

## 浅海内波环境下声场干涉条纹的稀疏重建\*

李永飞<sup>1)</sup> 郭瑞明<sup>2)</sup> 赵航芳<sup>1)3)4)5)†</sup>

1) (浙江大学信息与电子工程学院, 杭州 310027)

2) (香港中文大学电子工程系, 香港 999077)

3) (浙江省海洋观测-试验区重点实验室, 舟山 316021)

4) (海洋感知技术与装备教育部工程研究中心, 舟山 316021)

5) (流体动力与机电系统国家重点实验室, 杭州 310007)

(2022年10月10日收到; 2022年12月22日收到修改稿)

针对浅海内波引起的干涉条纹“扭曲”问题, 利用耦合模理论, 提出了一种声场干涉条纹的稀疏重建方法. 该方法主要分为两个步骤: 1) 将干涉条纹近似为几组二维正弦的和, 并用向量有限新息率方法重建; 2) 根据耦合模理论, 未耦合模对的二维频率不随内波位置变化, 而耦合模对的频率随内波位置变化. 因此, 二维频率可以分为两部分: 未耦合模对包含了波导的信息, 可用于背景环境规则干涉条纹的重建和波导不变量的估计; 耦合模对包含了内波的位置信息, 可用于内波的追踪. 仿真结果表明, 本文方法在内波环境下能够提供有效的干涉条纹重建、波导不变量估计和内波的追踪.

**关键词:** 内波, 干涉条纹, 波导不变量, 有限新息率

**PACS:** 43.30.Bp, 43.30.Pc, 02.30.Nw

**DOI:** 10.7498/aps.72.20221932

## 1 引言

在浅海中, 由于上下有界的波导环境, 宽带信号的声场在距离-频率域表征为稳定规则的干涉条纹结构<sup>[1,2]</sup>. 条纹的斜率蕴含了海洋的波导信息——波导不变量 $\beta$ 和声源的距离信息. 这种干涉条纹本质上描述了声信号的传播特性, 促进了很多水声应用的发展<sup>[3-9]</sup>, 如声源测距和地声反演等. 通常, 在距离无关的浅海环境中, 波导不变量可以近似为一个常数或一个单峰值的分布函数(反射简正波占主导)<sup>[2]</sup>. 但是, 当内波在声源与接收阵之间传播时, 会引起声速剖面的水平非均匀分布, 使不同号简正模之间发生能量耦合<sup>[10,11]</sup>, 导致干涉条纹发生扭曲<sup>[12-15]</sup>. 这使得干涉条纹中蕴含的背景波导信

息和声源位置信息提取困难, 极大地限制了干涉条纹的测量和应用. 当前有关内波与声学的研究多停留在内波对声传播的影响或内波与声波交互机制等“正问题”的研究, 而对于“逆问题”的研究则相对较少, 因此, 研究内波环境下干涉条纹的重建与应用具有重要意义<sup>[14]</sup>.

在浅海环境中, 远场声场信号一般能够表示为若干简正波的和, 距离无关环境中声场强度规则的干涉条纹实际上是若干对条纹方向相近的简正波模对共同作用的结果<sup>[16-18]</sup>, 其对应的波导不变量为单峰的分布函数(反射简正波占主导)<sup>[2]</sup>. 当内波存在时, 简正模之间的耦合会产生新的耦合模对, 产生的干涉条纹方向与未耦合模对的条纹不同<sup>[12]</sup>. 因此, 规则的干涉条纹会被破坏, 对应的波导不变量分布不再为单峰函数, 会出现多个尖峰<sup>[12,14]</sup>. 常

\* 国家自然科学基金(批准号: 62071429)和国家重点研发计划(批准号: 2016YFC1400100)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: hfzhao@zju.edu.cn

用的波导不变量估计方法, 如 Hough 变换<sup>[19]</sup>、Randon 变换<sup>[20]</sup> 和二维快速傅里叶变换 (two-dimension fast Fourier transform, 2D-FFT)<sup>[13]</sup> 并不适用于内波环境, 无法有效估计背景环境的波导信息和声源位置信息.

实际上, 无论是耦合模对还是未耦合模对, 对应的条纹在二维傅里叶域都表征为以特定频率为中心的窄带谱<sup>[16]</sup>, 在傅里叶域近似稀疏 (二维正弦). 无论是否存在内波, 干涉条纹在距离-频率域都可以近似表征为几组二维正弦的和. 因此, 干涉条纹的重建问题实际上与二维正弦的稀疏重建是等价的. 本文采用了一种宽容超分辨的稀疏重构方法——向量有限新息率 (vector finite rate of innovation, vector FRI) 方法<sup>[21,22]</sup> 重建干涉条纹. vector FRI 方法通过建立稀疏化的参数模型, 将数据与模型直接拟合, 即使在复杂干扰的场景下, 也能实现在连续参数域上的精确重构<sup>[21,22]</sup>.

由耦合模理论可知, 未耦合模对应的干涉条纹的斜率 (或二维频率) 不随内波位置发生变化, 耦合模对应的干涉条纹的斜率会随内波位置而改变<sup>[12]</sup>. 因此, 干涉条纹成分可以分离为两类: 1) 未耦合模对, 这一部分蕴含了背景波导信息, 能够重建规则干涉条纹和估计波导不变量, 进一步用于目标的定位等; 2) 耦合模对, 这部分蕴含了内波的位置信息, 能够应用于内波的追踪.

本文提出的方法主要分为两步: 1) 将干涉条纹近似为若干二维正弦的和, 并用 vector FRI 方法进行稀疏重建; 2) 根据耦合模理论将正弦分量分为耦合模对和未耦合模对, 未耦合模对用于规则干涉条纹的重建和背景环境波导不变量的估计, 耦合模对应用于内波的追踪. 仿真结果表明, 无论是否存在内波, 本文的方法都能实现规则干涉条纹的有效重建与波导不变量的估计. 存在内波时, 本文的方法能够对内波进行有效的追踪.

## 2 理论推导与分析

内波在声路径上传播时会引起声场的扰动, 不同简正模之间会发生耦合. 在柱坐标系下, 令  $r$  表示水听器的水平距离, 声源位于水平距离  $r = 0$  和深度  $z_s$  处,  $f$  表示发射信号的频率, 声场可以表示为若干简正模的和<sup>[23,24]</sup>:

$$p(r, f, z) = \sum_{n=1}^N \frac{a_n(r, f) e^{ik_n(f)r}}{\sqrt{k_n(f)r}} \phi_n(z),$$

$$f_{\min} \leq f \leq f_{\max}; \quad r_{\min} \leq r \leq r_{\max}, \quad (1)$$

其中,  $N$  表示简正模的个数.  $\phi_n(z)$  为背景声速剖面对应的第  $n$  号模的模深度函数.  $a_n(r, f)$  表示第  $n$  号模的幅度, 这一项包含了内波引起的模幅度的变化.  $k_n$  表示在频率  $f$  处, 第  $n$  号模的波数.  $z$  表示接收水听器的深度.  $r_{\max}$  和  $r_{\min}$  表示水听器水平距离的最大值和最小值.  $f_{\max}$  和  $f_{\min}$  表示信号频率的最大值和最小值.

### 2.1 无内波环境下的干涉条纹推导

在距离无关的背景场环境下 (无内波), 简正模幅度不随接收距离  $r$  而变化,  $a_n(r, f) = a_n(0, f)$ . 因此, 声场强度在某一深度处, 随距离和频率的变化为<sup>[13]</sup>

$$I(r, f) = |p(r, f)|^2 = \sum_{n, q, n \neq q} A_{nq} e^{j\Phi_{nq}}, \quad (2)$$

其中,  $A_{nq} = a_n(0, f)a_q(0, f)\phi_n\phi_q/(r\sqrt{k_n k_q})$  表示简正模对  $(n, q)$  对应的幅度, 相位  $\Phi_{nq} = k_{nq}r$ , 波数差  $k_{nq} = k_n - k_q$ .

在距离-频率  $(r-f)$  域, 声场强度形成具有明显方向性的干涉条纹. 忽略系数  $A_{nq}$  在频率-距离域一定范围内的缓慢变化, 声场干涉强度在频率-距离域的变化可以近似表示为<sup>[13]</sup>

$$\delta I(r, f) \approx \sum_{n, q, n \neq q} A_{nq} e^{j\Phi_{nq}} \delta(\Phi_{nq}) = 0. \quad (3)$$

沿着等相位面:

$$\delta(\Phi_{nq}) = \frac{\partial \Phi_{nq}}{\partial f} df + \frac{\partial \Phi_{nq}}{\partial r} dr = 0. \quad (4)$$

因此, 第  $n$  号模和第  $q$  号模的波导不变量定义如下<sup>[13]</sup>:

$$\beta_{nq} = \frac{r_{\text{mid}} df}{f_{\text{mid}} dr} = -\frac{r_{\text{mid}} \omega_{nq}^r}{f_{\text{mid}} \omega_{nq}^f}, \quad (5)$$

其中,  $\omega_{nq}^r = \frac{\partial \Phi_{nq}}{\partial r}$  表示模对  $(n, q)$  对应的距离维频率,  $\omega_{nq}^f = \frac{\partial \Phi_{nq}}{\partial f}$  表示模对  $(n, q)$  对应的频率维频率. 中心距离  $r_{\text{mid}} = (r_{\min} + r_{\max})/2$ , 中心频率  $f_{\text{mid}} = (f_{\min} + f_{\max})/2$ .

当接收距离远大于水平孔径且中心频率远大于带宽, 即  $r_{\text{mid}} \gg r_{\max} - r_{\min}$  且  $f_{\text{mid}} \gg f_{\max} - f_{\min}$  时, 干涉条纹在二维傅里叶域表现为以特定频率

$(\omega_{nq}^r, \omega_{nq}^f)$  为中心的窄带谱<sup>[16]</sup>,  $\omega_{nq}^r$  和  $\omega_{nq}^f$  在距离-频率域测量范围内的变化非常缓慢, 可以近似为一个常数. 因此, 声场干涉条纹能够近似地用少量二维正弦波稀疏表示:

$$I(r, f) \approx \sum_{n,q} A_{nq} e^{i(\omega_{nq}^r r + \omega_{nq}^f f)}. \quad (6)$$

在已知距离  $r_{\text{mid}}$  和频率  $f_{\text{mid}}$  的情况下, 波导不变量  $\beta_{nq}$  唯一地由二维频率  $(\omega_{nq}^r, \omega_{nq}^f)$  确定. 波导不变量的估计问题实质上可以转化为二维频率的稀疏重构问题. 注意: 虽然不同模对之间对应的二维频率不同, 但是其比值 (条纹方向)  $\omega_{kq}^r / \omega_{kq}^f$  是接近的, 也正是这些比值接近的二维频率, 一起组成了具有明显方向性的干涉条纹. 因而, 在很多应用中都假设  $\beta_{nq} \approx \beta$  为一个常数<sup>[18]</sup>.

## 2.2 内波环境下的干涉条纹推导

当内波在声源和接收水听器之间传播时 ( $0 < r_0 < r_{\text{min}}$ , 其中  $r_0$  表示内波的位置), 会引起不同号模之间的能量耦合, 模系数会随着内波的位置而改变. 考虑第  $q$  号模向第  $n$  号模耦合 (一阶模耦合), 模系数<sup>[14]</sup>  $a_n(r, f) = \sum_{q=1}^N c_{n,q} a_q(0, f)$ , 其中,  $c_{n,q}$  表示  $q$  号模到  $n$  号模的耦合系数. 因此, 由 (1) 式可得, 内波环境下, 声场强度在距离-频率域为<sup>[12]</sup>

$$I_{\text{ISW}}(r, f, r_0) = |p(r, f)|^2 = \sum_{n,q,m,s} A_{nqms} e^{i\Phi_{nqms}}, \quad (7)$$

其中,  $A_{nqms}$  表示幅度项, 它对应  $q$  号模到  $n$  号模耦合以及  $s$  号模到  $m$  号模分量的贡献, 其随距离  $r$  和频率  $f$  的变化较为缓慢. 由文献<sup>[12]</sup>可知, 相位项  $\Phi_{nqms}$  表示为

$$\Phi_{nqms} = (k_{qs} - k_{nm}) r_0 + k_{nm} r. \quad (8)$$

(8) 式的成分有三种: 1) 当  $n = q = m = s$  时, 相位项  $\Phi_{nqms} = 0$ , 此时表示声场强度的“直流”分量; 2) 当  $n = q, m = s$  且  $n \neq m$  时,  $\Phi_{nqms} = \Phi_{mn}$ , 与 (2) 式中相同, 它表示未耦合模对的规则干涉条纹贡献; 3) 其他情况下表示为耦合模对成分, 它会造成声场干涉条纹的扭曲, 影响背景环境波导不变量等有用信息的提取.

忽略幅度项  $A_{nqms}$  在距离-频率域的缓慢变化, 沿着等相位面, 参考 (5) 式, 给出内波环境下的波导不变量定义:

$$\beta_{nqms} = \frac{r_{\text{mid}} df}{f_{\text{mid}} dr} = -\frac{r_{\text{mid}} \omega_{nqms}^r}{f_{\text{mid}} \omega_{nqms}^f}, \quad (9)$$

其中,  $\omega_{nqms}^r = \frac{\partial \Phi_{nqms}}{\partial r}$  表示干涉条纹距离维度的频率,  $\omega_{nqms}^f = \frac{\partial \Phi_{nqms}}{\partial f}$  表示干涉条纹频率维度的频率. 内波环境下的波导不变量成分可以分为两类: 1) 未耦合模对的贡献 ( $n = q, m = s$  且  $n \neq m$ ), 即  $\beta_{nqms} = \beta_{mn}$ ; 2) 耦合模对的贡献 ( $n \neq q$  或  $m \neq s$ ). 由于耦合模对的干扰, 内波环境下的波导不变量 (条纹斜率) 引入了许多新的成分, 导致不同成分二维频率  $(\omega_{nqms}^r, \omega_{nqms}^f)$  的比值 (条纹斜率) 不在同一个方向上, 破坏了规则的条纹结构. 常见的波导不变量估计方法, 如 Hough 变换<sup>[19]</sup>、Randon 变换<sup>[20]</sup> 和 2D-FFT<sup>[13]</sup>, 由于分辨力有限, 无法区分耦合模对和未耦合模对.

但是, 与无内波环境下类似, 内波环境下的干涉条纹在二维傅里叶域仍表征为以某几个特定二维频率  $(\omega_{nqms}^r, \omega_{nqms}^f)$  为中心的窄带谱,  $\omega_{nqms}^r$  和  $\omega_{nqms}^f$  在距离-频率域变化非常缓慢, 可以近似为一个常数. 因此, 内波环境下的声场干涉条纹仍然能够近似地用有限个二维正弦波表示:

$$I_{\text{ISW}}(r, f) \approx \sum_{n,q,m,s} A_{nqms} e^{i(\omega_{nqms}^r r + \omega_{nqms}^f f)}. \quad (10)$$

内波环境下波导不变量  $\beta_{nqms}$  的估计问题与二维频率的稀疏重构问题是等价的. 但是, 由于耦合模对的存在, 常规的频率估计方法, 如二维傅里叶变换并不能区分相邻的频率成分. 因此, 本文基于 vector FRI<sup>[21,22]</sup> 稀疏重构方法估计内波环境下干涉条纹的频率.

## 2.3 耦合模对的分离

2.2 节表明, 内波环境的干涉条纹可以近似表示为有限个二维正弦的和, 正弦频率由耦合模和未耦合和模两部分组成. 要实现内波环境下干涉条纹的重建需要进一步对这两种成分进行区分.

由 (8) 式可知, 内波环境下干涉条纹距离维度的频率为

$$\omega_{nqms}^r = \frac{\partial \Phi_{nqms}}{\partial r} = \omega_{nm}^r = k_{nm}. \quad (11)$$

当  $n$  和  $m$  确定时, 波数差  $k_{nm}$  近似为一个常数, 不受内波影响. 因此, 内波环境下干涉条纹距离维度的频率与背景环境相同, 在距离维度无法区分耦合模对和未耦合模对.

同样地, 内波环境下干涉条纹频率维度的频率为

$$\begin{aligned}\omega_{nqms}^f &= \frac{\partial \Phi_{nqms}}{\partial f} \\ &= \frac{\partial \Phi_{nm}}{\partial f} + \left( \frac{\partial k_{nm}}{\partial f} - \frac{\partial k_{qs}}{\partial f} \right) r_0 \\ &= \omega_{nm}^f + \frac{1}{r} (\omega_{qs}^f - \omega_{nm}^f) r_0.\end{aligned}\quad (12)$$

由于  $r_{\text{mid}} \gg r_{\text{max}} - r_{\text{min}}$ , 所以  $r \approx r_{\text{mid}}$ ,  $\frac{1}{r}(\omega_{qs}^f - \omega_{nm}^f)$  近似为常数. 它包含两部分: 1) 背景场的频率分量  $\omega_{nm}^f$ , 不受内波位置影响; 2) 由内波引起的新的频率分量  $\frac{1}{r_{\text{mid}}}(\omega_{qs}^f - \omega_{nm}^f)r_0$ , 随内波位置线性变化. 当  $n = q, m = s$  时, (12) 式中的频率会退化成无内波环境下的未耦合模对频率, 不随内波位置而变化; 而其他情况下则为耦合模对频率, 会随着内波的位置线性变化. 因此, 当固定  $n$  和  $m$ , 即固定条纹距离维频率  $k_{nm}$  时, 对应的频率维频率  $\omega_{nqms}^f$  不随内波位置变化的为未耦合模对频率  $\omega_{nm}^f$ , 随内波位置线性变化的为耦合模对频率. 未耦合模对中包含了背景环境干涉条纹的信息, 能够用来进行背景环境干涉条纹的重建和波导不变量的估计, 而耦合模对中蕴含了内波的位置信息可以用来进行内波的追踪.

此外, 耦合模对的频率维频率随内波位置的变化为不同斜率的直线, 且在  $r_0 = 0$  的位置始终经过背景场的频率分量  $\omega_{kq}^f$ , 这与实际相符, 因为在  $r_0 = 0$  处, 恰好介于是否发生耦合的临界点上 (在  $r_0 = 0$  以前内波不在声源与接收阵之间, 不发生简正模耦合; 当  $r_0 > 0$  时, 内波在声源与接收阵之间传播, 发生简正模耦合). 所以, 通过求直线的交点也可以确定背景场的频率维分量  $\omega_{nm}^f$ .

### 3 算法实现

#### 3.1 vector FRI 稀疏重建

假设一个二维正弦和信号 (干涉条纹), 在距

离-频率域由  $L$  个正弦组成, 其在距离方向和频率方向分别可以表示为一组具有公共频率的向量 FRI 信号 (正弦和信号)<sup>[21]</sup>:

$$\begin{aligned}I_{n_r, n_f} &= \sum_{l=1}^L A_l e^{j\omega_l^r n_r + j\omega_l^f n_f} \\ &= \sum_{l=1}^L c_{l, n_f} e^{j\omega_l^f n_f} \quad (\text{距离方向}) \\ &= \sum_{l=1}^L c_{l, n_r} e^{j\omega_l^r n_r} \quad (\text{频率方向}),\end{aligned}$$

$$n_r = 0, 1, \dots, N_r - 1 \text{ 和 } n_f = 0, 1, \dots, N_f - 1, \quad (13)$$

其中,  $n_r$  和  $n_f$  分别表示距离和频率因子,  $\omega_l^r$  和  $\omega_l^f$  分别表示第  $l$  个正弦在距离维和频率维的频率,  $A_l$  为对应的幅度.  $c_{l, n_f} = A_l e^{j\omega_l^f n_f}$  和  $c_{l, n_r} = A_l e^{j\omega_l^r n_r}$ . 二维正弦和信号的重建问题可以转换为两个向量 FRI 信号的重建问题.

一维有限个正弦和信号 (FRI 信号) 的离散傅里叶变换可以表示为多项式比值的形式 (以距离方向为例)<sup>[21,22]</sup>:

$$\begin{aligned}\hat{I}_{n_r, n_f}^r &= \sum_{n_f'=0}^{N_f-1} I_{n_r', n_f'} e^{-j\frac{2\pi n_f' n_r}{N_r}} \\ &= \sum_{n_f'=0}^{N_f-1} \sum_{l=1}^L c_{l, n_f'} e^{j\omega_l^f n_f'} e^{-j\frac{2\pi n_f' n_r}{N_r}} \\ &= \sum_{l=1}^L c_{l, n_r} \frac{1 - e^{jN_r \omega_l^f}}{1 - z_r e^{j\omega_l^f}} \quad (\text{距离方向}) \\ &= \frac{P_{L-1, n_r}^r(z_r)}{Q_L^r(z_r)},\end{aligned}\quad (14)$$

其中,  $z_r = e^{-i\frac{2\pi n_r}{N_r}}$ .  $P_{L-1, n_r}^r(z_r)$  和  $Q_L^r(z_r)$  分别表示自由度为  $L-1$  和  $L$  的分子多项式和分母多项式. 分母多项式  $Q_L^r(z_r)$  的零点唯一决定了条纹的距离维频率  $\omega_l^f$ . 同样地, 干涉条纹在频率维的离散傅里叶变换也可以表示为分子多项式  $P_{L-1, n_r}^f(z_f)$  和分母多项式  $Q_L^f(z_f)$  比值的形式,  $Q_L^f(z_f)$  的零点唯一决定了条纹的频率维频率  $\omega_l^r$ . 由于离散傅里叶变换为酉变换, 所以二维正弦和信号的频率估计问题可以转化为两个方向上的多项式模型拟合问题<sup>[21]</sup>:

$$\begin{aligned}\min_{Q_L^r, P_{L-1, n_r}^r} \sum_{n_f=0}^{N_f-1} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} \left| \hat{I}_{n_r, n_f}^r - \frac{P_{L-1, n_r}^r(e^{-j2\pi n_r/N_r})}{Q_L^r(e^{-j2\pi n_r/N_r})} \right|^2 & \quad (\text{距离方向}) \\ \min_{Q_L^f, P_{L-1, n_r}^f} \sum_{n_f=0}^{N_f-1} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} \left| \hat{I}_{n_r, n_f}^f - \frac{P_{L-1, n_r}^f(e^{-j2\pi n_f/N_f})}{Q_L^f(e^{-j2\pi n_f/N_f})} \right|^2 & \quad (\text{频率方向}),\end{aligned}\quad (15)$$

式中的最小化问题属于非凸非线性问题, 直接求解非常困难. 因此, 本文采用一种线性迭代的方法进行求解 (以距离方向为例)<sup>[21,22]</sup>:

$$\min_{Q_L^{r,(i)}, P_{L-1,n_f}^{r,(i)}} \sum_{n_r=0}^{N_r-1} \sum_{n_f=0}^{N_f-1} \left| \frac{\hat{I}_{n_r,n_f} Q_L^{r,(i)}(e^{-j2\pi n_r/N_r}) - P_{L-1,n_f}^{r,(i)}(e^{-j2\pi n_r/N_r})}{Q_L^{r,(i-1)}(e^{-j2\pi n_r/N_r})} \right|^2 \quad (\text{距离方向}), \quad (16)$$

其中,  $Q_L^{r,(i)}(e^{-j2\pi n_r/N_r})$  和  $P_{L-1,n_f}^{r,(i)}(e^{-j2\pi n_r/N_r})$  分别表示第  $i$  次迭代的分母分子多项式. 同样地, 在频率维方向也能用相同的方式求解. 因此, 沿不同维度的频率分量  $\omega_r^i$  和  $\omega_f^i$  能利用 vector FRI 方法分别求解. 更加详细的算法实现请参考文献 [21,22].

### 3.2 频率配对

分别估计得到不同维度的频率分量  $\omega_r^i$  和  $\omega_f^i$  后, 另外一个问题就是找到它们之间的对应关系——频率配对问题. 这里有一个先验信息: 真实的频率对总是落在不同维度频率分量所组成的网格点上 (如图 1 所示). 利用最小二乘法求解所有频率分量组成的网格上频率对的幅度, 从中选出  $L$  个幅度最大的频率对作为最终的估计结果<sup>[21]</sup>. 利用这些频率对及其幅度就完成了干涉条纹的重建.

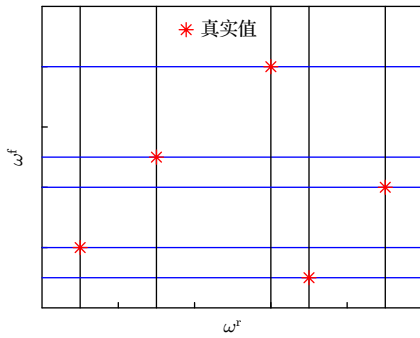


图 1 频率配对示意图  
Fig. 1. Diagram of frequency pairing.

### 3.3 算法步骤

本文核心方法可以分为以下步骤:

1. 利用 vector FRI 算法估计内波在不同位置时干涉条纹的距离维频率  $\omega_{nm}^r$  和频率维频率  $\omega_{nqms}^f$ ;
2. 固定距离维频率  $\omega_{nm}^r$ , 根据频率维频率是否随内波位置线性变化, 将干涉条纹的二维频率对分为耦合模对与未耦合模对两部分;
3. 未耦合模对可以用于声场干涉条纹的重建、波导不变量的提取等. 耦合模对可用于内波的追踪以及波导不变量的提取.

## 4 仿真分析

### 4.1 仿真设置

仿真设置如图 2 所示, 水深 38 m, 声源深度 35 m, 水平阵的深度 35 m. 水平阵距离均匀分布在距离声源 51—53 km 的位置, 阵元间距 50 m. 内波位置在 10—45 km, 以 2 m/s 匀速移动. 仿真数据每 500 s 采集一次即内波位置每变化 1 km 进行一次仿真. 发射脉冲信号的频带为 650—750 Hz. 沉积层的参数如下: 沉积层密度  $\rho_b = 1.6 \text{ g/cm}^3$ , 沉积层声速  $c_b = 1584 \text{ m/s}$ , 沉积层衰减系数  $\alpha = 0.2f^{0.8} \text{ dB}/\lambda$ , 其中频率  $f$  的单位为 kHz,  $\lambda$  单位为 m. 仿真环境与文献 [12,14] 相似, 声场用 RAM 模型产生. RAM 模型结合初始条件和输入的水平非均匀声速剖面, 通过水平步进的方式计算出距离相关环境的声场. 计算出的声场包含了介质的衍射效应和耦合效应, 常用来计算内波环境下的声场<sup>[23–25]</sup>. 虽然干涉条纹会随声源和接收阵的深度而变化, 但是由耦合模理论可知: 干涉条纹总是能由有限个模对稀疏表示, 不同的深度配置只是改变了模对之间的能量分布, 对本文的结论并无影响.

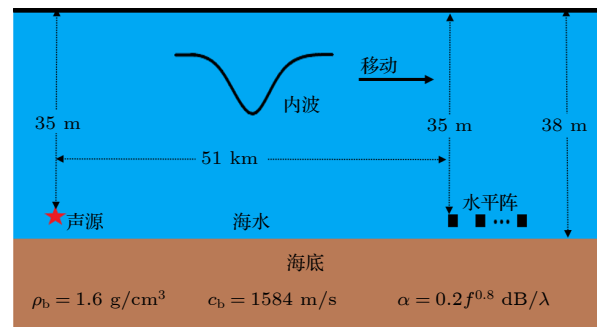


图 2 仿真设置示意图  
Fig. 2. Diagram of simulation setting.

图 3 为仿真所用的声速剖面. 图 3(a) 为背景声速剖面, 在深度 15 m 左右, 有明显的声速跃层, 在跃层附近容易产生内波. 图 3(b) 为内波环境下的声速剖面, 此时内波的中心位置距离声源 20 km, 本节仿真中的内波形状为 sech 函数形状

的, 定义为

$$F(r, t) = \eta_0 \operatorname{sech}^2 \left( \frac{r - r_0(t)}{\Delta_{\text{width}}} \right), \quad (17)$$

其中, 仿真设置内波的幅度  $\eta_0 = 9 \text{ m}$ , 宽度  $\Delta_{\text{width}} = 75 \text{ m}$ . 仿真声场用 RAM 模型计算.

## 4.2 无内波环境下干涉条纹的稀疏表示

图 4(a) 为无内波环境声场的干涉条纹, 规则清晰的条纹具有明显的方向性, 它蕴含了波导的信息和声源的位置信息. 图 4(b) 为图 4(a) 中干涉条

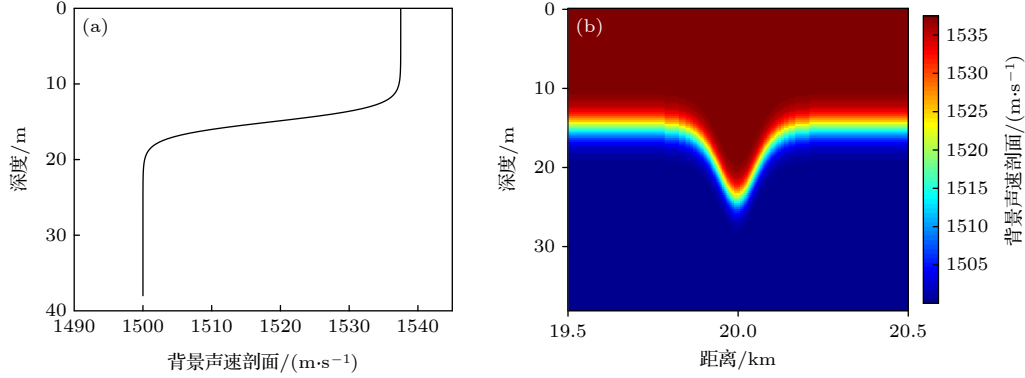


图 3 声速剖面 (a) 背景声速剖面 (无内波); (b) 内波环境下的声速剖面, 内波位置  $r_0 = 20 \text{ km}$

Fig. 3. Sound speed profile: (a) Background sound speed profile (without internal waves); (b) sound speed profile with the location of internal waves  $r_0 = 20 \text{ km}$ .

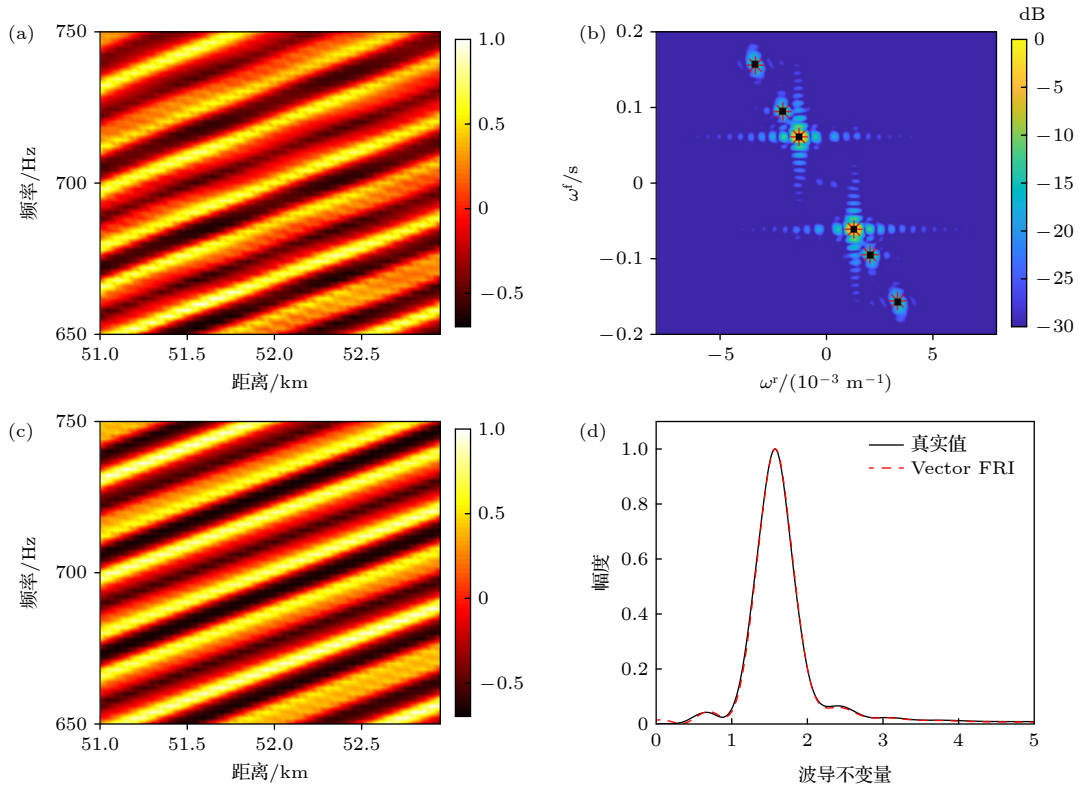


图 4 背景声速剖面干涉条纹的稀疏表示 (a) 规则干涉条纹 (无内波); (b) 干涉条纹的二维频谱 (背景图表示 2D-FFT 谱, 黑色方块表示 KRAKEN 计算的真实中心频率, 红色星号表示 vector-FRI 估计频率); (c) vector FRI 重建的干涉条纹; (d) 利用 2D-FFT 方法计算出的背景环境干涉条纹 (黑线) 和 vector FRI 恢复的干涉条纹 (红线) 对应的波导不变量分布

Fig. 4. Sparse representation of interference fringes in background sound speed profile: (a) Regular interference fringes (without internal wave); (b) 2D Fourier spectrum of interference fringes (the background color represents the results of 2D-FFT, the black square represents the true center frequencies calculated by KRAKEN, and the red asterisk represents frequencies estimated by vector FRI); (c) interference fringes recovered by vector FRI; (d) waveguide invariant distributions of regular interference fringes (black line) in background sound speed profile and vector FRI recovery interference fringes (red line), calculated by the 2D-FFT method, are shown.

纹的二维频谱图. 从图中可以看出, 声场干涉条纹的能量主要集中在 3 对二维频率上 (对照 KRAKEN 模型, 这 3 对频率分别对应 1 号模与 2 号模、2 号模与 3 号模以及 1 号模与 3 号模之间的贡献), 其他模对的贡献非常小, 可以忽略. 因此, 干涉条纹的重建问题可近似为二维正弦的稀疏重构问题. 图 4(c) 为根据图 4(b) 中 vector FRI 的频率估计结果重建的干涉条纹图. 重建条纹图与图 4(a) 条纹方向相同, 有效保留了其中的有用信息. 图 4(d) 为利用 2D-FFT 方法分别计算了图 4(a) 和图 4(c) 干涉条纹对应的波导不变量分布. 从图中可以看出, vector FRI 重建的波导不变量分布与真实的波导不变量分布完全重合, 说明了用有限个二维正弦对干涉条纹进行稀疏表示切实可行. 虽然在本文仿真条纹中真实存在的简正模对大于 3 对, 但在选择的频带范围内, 条纹主要能量集中在这 3 对简正模 (占总能量的 90% 以上), 它们已经足以对条纹方向进行有效的稀疏表征, 因此本文主要研究这

3 对简正模.

### 4.3 内波环境下干涉条纹的重建

图 5(a) 和图 5(b) 表示内波位置距声源 24 和 35 km 时声场的干涉条纹. 当内波在声源和接收阵之间传播时, 会引起简正模之间的相互耦合, 导致规则的干涉条纹被破坏, 很难从干涉条纹中提取到波导不变量和声源位置等有用信息. 图 5(a) 和图 5(b) 也表明, 内波对声场的影响与内波位置有关. 图 5(c) 和图 5(d) 分别为图 5(a) 和图 5(b) 中干涉条纹的二维频谱图. 与无内波时不同, 内波环境下模耦合会导致更加丰富的二维正弦分量, 造成了干涉条纹的“扭曲”. 但是, “扭曲”的条纹中总是存在着未耦合模对, 它们对应着规则的干涉条纹, 并不随内波位置而变化, 这就使得规则条纹的重建成为可能.

图 6(a) 为干涉条纹的距离维傅里叶谱. 从图中可以看出, 无论是否存在内波, 干涉条纹距离维频率占主要能量的三个分量的峰值位置始终不变,

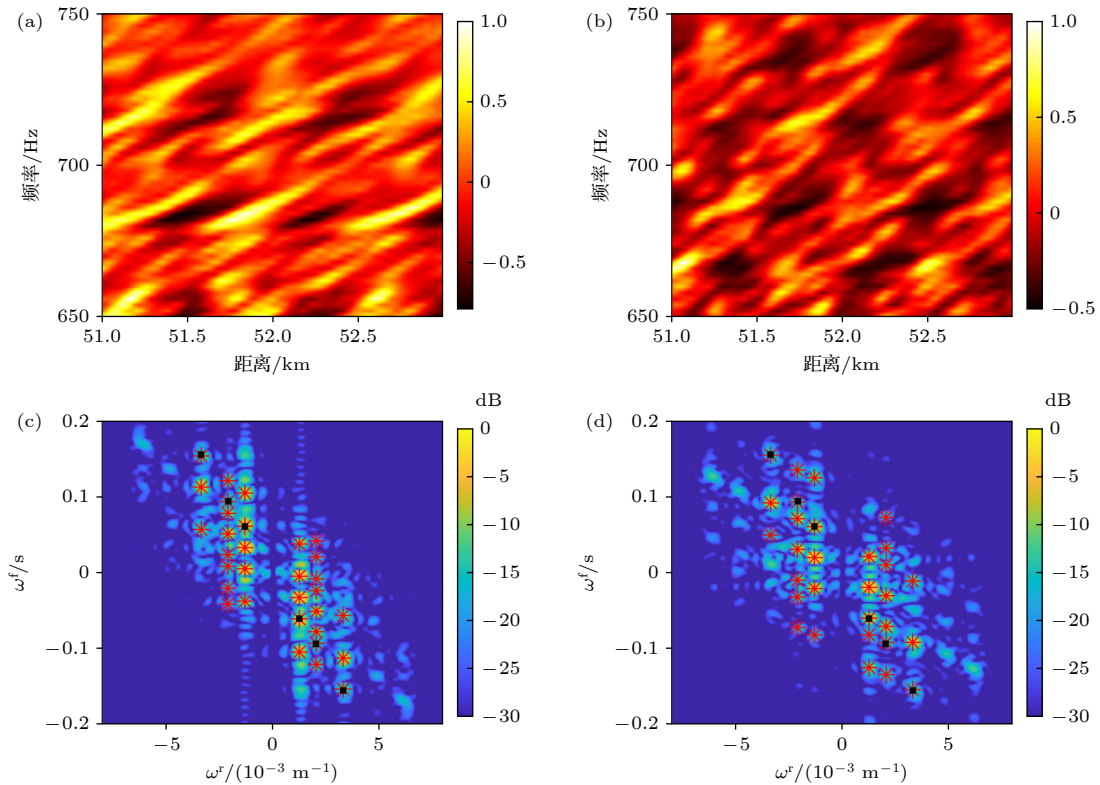


图 5 存在内波环境下干涉条纹图和对应的二维频谱图 (a) 和 (b) 分别表示内波位置距声源 24 km 和 35 km 处的干涉条纹图; (c) 和 (d) 分别表示 (a) 和 (b) 中干涉条纹的二维频谱图. 背景图表示 2D-FFT 谱, 黑色方块表示 KRAKEN 计算的真正中心频率, 红色星号表示 vector-FRI 估计频率

Fig. 5. (a) and (b) represent the interference fringes when the positions of internal waves are 24 km and 35 km away from the source, respectively; (c) and (d) are the 2D frequency spectrum of interference fringes in panels (a) and (b), respectively. The background color is the result of 2D FFT. The black square represents the true center frequencies calculated by KRAKEN. The red asterisk represents frequencies estimated by vector FRI.

因而内波并不影响距离维的频率分量 (与 (11) 式的理论分析一致). 图 6(b) 为干涉条纹的波导不变量分布. 从图中可以看出, 由于耦合模导致频率维频率增多, 所以波导不变量的成分也更加丰富, 背景环境的波导不变量难以从中提取.

为了分析内波位置 (随时间线性变化) 与二维频率对之间的关系, 固定距离维频率  $\omega^r = k_{12}$ , 只分析频率维频率随内波位置的变化. 如图 7(a) 所示, 耦合模对 (蓝色直线) 的频率会随内波位置 (时间) 的变化而线性变化; 而未耦合模对的频率 (红色直线) 的频率不随内波位置 (时间) 变化 (与 (12) 式的理论分析一致). 同样地, 当  $\omega^r = k_{12}$  或  $\omega^r = k_{13}$  时, 也有类似的结果. 因此, 耦合模对和未耦合模对的二维频率能够分离. 其中, 未耦合模对

包含了波导信息和声源位置信息, 可应用于背景环境干涉条纹的重建; 耦合模对包含了内波的位置信息, 可应用于内波位置的追踪. 图 7(b) 为利用耦合模对 (蓝色直线附近的频率) 对内波位置的追踪结果, 估计出的内波位置与真实值基本行合.

图 8 为水下声场干涉条纹图的重构以及波导不变量的恢复. 图 8(a) 为内波位置在  $r_0 = 20$  km 处的声场干涉条纹. 图中规则的干涉条纹被破坏, 有用信息难以提取. 图 8(b) 为图 8(a) 的频谱图, 其中 3 对未耦合模对已经被成功分离. 图 8(c) 为利用 3 对未耦合模对重建的干涉条纹. 从图中可以看出, 重建干涉条纹的形状与无内波环境下的干涉条纹基本相同, 有效的信息得以保留. 本节也利用 2D-FFT 方法计算了重建干涉条纹的波导不变量

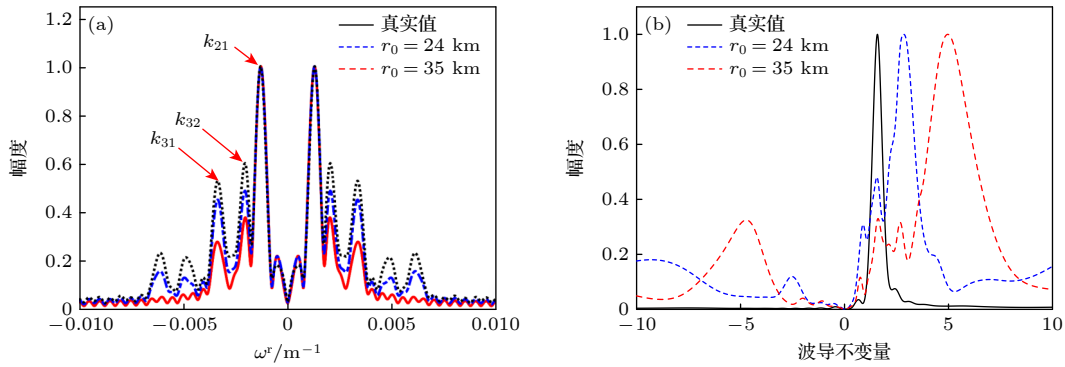


图 6 (a) 规则干涉条纹 (真实值) 及内波位置为 24 和 35 km 时干涉条纹的距离维频谱; (b) 利用 2D-FFT 方法计算出的规则干涉条纹 (真实值) 及内波位置为 24 和 35 km 时干涉条纹的波导不变量分布

Fig. 6. (a) Frequency spectrums in range of regular interference fringes (ground truth) and interference fringes with internal wave locations at 24 km and 35 km; (b) waveguide invariant distributions of regular interference fringes (ground truth) and interference fringes with internal wave locations at 24 km and 35 km, calculated by the 2D FFT method.

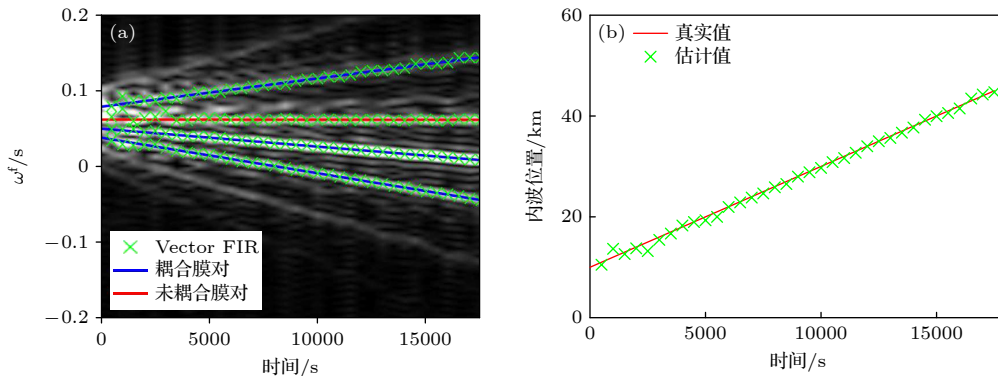


图 7 (a) 距离维频率  $\omega^r = k_{12}$  时, 频率维频率随时间的变化, 其中, 背景图表示傅里叶变换的结果,  $\times$  表示 vector FRI 的估计结果, 红色直线表示由未耦合模对频率 (频率不随时间变化) 拟合的直线, 蓝色直线表示由耦合模对频率 (频率随时间变化) 拟合的直线; (b) 利用耦合模对频率估计出的内波轨迹

Fig. 7. (a) Frequency in the frequency dimension versus time when The frequency in the range dimension  $\omega^r = k_{12}$ , where the background color is the result of Fourier transform and  $\times$  the estimated results of vector FRI; (b) trajectory of the internal wave estimated by the frequencies related to coupled modes.

表 1 不同未耦合模对波导不变量的估计结果  
 Table 1. Results of waveguide invariants related to different mode pairs.

$\beta$	$\beta_{12}$		$\beta_{23}$		$\beta_{13}$	
	理论值	估计值	理论值	估计值	理论值	估计值
无内波	1.51—1.57	1.556	1.54—1.64	1.599	1.53—1.61	1.585
有内波	1.51—1.57	1.555	1.54—1.64	1.593	1.53—1.61	1.595

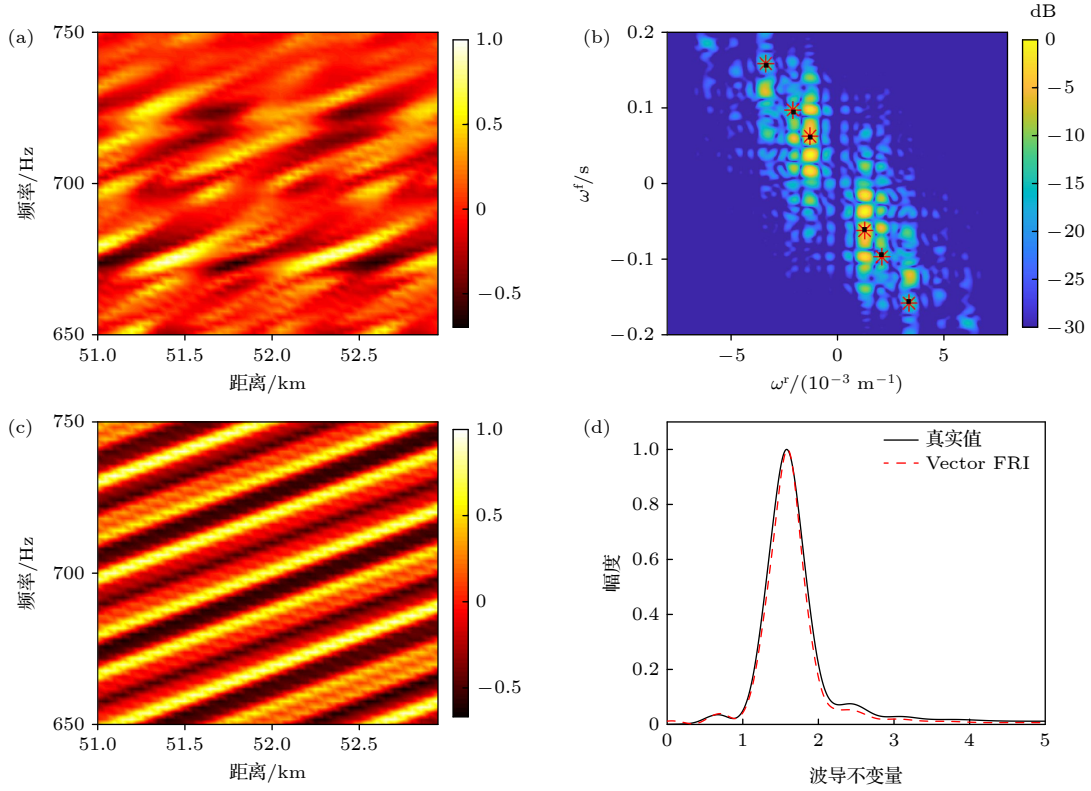


图 8 水下声场干涉条纹图的重构以及波导不变量的恢复; (a) 内波环境下 ( $r_0 = 20 \text{ km}$ ) 的声场干涉条纹图; (b) 内波环境下 ( $r_0 = 20 \text{ km}$ ) 声场干涉条纹图的二维傅里叶频谱, 背景图为 2DFFT 结果, 黑色方块表示 KRAKEN 计算的真正中心频率, 红色星号表示 vector-FRI 估计的未耦合模对频率; (c) 利用未耦合模对重建的干涉条纹图; (d) 波导不变量分布. 红线为内波环境下重建干涉条纹对应的波导不变量, 黑线为背景场 (无内波) 对应的波导不变量分布

Fig. 8. Recovered interference fringes of underwater acoustic field and the recovery of waveguide invariant: (a) Interference fringes of acoustic field in internal wave environment ( $r_0 = 20 \text{ km}$ ). (b) 2D Fourier spectrum of interference fringes in internal wave environment ( $r_0 = 20 \text{ km}$ ). The background color is the result of 2D-FFT. The black square represents the true center frequencies calculated by KRAKEN. The red asterisk represents frequencies estimated by vector FRI. (c) Recovered interference fringes using uncoupled mode pairs. (d) Distribution of waveguide invariants. The red line is the distribution of waveguide invariants corresponding to the reconstruction of interference fringes in the internal wave environment, and the black line is the distribution of waveguide invariants corresponding to the background field (without internal waves).

分布, 结果如图 8(d) 所示, 重建干涉条纹的波导不变量分布 (红线) 与无内波环境下 (黑线) 完全重合.

本节在内波环境下利用 (9) 式对每对未耦合模的波导不变量  $\beta_{nm}$  分别进行了计算, 结果如表 1 所列. 表中的理论值为利用 KRAKEN 计算的频率在 650—750 Hz 时的波导不变量范围. 表中结果表明, 内波环境下, 本文方法提取出的未耦合模对的波导不变量均在理论范围以内. 本文的方法在内波环境下实现了波导不变量的精确估计.

## 5 结 论

本文首先讨论了内波对干涉条纹和波导不变量的影响. 理论分析和仿真结果表明, 内波会引起简正模之间的耦合, 使干涉条纹产生新的频率分量, 导致规则的干涉条纹被“扭曲”、破坏. 传统的波导不变量估计方法, 如 Hough 变换、Radon 变换和 2D-FFT 方法, 在这种情况下并不适用, 不能从中提取背景环境的波导不变量信息.

本文提出了一种稀疏重建方法,用有限个二维正弦和近似干涉条纹,并根据耦合模理论将干涉条纹的二维频率分为未耦合模部分和耦合模部分.其中,未耦合模对的频率不随内波位置变化,可应用于背景环境干涉条纹的重建和波导不变量的估计.耦合模对的频率随内波位置变化,可应用于内波的追踪.

本文的方法需要利用移动内波的数据才能对耦合模对和未耦合模对进行分离,需要进行较长时间的采样.未来需要进一步研究如何在较短时间内分离耦合模对.此外,有关本文方法的更多应用,如内波环境下声源定位等,需要进一步研究.

## 参考文献

- [1] Chuprov S D 1982 *Ocean Acoustic: Current State* (Moscow: Nauka) p71
- [2] Brekhovskikh L M, Lysanov Y P 1991 *Fundamentals of Ocean Acoustics* (2nd Ed.) (NewYork: Springer) pp140-145
- [3] Cockrell K L, Schmidt H 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 2780
- [4] Turgut A, Orr M, Rouseff D 2010 *J. Acoust. Soc. Am.* **127** 73
- [5] Kim S, Kuperman W, Hodgkiss W, Song H C, Edelmann G F, Akal T 2003 *J. Acoust. Soc. Am.* **114** 145
- [6] Song H C, Kuperman W, Hodgkiss W 1998 *J. Acoust. Soc. Am.* **103** 3234
- [7] Ren Q Y, Hermand J P 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **133** 82
- [8] Heaney K D 2004 *IEEE J. Oceanic Eng.* **29** 88
- [9] Hu T, Krolik J L 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **123** 1338
- [10] Gao F, Xu F H, Li Z L, Qin J X 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 204301 (in Chinese) [高飞, 徐芳华, 李整林, 秦继兴 2022 物理学报 **71** 204301]
- [11] Li Q R, Sun C, Xie L 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 024302 (in Chinese) [李沁然, 孙超, 谢磊 2022 物理学报 **71** 024302]
- [12] Song W H, Wang N, Gao D Z, Wang H Z, Hu T, Guo S M 2017 *J. Acoust. Soc. Am.* **142** 1848
- [13] Rouseff D 2001 *Waves Random Media* **11** 377
- [14] Li X L, Song W H, Gao D Z, Gao W, Wang H Z 2020 *J. Acoust. Soc. Am.* **147** EL363
- [15] Song W H, Hu T, Guo S M, Ma L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 194303 (in Chinese) [宋文华, 胡涛, 郭圣明, 马力 2014 物理学报 **63** 194303]
- [16] Remi E, Julien B, Marie G, Xavier C, Thierry C 2018 *J. Acoust. Soc. Am.* **143** 3444
- [17] Le G Y, Bonnel J 2013 *J. Acoust. Soc. Am.* **134** EL230
- [18] Yang T C, Huang C F, Huang S H, Liu J Y 2016 *IEEE J. Oceanic Eng.* **42** 663
- [19] Thode A M 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **108** 1582
- [20] Tian L A, Liu F C, Zhou S H 2009 *Acoustics and Electronics Engineering* **96** 22 (in Chinese) [田玲爱, 刘福臣, 周士弘 2009 声学与电子工程 **96** 22]
- [21] Guo R M, Li Y F, Thierry B, Zhao H F 2022 *IEEE Trans. Signal Process.* **70** 4369
- [22] Li Y F, Guo R M, Thierry B, Zhao H F 2021 *IEEE Trans. Signal Process.* **69** 4102
- [23] Colosi J A 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **124** 1452
- [24] Yang T C 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **135** 610
- [25] Ma S Q 2011 *Ph. D. Dissertation* (Harbin: Harbin Engineering University) (in Chinese) [马树青 2011 博士学位论文 (哈尔滨: 哈尔滨工程大学)]

# Sparse reconstruction of acoustic interference fringes in shallow water and internal wave environment\*

Li Yong-Fei<sup>1)</sup> Guo Rui-Ming<sup>2)</sup> Zhao Hang-Fang<sup>1)3)4)5)†</sup>

1) (*College of Information Science and Electronic Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China*)

2) (*Department of Electronic Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Hong Kong 999077, China*)

3) (*Laboratory of Ocean Observation-Imaging Testbed of Zhejiang Province, Zhoushan 316021, China*)

4) (*Engineering Research Center of Oceanic Sensing Technology and Equipment, Ministry of Education, Zhoushan 316021, China*)

5) (*State Key Laboratory of Fluid Power and Mechatronic Systems, Zhejiang University, Hangzhou 310007, China*)

( Received 10 October 2022; revised manuscript received 22 December 2022 )

## Abstract

To reduce the distortion of acoustic interference fringes caused by internal waves in shallow water, a sparse reconstruction method of acoustic interference fringes is proposed in this paper according to the coupled mode theory. The proposed method consists of two steps: 1) The interference fringes are approximated to the sum of several two-dimension sinusoids, which are sparsely reconstructed by the vector finite rate of innovation method. 2) According to coupled mode theory, two-dimension frequencies related to uncoupled mode pairs do not vary with the location of internal waves. However, two-dimension frequencies related to coupled mode pairs vary with the location of internal waves. So these frequencies are classified into two parts. The uncoupled mode pairs are used to recover the regular interference fringes and estimate the waveguide invariant in the background environment. The coupled mode pairs are used to track the locations of internal waves. The simulation results show that the proposed method can effectively provide interference fringe reconstruction, waveguide invariant estimation, and internal wave tracking in the internal wave environment.

**Keywords:** internal waves, interference fringes, waveguide invariant, finite rate of innovation

**PACS:** 43.30.Bp, 43.30.Pc, 02.30.Nw

**DOI:** [10.7498/aps.72.20221932](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221932)

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 62071429) and the National Key R&D Program of China (Grant No. 2016YFC1400100).

† Corresponding author. E-mail: [hfzhao@zju.edu.cn](mailto:hfzhao@zju.edu.cn)



## 浅海内波环境下声场干涉条纹的稀疏重建

李永飞 郭瑞明 赵航芳

### Sparse reconstruction of acoustic interference fringes in shallow water and internal wave environment

Li Yong-Fei Guo Rui-Ming Zhao Hang-Fang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 074301 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20221932

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20221932>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 拖曳体激发内波时空特性实验及其理论模型

Theoretical models and experiments for the time-space characteristics of internal waves generated by towed bodies

物理学报. 2018, 67(3): 034701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20170920>

#### 浅海波导中低频声场干涉简正模态的判别

Identification of interference normal mode pairs of low frequency sound in shallow water

物理学报. 2019, 68(13): 134304 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190221>

#### 浅海内孤立波动态传播过程中声波模态强度起伏规律

Modal intensity fluctuation during dynamic propagation of internal solitary waves in shallow water

物理学报. 2022, 71(2): 024302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211132>

#### 三维浅海下弹性结构声辐射预报的有限元-抛物方程法

Acoustic radiation from a cylinder in shallow water by finite element-parabolic equation method

物理学报. 2019, 68(2): 024301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181452>

#### 倾斜弹性海底条件下浅海声场的简正波相干耦合特性分析

Coherent mode coupling in shallow water overlaying sloping elastic ocean bottom

物理学报. 2021, 70(21): 214304 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211013>

#### 基于联合波叠加法的浅海信道下圆柱壳声辐射研究

Sound radiation of cylinder in shallow water investigated by combined wave superposition method

物理学报. 2018, 67(8): 084301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171963>