛地应用于大气 [13,17] 和 underwater [12,14] 声传播. 在运动介质中, Fuerkai 等 [18] 直接将该方法应用于预测飞机噪声. 这里存在的最主要的问题是忽略了风速场对动态射线方程的影响, 因为目前的高斯波束追踪法仅有静止介质的表达式.

因此, 本文的目的是提出一种新的高斯波束追踪方法来求解亚音速运动介质中的声传播问题. 高马赫数环境在大气声传播中非常重要, 因为大气中风速可以达到 30–40 m/s, 甚至更高, 其对声场的影响毋庸置疑. 但是在海洋中, 流速一般不会超过 3 m/s, 学者们往往忽略其影响, 然而仿真结果表明海流的影响不容忽视. 本文基于 Ostashev 等 [5] 提出的高频近似任意马赫数运动介质波动方程, 参考地震声学和水声的推导方法, 充分考虑了介质运

动对声线参数的影响, 给出运动介质下的动态射线方程和声压表达式. 理论结果表明, 在非均匀的风速场或流场中, 声线束内的能量不一定守恒, 这与 Blokhintsev [9] 提出的能量守恒不同. 本文对大气次声远距离传播问题进行数值仿真计算, 并与两种常用 $N \times 2D$ 近似算法计算结果进行了对比, 说明三维计算的必要性; 墨西哥湾流的仿真结果说明, 复杂海区的海流对声传播的影响不能忽略.

2 运动介质中的高斯波束模型

2.1 理论模型

考虑三维非均匀运动介质, 声速 $c(\mathbf{x})$ 和流速 $\mathbf{u}(\mathbf{x})$ 均是空间坐标 \mathbf{x} 的光滑函数.

第 1 步需求解声线的轨迹方程, 用于获得构建波束的中心射线. 程函方程和射线轨迹方程组 [19,20] 可分别写为

$$\mathbf{s} \cdot \mathbf{u} + sc = 1, \quad (1)$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{u} + c \frac{\mathbf{s}}{s}, \quad (2)$$

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{c+s^{-1}\mathbf{s} \cdot \mathbf{u}} \nabla c - \mathbf{s} \times (\nabla \times \mathbf{u}) - (\mathbf{s} \cdot \nabla) \mathbf{u}, \quad (3)$$

其中, $\mathbf{s} = \nabla \Psi$ 表示波慢度, Ψ 是程函, \mathbf{r} 是声线轨迹, t 表示传播时间.

第 2 步是以声线轨迹为基础, 建立射线中心坐标系. 选择以波慢度的单位向量 \mathbf{L} 为主向量建立中心坐标系, 原因有二, 一是程函方程反映的是相位变化, 相速度的方向即是波慢度方向, 二是中心坐标系在 TNB 标架或者 Frenet 标架下建立, 不难发现 $(d\mathbf{r}/dt) \cdot (d^2\mathbf{r}/dt^2) \neq 0$, $\mathbf{s} \cdot (d\mathbf{s}/dt) = 0$. 为了与后文另一坐标系区分, 称该坐标系为相射线中心坐标系 (l, m, n) , l 表示沿着波慢度方向的弧长, (m, n) 则表示场点距离中心射线的垂直距离. 在 TNB 标架下, 主法向量和次法向量与轨迹曲线的曲率和挠率有关, 为了避免复杂计算, 参考 Červený 和 Hron [21] 的工作, (l, m, n) 对应的基底分别为

$$\mathbf{L} = (L_1, L_2, L_3) = \mathbf{s}/s, \quad (4)$$

$$\mathbf{e}_{1L} = \begin{pmatrix} \frac{L_1 L_3 \cos \Theta + L_2 \sin \Theta}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}, \\ \frac{L_2 L_3 \cos \Theta - L_1 \sin \Theta}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}, \\ -\sqrt{L_1^2 + L_2^2} \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (5)$$

$$\mathbf{e}_{2L} = \begin{pmatrix} \frac{L_1 L_3 \sin \Theta - L_2 \cos \Theta}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}, \\ \frac{L_2 L_3 \sin \Theta + L_1 \cos \Theta}{\sqrt{L_1^2 + L_2^2}}, \\ -\sqrt{L_1^2 + L_2^2} \sin \Theta \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中 Θ 表示旋转角度, 其满足微分方程

$$\frac{d\Theta}{dl} = \frac{L_3(L_2 \partial c_p / \partial x - L_1 \partial c_p / \partial y)}{L_1^2 + L_2^2}, \quad (7)$$

并且可以得到相射线中心坐标系的拉梅系数为 $(h, 1, 1)$

$$h = 1 + \frac{c_{p,m}}{c_p} \Big|_{m=n=0} m + \frac{c_{p,n}}{c_p} \Big|_{m=n=0} n, \quad (8)$$

其中, $c_p = c + \mathbf{L} \cdot \mathbf{u}$ 是相速度, $c_{p,m} = \partial c_p / \partial m$ 和 $c_{p,n} = \partial c_p / \partial n$ 表示相速度在两个方向的偏导数.

第 3 步是求解动态射线方程组和中心射线的声压. 动态射线方程组和中心射线的声压表达式是在中心射线附近利用抛物方程求解波动方程得到的, 详细的推导过程参考附录 A, 此处仅给出最后的结果:

$$\frac{d\mathbf{P}}{dl} = -\frac{\mathbf{C}\mathbf{Q}}{c_p^2}, \quad (9)$$

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dl} = c\mathbf{T}\mathbf{P}, \quad (10)$$

其中矩阵 \mathbf{P} 表示垂直于波慢度平面的波束慢度; 矩阵 \mathbf{Q} 表示沿着声线轨迹波束的扩展, $|\mathbf{Q}|$ 就表示波束宽度. 三维环境下, \mathbf{P} 和 \mathbf{Q} 可以分别表示为两个线性无关解:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{p}_1 & \hat{p}_1 \\ \tilde{p}_2 & \hat{p}_2 \\ \tilde{q}_1 & \hat{q}_1 \\ \tilde{q}_2 & \hat{q}_2 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中, $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{q}_1$ 和 \tilde{q}_2 表示波束慢度和波束宽展在 m 方向的值; $\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{q}_1$ 和 \hat{q}_2 表示波束慢度和波束宽展在 n 方向的值. \mathbf{C} 是相声速关于 m 和 n 的二阶偏导数与这两个方向介质马赫数的复合矩阵, 矩阵 \mathbf{T} 是一个耦合矩阵,

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} (1 - M_m^2)c_{p,mm} \\ \sqrt{(1 - M_m^2)(1 - M_n^2)}c_{p,mn} \\ \sqrt{(1 - M_m^2)(1 - M_n^2)}c_{p,mn} \\ (1 - M_n^2)c_{p,nn} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{M_m M_n}{\sqrt{(1 - M_m^2)(1 - M_n^2)}} \\ \frac{M_m M_n}{\sqrt{(1 - M_m^2)(1 - M_n^2)}} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

其中 $c_{p,ij} = \partial^2 c_p / \partial i \partial j$, $M_i = u_i / c$, $u_i = \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_i$. 上述方程组反映了声线是如何因为声源位置变化或者声线角度变化而受到扰动的.

当流速等于 0 时, (9) 式和 (10) 式与文献 [14] 中的方程 (33) 一致, 此时射线的相速度、群速度等等同于声速. 当流速不为 0 时, 相速度、群速度不再等同于声速, 此时波束慢度变化量与相速度和流速有关, 原本静止介质表达式中的声速替换为相速度; 对于波束扩展的变化, 依然只与声速有关, 只有当 M_n 和 M_m 均不为 0 时, 波束宽度参量 \mathbf{q}_i 的变化量不再与波束慢度参量 \mathbf{p}_i 一一对应.

沿着声线轨迹积分, 利用速度势函数与声压的关系 [5], 中心射线的声压表达式可以写为

$$p_{\text{beam}}(l) = \left[\frac{c}{c_p} - \frac{i u_l}{2\omega} \frac{d}{dl} (\ln |\mathbf{Q}|) - \frac{i u_l \sigma}{2c c_p^2 \omega} \right] \times \frac{A_0 \exp \left[\int -\sigma / (2c c_p^2) dl \right]}{\sqrt{|\mathbf{Q}|}} \exp(i\omega\Psi), \quad (14)$$

其中 A_0 表示声线的初始幅度, $u_l = \mathbf{u} \cdot \mathbf{L}$, ω 表示声源角频率, σ 的表达式为

$$\sigma = u_l c_p \frac{\partial c_p}{\partial l} + u_l u_m \frac{\partial c_p}{\partial m} + u_l u_n \frac{\partial c_p}{\partial n} - u_l c_p \frac{\partial u_l}{\partial l} - u_m c_p \frac{\partial u_l}{\partial m} - u_n c_p \frac{\partial u_l}{\partial n}. \quad (15)$$

对于无限大均匀介质中的点源, 其声压与距离的关系为 [11, 22]

$$p(r) = \frac{\sqrt{(1 - M^2 \sin^2 \gamma) - M \cos \gamma}}{r(1 - M^2 \sin^2 \gamma)(1 - M^2)} \exp\left(\frac{i\omega r}{c_g}\right), \quad (16)$$

其中 M 和 γ 分别为介质马赫数和流速与群速度 \mathbf{c}_g 的夹角. 考虑射线法是高频近似的, 忽略方程 (14) 中的 ω^{-1} 项, 令方程 (14) 与方程 (16) 相等, 可以得到最终的声压方程为

$$p_{\text{beam}} = \frac{A_0 c^2(l)}{c_p(l)c(0)\sqrt{|\mathbf{Q}|}} \sqrt{1 - \frac{M_m^2 M_n^2}{(1 - M_m^2)(1 - M_n^2)}} \times \exp\left(\int \frac{-\sigma}{2c c_p^2} dl\right) \exp(i\omega\Psi), \quad (17)$$

$$A_0 = [(1 - M^2 \sin^2 \gamma) - M^2 \cos^2 \gamma] / (1 - M^2). \quad (18)$$

方程 (15) 和 (17) 说明当介质运动不均匀时, σ 就有可能不等于零, 可见此时声能并不全部局限于同一声线束管中, 而将受到流体运动的影响, 在传播过程中不断随流体运动而向相邻声线束管扩散. 只有在流速为 0 时, 声线束管内的能量才是守恒的. 而 Blokhintsev^[9] 则认为介质是否运动, 在声线束管束内其声能均是守恒的. 不过大部分环境中, 介质运动速度梯度和声速梯度均远远小于介质速度和声速, 因此整个声能扩散项 $\exp \left[\int -\sigma / (2cc_p^2) dl \right]$ 的值趋于 1, 其影响非常小.

第四步是在接收位置 \boldsymbol{x} , 对所有波束进行加权求和, 那么该位置处的总声压场为

$$P(\boldsymbol{x}) = \iint W(\alpha_1, \beta_1) p_{\text{beam}} d\alpha_1 d\beta_1, \quad (19)$$

这里 W 为权值函数, α_1 和 β_1 表示声线出射时群速度的方位角与俯仰角. 对于高斯波束, 声线束的振幅随着远离中心射线的距离按照高斯分布减小, 因此取权值函数为

$$W(\alpha_1, \beta_1) = \begin{cases} \exp[-0.5(a^2 + b^2)], & a+b < 4, \\ 0, & \text{else,} \end{cases} \quad (20)$$

其中

$$a(m_R, n_R) = \frac{\delta\alpha_1}{c(0)} \left| \hat{q}_1 m_R \sqrt{1 - M_{m_R}^2} - \hat{q}_2 n_R \sqrt{1 - M_{n_R}^2} \right| / |\boldsymbol{Q}|, \quad (21)$$

$$b(m_R, n_R) = |\cos \alpha_1| \frac{\delta\beta_1}{c(0)} \left| \tilde{q}_1 m_R \sqrt{1 - M_{m_R}^2} - \tilde{q}_2 n_R \sqrt{1 - M_{n_R}^2} \right| / |\boldsymbol{Q}|, \quad (22)$$

这里为方便判断声线是否对场点有影响, 将场点的坐标投影到波束扩展参数 $\hat{q}_1, \hat{q}_2, \tilde{q}_1, \tilde{q}_2$ 上. 这些量表示了射线位置相对于出射角度的扰动, 从而定义了声线束管的横截面积, 即波束宽度. (m_R, n_R) 是以群速度 \boldsymbol{c}_g 为主向量建立的新坐标系, 称为群射线中心坐标系, 令 $\boldsymbol{R} = (R_1, R_2, R_3) = \boldsymbol{c}_g / |\boldsymbol{c}_g|$, 可以得到 (m_R, n_R) 对应的基底为

$$\boldsymbol{e}_{1R} = \begin{pmatrix} \frac{R_1 R_3 \cos \Theta + R_2 \sin \Theta}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}, \\ \frac{R_2 R_3 \cos \Theta - R_1 \sin \Theta}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}, \\ -\sqrt{R_1^2 + R_2^2} \cos \Theta \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\boldsymbol{e}_{2R} = \begin{pmatrix} \frac{R_1 R_3 \sin \Theta - R_2 \cos \Theta}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}, \\ \frac{R_2 R_3 \sin \Theta + R_1 \cos \Theta}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2}}, \\ -\sqrt{R_1^2 + R_2^2} \sin \Theta \end{pmatrix}, \quad (24)$$

这里并未使用相射线中心坐标系来计算场点到中心射线的距离, 因为声线轨迹才是能量实际传播的路径, 权值函数的分布平面应该位于射线轨迹的法平面内, 而非波慢度的垂直平面.

海底反射系数的表达式可以参见文献 [23] 中的 (8.1.15 c) 式, 其对声线的反射做了详细的推导. 此外, 当射线穿过或在弱连续界面发生反射时, 波束参数 \boldsymbol{P} 会发生跳变, 静止介质跳变关系式参见文献 [15, 16], 其中弱连续界面定义为声速或声速梯度不连续的界面, 在运动介质中, 只需将相关公式中的声速替换成相速度即可, 这时弱连续界面定义为相速度或相速度梯度不连续的界面.

$$\bar{\boldsymbol{P}} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} \begin{bmatrix} \pm RT_1 & RT_2 \\ \pm RT_2 & 0 \end{bmatrix}, \quad (25)$$

其中

$$RT_1 = 2 \left(\frac{1}{c_p^2} \frac{\partial c_p}{\partial m} \mp \frac{1}{\bar{c}_p^2} \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial m} \right) \tan \varphi_i - \left(\frac{1}{c_p^2} \frac{\partial c_p}{\partial l} \mp \frac{1}{\bar{c}_p^2} \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial l} \right) \tan^2 \varphi_i, \quad (26)$$

$$RT_2 = \left(\frac{1}{c_p^2} \frac{\partial c_p}{\partial n} \mp \frac{1}{\bar{c}_p^2} \frac{\partial \bar{c}_p}{\partial n} \right) \tan \varphi_i, \quad (27)$$

式中, \pm 和 \mp 的上下符号分别对应透射波与反射波, φ_i 表示入射波的掠射角, \bar{c}_p 等含上标的参数表示发生透射或者反射之后的值.

2.2 初值

方程 (2)、方程 (3)、方程 (7)、方程 (9)、方程 (10) 构成了高斯波束追踪系统, 其初始值包括声源位置 (x_0, y_0, z_0) 、声线出射的方位角和俯仰角、以及波束慢度和波束宽度. 针对出射角度, 主要有两套设定.

第一种是设定出射角度为相速度俯仰角 α 和方位角 β . 这种设定可以直接开始进行追踪系统的步进, 适用于已知静止介质中指向性的声源. 不过需要额外求解每条声线初始群速度的角度和间隔, 用于计算权值函数, 通过声线轨迹方程 (2), 群速

度俯仰角 (α_1) 和方位角 (β_1) 可以写为

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{c \sin \alpha}{c_g}\right), \quad (28)$$

$$\beta_1 = \arctan\left(\frac{c \cos \alpha \sin \beta + u_y}{c \cos \alpha \cos \beta + u_x}\right), \quad (29)$$

由于声速 c 和流速 \mathbf{u} 均与 α 和 β 无关, 因此可以轻松得到 $d\alpha_1$ 和 $d\beta_1$ 的表达式.

另一种设定则是设置群速度角度 α_1 和 β_1 . 该设置下, 需要先求出波慢度的单位向量. 通过流及其与群速度的夹角 γ 可以轻松求得群速度为

$$c_g = u \cos \gamma + \sqrt{c^2 - u^2 \sin^2 \gamma}, \quad (30)$$

因此波慢度单位向量可以写为

$$\mathbf{L} = \frac{c_g \mathbf{R} - \mathbf{u}}{c}. \quad (31)$$

矩阵 \mathbf{Q} 和 \mathbf{P} 的初始值为

$$\begin{bmatrix} \tilde{p}_1(0) & \hat{p}_1(0) \\ \tilde{p}_2(0) & \hat{p}_2(0) \\ \tilde{q}_1(0) & \hat{q}_1(0) \\ \tilde{q}_2(0) & \hat{q}_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

3 数值仿真

3.1 模型正确性验证

目前没有关于运动介质声场的标准模型, 因此本文采用刚性界面半无限大均匀介质中的声传播问题作为标准进行验证, 文献 [24] 给出了场点的速度势函数表达式, 根据速度势函数与声压的关系, 可以发现该问题的声压场本质是直达波声压与反射波 (虚源) 声压的叠加:

$$p = p(x, y, z - z_s) + p(x, y, z + z_s), \quad (33)$$

其中 $z - z_s$ 代表直达波, $z + z_s$ 代表反射波

令声源高度为 20 m, 频率为 100 Hz, 介质马赫数为 0.5, 定义 x 轴的正负半轴分别对应顺流和逆流方向. 图 1 给出 20 m 高度处声压级理论值与高斯波束 (Gaussian beam tracing, GBT) 计算结果在顺逆流方向的对比. 在 120 m 以内, 数值计算结果与理论值相差较大, 这是因为计算时设置的开角为 $\pm 15^\circ$. 120 m 以内 GBT 结果没有反射声线仅存在直达声, 故而单调衰减. 120 m 之后, 两者的结果基本一致. 图 2 给出整个 20 m 高度的声压级伪彩图, 可以看到整个 x 正半轴的声压级均小于负半轴, 即顺流能量小于逆流, 这与文献 [11] 中远离

边界的均匀介质点源声压场的结论一致. 由动态射线方程 (9) 和 (10) 以及波束方程 (17) 和 (18) 可以很好地解释这一现象, 在均匀介质中矩阵 $\mathbf{C} = 0$, 则波束为 $p_{\text{beam}} = A_0/(c_p l)$, 随着流与传播方向夹角的增大, 相速度和波束宽度变小, 声压幅度则增大.

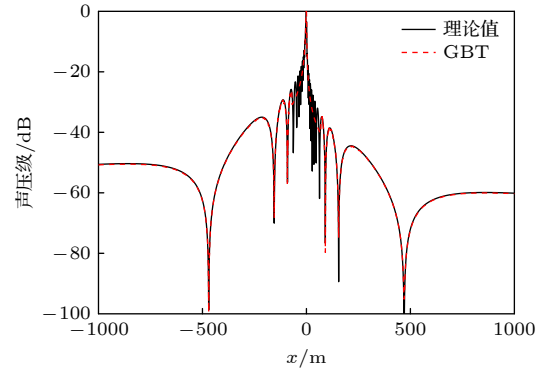


图 1 20 m 高度顺逆流声压级曲线

Fig. 1. Sound pressure level curve of upwind and downwind at 20 m height.

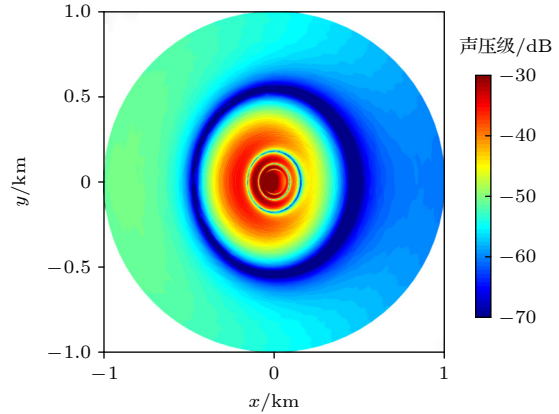


图 2 20 m 高度平面声压级

Fig. 2. Sound pressure level at 20 m height.

3.2 大气远距离次声传播

大气中风的马赫数可以达到 0.5 以上, 是塑造大气声场的主要因素. 对于距离较远的声源, 声速与风速随高度的强烈变化会导致声场的到达结构非常复杂, 进而影响声场结构. 次声传播距离远、能量高, 是火山爆发、台风等自然灾害的观测手段之一. 此外, 还有学者提出利用火山次声来监测热层中的风 [25,26] 和利用声波来估计炸弹爆炸当量 [27]. 风场对波前和声线轨的影响在文献 [7, 8] 中已经进行了分析, 特别是与等效声速法的对比, 进一步说明了等效声速法的不足. 文献 [6] 则分析了极地

二维传播损失, 不过二维情况难以直观地反映出风场引起的三维声传播效应, 并且其忽略了垂直于传播平面的风对声传播的影响。

本文计算声场的大气数据来自怀俄明大学气象学院公开的雷达探测数据^[28]. 考虑密西西比州杰克逊(纬度 32.299°, 经度 -90.185°) 2018 年 12 月 20 日 12 时的数据. 利用声速经验公式 $c = 20.05\sqrt{T(1 + 0.511q)}$ ^[11], 其中 T 为温度, 单位为开尔文 (K), q 为比湿度, 计算得到的声速剖面与测量的风速剖面如图 3 所示。

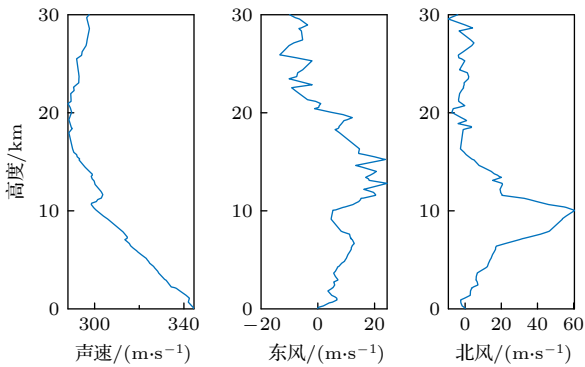


图 3 2018 年 12 月 20 日 12 时, 美国密西西比州杰克逊, 声速与风速剖面
Fig. 3. Sound speed and wind profiles for Jackson, Mississippi, U.S. for 20 December 2018 at 12Z.

目前常用的 $N \times 2D$ 等效算法有两种. 第一种方法仅考虑传播平面内风速变化, 即忽略横风的作用, 其等效风速表达式为

$$u_{\text{eff}} = u_x \cos \theta + u_y \sin \theta, \quad (34)$$

其中 θ 为计算方向的角度, 不对声速剖面做任何处理. 另一种则是等效声速法, 将等效风速直接与声速剖面相加求得新的声速剖面, 然后再利用现有的静止介质中的算法进行计算, 其声速表达式为

$$c_{\text{eff}} = c + u_x \cos \theta + u_y \sin \theta. \quad (35)$$

两种方法都广泛应用于二维大气声学中^[29,30], 不过学者们已经发现, 在平流层高度及其以上, 存在强风和声线具有反转点时, 等效声速法的有效性和准确性存在较严重的问题^[31,32]. 等效风速法虽然可以解决反转点变化的问题, 不过当存在较强的横风时, 声线会发生水平偏转, 同样会导致声能出现变化. 如图 4 给出的在正北方向 5 km 高度, 3 种方法计算的声压级曲线. 可以看出, GBT 方法结果与等效风速的结果趋势起伏一致, 但其声压级更小;

等效声速会使得传播平面内的声线轨迹出现变化, 使得远距离传播声压级曲线的趋势与另两种方法存在较大差别, 因此对于计算运动介质中的声场, 即使是水平分层环境也应该采用三维模型进行计算以保证其准确性。

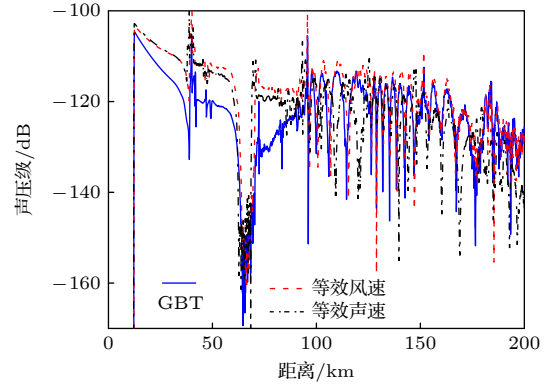


图 4 正北 5 km 高度声压级曲线
Fig. 4. Sound pressure level curve at northward 5 km height.

声源高度 5 m, 频率 5 Hz, 刚性边界, 东西与南北方向声压级伪彩图如图 5 所示. 声压级计算式为 $20 \log(|p(\mathbf{x})|/p_{\text{ref}})$, 其中 $p_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$ 为大气参考声压级, $p(\mathbf{x})$ 表示本文高斯波束追踪计算的结果. 该环境下声场最明显的特征就是存在多个表面

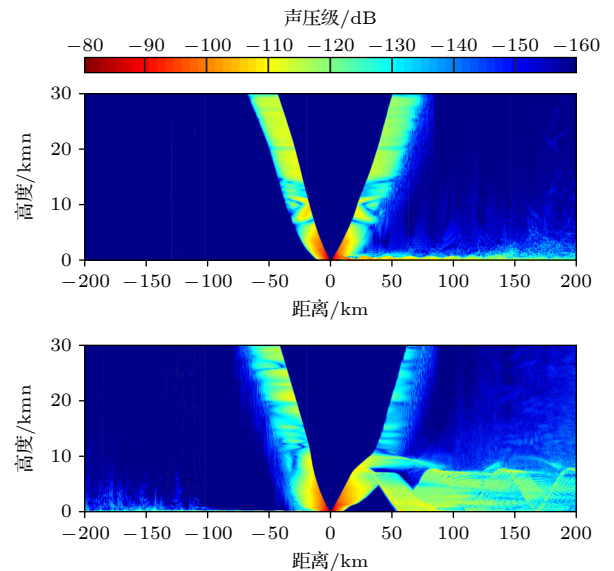


图 5 2018 年 12 月 20 日 12 时, 杰克逊剖面计算声压级. 上图正半轴为正东, 负半轴为正西; 下图正半轴为正北, 负半轴为正南

Fig. 5. Sound pressure level at Jackson based on the profile for 20 December 2018 at 12Z. Top is a vertical plane with the left side being to the west, and right side to the east. Bottom is a vertical slice with the leftward being to the south, and rightward to the north.

声道, 分别位于东南北, 且厚度也不同. 最厚的表面声道位于正北方向, 厚度约为 9 km, 而东、南两侧的表面声道厚度不足百米. 这些存在表面声道的区域, 在传播方向上风速的梯度均大于声速的梯度, 因此使得声传播模式发生了改变. 对于大角度出射的声线, 同样会受到风场的影响, 不过此时传播方向上的风速梯度小于声速梯度, 不会改变声传播模式. 此外, 不同角度声压级存在明显的差别, 说明该环境下存在三维声传播效应.

为了能更直观地看出风场带来的三维效应, 图 6 给出 9 个高度水平面的声压级结果, x 轴正半轴方向为东, y 轴正半轴方向为北. 可以发现, 在距离无关环境下, 声压级会随着角度发生变化, 三维效应

非常明显. 此外, 随着接收高度增高, 表面声道的范围越来越小, 在 100 m 高度时, 表面声道范围在 $-140^\circ - 130^\circ$ 之间; 而 5 km 高度时范围仅在 $45^\circ - 130^\circ$ 之间; 当高度到达 10 km 之后, 表面声道基本消失. 利用声线轨迹进行分析, 图 7 给出 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 方位角出射的声线束轨迹图, 红色实线表示未经过界面反射的声线, 蓝色虚线表示经过界面反射的声线, 轨迹与图 5 的结果相符合. 根据方程 (3), 风速梯度和流速梯度共同决定了声线的偏转方向, 将方程 (3) 化简可以得到

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{\nabla c_p}{c_p}. \quad (36)$$

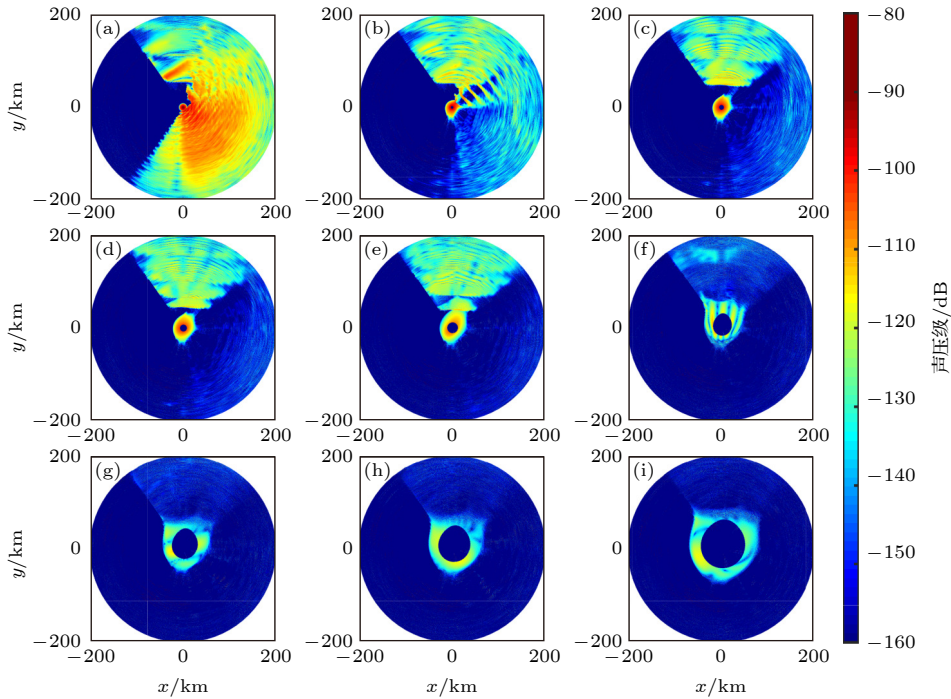


图 6 声压级随高度变化 (a) 0.1 km; (b) 1 km; (c) 2 km; (d) 3 km; (e) 5 km; (f) 10 km; (g) 15 km; (h) 20 km; (i) 30 km

Fig. 6. SPL vs. height of transverse slice: (a) 0.1 km; (b) 1 km; (c) 2 km; (d) 3 km; (e) 5 km; (f) 10 km; (g) 15 km; (h) 20 km; (i) 30 km.

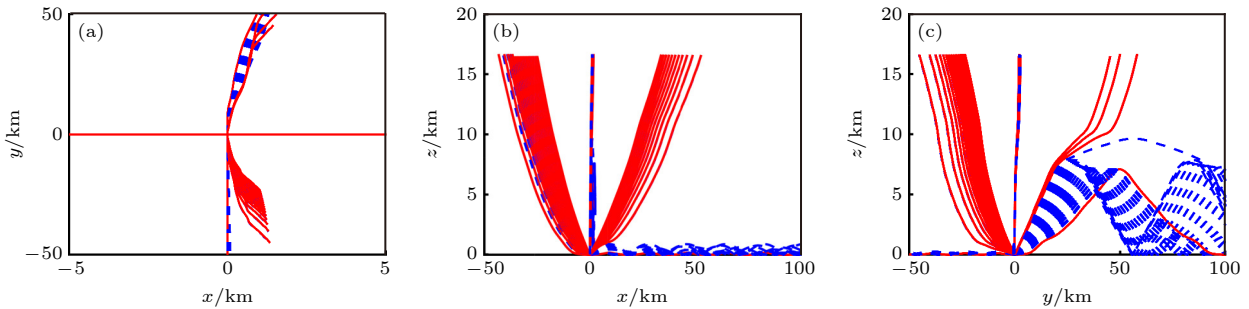


图 7 $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ 方位角出射的声线束轨迹 (a) xoy 平面; (b) xoz 平面; (c) $yozy$ 平面

Fig. 7. Ray traces at the azimuth of $0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$ at slices of (a) xoy , (b) xoz , (c) $yozy$.

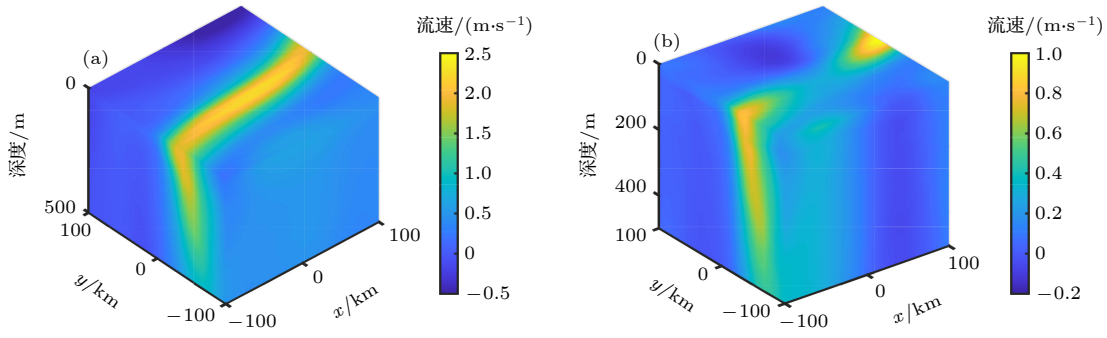


图 8 (a) 东向流和 (b) 北向流剖面
Fig. 8. (a) Eastward current and (b) northward current profiles.

因此不同方位角和俯仰角出射声线的相速度及相速度梯度会存在较大的差别, 这是水平分层介质中三维声传播效应的主要原因. 如图 7(b) 和图 7(c) 所示, 小角度出射的声线 (蓝色虚线), 东南北 3 个方向上, 风速梯度大于声速梯度, 使得相速度梯度大于 0, 故而声线向地面弯曲, 从而形成表面声道; 大角度声线 (红色实线) 的相速度受到风场的影响较小, 因此相速度梯度依然小于 0, 但是在顺风时相速度梯度变大, 导致轨迹曲率变小, 而逆风时相速度梯度变小, 曲率则增大. 从图 7(a) 可以看出, 声线的水平偏转非常明显, 不过对于水平分层介质, 声线相速度梯度仅是坐标 Z 的函数, 因此波慢度的水平分量不会变化, 此时声线的偏转仅由方程 (2) 中引入的横风大小决定, 这种偏转不会影响波束宽度等参数, 但会使得权值函数中 a, b 取值变化, 进而影响声线之间的干涉, 这是水平分层介质中三维效应的次要原因, 也是等效风速法与纯三维计算方法之间存在差别的主要原因.

3.3 墨西哥湾流中的声传播

海洋中存在各种各样的流动, 如洋流、涡旋和潮汐. 马赫数一般量级为 10^{-3} , 远远小于大气中风速的马赫数, 因此学者们通常忽略海流对声传播的影响. 然而有实验表明地转流 [33,34] 和潮汐 [35] 会影响声传播. 针对海洋中的尺度现象, 学者们采用重构声速剖面的方法对存在内波 [36] 和中尺度涡 [37,38] 等区域的声传播进行分析, 然而这些只考虑了流带来的温盐变化导致的声速变化, 并未考虑流对波动方程的改变. 此外, 实际海上试验测得的声速数据已经是被海流影响后的结果. 文献 [39] 利用等效声速的方法已经说明了流会定性定量地改变声传播

模式, 不过他们采用的简化湾流使得流速的梯度率大于声速梯度, 而实际海洋中, 大部分时候流速的梯度小于声速梯度, 但是也会影响声传播.

本小节的数据来自哥白尼网站 [40] 的观测模拟数据. 纬度范围为 $-72.5^{\circ} \sim -68.5^{\circ}$, 经度 $35.83^{\circ} \sim 39.83^{\circ}$. 流速剖面如图 8 所示, x 方向为经度, y 方向为纬度.

数据集中仅包括温盐深数据, 需要经验公式进行拟合. Coppen [41] 给出了温度、盐度和深度与声速之间的经验公式:

$$c = c(0) + \frac{16.23 + 0.0253T}{10^3} D + \frac{0.213 - 0.01T}{10^5} D^2 + \frac{(0.016 + 0.0002(S - 35))(S - 35)}{10^4} TD, \quad (37)$$

$$c(0) = 1449.05 + 4.57T - 0.0521T^2 + 0.00023T^3 + (1.333 - 0.0126T + 0.00009T^2)(S - 35), \quad (38)$$

其中 T, S, D 分别为温度 ($^{\circ}\text{C}$)、盐度 (千分之一) 和深度 (m). 该公式适用的温度范围为 $0 \sim 35^{\circ}\text{C}$, 盐度范围 $0 \sim 4.5\%$. 利用 (37) 式很容易计算得到声速, 剖面如图 9 所示.

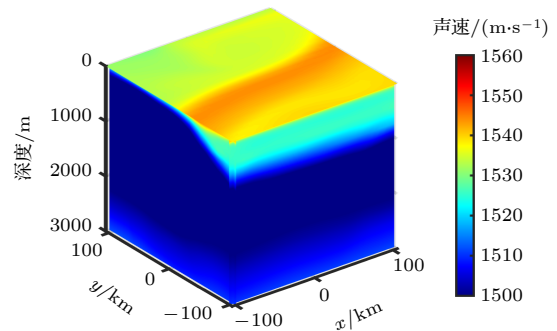


图 9 声速剖面
Fig. 9. Sound speed profiles.

海底地形如图 10 所示, 密度为 1.5 g/cm^3 , 声速 1700 m/s , 声吸收系数为 $0.5 \text{ dB}/\lambda$.

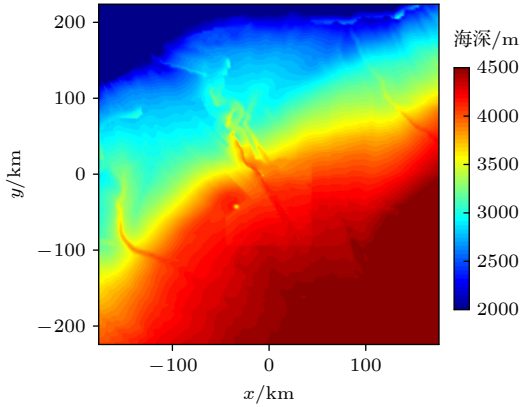


图 10 海底地形

Fig. 10. Bathymetry for the calculation area.

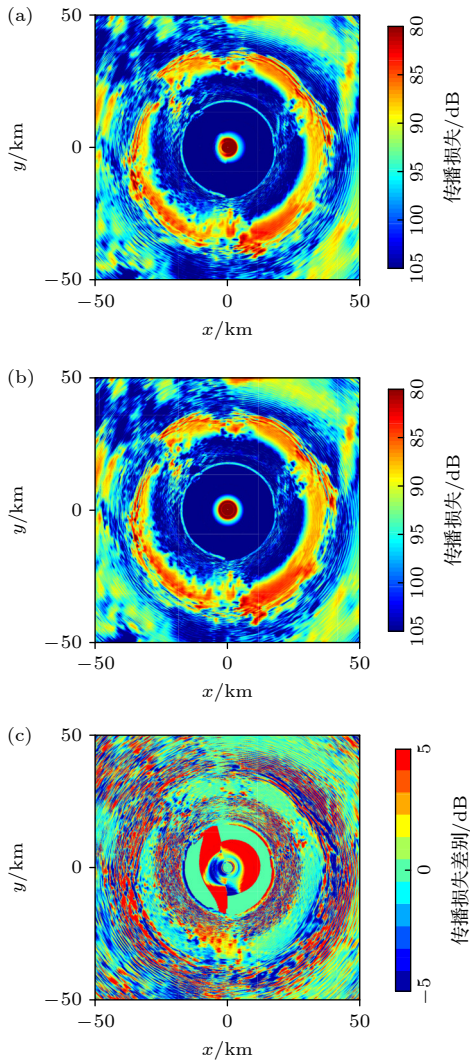


图 11 60 m 平面传播损失 (a) 考虑海流; (b) 不考虑海流; (c) 两者差别

Fig. 11. Transmission loss at 60 m horizontal slice: (a) consider current; (b) noflow; (c) difference between (a) and (b).

图 11 给出声源位于 $(-3.6 \text{ km}, -4.6 \text{ km}, 50 \text{ m})$, 频率 50 Hz , 接收深度 60 m 的考虑流与不考虑流的传播损失及其差别. 尽管考虑流与不考虑流两者的声场结构相似, 难以从图 11(a) 和图 11(b) 看出区别, 但还是存在定性与定量的差别. 从图 11(c) 能看出 17 km 以内一些角度上存在较大差别, 然而由于计算开角的原因, 这里是声影区, 声线稍有变化就会有明显的差别, 因此这不是本小节讨论的重点. 本小节主要分析距离 $30\text{--}40 \text{ km}$ 的区域, 该区域内两者的差别有 5 dB 左右.

图 12 给出 0° 和 180° 方位角出射声线的轨迹. 从图 12(a) 能发现顺流方向仅存在海底反射声线形成的会聚区, 而逆流则不存在反转形成的会聚区, 这是因为逆流方向表层声速逐渐减低, 因此反转点会升高, 当海面的声速小于声源位置声速时, 上反转点消失. 顺流时声线的跨度较小, 而逆流时较大, 原因是声源处声速梯度和流速梯度均为负, 根据方程 (3), 顺流时相速度梯度的绝对值更大, 曲率变大跨度变小, 逆流时流速梯度为正, 因此相速度梯度更小, 跨度变大. 跨度的改变导致会聚区位置发生变化. 图 13 为 60 m 深度顺逆流的传播

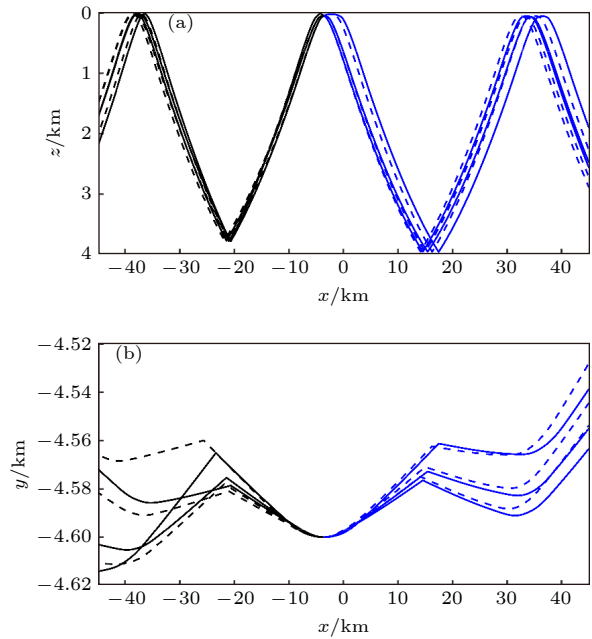


图 12 0° 和 180° 方位角出射声线的轨迹 (a) xoz 平面, (b) xoy 平面. 实线表示无流的轨迹, 虚线表示考虑流的轨迹, 黑色表示发生海底海面反射的声线, 蓝色表示仅发生海底反射的声线

Fig. 12. Ray trajectories of the azimuth angle of 0° and 180° at slices of (a) xoz , (b) xoy . Solid line is the trajectory in noflow, dotted line in current; black indicates the ray reflected from surface and bottom, blue only reflected from bottom.

损失曲线, 可以看到顺流时会聚区向靠近声源的方向移动了大约 1 km. 尽管逆流不存在反转会聚区, 但是在 35 km 处依然存在较强的能量会聚, 原因是海底反射声线在这里集中到达, 同样流会引起该会聚区向远离声源的方向移动 0.6 km, 因此在会聚区附近会出现 5 dB 左右的差别. 此外, 图 12(b) 说明流也会引起声线的水平偏转, 海底海面的反射会进一步放大流引起的水平偏转, 不过水中的水平偏转则小得多, 其影响远不及大气中横风的影响. 此外, 图 13 的结果表明在会聚区之前的距离, 流对传播损失的影响较小, 从会聚区开始, 传播损失曲线开始出现较大的差别, 说明在马赫数很小的运动介质中, 需要经过足够长的声程, 才能体现流对声场的影响.

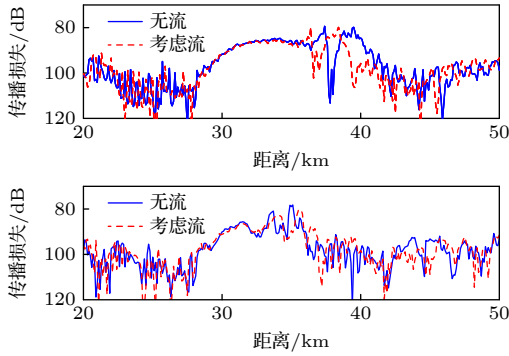


图 13 60 m 深度顺逆流传播损失曲线. 上图为顺流, 下图为逆流

Fig. 13. Transmission loss curve at 60 m deep. Top is down-stream and bottom is up-stream.

4 结论

本文推导了亚音速运动介质下的高斯波束追踪方程组, 建立了三维亚音速运动介质下的声传播模型. 该模型充分考虑了介质运动的三维性, 能有效地计算运动介质中的声压场, 适用于介质和地形均是三维变化的环境, 并且可以利用声线轨迹等信息解释由介质运动引起的声传播变化, 如会聚区位置发生变化和声线的偏转, 有潜力为复杂介质中的声传播问题提供理论和数值计算基础.

运动介质中的声传播与传播方向和介质运动方向密切相关, 主要影响因素是传播方向内介质运动速度的梯度, 若介质速度的梯度与声速梯度大小相当甚至大于声速梯度, 则该方向上的声传播模式会发生明显变化; 当介质速度的梯度相对于声速梯度更小时, 尽管声传播模式不会发生变化, 但是也会影响声线的跨度等参数, 使得会聚区位置有所改

变, 导致区域内传播损失出现较大差别. 因而在海洋等介质运动马赫数远小于 1 的环境中, 复杂水文、地形环境中也应考虑介质运动对声传播的影响.

$N \times 2D$ 方法忽略了介质横向速度的影响, 在横向速度较强时, 纯三维计算结果与 $N \times 2D$ 方法结果存在显著的差别, 此时声线在横向上的偏转会非常明显, 导致接收平面内的声能下降, 使得三维计算结果小于 $N \times 2D$ 方法结果. 需要指出的是, 根据相关理论, 当介质马赫数趋于 1 时, 声能最大的传播方向趋于与介质运动垂直的方向. 因此在具有较强横风的大气环境中, 即使是水平分层介质, 也应该使用三维计算方法, 使得结果更准确. 在马赫数很小的介质中, 横向速度带来的额外声线水平偏转则小得多, 即使在地形复杂的区域, 也要经过界面反射才能看出较明显的偏转, 其对声传播的影响相较于与传播方向平行的介质运动小得多.

对于声线管束内声能存在扩散的原因, 以及与 Blokhintsev 能量守恒式的关系需要进一步研究.

附录 A

Červený 和 Pšenčík^[15] 给出了一种推导地震声学三维点源波束方程的方法, Porter 和 Bucker^[12] 将其推广到水声中. 这里参考其推导方法, 给出三维运动流体介质高斯波束的推导过程. 从 Ostashev 等^[6] 提出的任意马赫数点源的速度势函数亥姆霍兹方程开始:

$$\left[\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} + 2i \frac{\omega}{c^2} \mathbf{u} \cdot \nabla - \frac{(\mathbf{u} \cdot \nabla)(\mathbf{u} \cdot \nabla)}{c^2} \right] \Phi = 0, \quad (\text{A1})$$

令其解为射线的表达式为

$$\Phi = \phi(l, m, n) \exp(i\omega\Psi), \quad \Psi = \int \frac{1}{c_p} dl. \quad (\text{A2})$$

在相射线中心坐标系下, 仅考虑中心射线附近很小邻域内的变化, 其变化主要沿着 l 方向, 在 m 和 n 方向基本无变化, 即 $\partial\phi/\partial m \approx 0$, $\partial\phi/\partial n \approx 0$, $\partial^2\phi/\partial l\partial m \approx 0$, $\partial^2\phi/\partial l\partial n \approx 0$, 再按照 ω^j 整理得到

$$F_2\omega^2 + F_1\omega + F_0\omega^0 = 0, \quad (\text{A3})$$

$$F_2 = h \left(\frac{1}{c^2} - \frac{1}{h^2 c_p^2} - \frac{2u_l}{h c^2 c_p} + \frac{u_l^2}{h^2 c^2 c_p^2} \right) \phi, \quad (\text{A4})$$

$$\begin{aligned} F_1 = & \frac{2i}{h c_p} \frac{\partial\phi}{\partial l} + i \frac{\partial}{h \partial l} \left(\frac{1}{c_p} \right) \phi + \frac{2iu_l}{c^2} \frac{\partial\phi}{\partial l} - \frac{2iu_l^2}{h c_p c^2} \frac{\partial\phi}{\partial l} \\ & - \frac{iu_l}{c_p c^2} \frac{\partial u_l}{\partial l} \phi - \frac{iu_l^2}{h c^2} \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{c_p} \right) \phi \\ & - \frac{ihu_m}{c_p c^2} \frac{\partial}{\partial m} \left(\frac{u_l}{h} \right) \phi - \frac{ihu_n}{c_p c^2} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{u_l}{h} \right) \phi, \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

$$F_0 = h \left(1 - \frac{u_m^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial m^2} + h \left(1 - \frac{u_n^2}{c^2} \right) \frac{\partial^2 \phi}{\partial n^2} - 2h \frac{u_m u_n}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial m \partial n} + \dots, \quad (A6)$$

式中 c_p 仅与 l 有关; c , \mathbf{u} 均为 (l, m, n) 的函数, 故对 F_2 中的各项进行泰勒展开, 得到

$$F_2 = -\omega h \mathbf{g} \frac{\mathbf{C}}{c c_p^2} \mathbf{g}^T \phi, \quad (A7)$$

其中 $\mathbf{g} = [\nu, \eta]$, $\nu = \omega^{1/2} m$, $\eta = \omega^{1/2} n$. 再引入射线级数

$$\phi = \sum_{k=0}^K \frac{\phi_k}{(i\omega)^k}, \quad (A8)$$

对结果仅保留 ω 的一次项, 得到与频率无关的方程:

$$\begin{aligned} & -\mathbf{g} \frac{\mathbf{C}}{c c_p^2} \mathbf{g}^T \phi_0 + \frac{2i}{c_p} \frac{\partial \phi_0}{\partial l} + i \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{c_p} \right) \phi_0 + \frac{2i u_l}{c^2} \frac{\partial \phi_0}{\partial l} \\ & - 2i \frac{u_l^2}{c_p c^2} \frac{\partial \phi_0}{\partial l} - i \frac{u_l}{c_p c^2} \frac{\partial u_l}{\partial l} \phi_0 - i \frac{u_l^2}{c^2} \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{c_p} \right) \phi_0 \\ & - i \frac{u_m}{c_p c^2} \frac{\partial u_l}{\partial m} \phi_0 - i \frac{u_n}{c_p c^2} \frac{\partial u_l}{\partial n} \phi_0 + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \nu^2} + \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \eta^2} \\ & - \frac{2M_m M_n}{\sqrt{(1-M_m^2)(1-M_n^2)}} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial \nu \partial \eta} = 0. \end{aligned} \quad (A9)$$

进一步假设方程 (A9) 的解为

$$\phi_0 = A(l) \exp \left(\frac{i \mathbf{g} \mathbf{G}(l) \mathbf{g}^T}{2} \right) \sqrt{c_p(l)}, \quad (A10)$$

可以得到两个常微分方程:

$$-c \mathbf{C} - c c_p^2 \frac{d\mathbf{G}}{dl} - c^2 c_p^2 (\mathbf{G} \mathbf{T} \mathbf{G}) = 0, \quad (A11)$$

$$2c c_p^2 \frac{dA}{dl} + [\sigma + c^2 c_p^2 \text{tr}(\mathbf{T} \mathbf{G})] A = 0. \quad (A12)$$

方程 (A11) 是关于 \mathbf{G} 的 Riccati 型常微分方程, 可以得到射线的动态方程组为

$$\mathbf{G} = \mathbf{P} \mathbf{Q}^{-1}, \quad (A13)$$

$$\frac{d\mathbf{Q}}{dl} = c \mathbf{T} \mathbf{P}, \quad (A14)$$

$$\frac{d\mathbf{P}}{dl} = -\frac{\mathbf{C} \mathbf{Q}}{c_p^2}. \quad (A15)$$

最后求解方程 (A12) 就可以得到中心射线速度势函数的表达式为

$$\phi_{\text{beam}} = \frac{A_0}{\sqrt{|\mathbf{Q}|}} \exp \left(\int \frac{-\sigma}{2c c_p^2} dl \right) \exp(i\omega \Psi). \quad (A16)$$

参考文献

[1] Kirby R 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **148** 3737
 [2] Hassan S E 2021 *Recent Trends in Naval Engineering Research* (Cham: Springer) p65
 [3] Franke S J, Swenson G W 1989 *Appl. Acoust.* **27** 203
 [4] Elissseff P, Schmidt H 1996 *J. Acoust. Soc. Am.* **99** 2524
 [5] Ostashev V E, Wilson D K, Muhlestein M B 2020 *J. Acoust.*

Soc. Am. **147** 3969
 [6] Wilson D K, Shaw M J, Ostashev V E, Muhlestein M B, Alter R E, Swearingen M E, McComas S L 2022 *J. Acoust. Soc. Am.* **151** 138
 [7] Zabolotin N A, Godin O A, Sava P C, Zabolotina L Y 2012 *J. Comput. Acoust.* **20** 1250009
 [8] Zabolotin N A, Godin O A, Sava P C, Zabolotina L Y 2014 *J. Comput. Acoust.* **22** 1450002
 [9] Blokhintsev D I 1956 *Ph. D. Dissertation* (Providence: Brown University)
 [10] Jensen F B, Kuperman W A, Porter M B, Schmidt H 2011 *Computational Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (New York: Springer) pp175–179
 [11] Ostashev V E, Wilson D K 2015 *Acoustics in Moving Inhomogeneous Media* (2nd Ed.) (Boca Raton: CRC Press) p11, p96, pp117–119, pp377–386
 [12] Porter M B, Bucker H P 1987 *J. Acoust. Soc. Am.* **82** 1349
 [13] Gabillet Y, Schroeder H, Daigle G A, L'Espérance A 1993 *J. Acoust. Soc. Am.* **93** 3105
 [14] Porter M B 2019 *J. Acoust. Soc. Am.* **146** 2016
 [15] Červený V, Pšenčík I 1983 *J. Geophys.* **53** 1
 [16] Popov M M, Pšenčík I, Červený V 1978 *Stud. Geophys. Geod.* **22** 248
 [17] Mo Q, Yeh H, Lin M, Manocha D 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **141** 2289
 [18] Fuerkai Y, Casalino D, Acallone F, Ragni 2022 *28th AIAA/CEAS Aeroacoustics 2022 Conference Southampton, UK, June 14–17, 2022* p1
 [19] Yang X R, Chen Y 2007 *Atmospheric Acoustics* (2nd Ed.) (Beijing: Science Press) pp44–48 (in Chinese) [杨训仁, 陈宇 2007 大气声学 (第二版) (北京: 科学出版社) 第44–48页]
 [20] Pierce A D 2019 *Acoustics: an Introduction to Its Physical Principles and Applications* (3rd Ed.) (New York: Springer) pp427–432
 [21] Červený V, Hron F 1980 *Bull. Seismol. Soc. Am.* **70** 47
 [22] Schubert L K 1972 *J. Acoust. Soc. Am.* **51** 439
 [23] Cheng J C 2012 *Acoustic Principle* (Beijing: Science Press) pp657–660 (in Chinese) [程建春 2012 声学原理 (北京: 科学出版社) 第657–660页]
 [24] Ostashev V E, Wilson D K, Liu L, Aldridge D F, Symons N P, Marlin D H 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **117** 503
 [25] Assink J D, Waxler R, Drob D 2012 *J. Geophys. Res.: Atmos.* **117** D01110
 [26] Pichon A L, Blanc E, Drob D, Lambotte S, Dessa J X, Lardy M, Bani P, Vergnolle S 2005 *J. Geophys. Res.: Atmos.* **110** D13106
 [27] Cheng W, Teng P X, Lü J, Ji P F, Dai Y J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 244203 (in Chinese) [程巍, 滕鹏晓, 吕君, 姬培锋, 戴靖靖 2021 物理学报 **70** 244203]
 [28] University of Wyoming, Department of Atmospheric Sciences. <http://weather.uwyo.edu/upperair/sounding/> [2022-01-22]
 [29] Pichon A L, Ceranna L, Vergoz J 2012 *J. Geophys. Res.* **117** D05121
 [30] Evers L G, Geyt A R J, Smets P, Frick J T 2012 *J. Geophys. Res.* **117** D06120
 [31] Godin O A, Mikhlin D Y, Molchanov S Y 1993 *Izv. Akad. Nauk. Fiz. Atmos. Okeana* **29** 194
 [32] Godin O A 2002 *J. Acoust. Soc. Am.* **112** 1269
 [33] Franchi E R, Jacobson M J 1973 *J. Acoust. Soc. Am.* **54** 1302
 [34] Franchi E R, Jacobson M J 1973 *J. Acoust. Soc. Am.* **53** 835
 [35] Stallworth L A, Jacobson M J 1970 *J. Acoust. Soc. Am.* **48** 382
 [36] Zhang Z Z, Luo W Y, Pang Z, Zhou Y Q 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 204302 (in Chinese) [张泽众, 骆文于, 庞哲, 周益清 2019 物理学报 **68** 204302]
 [37] Henrick R F, Siegmann W L, Jacobson M J 1977 *J. Acoust.*

Soc. Am. **62** 860
 [38] Henrick R F, Jacobson M J, Siegmann W L 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 121

[39] Grigor'eva N S, Yavor M I 1986 *Sov. Phys. Acoust.* **32** 482
 [40] Copernicuse <https://www.copernicus.eu/en> [2022-1-30]
 [41] Coppens A B 1981 *J. Acoust. Soc. Am.* **69** 862

Gaussian beam tracing for three-dimensional sound propagation problems in subsonic moving medium*

Chen Yu-Chen¹⁾²⁾³⁾ Zhang Hai-Gang¹⁾²⁾³⁾

Zhang Ming-Hui^{1)2)3)†} Yang Shi-E¹⁾²⁾³⁾

1) (National Key Laboratory of Underwater Acoustic Technology, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

2) (Key Laboratory of Marine Information Acquisition and Security (Harbin Engineering University),

Ministry of Industry and Information Technology, Harbin 150001, China)

3) (College of Underwater Acoustic Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

(Received 25 August 2022; revised manuscript received 4 April 2023)

Abstract

The study of sound propagation in moving medium is important in various fields, such as atmospheric sound and underwater acoustics. To address this problem, a three-dimensional Gaussian beam tracing model is developed for subsonic moving medium, based on the Helmholtz equation of velocity potential for high-frequency sound wave in a moving medium with arbitrary Mach numbers. The dynamic ray equations in the moving medium are derived by using the beam tracing method, and further the partial differential equation is transformed into ordinary differential equations, so as to be able to more efficiently and accurately calculate the three-dimensional sound field in the moving medium. The Gaussian beam tracing method reveals that the expansion of the beam in a moving medium is more complex than in a static medium, and the energy in the ray tube is not necessarily conserved. The model is applied to several problems, including point source sound propagation in a semi-infinite homogeneous medium, three-dimensional long-range sound propagation in horizontally layered atmospheres, and three-dimensional sound propagation in the Gulf Stream. The results of the point source sound propagation problem in the semi-infinite homogeneous medium verify the effectiveness and accuracy of the model. The results of the atmospheric sound propagation problem indicate that compared with the commonly used $N \times 2D$ method, the three-dimensional Gaussian beam tracing in a moving medium fully considers the effect of medium motion, especially the effect of crosswind, and can calculate the sound pressure field more accurately. Although the Mach number of the ocean current is very small, its effect cannot be ignored. The ocean current can quantitatively change the sound propagation mode and affect the convergence zone position. In some areas, the difference between calculation results with and without considering the ocean current is more than 5 dB. Moreover, the deviation of rays caused by lateral flow is much smaller, and even in the areas with complex terrain, the deviation becomes more obvious only after being reflected by the interface. Moreover, the influence of lateral flow on sound propagation is much smaller than that caused by flow velocity parallel to the propagation direction. In conclusion, the developed Gaussian beam tracing method provides an accurate and efficient approach for solving the sound propagation problem in subsonic moving media.

Keywords: Gaussian beam tracing, subsonic moving medium, atmospheric sound propagation, underwater sound propagation

PACS: 43.20.Dk, 43.28.Py, 43.28.+h, 43.30.+m

DOI: 10.7498/aps.72.20221691

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12174078, 11904292) and the Postdoctoral Scientific Research Starting Foundation of Heilongjiang Province, China (Grant No. 3236330022).

† Corresponding author. E-mail: zhangminghui@hrbeu.edu.cn



三维亚音速运动介质中的高斯波束追踪

陈雨晨 张海刚 张明辉 杨士莪

Gaussian beam tracing for three-dimensional sound propagation problems in subsonic moving medium

Chen Yu-Chen Zhang Hai-Gang Zhang Ming-Hui Yang Shi-E

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 124301 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221691

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221691>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于大气声传播理论的爆炸声源能量估计

Energy estimation of explosion sound source based on atmospheric sound propagation theory

物理学报. 2021, 70(24): 244203 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210562>

孤子内波环境下三维声传播建模

Modeling of three-dimensional sound propagation through solitary internal waves

物理学报. 2019, 68(20): 204302 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190478>

火星大气频散声速剖面建模方法及其对声传播路径的影响

Methods of modelling dispersive sound speed profiles of Martian atmosphere and their effects on sound propagation paths

物理学报. 2022, 71(24): 244304 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221531>

浅海周期起伏海底环境下的声传播

Sound propagation in shallow water with periodic rough bottom

物理学报. 2021, 70(3): 034302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201233>

地球曲率对远距离声传播的影响

Effect of earth curvature on long range sound propagation

物理学报. 2021, 70(11): 114303 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201858>

浅海涌浪对表面声道声传播的影响

Effects of swells on sound propagation in surface duct environment in shallow water

物理学报. 2021, 70(5): 054302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201549>