

多组分尘埃等离子体中非线性尘埃声孤波的传播特征

林麦麦[†] 王明月 蒋蕾

(西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

(2022年9月21日收到; 2022年10月19日收到修改稿)

采用 Sagdeev 势方法研究了多组分尘埃等离子体中的非线性尘埃声孤波的传播特征. 推导得到了在含有尘埃颗粒、电子流、质子流及 Kappa 电子和离子的多组分尘埃等离子体中的非线性尘埃声波所对应的 Sagdeev 势函数. 并利用定性分析方法, 确定该系统同时存在线性周期波解轨道、非线性周期波解轨道和孤立波解轨道. 与此同时, 借助数值模拟方法发现: 该多组分尘埃等离子体系统中仅存在振幅小于零的稀疏型孤立波, 且非线性尘埃声孤波的振幅、宽度及波形等传播特征均与马赫数 M 、多种粒子数密度、温度、电荷量、质量及 Kappa 电子数、离子数等各种系统参数存在紧密关联.

关键词: 多组分尘埃等离子体, 尘埃声孤波, Sagdeev 势方法

PACS: 52.27.Lw, 52.35.Mw, 52.35.Sb, 47.35.Fg

DOI: 10.7498/aps.72.20221843

1 引言

目前, 关于多组分尘埃等离子体中多种非线性波动过程的研究已成为等离子体物理的重要前沿研究领域, 其研究内容广泛, 包括天体物理学、半导体制造、聚变反应堆等^[1-8]. 实际条件下尘埃颗粒广泛存在于实验室等离子体和星际空间、太阳系、地球电离层, 以及彗星尾和行星环空间等离子体环境中^[9-14]. 1990年 Rao等^[15]首次从理论上预测了未磁化尘埃等离子体中的非线性尘埃声波的存在性; 1995年, Barkan等^[16]在实验室中观测到了非线性尘埃声波. 现在, 非线性尘埃声波的相关研究课题已成为了等离子体物理学的热门课题之一, 众多科研工作者对该课题进行了深入探讨, Tiwari等^[17]研究了尘埃等离子体中大振幅的非线性离子声孤波的传播特点; Adhikary等^[18]利用约化摄动法研究了有正、负离子的尘埃等离子体中小

振幅的非线性尘埃声孤波和冲击波的传播特征; Mamun^[19]依靠赝势方法研究了绝热条件下热尘埃等离子体中非线性尘埃声孤立波的特点; Sinha和 Sahu^[20]研究了非磁化四分量等离子体中的尘埃离子声波.

研究尘埃等离子体中非线性波动过程的方法比较多样, 常见的约化摄动法可以用于研究小振幅的非线性波; 如果考虑边界效应, 则可利用赝势法进行非线性波动过程的讨论; 除此之外, Sagdeev 势方法可以研究等离子体中大振幅的非线性波动过程, 已广泛应用于多种课题的理论研究中. 例如, Mamun和 Shukla^[21]利用 Sagdeev 势方法研究了强耦合尘埃等离子体中任意振幅的尘埃声孤波; Hatami和 Nikknam^[22]则使用 Sagdeev 势方法研究了双温非广延电子对离子双层结构的影响; El-Hanbaly等^[23]利用 Sagdeev 势方法研究了具有超热电子和非广延离子的尘埃等离子体中非线性尘埃声波的传播特征; Sebastian等^[24]则通过 Sagdeev

[†] 通信作者. E-mail: linmimai1514@126.com

势方法研究了五分量等离子体中压缩孤立波和稀疏孤立波的存在及孤立波的传播特征. 由此不难看出, Sagdeev 势方法是等离子体中非线性波研究的重要方法.

本文利用 Sagdeev 势方法研究了非线性尘埃声波在含有带正电的尘埃颗粒、电子流、质子流、呈 Kappa 分布的电子和离子多组分尘埃等离子体中的基本传播特征. 第 2 节给出原始方程并利用 Sagdeev 势方法推导得到二维自治动力系统的具体表达式. 第 3 节对系统相图进行分析讨论, 确定该系统同时存在线性波解、非线性波解和孤立波解, 且多种波动行为的存在与多种系统因素存在紧密关联. 第 4 节求得 Sagdeev 势函数和孤立波解表达式, 并借助数值模拟的方法获得 Sagdeev 势的基本演化特征及孤立波的振幅、宽度和波形随系统参数的基本变化规律. 从而得出结论: 多组分尘埃等离子体中的多种系统参数, 诸如尘埃颗粒、电子、质子、离子等多种粒子的质量、数密度、温度、电荷量等均对该系统中的非线性尘埃声孤波的传播特征存在重要影响.

2 原始方程及其求解

为了研究多组分尘埃等离子体中非线性尘埃声波的传播特征, 假设多组分尘埃等离子体是由太阳风中带正电的尘埃颗粒、电子流、质子流, 以及呈现 Kappa 分布的电子和离子共同组成. 以磁流体力学中理想磁流体力学 (magneto hydrodynamic, MHD) 模型为理论基础, 忽略粒子间的相互碰撞, 对尘埃等离子体受到的库仑力、重力、拖曳力等作用力暂时忽略不计, 可以得到如下形式的无量纲化方程组^[25]:

$$\frac{\partial N_d}{\partial t} + N_d \frac{\partial}{\partial x} u_d + u_d \frac{\partial}{\partial x} N_d = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} + 3\sigma_d N_d \frac{\partial N_d}{\partial x} + \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N_c}{\partial t} + N_c \frac{\partial}{\partial x} u_c + u_c \frac{\partial}{\partial x} N_c = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u_c}{\partial t} + u_c \frac{\partial u_c}{\partial x} + H_c N_c \frac{\partial N_c}{\partial x} - \mu_c \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial N_b}{\partial t} + N_b \frac{\partial}{\partial x} u_b + u_b \frac{\partial}{\partial x} N_b = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_b}{\partial t} + u_b \frac{\partial u_b}{\partial x} + H_b N_b \frac{\partial N_b}{\partial x} + \mu_b \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + N_b - N_c + n_i - n_e + N_d = 0. \quad (7)$$

其中, Kappa 分布的离子和电子的数密度形式如下^[25]:

$$n_i = \delta_i \left(1 + \sigma_i \frac{\phi}{\kappa_i - 3/2} \right)^{-(\kappa_i - 3/2)}, \quad (8)$$

$$n_e = \delta_e \left(1 - \sigma_e \frac{\phi}{\kappa_e - 3/2} \right)^{-(\kappa_e - 3/2)}, \quad (9)$$

在这里 Kappa 分布表达式仅适用于 $\kappa_{e(i)} > 3/2$ 和极限 $\kappa_{e(i)} \rightarrow \infty$ 的条件^[25], 其中 κ_e 和 κ_i 分别为 Kappa 分布电子数和离子数.

(1) 式—(9) 式中: N_d , N_c 和 N_b 分别表示带正电的尘埃颗粒、电子流和质子流的无量纲化数密度, 它们通过 $n_{d0} Z_{d0}$ 进行无量纲化, 其中 n_{d0} 表示平衡状态下的尘埃颗粒数密度, Z_{d0} 为平衡状态下的尘埃颗粒电荷数. u_d , u_c 和 u_b 表示尘埃颗粒、电子流和质子流的无量纲化速度, 由 $C_d = (Z_{d0} K_B T_{\text{eff}} / m_d)^{1/2}$ 归一化, K_B 为玻尔兹曼常数, $T_{\text{eff}} = \left(\frac{n_{i0}}{T_i} + \frac{n_{e0}}{T_e} \right)^{-1}$, m_d 为尘埃颗粒的质量. ϕ 表示静电势, 由 $K_B T_{\text{eff}} / e$ 归一化. 而空间坐标 x 和时间 t , 利用德拜长度 $\lambda_D = [K_B T_{\text{eff}} / (4\pi n_{d0} Z_{d0}^2 e^2)]^{1/2}$ 和尘埃等离子体频率的倒数 $\omega_{pd}^{-1} = [m_d / (4\pi n_{d0} Z_{d0}^2 e^2)]^{1/2}$ 进行归一化. 系统其他参数如下: $\sigma_d = T_d / T_{\text{eff}}$, $\sigma_c = T_c / T_{\text{eff}}$, $\sigma_b = T_b / T_{\text{eff}}$, $\sigma_i = T_i / T_{\text{eff}}$, 其中 T_d , T_e , T_c , T_i 和 T_b 分别为尘埃颗粒、电子、电子流、离子和质子流的温度. $\mu_c = m_d / (Z_{d0} m_e)$, $\mu_b = m_d / (Z_{d0} m_b)$, m_d 和 m_e 为尘埃颗粒和电子的质量. $H_c = 3\mu_c \gamma_c^2 \sigma_c$, $H_b = 3\mu_b \gamma_b^2 \sigma_b$, 其中 $\gamma_c = (n_{d0} Z_{d0}) / n_{c0}$, $\gamma_b = (n_{b0} Z_{d0}) / n_{d0}$. $\delta_i = n_{i0} / (n_{d0} Z_{d0})$, $\delta_e = n_{e0} / (n_{d0} Z_{d0})$, 其中 n_{i0} , n_{e0} 和 n_{d0} 分别为平衡状态下离子、电子和尘埃颗粒的数密度^[25].

接下来, 利用 Sagdeev 势方法研究非线性尘埃声波的传播特征. 首先, 对 (1) 式—(6) 式中的自变量进行行波变换: 令 $\xi = x - Mt$, M 为马赫数. (1) 式—(6) 式可以化为

$$-M \frac{dN_d}{d\xi} + N_d \frac{du_d}{d\xi} + u_d \frac{du_d}{d\xi} = 0, \quad (10)$$

$$-M \frac{du_d}{d\xi} + u_d \frac{du_d}{d\xi} + 3\sigma_d N_d \frac{dN_d}{d\xi} + \frac{d\phi}{d\xi} = 0, \quad (11)$$

$$-M \frac{dN_c}{d\xi} + N_c \frac{du_c}{d\xi} + u_c \frac{dN_c}{d\xi} = 0, \quad (12)$$

$$-M \frac{du_c}{d\xi} + u_c \frac{du_c}{d\xi} + H_c N_c \frac{dN_c}{d\xi} - \mu_c \frac{d\phi}{d\xi} = 0, \quad (13)$$

$$-M \frac{dN_b}{d\xi} + N_b \frac{du_b}{d\xi} + u_b \frac{dN_b}{d\xi} = 0, \quad (14)$$

$$-M \frac{du_b}{d\xi} + u_b \frac{du_b}{d\xi} + H_b N_b \frac{dN_b}{d\xi} + \mu_b \frac{d\phi}{d\xi} = 0. \quad (15)$$

考虑边界条件: 当 $\xi \rightarrow \infty$ 时, $N_d \rightarrow 1$, $N_c \rightarrow 1$, $N_b \rightarrow 1$, $u_d \rightarrow 0$, $u_c \rightarrow 0$, $u_b \rightarrow 0$, $\phi \rightarrow 0$, 则通过化简 (10) 式—(15) 式可得 N_d , N_c 和 N_b 的表达式:

$$N_d = \frac{1}{\sqrt{6}} \sqrt{3 + \frac{M^2}{\sigma_d} - \frac{2\phi}{\sigma_d} + \frac{\sqrt{(2\phi - M^2 - 3\sigma_d)^2 - 12M^2\sigma_d}}{\sigma_d}},$$

$$N_c = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M^2}{H_c} + \frac{2\phi\mu_c}{H_c} + \frac{\sqrt{(-M^2 - H_c - 2\phi\mu_c)^2 - 4M^2H_c}}{H_c}},$$

$$N_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M^2}{H_b} - \frac{2\phi\mu_b}{H_b} + \frac{\sqrt{(-M^2 - H_b + 2\phi\mu_b)^2 - 4M^2H_b}}{H_b}},$$

将其代入 (7) 式后可得

$$\frac{d^2\phi}{d\xi^2} = A_1\phi + A_2\phi^2, \quad (16)$$

其中

$$A_1 = \frac{\sqrt{\frac{M^2 + \sqrt{(M^2 - H_c)^2 + H_c}}{H_c}} \mu_c}{\sqrt{2}\sqrt{(M^2 - H_c)^2}} + \frac{\delta_e \sigma_e (2\kappa_i - 3)}{2\kappa_e - 3} + \frac{\sqrt{\frac{M^2 + \sqrt{(M^2 - H_b)^2 + H_b}}{H_b}} \mu_b}{\sqrt{2}\sqrt{(M^2 - H_b)^2}} + \delta_i \sigma_i$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{6}\sqrt{(M^2 - 3\sigma_d)^2}} \sqrt{\frac{M^2 + \sqrt{(M^2 - 3\sigma_d)^2 + 3\sigma_d}}{\sigma_d}},$$

$A_2 =$

$$\frac{\left\{ M^4 - 2M^2\sqrt{(M^2 - H_c)^2} - 2H_c \left[M^2 + \sqrt{(M^2 - H_c)^2 + H_c^2} \right] \right\} \sqrt{\frac{M^2 + H_c + \sqrt{(H_c - M^2)^2}}{H_c}} \mu_c^2}{2\sqrt{2}(M^2 - H_c)^4} + \frac{\delta_e \sigma_e^2 [3 + 4\kappa_i(\kappa_i - 2)]}{2(3 - 2\kappa_e)^2}$$

$$- \frac{\left\{ M^4 - 2M^2\sqrt{(M^2 - H_b)^2} - 2H_b \left[M^2 + \sqrt{(M^2 - H_b)^2} \right] + H_b^2 \right\} \sqrt{\frac{M^2 + H_b + \sqrt{(H_b - M^2)^2}}{H_b}} \mu_b^2}{2\sqrt{2}(M^2 - H_b)^4} + \frac{\delta_i \sigma_i^2 (2\kappa_i - 1)}{6 - 4\kappa_i}$$

$$+ \frac{\left[2M^2\sqrt{(M^2 - 3\sigma_d)^2} + 6\sigma_d\sqrt{(M^2 - 3\sigma_d)^2} - (M^2 - 3\sigma_d)^2 \right] \sqrt{\frac{M^2 + 3\sigma_d + \sqrt{(M^2 - 3\sigma_d)^2}}{\sigma_d}} \mu_d^2}{2\sqrt{6}(M^2 - 3\sigma_d)^4}.$$

将 (16) 式转化为二维自治动力系统如下:

$$\frac{d\phi}{d\xi} = \psi, \quad \frac{d\psi}{d\xi} = A_1\phi + A_2\phi^2, \quad (17)$$

其中, ϕ 表示静电势, ψ 表示静电势 ϕ 对 ξ 的一阶导数.

3 系统相图分析

为了研究多组分尘埃等离子体系统的动力学特征, 利用数值模拟方法研究不同系统参数对非线性二维自治动力系统 (17) 相图的具体影响.

图 1 给出了二维自治动力系统 (17) 的相图随着系统参数马赫数 M 的变化规律, 其他系统参数取值分别为 [25,26]: $H_b=0.8$, $H_c=0.5$, $\mu_b=0.7$, $\mu_c=0.6$, $\delta_e=0.08$, $\delta_i=0.1$, $\sigma_d=0.0009$, $\kappa_i=\kappa_e=2.0$. 图 1(a) 显示: 当马赫数 $M=1.2$ 时, 多组分尘埃等离子体系统中同时存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道. 这表明该系统同时存在线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解. 与此同时, 图 1(b) 和图 1(c) 显示: 随着马赫数 M 的逐步增大, 系统的不同轨道特征不会改变, 但多种不同轨道的存在范围会依次增大.

二维自治动力系统 (17) 的相图随着系统参数 H_b 的变化规律见图 2, 其中, $H_c=0.5$, $M=1.2$, $\mu_b=0.7$, $\mu_c=0.6$, $\delta_e=0.08$, $\delta_i=0.1$, $\sigma_d=0.0009$, $\kappa_i=\kappa_e=2.0$. 结果显示: 当 H_b 变化时, 系统中始终同时存在线性周期轨道、非线性周期轨道和同宿轨道, 但各种轨道存在的范围有所变化. 与此同时,

考虑到 $H_b=3\mu_b\gamma_b^2\sigma_b$, 而 $\mu_b=m_d/(Z_{d0}m_b)$, $\gamma_b=(n_{b0}Z_{d0})/n_{d0}$, $\sigma_b=T_b/T_{eff}$, 这表明多组分尘埃等离子体中的各种系统参数, 诸如尘埃颗粒和质子流的质量、数密度、电荷量和温度等, 均对自治系统的相轨线存在一定的影响.

图 3 给出了二维自治动力系统 (17) 的相图随着系统参数 H_c 的变化规律, 其中 $H_b=0.8$, $M=1.2$, $\mu_b=0.7$, $\mu_c=0.6$, $\delta_e=0.08$, $\delta_i=0.1$, $\sigma_d=0.0009$, $\kappa_i=\kappa_e=2.0$. 图 3(a) 显示: 当 $H_c=0.4$ 时, 多组分尘埃等离子体系统中仍然同时存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道. 通过对图 3(a)—(c) 进行对比, 系统相图显示: 随着 H_c 逐步增大, 系统的不同轨道特征不会改变, 但多种不同轨道的存在范围会依次增大. 在这里 $H_c=3\mu_c\gamma_c^2\sigma_c$, 而 $\mu_c=m_d/(Z_{d0}m_e)$, $\gamma_c=(n_{d0}Z_{d0})/n_{c0}$, $\sigma_c=T_c/T_{eff}$, 这意味着对于含有 Kappa 电子和离子的多组分尘埃等离子体而言, 系统平衡状态时的尘埃颗粒和电子的质量、数密度、电荷量和温度的不同, 只会使系统相图中不同类型的尘埃声波解的存在范围发生改变, 而不会改变系统相图中不同类型尘埃声波解共同存在的基本属性.

图 4 给出了系统相图随着系统参数 μ_b 的变化规律, 其他系统参数取值分别为: $\mu_c=0.6$,

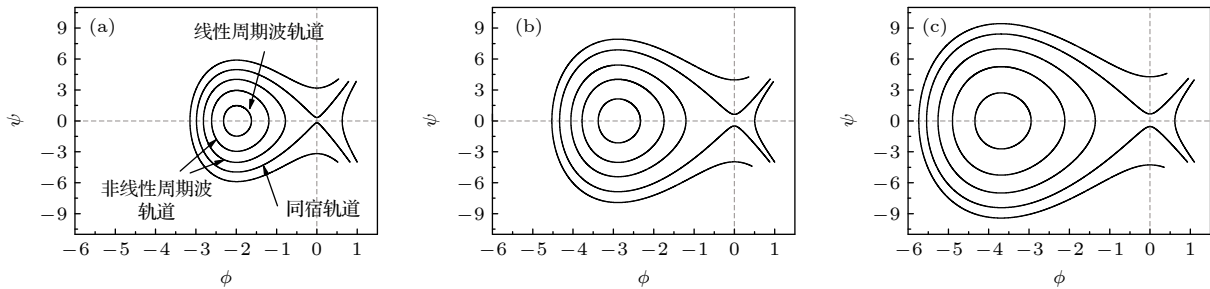


图 1 系统相图随马赫数的变化 (a) $M=1.2$; (b) $M=1.3$; (c) $M=1.4$

Fig. 1. Variations of system phase diagram with Mach number: (a) $M=1.2$; (b) $M=1.3$; (c) $M=1.4$.

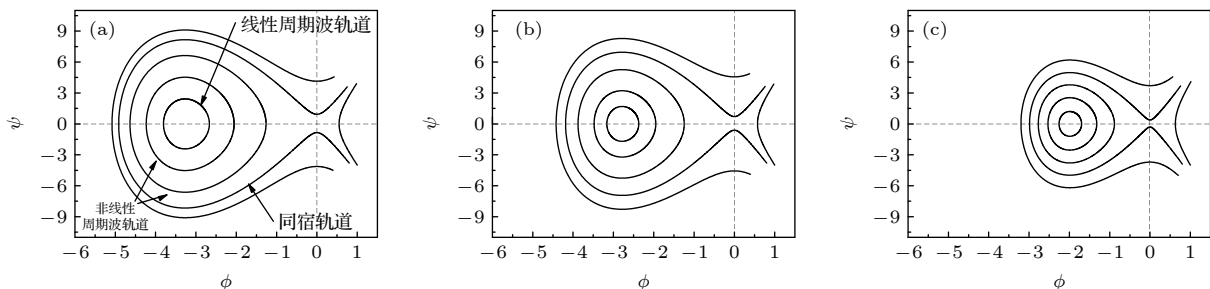


图 2 系统相图随 H_b 的变化 (a) $H_b=0.4$; (b) $H_b=0.6$; (c) $H_b=0.8$

Fig. 2. Variations of system phase diagram with H_b : (a) $H_b=0.4$; (b) $H_b=0.6$; (c) $H_b=0.8$.

$M = 1.2$, $H_b = 0.8$, $H_c = 0.5$, $\delta_e = 0.08$, $\delta_i = 0.1$, $\sigma_d = 0.0009$, $\kappa_i = \kappa_e = 2.0$. 图 4 显示: 当系统参数 μ_b 取值不同时, 多组分尘埃等离子体系统中仍然同时存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道, 而且随着 μ_b 的逐步增大, 系统的多种轨道的存在范围会发生改变, 而 $\mu_b = m_d / (Z_{d0} m_b)$, 这说明当多组分尘埃等离子体中所含的尘埃颗粒质量较大而质子流的质量较小、且平衡状态下尘埃颗粒的电荷量较小时, 该自治系统的线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解的存在范围将减小.

图 5 给出了系统相图随着参数 μ_c 的变化规律, 其中 $\mu_b = 0.7$, $M = 1.2$, $H_b = 0.8$, $H_c = 0.5$, $\delta_e = 0.08$, $\delta_i = 0.1$, $\sigma_d = 0.0009$, $\kappa_i = \kappa_e = 2.0$. 可以看

出, 当系统参数 μ_c 从 0.3 增加到 0.6 再增加到 0.9 时, 系统相图中不同类型的尘埃声波解的存在范围随着系统参数 μ_c 的增大而增大, 这与图 4 系统相图随着系统参数 μ_b 的变化有所不同, 但系统相图中的线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解三种不同类型的波解结构不会发生改变.

图 6 给出了自治动力系统 (17) 的相图随着系统参数 σ_d 的变化规律, 其他系统参数取值分别为: $M = 1.2$, $H_b = 0.8$, $H_c = 0.5$, $\mu_b = 0.7$, $\mu_c = 0.6$, $\delta_e = 0.08$, $\delta_i = 0.1$, $\kappa_i = \kappa_e = 2.0$. 不难看出, 当其他参数取定时, 而多组分尘埃等离子体中所含的尘埃颗粒的温度与有效温度的比值 σ_d 取值不同时, 系统相图中各种轨道的存在范围发生变化, 由于

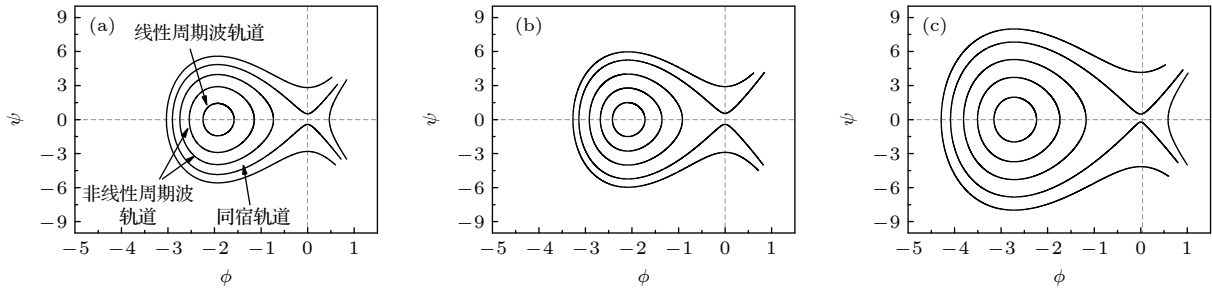


图 3 系统相图随 H_c 的变化 (a) $H_c = 0.4$; (b) $H_c = 0.6$; (c) $H_c = 0.8$

Fig. 3. Variations of system phase diagram with H_c : (a) $H_c = 0.4$; (b) $H_c = 0.6$; (c) $H_c = 0.8$.

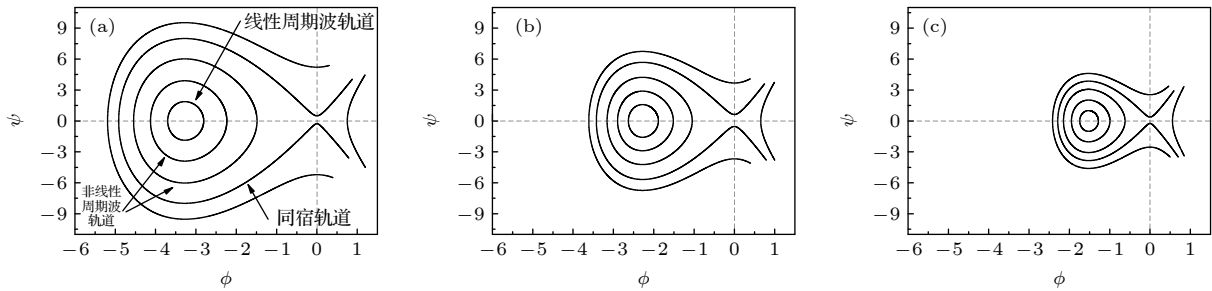


图 4 系统相图随 μ_b 的变化 (a) $\mu_b = 0.3$; (b) $\mu_b = 0.6$; (c) $\mu_b = 0.9$

Fig. 4. Variations of system phase diagram with μ_b : (a) $\mu_b = 0.3$; (b) $\mu_b = 0.6$; (c) $\mu_b = 0.9$.

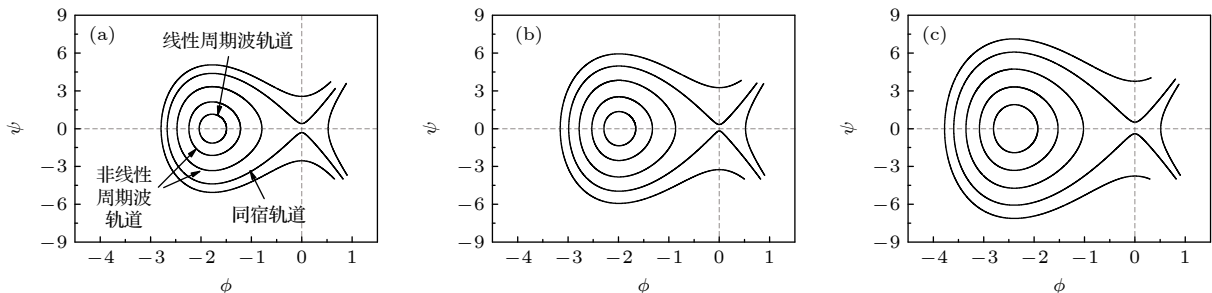


图 5 系统相图随 μ_c 的变化 (a) $\mu_c = 0.3$; (b) $\mu_c = 0.6$; (c) $\mu_c = 0.9$

Fig. 5. Variations of system phase diagram with μ_c : (a) $\mu_c = 0.3$; (b) $\mu_c = 0.6$; (c) $\mu_c = 0.9$.

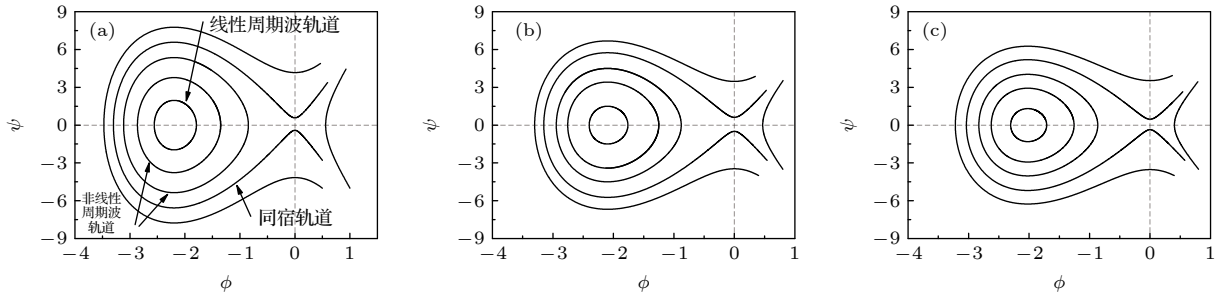


图 6 系统相图随 σ_d 的变化 (a) $\sigma_d = 0.0004$; (b) $\sigma_d = 0.0006$; (c) $\sigma_d = 0.0008$

Fig. 6. Variations of system phase diagram with σ_d : (a) $\sigma_d = 0.0004$; (b) $\sigma_d = 0.0006$; (c) $\sigma_d = 0.0008$.

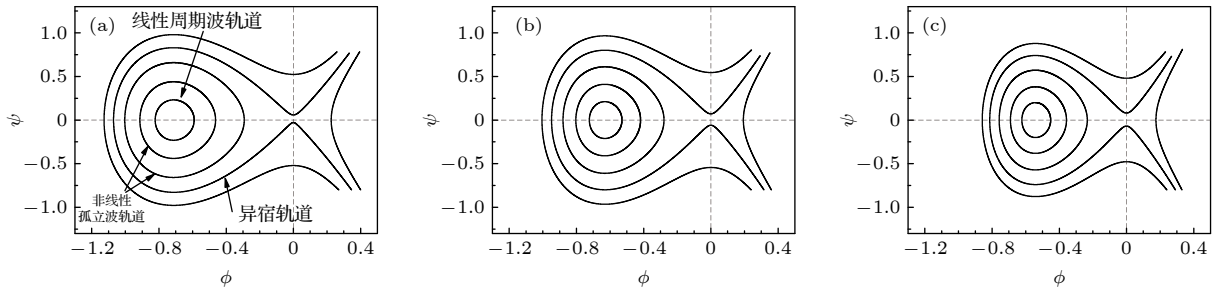


图 7 系统相图随 κ_i 的变化 (a) $\kappa_i = 2.0$; (b) $\kappa_i = 2.5$; (c) $\kappa_i = 3.0$

Fig. 7. Variations of system phase diagram with κ_i : (a) $\kappa_i = 2.0$; (b) $\kappa_i = 2.5$; (c) $\kappa_i = 3.0$.

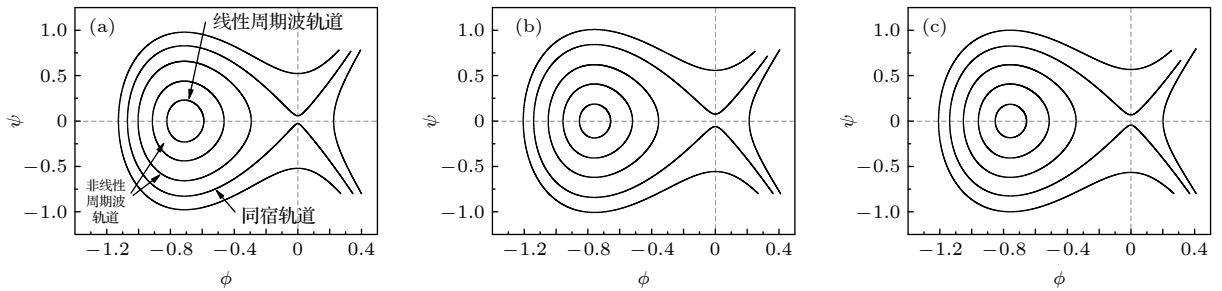


图 8 系统相图随 κ_e 的变化 (a) $\kappa_e = 2.0$; (b) $\kappa_e = 2.5$; (c) $\kappa_e = 3.0$

Fig. 8. Variations of system phase diagram with κ_e : (a) $\kappa_e = 2.0$; (b) $\kappa_e = 2.5$; (c) $\kappa_e = 3.0$.

$\sigma_d = T_d/T_{\text{eff}}$, 也就是说尘埃颗粒的温度越高, 系统相图中线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道的存在范围越小。

图 7 给出了系统参数 κ_i 对自治动力系统相图的影响, 其中 $M = 1.2$, $H_b = 0.8$, $H_c = 0.5$, $\mu_b = 0.7$, $\mu_c = 0.6$, $\delta_e = 0.08$, $\delta_i = 0.1$, $\sigma_d = 0.0009$, $\kappa_e = 2.0$. 从图 7 可以看到, 当 Kappa 分布离子数 κ_i 分别为 2.0, 2.5, 3.0 时, 该自治系统同时存在线性周期波轨道、非线性周期波轨道和同宿轨道, 但多种不同轨道的存在范围会依次减小. 二维自治动力系统的相图随系统参数 κ_e 的变化规律由图 8 给出, 其他系统参数分别为: $M = 1.2$, $H_b = 0.8$, $H_c = 0.5$, $\mu_b = 0.7$, $\mu_c = 0.6$, $\delta_e = 0.08$, $\delta_i = 0.1$, $\sigma_d = 0.0009$,

$\kappa_i = 2.0$. 结果表明: 当系统参数 κ_e 取值不同时, 该系统同时存在线性周期波解、非线性周期波解和孤立波解, 不难看出, 当 Kappa 分布电子数 κ_e 从 2.0 增加到 2.5 时, 系统相图中不同类型的尘埃声波解的存在范围增大, 但当系统参数 κ_e 从 2.5 增加到 3.0 时, 系统相图中尘埃声波解的存在范围变化不大。

4 Sagdeev 势函数及孤立波解

为了研究多组分尘埃等离子体中的非线性尘埃声孤波的传播特征, 将 (16) 式等式两边同乘以 $d\phi/d\xi$, 并对 ξ 积分一次可得 Sagdeev 势方程:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{d\xi} \right)^2 + V(\phi) = 0, \quad (18)$$

其中 Sagdeev 势函数为

$$V(\phi) = -\frac{1}{2}A_1\phi^2 - \frac{1}{3}A_2\phi^3. \quad (19)$$

接下来, 通过数值模拟对 Sagdeev 势进行分析讨论, 从而进一步明确多组分尘埃等离子体的多种系统参数对非线性尘埃声波的具体影响. 图 9 给出了 Sagdeev 势函数随不同系统参数的变化规律. 可以看出存在 $\phi_m < 0$, 使得 $V(\phi) = \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0$ 且 $\frac{d^2V(\phi)}{d\phi^2} < 0$, 这意味着该系统仅存在振幅小于 0 的稀疏型孤立波.

图 9(a) 给出了系统参数 H_b 对 Sagdeev 势 $V(\phi)$ 的具体影响, 结果表明孤立波的振幅 ϕ_m 随着系统参数 H_b 的增加而减小. 考虑到 $H_b = 3\mu_b\gamma_b^2\sigma_b$, 而 $\mu_b = m_d/(Z_{d0}m_b)$, $\gamma_b = (n_{b0}Z_{d0})/n_{d0}$, $\sigma_b = T_b/T_{\text{eff}}$, 这说明多组分尘埃等离子体中的各种系统参数, 诸如尘埃颗粒和质子流的质量、数密度、电荷量和温度等系统因素, 均对稀疏孤立波的振幅存在显著影响. 图 9(b) 显示随着参数 H_c 的逐步增加, 孤立波的振幅 ϕ_m 将依次增大. 而考虑到 $H_c = 3\mu_c\gamma_c^2\sigma_c$, 其中 $\mu_c = m_d/(Z_{d0}m_e)$, $\gamma_c = (n_{d0}Z_{d0})/n_{c0}$, $\sigma_c = T_c/T_{\text{eff}}$, 这表明当多组分尘埃等离子体中所含的尘埃颗粒质量大、数密度高且电荷量低时, 该系统中的非线

性尘埃声孤波的振幅就较大; 而当电子质量大、电子流数密度高且温度高时, 该系统中的非线性尘埃声孤波则振幅较小. 图 9(c)–(f) 给出了系统参数 μ_b , μ_c , M 和 σ_d 取不同值时, Sagdeev 势函数的变化规律, 由图 9(c) 和图 9(f) 可知, 孤立波的振幅 ϕ_m 随着系统参数 μ_b 和 σ_d 的增大而减小, 这与图 9(a) 中的结果相同. 而图 9(f) 说明 $\sigma_d = T_d/T_{\text{eff}}$ 越大孤立波振幅越小, 即尘埃颗粒的温度越高孤立波的振幅 ϕ_m 越小. 同理从图 9(d) 和图 9(e) 可知, 孤立波振幅 ϕ_m 的变化情况与图 9(b) 类似, 即随着系统参数 μ_c 和马赫数 M 的增大, 孤立波的振幅 ϕ_m 也随之增大.

图 10 给出了 Sagdeev 势 $V(\phi)$ 随 Kappa 分布电子数 κ_e 和离子数 κ_i 的变化规律, 表明多组分尘埃等离子体系统中所含的 Kappa 电子分布数 κ_e 的增加和 Kappa 离子分布数 κ_i 的减少, 将使孤立波的振幅 ϕ_m 增大. 这说明多组分尘埃等离子体系统中电子和离子的 Kappa 分布形式对 Sagdeev 势函数及稀疏型孤立波的传播特征均存在重要影响. 接下来对 Sagdeev 势方程 (18) 进行求解, 可得到非线性尘埃声孤波的形式如下:

$$\phi = \phi_m \cdot \text{sech}^2 \left(\frac{\theta}{D} \right), \quad (20)$$

其中 $\theta = k\xi - \omega_0\tau$, k 为 ξ 方向的波数, ω_0 为波速; $\phi_m = -2A_1/(3A_2)$ 和 $D = (2/A_1)^{-1/2}$ 分别为孤立波的振幅和宽度.

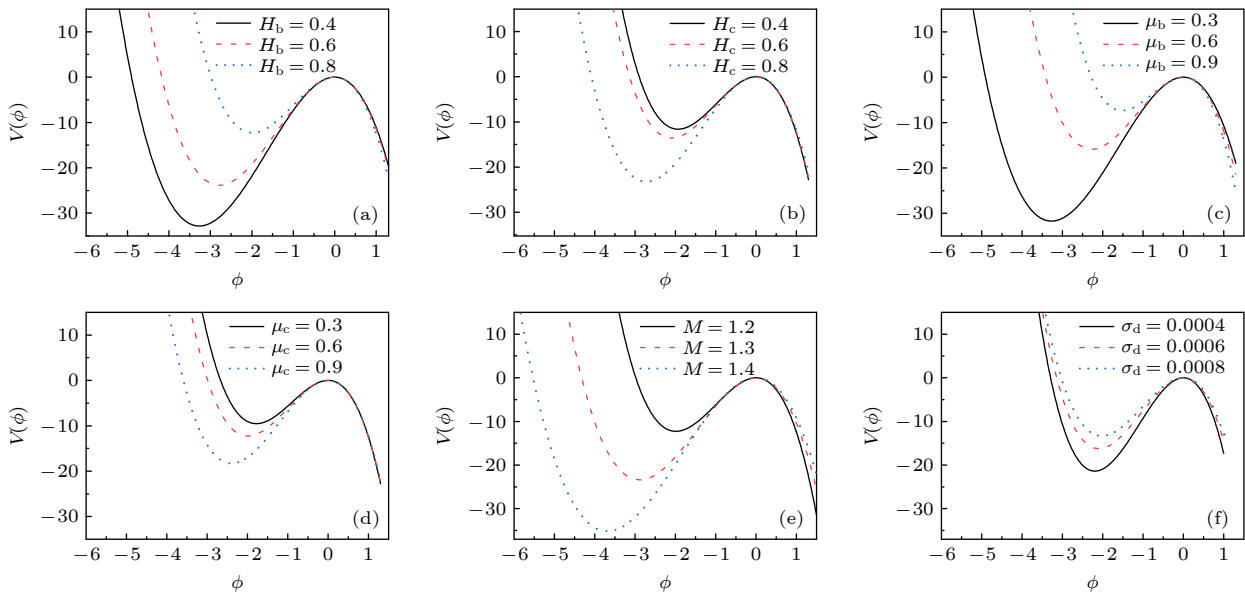


图 9 Sagdeev 势 $V(\phi)$ 随不同参数的变化规律

Fig. 9. Variations of Sagdeev potential $V(\phi)$ with different parameters.

图 11 给出了多组分尘埃等离子体系统中非线性尘埃声孤波的波形随着系统参数的变化趋势. 结果显示: 当参数 H_b , H_c , μ_b , μ_c , M 和 σ_d 取值不同

时, 该系统仅存在振幅小于 0 的稀疏型孤立波. 该结论与 Sagdeev 势函数的数值模拟结果保持一致. 图 11(a), (c), (f) 表示, 当系统参数 H_b , μ_b 和 σ_d 增

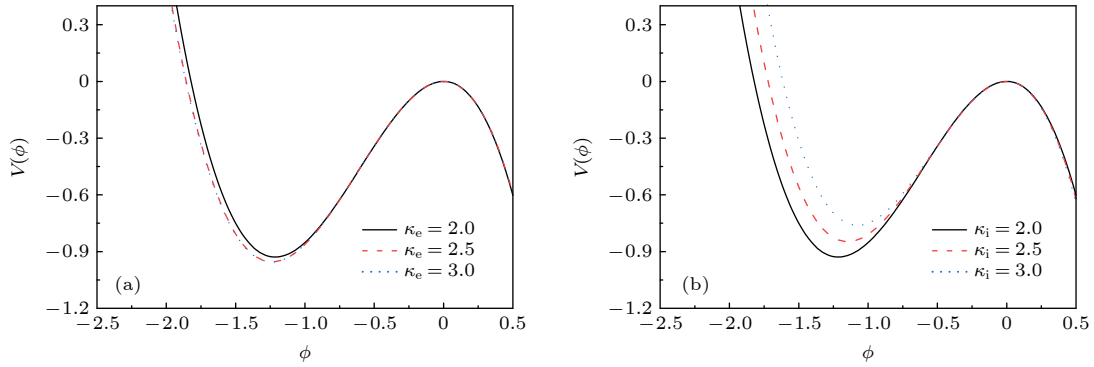


图 10 Sagdeev 势 $V(\phi)$ 随 κ_e 和 κ_i 的变化规律

Fig. 10. Variations of Sagdeev potential $V(\phi)$ with κ_e and κ_i .

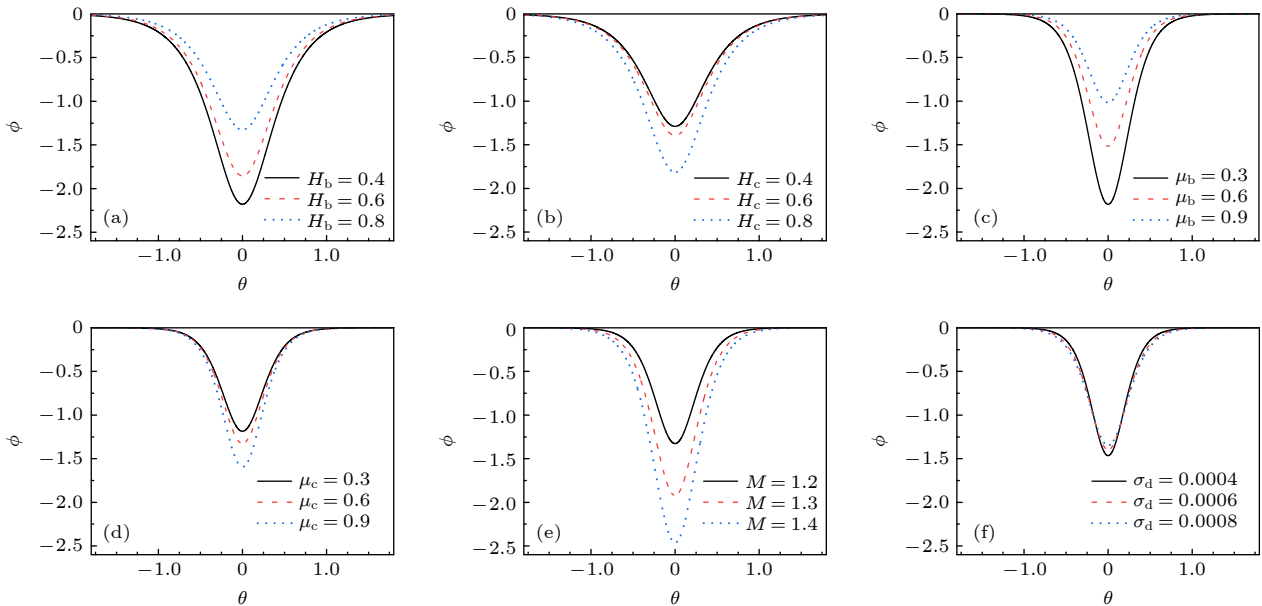


图 11 孤立波 ϕ 的波形随不同参数的变化规律

Fig. 11. Waveform variation law of the solitary waves ϕ with different parameters.

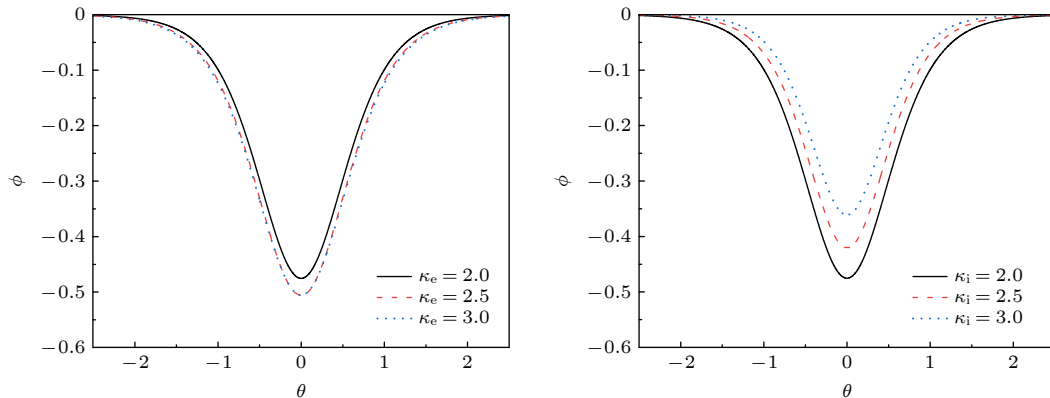


图 12 孤立波 ϕ 的波形变化规律

Fig. 12. Waveform variation law of the solitary waves ϕ .

加时, 孤立波振幅减小而宽度增大; 而当系统参数 H_c , μ_c 和 M 增加时, 孤立波的振幅增大且宽度减小. 这些结论与图 10 中 Sagdeev 势函数所反映的结论相一致.

非线性尘埃声孤波的波形 ϕ 随电子和离子 Kappa 分布数 κ_e 和 κ_i 的变化规律如图 12 所示, 孤立波的振幅 ϕ_m 随着 κ_e 的增大而增大、随着 κ_i 的增大而减小. 这表明当多组分尘埃等离子体系统中含有较多的 Kappa 分布电子和较少的 Kappa 分布离子时, 非线性尘埃声孤波将具有更大的振幅.

5 结 论

本文研究了由尘埃颗粒、电子流、质子流、Kappa 电子和离子所组成的多组分尘埃等离子体中非线性尘埃声孤波的传播特征. 利用 Sagdeev 势方法求解得到二维自治动力系统具体表示形式, 并通过数值模拟方法得到相图, 结果显示: 多组分尘埃等离子体系统中同时存在线性波解轨道、非线性波解轨道和同宿轨道; 而 Sagdeev 势函数的变化规律则显示该系统仅存在振幅小于 0 的稀疏型孤立波. 通过进一步孤立波波形特征的讨论, 不难发现含有 Kappa 电子和离子分布的多组分尘埃等离子体系统中的多种系统参数对非线性尘埃声孤波的振幅、宽度和波形等传播特征均存在不可忽视的重要影响.

参考文献

[1] Al-Yousef H A, Alotaibi BM, Tolba R E, Moslem W M 2020

- Res. Phys.* **21** 103792
- [2] Akhter T, Mannan A, Mamun A A 2013 *Plasma Phys. Rep.* **39** 548
- [3] El-Labany S K, Moslem W M, Mahmoud M 2012 *Astro. Space Sci.* **339** 185
- [4] Chowdhury S 2007 *Plane. Space Sci.* **55** 1380
- [5] Zahed H, Emadi E 2016 *Phys. Plasmas* **23** 083706
- [6] Paul S N, Chattopadhyaya S, Bhattacharya S K, Bera B 2003 *Pramana* **60** 1217
- [7] Zahran M A, El-Shewy E K, Abdelwahed H G 2013 *J. Plasma Phys.* **79** 859
- [8] Luo R X, Chen H, Liu S Q 2015 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **43** 1845
- [9] Treumann R A, Baumjohann W 2012 *Annales Geophysicae* **29** 2219
- [10] Misra A P, Chowdhury A R 2004 *Phys. Rev. E* **70** 058401
- [11] Shukla P K, Marklund M 2005 *Phys. Scripta* **T113** 36
- [12] Ren L W, Wang Z X, Wang X, Liu J Y, Liu Y 2006 *Phys. Plasmas* **13** 082306
- [13] Saleem H, Moslem W M, Shukla P K 2012 *J. Geophys. Res. Space Phys.* **117** A08220
- [14] Prasad K P, Abdikian A, Saha A 2021 *Adv. Space Res.* **68** 4155
- [15] Rao N N, Shukla P K, Yu M Y 1990 *Planet. Space Sci.* **38** 543
- [16] Barkan A, Merlino R L, D'Angelo N 1995 *Phys. Plasmas* **2** 3563
- [17] Tiwari R S, Jain S L, Mishra M K 2011 *Phys. Plasmas* **18** 083702
- [18] Adhikary N C, Misra A P, Deha M K, Dev A N 2017 *Phys. Plasmas* **24** 073703
- [19] Mamun A A 2008 *Phys. Lett. A* **372** 884
- [20] Sinha A, Sahu B 2021 *Adv. Space Res.* **67** 1244
- [21] Mamun A A, Shukla P K 2009 *Europhys. Lett.* **87** 55001
- [22] Hatami M M, Niknam A R 2021 *Physica A* **564** 125533
- [23] El-Hanbaly A M, El-Shewy E K, Sallah M, Darweesh H F 2016 *Commun. Theor. Phys.* **65** 606
- [24] Sebastian S, Sreekala G, Michael M, Abraham N P, Renuka G, Venugopal C 2015 *Phys. Scripta.* **90** 035601
- [25] Mahmoud A A, Tolba R E 2019 *Chaos Solitons & Fractals.* **118** 320
- [26] Bedeir A M, Abulwafa E M, Elhanbaly A M, Mahmoud A A 2021 *Phys. Scr.* **96** 095603

Propagating characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in multicomponent dusty plasma

Lin Mai-Mai[†] Wang Ming-Yue Jiang Lei

(College of Physical and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

(Received 21 September 2022; revised manuscript received 19 October 2022)

Abstract

Nowadays, the dusty plasma has become an interesting new branch of the plasma physics. As is well known, the dusty plasmas play a significant role in the space, astrophysical and laboratory environments. In these days, the studying of the nonlinear waves in dusty plasma has attracted researchers' attention, in order to explain many basic phenomena in the plasma physics. The nonlinear waves play an important role in studying dusty plasma environments, such as the aster-oid zones, the earth's mesosphere, and the planetary rings. In this work, the propagating characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in a multicomponent dusty plasma which is composed of positively charged dust particles, streaming protons and electrons, Kappa distributed electrons and ions are studied in detail. The Sagdeev potential method is employed to investigate the large amplitude dust acoustic waves. It has an evidence for the existence of compressive and rarefractive solitary waves. With the help of the Sagdeev potential method, the Sagdeev potential function and the bifurcation analysis of phase-portrait are obtained. Firstly, the Sagdeev potential function is obtained by the Sagdeev potential method. Then, the variations of phase diagram with different parameters in a two-dimensional autonomous system in the multicomponent dusty plasma system are investigated. It is found that the system has the linear wave solutions, nonlinear wave solutions, and solitary wave solutions at the same time. Meanwhile, the existence of different wave behaviors is closely related to various system factors. Moreover, it is found that only the rarefractive solitary waves exist in the multicomponent dusty plasma system by using the numerical simulation technique. Finally, the important influence of system parameter on the phase diagram, the Sagdeev potential function and the propagating characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves are discussed clearly. The results show that the different system parameters such as Mach number M , the masses, the temperatures, the number densities, the charge numbers of multiple particles and the Kappa distribution parameters for ions and electrons have important effects on the amplitudes, the widths and the waveforms of nonlinear dust acoustic solitary waves.

Keywords: multicomponent dusty plasma, dust acoustic solitary wave, Sagdeev potential method

PACS: 52.27.Lw, 52.35.Mw, 52.35.Sb, 47.35.Fg

DOI: 10.7498/aps.72.20221843

[†] Corresponding author. E-mail: linmimai1514@126.com



多组分尘埃等离子体中非线性尘埃声孤波的传播特征

林麦麦 王明月 蒋蕾

Propagating characteristics of nonlinear dust acoustic solitary waves in multicomponent dusty plasma

Lin Mai-Mai Wang Ming-Yue Jiang Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 035201 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221843

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221843>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

热尘埃等离子体中(2 + 1)维尘埃声孤波的传播特征

Propagation characteristics of (2 + 1) dimensional dust acoustic solitary waves in hot dusty plasma

物理学报. 2022, 71(9): 095203 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20210902>

含有Kappa分布电子的多组分等离子体中的(3 + 1)维非线性离子声波

(3 + 1) dimensional nonlinear ion acoustic waves in multicomponent plasma containing Kappa distributed electrons

物理学报. 2022, 71(17): 175201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212255>

强碰撞磁化尘埃等离子体中的漂移波

Drift wave in strong collisional dusty magnetoplasma

物理学报. 2020, 69(17): 175201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200468>

尘埃等离子体中的分数阶模型及其Lump解

Fractional order model and Lump solution in dusty plasma

物理学报. 2019, 68(21): 210201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191045>

激光诱导铝等离子体中原子和离子组分膨胀特性

Expansion characteristics of atom and ion component in laser-induced aluminum plasma

物理学报. 2018, 67(18): 185201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180595>

高温等离子体中太赫兹波的传输特性

Transmission characteristics of terahertz wave in high temperature plasma

物理学报. 2018, 67(17): 174101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180647>