

蔡氏结型忆阻器的简化及其神经元电路的硬件实现*

郭慧朦 梁燕[†] 董玉姣 王光义

(杭州电子科技大学电子信息学院, 杭州 310018)

(2022年10月21日收到; 2022年11月15日收到修改稿)

蔡氏结型忆阻器 (Chua corsage memristor, CCM) 属于压控型局部有源忆阻器, 具有复杂的动力学行为, 在神经形态计算领域具有潜在的应用价值. 根据静态电压-电流特性曲线, CCM 可分为二翼、四翼和六翼型. 本文基于神经形态行为的产生机制, 将 CCM 的数学模型进行简化, 简化后的模型表达式中无绝对值符号, 且小信号等效电路的导纳函数与简化前完全相同. 进一步采用简化的 CCM 模型与电容和电感元件相连, 构建了三阶神经元电路. 利用局部有源、混沌边缘、及李雅普诺夫指数等理论分析方法, 预测了该神经元电路产生神经形态行为的参数域. 根据简化的 CCM 数学模型, 采用运算放大器、乘法器、电阻和电容等常用电路元件构建了该忆阻器的电路仿真器, 并连接电容和电感进一步给出了神经元电路的硬件实现. 实验结果表明该神经元电路可以产生丰富的神经形态行为, 包括静息状态、周期尖峰、混沌状态、双峰响应、周期振荡现象、全或无现象和尖峰簇发现象.

关键词: 忆阻器, 局部有源, 神经元电路, 混沌, 硬件实现

PACS: 05.45.-a, 05.45.Tp, 02.30.Oz, 02.30.-f

DOI: 10.7498/aps.72.20222013

1 引言

面对日益复杂的算力需求, 目前的计算系统无法提供可持续提高的运算速度和运算量^[1,2]. 而神经形态计算因其高节能效率和大计算量, 显示出巨大的应用前景, 神经形态计算的核心处理单元即为神经元, 因此对单个神经元的建模具有重大意义^[3,4].

神经元的生理学过程极其复杂, 难以直接进行人工模拟, 可通过构建神经元电路实现神经行为的发放. 神经元电路属于非线性电路, 改变电路参数或调节外部激励时, 该电路的输出电压信号或电流信号呈现类似生物神经元的尖峰放电、簇放电和混沌放电等行为^[5]. 近年来, 专家学者构建了很多神经元模型, 如 H-H (Hodgkin-Huxley) 神经元模型

将神经元的动态过程用电路模式来描述, 其中电流的激活和失活有不同的时间尺度和阈值电压^[6]. 虽然 H-H 模型对神经元行为的模拟较为准确, 但其时间复杂度较高, 不适合在大型网络中使用. LIF (leaky integrate-and-fire) 模型相比 H-H 模型是高度简化的, 但其忽略了很多复杂的神经动力学行为^[7]; 上述研究均为通过数学方程的形式对神经元模型及其动力学特性进行的理论分析, 寻找适合构建神经元的器件是进一步实现研究突破的关键.

目前基于金属氧化物的纳米级忆阻器件可分为两类: 局部无源忆阻器和局部有源忆阻器 (locally-active memristor, LAM). 局部无源忆阻器可用于实现电子突触^[8], 而局部有源忆阻器则可用于构建神经元电路^[9]. LAM 是指静态电压-电流 (DC voltage-current, DC $V-I$) 特性曲线存在负斜率区

* 国家自然科学基金 (批准号: 62171173, 61771176) 和浙江省自然科学基金 (批准号: LY20F010008) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: liangyan@hdu.edu.cn

域的忆阻器, 工作点位于局部有源区的忆阻器可以为电路提供能量, 使输出响应具有产生复杂动力学行为的可能^[10]. 根据控制变量的不同, LAM 又分为压控型和流控型. 目前发现的纳米级局部有源忆阻器件, 如 NbO₂, VO₂ 忆阻器等, 均属于流控型^[11,12], 尚未在实际中制备出纳米级压控型 LAM 器件. 考虑到实际中同时存在压控型非线性电阻 (如隧道二极管) 和流控型非线性电阻 (如肖特基二极管)^[13], 压控型 LAM 电子器件的实现也指日可待.

为了探索压控型 LAM 的特性和应用, 文献^[14]基于 N 型 (压控型) LAM 构建了二阶神经元电路研究了其神经动力学特性, 模拟了生物触觉神经元的频率特性, 并给出了硬件实现; 文献^[15]基于 N 型 LAM 设计了非自治混沌神经元电路. 2016 年, Mannan 等^[16]提出了一种特定的压控型局部有源忆阻器, 并命名为蔡氏结型忆阻器 (Chua corsage memristor, CCM), 其丰富的动力学特性具有较高的研究价值, 随后将其扩展为四翼、六翼 CCM, 并揭示 CCM 的动力学特性及状态切换机制^[17-19]. 文献^[20]分析了由二翼 CCM 构成的三阶神经元电路, 其拓扑结构简单, 可产生多种复杂的神经形态行为; 文献^[21]分析了四翼 CCM 的基本特性, 基于四翼 CCM 设计了三阶神经元电路并研究了其丰富的神经形态行为. 由于 CCM 模型表达式中包含多个绝对值项, 增加了理论分析和电路仿真器设计的复杂度. 因此, 本文拟对 CCM 模型进行简化进而给出其神经元电路的硬件实现.

本文第二部分介绍了 CCM 的基本特性, 并将二翼、四翼和六翼 CCM 的数学模型进行统一简化, 应用小信号分析方法对简化 CCM 进行理论分析; 第三部分基于简化的 CCM 模型设计了三阶神经元电路, 对该电路的动力学行为进行了理论分析和数值仿真; 第四部分构建了简化 CCM 的电路仿真器, 并给出了三阶神经元电路的硬件实现, 对实验结果中多种神经形态行为进行列举和分析.

2 CCM 模型及其化简

2.1 CCM 基本特性

CCM 是一阶通用型局部有源忆阻器, 其数学模型由欧姆定律和分段线性的状态方程组成, 根据静态电压-电流特性分为二翼、四翼和六翼型, 数学

模型分别如 (1) 式—(3) 式所示^[16-18]:

$$\begin{cases} i_m = G(x)v_m = G_0x^2v_m, \\ \frac{dx}{dt} = 30 - x + |x - 20| - |x - 47| + v_m, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} i_m = G(x)v_m = G_0x^2v_m, \\ \frac{dx}{dt} = 59 - x + |x - 14| - |x - 40| \\ \quad + |x - 65| - |x - 95| + v_m, \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} i_m = G(x)v_m = G_0x^2v_m, \\ \frac{dx}{dt} = 33 - x + |x - 6| - |x - 12| + |x - 20| \\ \quad - |x - 30| + |x - 42| - |x - 56| + v_m, \end{cases} \quad (3)$$

式中, $G_0 = 10^{-3}$ 为控制电流量纲的尺度常数; i_m 和 v_m 分别表示流过忆阻器的电流和忆阻器两端的电压; x 为忆阻器的内部状态变量; $G(x)$ 为忆导函数.

忆阻器的非易失性是指在断电的情况下可以记住当下的状态并保持, 断电图 (power-off plot, POP) 是判断忆阻器是否具有非易失性的依据, 由忆阻器状态方程 dx/dt 与状态变量 x 的关系定义, POP 图与 x 轴的交点被称作忆阻器的平衡工作点, dx/dt 在物理意义上表示变化率, 位于 x 轴上方的初始态会向 x 值增大的方向移动; 位于 x 轴下方的初始态会向 x 值减小的方向移动. 因此分段函数的任一点 $x(0) \neq x(Q)$ 初始态均会沿图 1 中箭头方向移动. 如图 1(a) 所示, 二翼 CCM 有三个平衡工作点, 位于 Q_{A2} 左侧的点会沿箭头方向向 $Q_{A1}(3, 0)$ 靠拢, 位于 Q_{A2} 右侧的点会沿箭头方向向 $Q_{A3}(57, 0)$ 靠拢, 最终分别稳定在这两点处, 因此 Q_{A1} 和 Q_{A3} 为稳定平衡工作点; 红色点 $Q_{A2}(37, 0)$ 附近的初始值点会向两侧发散, 为不稳定的平衡工作点. 图 1 中稳定平衡工作点用黑色点标出, 不稳定的平衡工作点用红色点标出. 同理可知: 四翼 CCM 有三个稳定的平衡工作点, 分别为 $Q_{B1}(3, 0)$, $Q_{B3}(55, 0)$ 和 $Q_{B5}(115, 0)$; 六翼 CCM 有四个稳定的平衡工作点, 分别为 $Q_{C1}(3, 0)$, $Q_{C3}(15, 0)$, $Q_{C5}(35, 0)$ 和 $Q_{C7}(63, 0)$, 因此二翼、四翼和六翼 CCM 分别为二值型、三值型和四值型忆阻器. 观察可知二翼、四翼和六翼 CCM 有一个公共的稳定平衡工作点, 即 $Q(3, 0)$.

以二翼 CCM 为例, 令式 (1) 中状态方程 $dx/dt = 0$, 静态工作条件下 (用直流符号 V_m , I_m 和 X 替换

v_m , i_m 和 x), 满足等式:

$$V_m = 30 - X + |X - 20| - |X - 47|, \quad (4)$$

$$I_m = G_0 X^2 V_m = G_0 X^2 (30 - X + |X - 20| - |X - 47|). \quad (5)$$

将图 1(a) 断电网中标量参数 X 的相关区间 $-20 < X < 60$ 划分成一系列的等距点, 即:

$$X = \{X_K : -20 < X_K < 60\}. \quad (6)$$

对任意 $X_K \in X$, 计算对应的 V_m 和 I_m 并在 $V-I$ 平面上用平滑的曲线连接, 得到的轨迹即为 CCM 的 DC $V-I$ 曲线,

图 2(a)–(c) 所示分别为二翼、四翼、六翼 CCM 的 DC $V-I$ 曲线, 均为围绕原点折回的滞回曲线, 因其类似蝴蝶结而得名. 忆阻器的局部有源区为 DC $V-I$ 曲线中斜率为负的区域, 因其具有放大微小信号的能力被称作复杂性的起源 [22]. 图中插入的局部放大图即为忆阻器的局部有源区间, 由图可知在三者的 DC $V-I$ 曲线中均存在相同的局部有源区, 即 $-3 \text{ V} < V_m < -1 \text{ V}$. (1) 式–(3) 式中, 二翼、四翼和六翼型 CCM 数学模型中分别包含

了 2 个、4 个和 6 个绝对值符号. 以二翼 CCM 为例, 2 个绝对值符号使得状态变量 X 的范围可分为三个区间, 进而使得 DC $V-I$ 曲线由 3 段组成, 分别是 A_1B_1 段 ($-20 < X < 20$), B_1C_1 段 ($20 < X < 47$) 和 C_1D_1 段 ($47 < X < 60$). 同理可得, 四翼和六翼型 CCM 的 DC $V-I$ 曲线由 5 段和 7 段组成. 三者的局部有源区分别位于各自 DC $V-I$ 曲线上的 A_1B_1 段, A_2B_2 段, A_3B_3 段.

2.2 模型的化简及化简后的特性

因 CCM 表达式中包含多个绝对值项, 电路实现较为复杂, 且复杂的动力学行为仅发生在局部有源区, 下文考虑根据局部有源区内工作点对应出状态变量的范围, 进而把 CCM 的数学模型进行化简. 由图 1 可知二翼、四翼和六翼 CCM 端电压与状态变量之间是分段线性的, 在 CCM 的公共平衡工作点 $Q(3, 0)$ 处, 状态变量与电压之间满足线性关系: $X = V_m + 3$, 局部有源区 ($-3 \text{ V} < V_m < -1 \text{ V}$) 对应状态变量的范围为: $0 < X < 2$, 因此二、四、

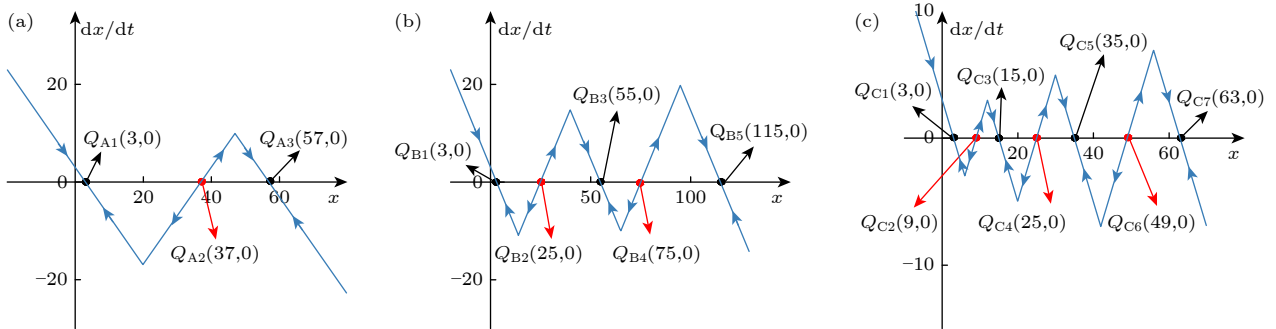


图 1 CCMs 的 POP (a) 二翼 CCM; (b) 四翼 CCM; (c) 六翼 CCM
Fig. 1. POP of CCMs: (a) 2-lobe CCM; (b) 4-lobe CCM; (c) 6-lobe CCM.

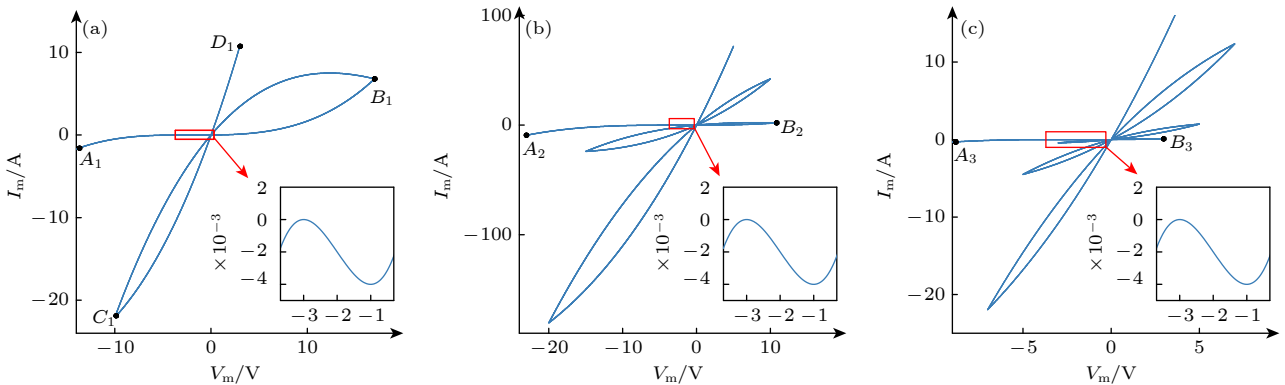


图 2 CCM 的 DC $V-I$ 曲线及其局部有源区的放大图 (a) 二翼 CCM; (b) 四翼 CCM; (c) 六翼 CCM
Fig. 2. DC $V-I$ curves of CCM and the magnification of their locally-active region: (a) 2-lobe CCM; (b) 4-lobe CCM; (c) 6-lobe CCM.

六翼 CCM 模型可简化为

$$\begin{cases} i_m = G(x)v_m = G_0x^2v_m, \\ \frac{dx}{dt} = 3 - x + v_m \triangleq h(x, v_m). \end{cases} \quad (7)$$

简化后的 CCM 表达式简单, 属于易失型忆阻器, 表 1 中给出了简化的 CCM 模型与三种 CCM 模型的详细比较. 仅改变了忆阻器的易失性和表达式中绝对值符号的数量, 不改变其局部有源区, 对产生复杂动力学行为的能力不产生影响.

当给简化后的忆阻器施加幅值为 5 V, 角频率分别为 $\omega = 1 \text{ rad/s}$, $\omega = 5 \text{ rad/s}$, $\omega = 10 \text{ rad/s}$ 和 $\omega = 100 \text{ rad/s}$ 的正弦周期电压激励时, 忆阻器两端的电压与电流关系波形如图 3(a) 所示, 在不同频率下, 其电压和电流相位关系均表现为过原点的滞回曲线, 波瓣面积随着频率的增加单调递减, 最终演变为一根直线, 满足忆阻器的特征; 重复施加不同的外加偏置电压 V_D , 测量相应的电流 I_m , 在 V_m - I_m 平面上可以得到一系列的点, 该忆阻器的电流值 I_m 和电压值 V_m 满足关系式 $I_m = G_0X^2V_m = G_0(V_m + 3)^2V_m = 10^{-3}(V_m^3 + 6V_m^2 + 9V_m)$, 如图 3(b) 所示, 简化后忆阻器的局部有源区仍为 $V_m \in [-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$, 在该区域内忆阻器表现出负微分电阻特性,

属于简单的压控型局部有源忆阻器.

2.3 小信号分析

小信号分析方法是通过对元件的非线性行为进行分析的一种方法, 此处可以定量分析局部有源忆阻器的振荡条件, 通过在 DC V - I 曲线上选定工作点 $Q(V_m, I_m)$ 进行泰勒展开, 可以得到忆阻器小信号导纳函数的频率响应^[2]:

$$Y_1(s, Q) \triangleq \frac{\hat{i}(s)}{\hat{v}(s)} = \frac{a_{12}(Q)s + (a_{11}(Q)b_{12}(Q) - a_{12}(Q)b_{11}(Q))}{s - b_{11}(Q)}. \quad (8)$$

由 (7) 式可知 $G(x) = G_0x^2$, $h(x, v_m) = 3 - x + v_m$.

$$\begin{cases} a_{11}(Q) = v_m \left. \frac{\partial G(x)}{\partial x} \right|_Q = 2G_0XV_m, \\ a_{12}(Q) = G(x) \left. \frac{\partial v_m}{\partial v_m} \right|_Q = G(X) \Big|_Q = G_0X^2, \\ b_{11}(Q) = \left. \frac{\partial}{\partial x} h(x, v_m) \right|_Q = -1, \\ b_{12}(Q) = \left. \frac{\partial}{\partial v_m} h(x, v_m) \right|_Q = 1. \end{cases} \quad (9)$$

将 (8) 式进行整理, 可得到:

表 1 CCM 与简化的 CCM 模型对比
Table 1. Comparisons of CCM and simplified CCM model.

模型种类	DC V - I 图段数	局部有源区间	易失/非易失性	绝对值符号数目
简化 CCM 模型	1	$[-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$	易失型	0
二翼	3	$[-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$	二值型	2
CCM 四翼	5	$[-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$	三值型	4
六翼	7	$[-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$	四值型	6

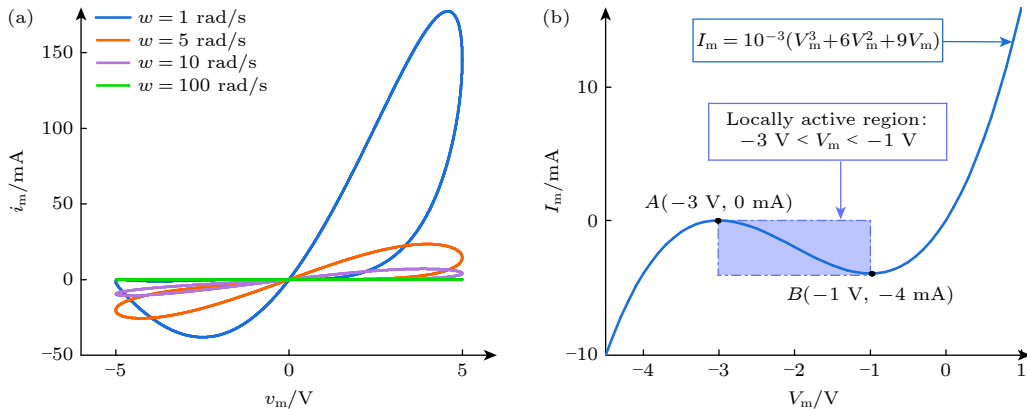


图 3 简化后的 CCM 电学特性 (a) 滞回曲线; (b) DC V - I 曲线

Fig. 3. Electrical characteristics of the simplified CCM: (a) Pinched hysteresis loops; (b) DC V - I curve.

$$Y_1(s, Q) = 1 / \left(s \frac{1}{2G_0 X V_m} + \frac{1}{2G_0 X V_m} \right) + X^2$$

$$= 1 / (sL_x + R_x) + 1 / R_y. \quad (10)$$

由 (10) 式可知该忆阻器可等效为电阻 R_x 与电感 L_x 串联, 再与电阻 R_y 并联, 为容性忆阻器, 如图 4 所示, 说明该忆阻器需要串联一个电感才可以补偿导纳函数, 使电路产生振荡. 因小信号等效分析是在某一工作点处进行泰勒展开, 所以在局部有源区内, 化简后的忆阻器导纳函数与文献 [15–17] 中化简前二翼、四翼和六翼 CCM 的小信号导纳函数保持一致.

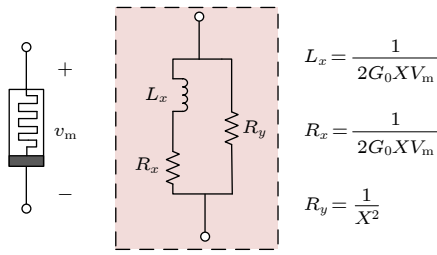


图 4 简化 CCM 的小信号等效电路

Fig. 4. Small-signal equivalent circuit of the simplified CCM.

3 神经元电路

3.1 电路模型

混沌等复杂的动力学行为需要至少三阶的电路复杂度, 因此基于简化的 CCM 模型, 外加电容和电感, 构成神经元电路如图 5 所示.

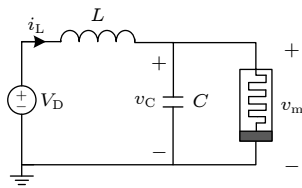


图 5 基于简化 CCM 的三阶神经元电路模型

Fig. 5. Third-order neuron circuit based on the simplified memristor.

根据忆阻器状态方程及基尔霍夫电压和电流定律, 该神经元电路的数学模型可描述为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3 - x + v_C, \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} (V_D - v_C), \\ \frac{dv_C}{dt} = -\frac{1}{C} (i_L + i_m), \end{cases} \quad (11)$$

其中 V_D 为外加偏置电压; v_C 为电容两端的电压, 流过电容的电流为 $i_C = C(dv_C/dt) = -i_L - i_m$; i_L 为流过电感的电流, 电感两端的电压 $v_L = L(di_L/dt) = v_C - V_D$, 忆阻器两端的电压 $v_m = v_C$, 流过忆阻器的电流为 $i_m = G_0 x^2 v_m = G_0 x^2 v_C$.

3.2 动力学机制分析

(11) 式中等式均为零时, 可得到该三阶电路系统的平衡点, 即:

$$\begin{cases} X = 3 + V_C = 3 + V_D, \\ V_C = V_D, \\ I_L = -G_0 X^2 V_C = -G_0 (3 - V_D)^2 \times V_D. \end{cases} \quad (12)$$

从 (12) 式中可以看出平衡点只与外加偏置电压 V_D 有关, 系统在平衡点处的雅可比矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L} \\ \frac{-2XV_D}{C} & -\frac{1}{C} & -\frac{X^2}{C} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

(13) 式对应的特征方程为

$$\lambda^3 + \left(\frac{X^2}{C} + 1 \right) \lambda^2 + \left(\frac{X^2 + 2XV_D}{C} + \frac{1}{CL} \right) \lambda + \frac{1}{CL} = 0. \quad (14)$$

因此平衡点的稳定性由 V_D , L 和 C 共同决定, 李雅普诺夫指数是衡量系统动力学特性的一个重要定量指标, 表征系统在相空间中相邻轨道间收敛或发散的指数率. 李雅普诺夫指数大于零可以作为混沌现象的判断依据. 当 $L = 0.5$ H, $C = 68$ nF 时, 随参数 V_D 变化的李雅普诺夫指数图如图 6(a) 所示, 蓝色曲线为计算所得第一李雅普诺夫指数谱, 橙色曲线为第二李雅普诺夫谱, 由图可知当 $L = 0.5$ H, $C = 68$ nF 时在 $V_D \in (-3$ V, -2.5 V) 区间内第一李雅普诺夫指数有大于零的部分, 即为可以产生混沌的区间; 当 $V_D = -2.6$ V, $C = 68$ nF 时, 随参数 L 变化的李雅普诺夫指数图如图 6(b) 所示, 由图可知当 $V_D = -2.6$ V, $C = 68$ nF 时在 $L \in (0.4$ H, 0.6 H) 区间内存在第一李雅普诺夫指数大于零的部分.

在平衡工作点 $Q(X, I_L, V_C)$ 处对该三阶神经元电路进行小信号分析, 电感和电容的导纳函数分别为 $Y_L = 1/sL$ 和 $Y_C = sC$, 结合 (8) 式可得该三阶神经元电路的导纳函数为

$$Y_3(s, Q) = \frac{Y_L (Y_1(s, Q) + Y_C)}{Y_L + Y_1(s, Q) + Y_C}$$

$$= \frac{s^2 C + s(a_{12}(Q) - b_{11}(Q)C) + a_{11}(Q)b_{12}(Q) - a_{12}(Q)b_{11}(Q)}{s^3 CL + s^2 L(a_{12}(Q) - b_{11}(Q)C) + s(L(a_{11}(Q)b_{12}(Q) - a_{12}(Q)b_{11}(Q) + 1)) - b_{11}(Q)}. \quad (15)$$

根据图 5 神经元电路拓扑结构, 设置外加电容 $C = 68 \text{ nF}$, 如图 7 所示为系统随参数 L (范围为 0 至 1 H) 和 V_D (范围为 -3.21 至 -0.79 V) 变化绘制出系统的动力学地图。

图中两侧的粉色部分为局部无源区, 取位于局部无源区的工作点 A (-0.91 V , 0.82 H), 输出电压 ($v_{\text{out}} = -v_{\text{in}}$) 波形如右侧 A 图所示, 可见在局部无源区, 电路无任何振荡出现; 黄色部分为混沌边缘区, 即局部有源区中导纳函数极点位于左半平

面 (left half plane, LHP) 部分 [22], 取位于混沌边缘区的工作点 B (-1.34 V , 0.23 H), 输出电压波形如右侧 B 图所示, 为静息状态; 黄色与绿色区域的分界线为霍普分岔线, 在霍普分岔临界点, 系统响应由静息状态开始转变周期振荡状态; 当极点移到右半平面 (right half plane, RHP) 时, 即工作点位于绿色区域, C (-2.91 V , 0.2 H) 处系统输出响应为周期振荡 (如图 7 中 C 所示), D (-1.63 V , 0.6 H) 处输出响应为周期尖峰 (如图 7 中 D 所示); 通过

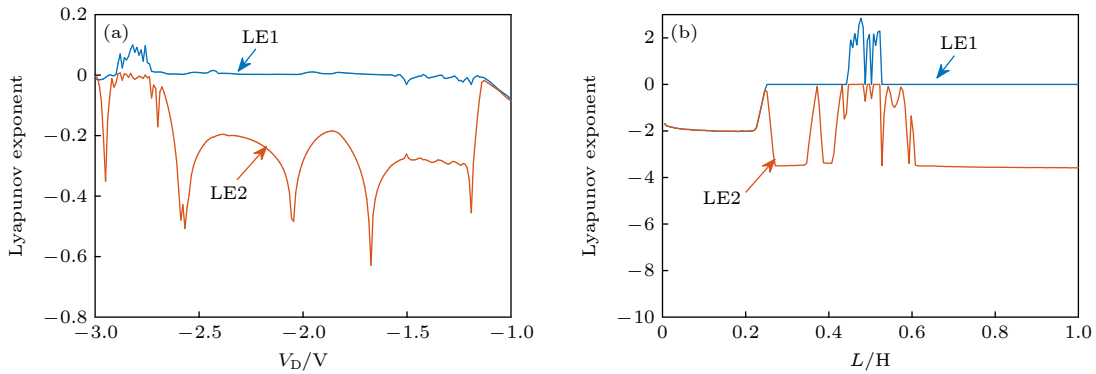


图 6 李雅普诺夫指数图 (a) $L = 0.5 \text{ H}$, $C = 68 \text{ nF}$, 分岔参数为 $V_D \in [-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$; (b) $V_D = -2.6 \text{ V}$, $C = 68 \text{ nF}$, 分岔参数为 $L \in [0 \text{ H}, 1 \text{ H}]$

Fig. 6. Lyapunov exponents diagram: (a) $L = 0.5 \text{ H}$, $C = 68 \text{ nF}$, the bifurcation parameter $V_D \in [-3 \text{ V}, -1 \text{ V}]$; (b) $V_D = -2.6 \text{ V}$, $C = 68 \text{ nF}$, the bifurcation parameter $L \in [0 \text{ H}, 1 \text{ H}]$.

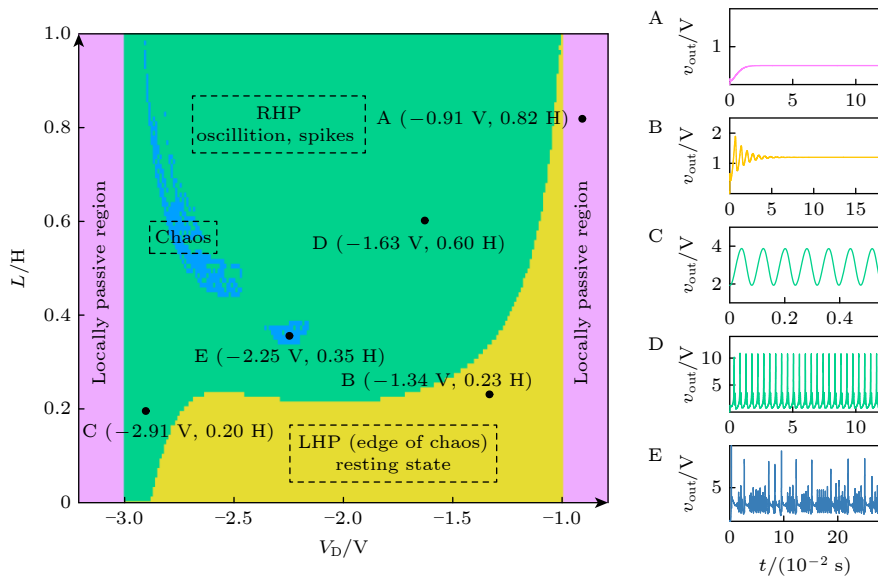


图 7 $C = 68 \text{ nF}$ 时, 三阶电路随参数 L 和 V_D 变化的动力学地图

Fig. 7. Dynamic map of the neuron circuit defined by parameters V_D and L .

计算三阶微分方程的李雅普诺夫指数大于零的部分确定混沌的区间, 即为动力学地图中蓝色的部分, 取位于混沌区域内的工作点 E (-2.25 V, 0.35 H), 其输出电压波形如右侧 E 图所示, 为混沌状态.

4 神经元电路硬件实现

4.1 忆阻器电路仿真器

基于忆阻器的神经元及神经形态计算的发展中, 实现统一高性能的忆阻器具有重要的意义^[23]. 由于目前忆阻器尚未商业化, 本文采用运算放大器等常用元器件来模拟简化后 CCM 的电学特性, 与外围电路组合来实现神经元电路, 进一步验证所设计神经元电路的可行性. 神经元电路由一个忆阻器与电容并联, 再与电感串联组成, 如图 8 所示, 其中, 忆阻器由右侧虚线内的运算电路来模拟.

运算放大器 U1, U2, U3 实现加减和积分运算; 乘法器 U4 和 U5 实现关系式中的乘法运算; U6 将电流值转化为电压的值. 图 8 中忆阻器实现框图中上半部分实现状态方程, 下半部分实现忆阻器满足的欧姆定律. 根据基尔霍夫定律, 图 8 结构框图中各个端口的输出电压分别为

$$\begin{cases} v_1 = -\frac{R_1}{R_2} v_m, \\ v_x = -\frac{1}{C_1} \int \left(\frac{-v_m}{R_3} + \frac{V_{EE}}{R_4} + \frac{v_x}{R_5} \right) dt, \\ v_2 = \frac{1}{10} v_x^2 + \frac{R_7}{R_6 + R_7} v_2, \\ v_1 = \frac{1}{10} v_2 \cdot (-v_m) + \frac{R_9}{R_8 + R_9} v_1. \end{cases} \quad (16)$$

图 8 中元器件的参数值选择如表 2 所列, U1, U2, U3 用一个四通道的运算放大器 TL084 CN 实现, U4 和 U5 选用乘法器 AD633 芯片, U6 选用运算放大器 AD844 芯片. 上半部分模拟状态依赖方程 $dx/dt = 3 - x + v$, 下半部分模拟欧姆定律方程 $i = G_0 x^2 v$. 根据基尔霍夫定律, 忆阻器数学模型 $i = G_0 x^2 v$ 在忆阻器仿真器中对应的关系式为 $v_1 = -v_x^2 v_m / R_{in}$, 首先用运算放大器 U1 构成一个电压跟随器, 这是为了减少负载效应的影响, 输出电压为 v_m ; 运算放大器 U2 与 R_1, R_2 构成反比例运算电路; 运算放大器 U3 与电阻和电容 C_1 构成积分器, 输出电压 v_x 代表忆阻器内部状态变量 x ; U4 和 U5 为乘法器, 实现关系式中的乘法运算; U6 将电压转化为电流.

表 2 硬件电路参数配置

Table 2. Parameter configuration of the hardware circuit.

参数	值	参数	值
V_{CC}	+15 V	V_{EE}	-15 V
R_1, R_2, R_{in}	1 k Ω	R_3, R_5	5 k Ω
R_6, R_8	1 k Ω	R_4	25 k Ω
R_7, R_9	9 k Ω	C_1	150 nF
C	68 nF	L	500 mH

将表 2 中数据代入 (16) 式并整理得, 该忆阻器仿真电路的状态依赖方程和欧姆定律为

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{-v_m}{R_3 C_1} - \frac{V_{EE}}{R_4 C_1} - \frac{v_x}{R_5 C_1} \\ = \frac{1}{7.5 \times 10^{-4}} (v_m + 3 - v_x), \\ i_m = -\frac{v_1}{R_{in}} = 10^{-3} v_x^2 \times v_m, \end{cases} \quad (17)$$

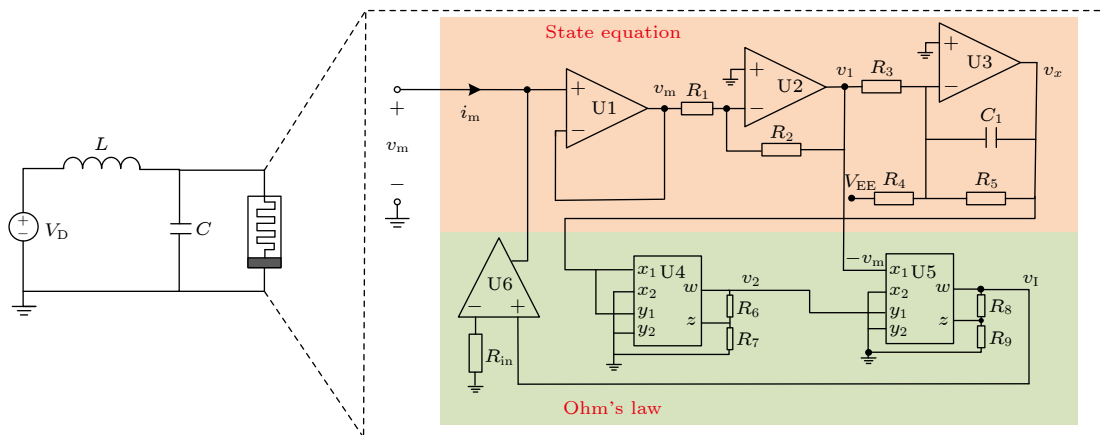


图 8 基于简化 CCM 的神经元电路结构框图

Fig. 8. Circuit implementation of the neuron circuit based on the simplified CCM.

其中 v_x 为积分器的输出电压, 代表忆阻器内部状态变量; v_m 表示忆阻器两端的电压; i_m 代表流过忆阻器的电流, 直接测量电流比较困难, 但电流值在数值上满足 $i_m = -10^{-3} \times v_I$, 因此可以通过测量 v_I 的值表示电流; R_m 为可调匹配电阻, 与 (7) 式对比忆阻器的模型状态依赖方程乘上了一个时间常数 $\tau = 7.5 \times 10^4$, 这对系统整体的输出响应只起到缩放的作用, 并不会改变波形形状. 乘上时间常数的原因是在容性电路系统中能产生振荡的频率与外加电感值有关, 当电感值过大时, 实际器件中的内阻会随之增大, 影响整体电路的准确性.

当用信号发生器产生幅值为 5 V, 频率为 180 Hz 的正弦周期电压作为输入电压时, 用示波器来测量 v_m 和 v_I 的波形, v_m 和 v_I 的波形如图 9(a) 所示, 图中黄色曲线为 v_m 波形, 即为忆阻器两端的电压波形, 蓝色曲线为 $10v_I$ 的电压波形, 由式 (17) 可知, $i_m = -10^{-3} \times v_I$, 将通道 2 设置为反相, 探头比设置为最小 1:100, 蓝色波形在数值上等于流过忆阻器电流波形的 10 倍, 图 9(b) 为电压与电流的相位关系, 可以看到电压与电流的关系为过原点的滞回曲线, 与图 3(a) 吻合; 当用信号发生器产生幅值为 6 V, 偏移量为 -2 V, 频率为 10 Hz 的三角波脉冲信号作为输入电压时, v_m 和 $10v_I$ 的波形如图 9(c)

所示, 此时的相位图 (图 9(d)) 即为忆阻器的准静态 V - I 曲线, 与图 3(b) 吻合, 证实本文所设计的忆阻器仿真器与理论保持一致.

4.2 神经元电路实验

基于上节设计出的忆阻器仿真器, 结合理论分析预测可能产生神经形态行为的参数域, 构建三阶神经元电路, 实验设备图如图 10 所示, 包括直流可调稳压电源, 数字信号发生器, 数字示波器和基于忆阻器的神经元仿真器, 外部电源包括给集成运算放大器供电的 ± 15 V 直流稳压电源和直流可调稳压电源产生的负电压, 外围电路中电感为 500 mH, 电容为 68 nF, 在保持所有参数不变的情况下, 将偏置电压 V_D 内作为系统参数来研究三阶神经元电路的动力学特性.

三阶神经元电路系统状态方程为

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = \frac{1}{7.5 \times 10^{-4}}(3 - x + v_C), \\ \frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L}(V_D - v_C), \\ \frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C}(-i_L - G_0 x^2 v_C). \end{cases} \quad (18)$$

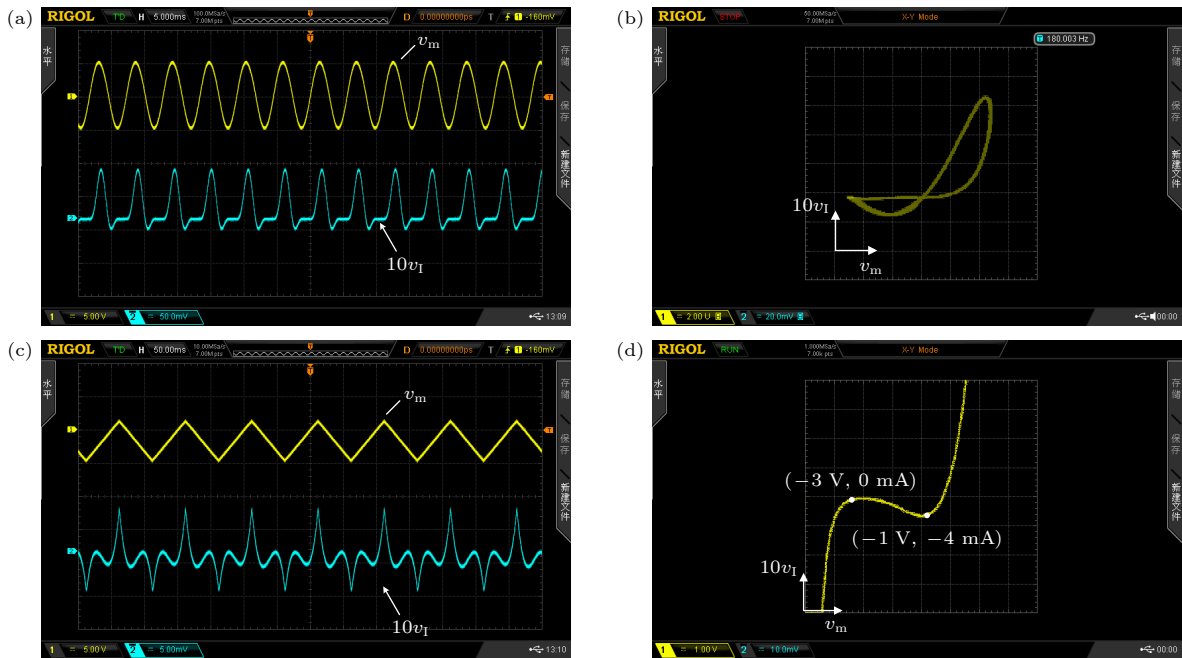


图 9 简化 CCM 的电学特性实测曲线 (a) 忆阻器两端施加正弦电压时 v_m 和 v_I 的瞬时波形; (b) 滞回曲线; (c) 忆阻器两端施加三角波信号时 v_m 和 v_I 的瞬时波形; (d) 准静态 V - I 曲线

Fig. 9. Experimentally measured the simplified CCM electrical characteristics: (a) Time-domain waveforms of v_m and v_I under sine excitation; (b) hysteresis curve; (c) time-domain waveforms of v_m and v_I under quasi-static state; (d) quasi-static V - I curve.

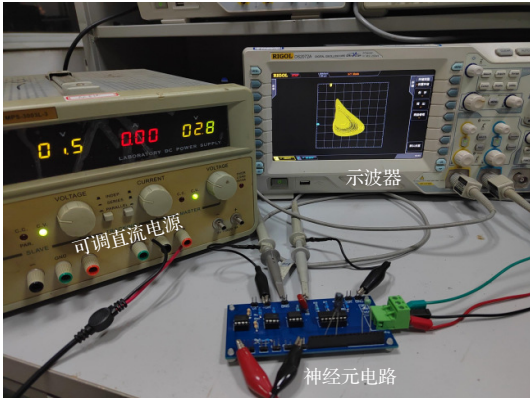


图 10 实验设备图

Fig. 10. Photo of experimental equipment.

使用示波器测量端口 v_{out} ($-v_m$ 的电压值) 和端口 v_x (代表状态变量 x 的值) 的波形, 调节外加直流稳压电源的大小, 在忆阻器的局部有源区外, 输出电压无任何振荡现象出现; 在局部有源区 ($-3\text{ V} < V_D < -1\text{ V}$) 内, 系统因负阻区的能量供应, 输出波形不再保持稳定. 如图 11 所示, 左侧时域图中黄色波形为输出电压 v_{out} 的波形; 蓝色波形为代表忆阻器内部状态变量值的电压 v_x 的波形; 右侧为输出电压 v_{out} 与状态变量 x 的相位图, 利用相位图可以直观判断系统的动力学行为. 该神经元电路在固定参数 ($L = 500\text{ mH}$, $C = 68\text{ nF}$) 下产生的神经形态行为列举如下:

1) 静息状态

在神经元未受到外界刺激或刺激低于阈值时, 神经元膜电位保持静息状态. 在该神经元电路中, 设置外加偏置电压 $V_D = -1.2\text{ V}$ 时, 从图 11(a) 中可以看到输出响应波形前期出现了振荡, 但振荡幅度逐渐衰减, 最后趋于稳定状态, 在相位图上表现为从初始点 $(0, 0, 0)$ 出发, 变化幅度越来越小, 最终收敛到稳定平衡工作点 $(1.8, 1.2\text{ V})$, 该现象类

似生物神经元的膜电位静息状态.

2) 周期尖峰

大多数神经元都是可兴奋的, 当受到有效刺激时神经元会从原先的静息状态触发尖峰信号 [24]. 当外加偏置电压设置为 $V_D = -2.1\text{ V}$ 时, 输出电压时域波形开始出现了尖峰现象如图 12(a) 所示, 单个尖峰最大值为 5.3 V , 最小值为 -234.74 mV , 对应相位图呈现极限环, 当外加偏置电压设置为 $V_D = -2.2\text{ V}$ 时, 单个尖峰的形态发生了改变, 如图 12(c) 所示, 单个尖峰最大值为 8.7 V , 最小值为 0.53 V , 对应相位图的极限环有收缩的趋势, 说明此刻系统输出波形的周期性开始出现不稳定现象, 向混沌状态过渡.

3) 混沌状态

混沌形态是人脑神经元最重要的一种神经形态. 在该神经元电路中, 当外加偏置电压设置为 $V_D = -2.8\text{ V}$ 时, 图 13(a) 中输出电压时域表现为无规律无周期的混沌尖峰振荡, 图 13(b) 为混沌状态时 $v_{out}-v_x$ 的相位图, 可见满足混沌状态的有界性和遍历性.

4) 双峰响应

当外加偏置电压设置为 $V_D = -2.87\text{ V}$ 时, 图 14(a) 输出电压波形从混沌状态逐渐恢复周期性, 时域波形出现了两个幅值不同的尖峰振荡交替出现的现象.

5) 周期振荡

每个大脑结构都具有能够表现出振荡电位的神经元, 周期振荡指电信号具有周期性往复变化的特性, 是神经元之间实现交流的重要方式, 在该神经元电路中继续反向增大外加偏置电压到 $V_D = -2.9\text{ V}$ 时, 如图 15 所示, 输出响应波形恢复为稳定的周期振荡现象.

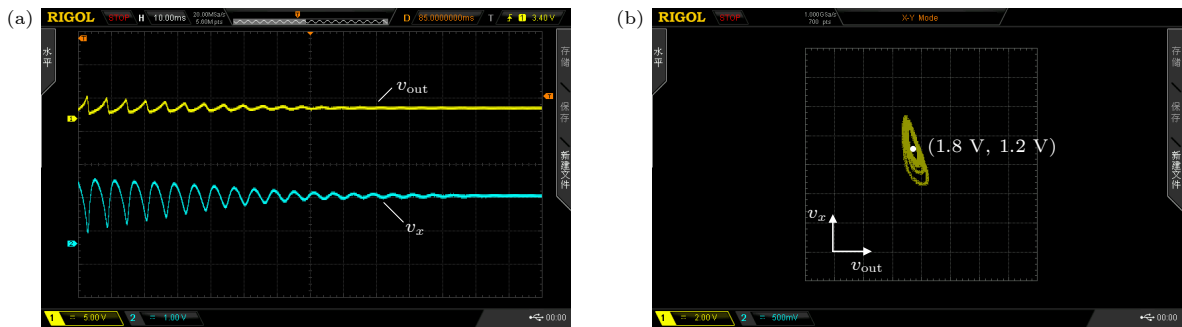


图 11 $V_D = -1.2\text{ V}$ 时, 实验测量静息状态 (a) v_{out} 和 v_x 时域图; (b) $v_{out}-v_x$ 相位图

Fig. 11. Experimentally measured resting state at $V_D = -1.2\text{ V}$: (a) Transient waveforms of v_{out} and v_x ; (b) phase portrait on the $v_{out}-v_x$ plane.

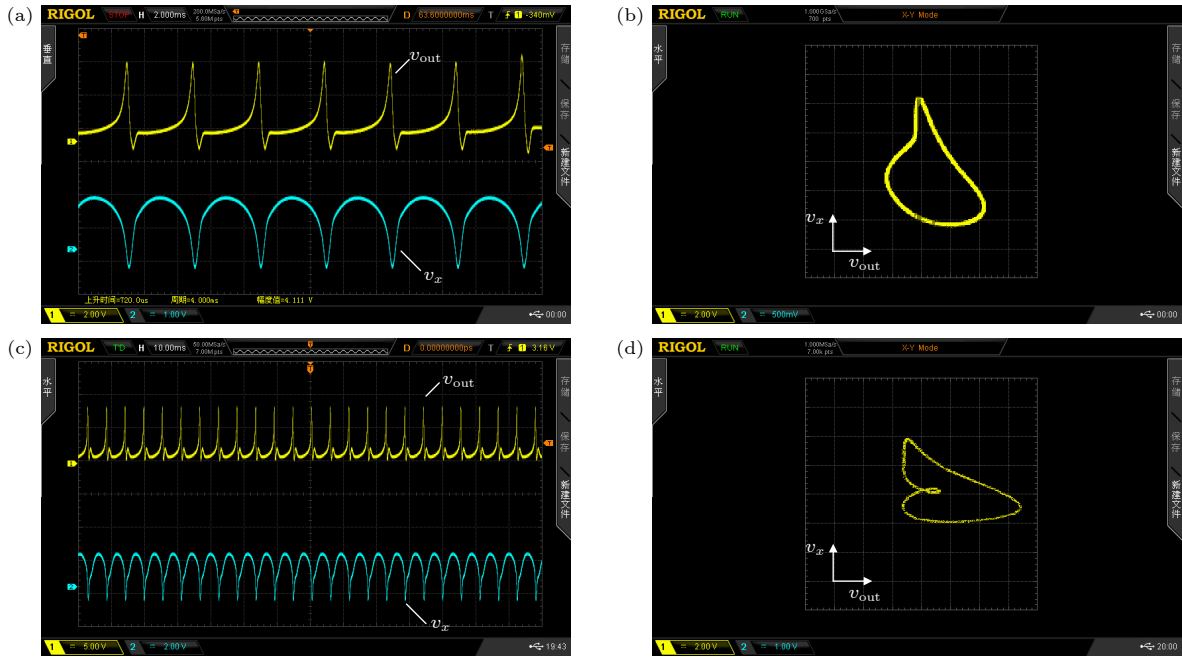


图 12 实验测量周期尖峰状态 (a) $V_D = -2.1$ V 时 v_{out} 和 v_x 时域图; (b) $V_D = -2.1$ V 时 v_{out} - v_x 相位图; (c) $V_D = -2.2$ V 时 v_{out} 和 v_x 时域图; (d) $V_D = -2.2$ V 时 v_{out} - v_x 相位图

Fig. 12. Experimentally measured periodic spiking phenomenon: (a) Transient waveforms of v_{out} and v_x at $V_D = -2.1$ V; (b) phase portrait on the v_{out} - v_x plane at $V_D = -2.1$ V; (c) transient waveforms of v_{out} and v_x at $V_D = -2.2$ V; (d) phase portrait on the v_{out} - v_x plane at $V_D = -2.2$ V.

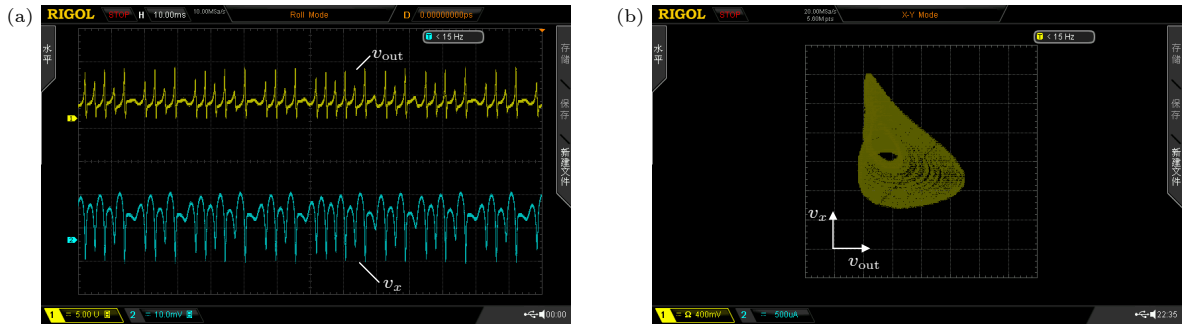


图 13 当 $V_D = -2.8$ V 实验测量的混沌状态 (a) v_{out} 和 v_x 时域图; (b) v_{out} - v_x 相位图

Fig. 13. Experimentally measured chaos state at $V_D = -2.8$ V: (a) Transient waveforms of v_{out} and v_x ; (b) phase portrait on the v_{out} - v_x plane.

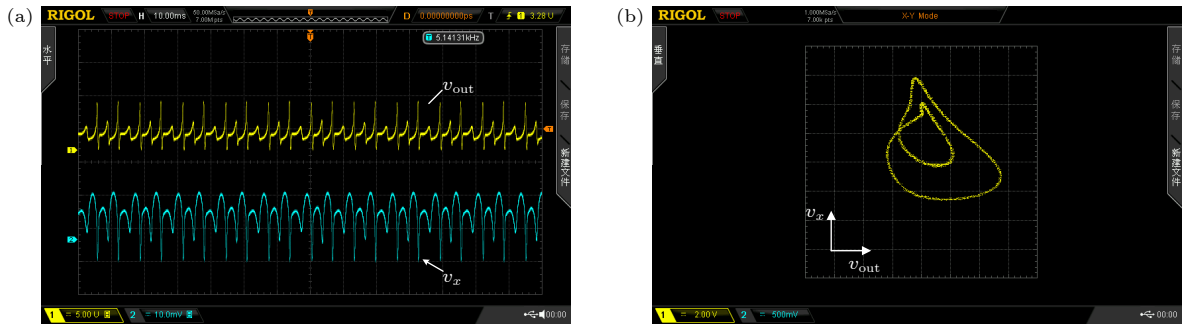


图 14 当 $V_D = -2.87$ V 实验测量的双峰响应 (a) v_{out} 和 v_x 时域图; (b) v_{out} - v_x 相位图

Fig. 14. Experimentally measured bimodal response at $V_D = -2.87$ V: (a) Transient waveforms of v_{out} and v_x ; (b) phase portrait on the v_{out} - v_x plane.

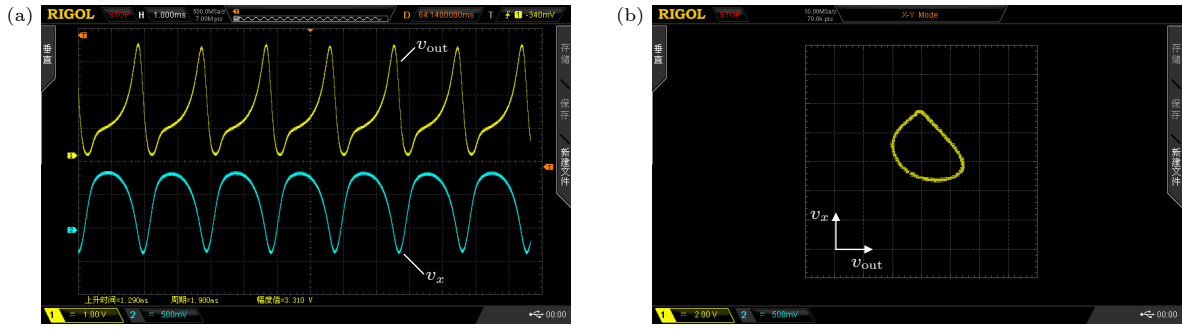


图 15 当 $V_D = -2.9$ V 实验测量周期振荡 (a) v_{out} 和 v_x 时域波形; (b) v_{out} - v_x 相位图

Fig. 15. Experimentally measured periodic oscillation at $V_D = -2.9$ V: (a) Transient waveforms of v_{out} and v_x ; (b) phase portrait on the v_{out} - v_x plane.

6) 全或无现象

全或无定律是指在达到阈值电压之前神经元不会产生动作电位, 达到阈值之后可以产生一个完整的动作电位.

在本文设计的神经元电路中, 使用可编程逻辑电源产生不同幅值的脉冲电压作为输入信号, 如图 16 中黄色波形所示, 在 $t = 10$ ms 处施加幅值为 -1 V, 脉宽为 6 ms 的直流激励, 响应电压 v_{out} 有轻微的起伏, 在 $t = 20$ ms 处将直流激励幅值增加为 $V_{in} = -1.7$ V, 输出波形有了明显的起伏, 但并未出现尖峰, 继续反向增加激励, 在 $t = 30$ ms 处设置直流激励为 $V_{in} = -2$ V, 此时输出波形已经为完整的尖峰, 不过峰值并未达到最大, 当 $V_{in} = -2.5$ V 时, 尖峰达到最大值, 接近 15 V. 说明输入电压幅值的大小决定了神经元电路输出响应是否能产生一个完整的尖峰信号, 该现象可以模拟单个神经元受到外界刺激的阈值影响动作电位发放的全或无行为.

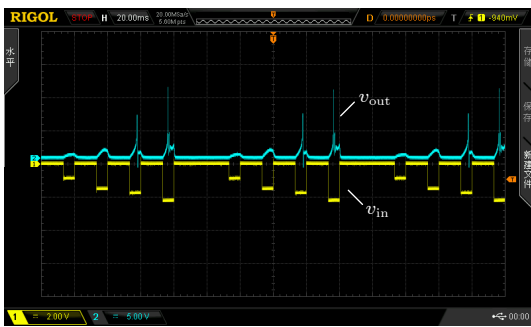


图 16 实验测量的全或无现象

Fig. 16. Experimentally measured all-or-nothing behavior.

7) 尖峰簇发现象

当输入电压幅值设置为高电平为 0 V, 低电平为 -2.25 V 的矩形脉冲时, 如图 17 中黄色波形所

示, 有效电平脉冲宽度分别设置为 4, 10, 14, 20, 24, 28, 32, 38 和 42 ms, 输出电压如图中蓝色波形所示, 分别产生了单尖峰, 双尖峰, 三尖峰, 四尖峰, 五尖峰, 六尖峰, 七尖峰. 从图 17 可以看出, 在输入电压幅值一定的情况下, 有效电平的脉冲宽度可以控制尖峰簇发中尖峰的数量, 产生不同尖峰数的簇发现象.

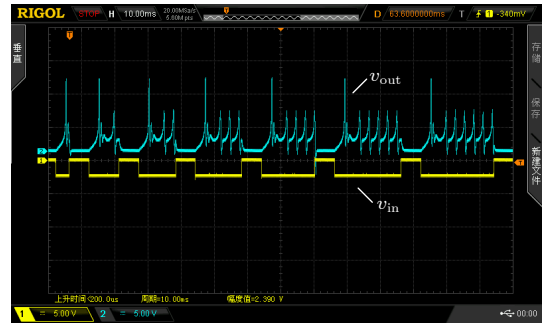


图 17 实验测量的尖峰簇发现象

Fig. 17. Experimentally measured spike clustering behavior.

5 总结

本文对蔡氏结型忆阻器的数学模型进行简化, 进而基于简化的 CCM 模型构建了三阶神经元硬件电路. 实验结果表明, 当工作电压在 CCM 的局部无源区内, 呈现静息状态, 而当工作电压在局部有源区内, 随着输入电压的反向增加, 系统响应经过静息放电、周期尖峰放电过渡到混沌放电状态, 最后回归到静息状态. 当输入分别为不同幅值和不同脉宽的脉冲信号时, 分别可以产生全或无现象和尖峰簇发现象. 本文采用的忆阻器具有简单的数学表达式, 有利于构建电路仿真器完成实验研究. 相比单个纳米器件, 本文基于简化的 CCM 模型设

计的电路仿真器从元件数目上略显复杂,但其具有易于实现的优势,基于压控型局部有源忆阻器设计的神经元电路具有一定的普适性,可为后续忆阻器在神经形态计算应用研究奠定一定的基础.

参考文献

- [1] Nawrocki R A, Voyles R M, Shaheen S E 2016 *IEEE Trans. Electron Devices* **63** 3819
- [2] Cassidy A S, Georgiou J, Andreou A G 2013 *Neural Netw.* **45** 4
- [3] Shrestha A, Fang H W, Mei Z D, Rider D P, Wu Q, Qiu Q R 2022 *IEEE Circuits Syst. Mag.* **22** 6
- [4] Shen Z J, Zhao C, Yang L, Zhao C Z 2020 *International SoC Design Conference (ISOC)* Yeosu, Korea (South), October 21–24, 2020 p163
- [5] Babacan Y, Kaçar F, Gürkan K 2016 *Neurocomputing* **203** 86
- [6] Liu Y, Iu H H C, Qian Y H 2021 *IEEE Trans. Circuits Syst. Express Briefs* **68** 2982
- [7] Chatterjee D, Kottantharayil A 2019 *IEEE Electron Device Lett.* **40** 1301
- [8] Kim S, Du C, Sheridan P, Ma W, Choi S, Lu W D 2015 *Nano Lett.* **11** 2203
- [9] Weiher M, Herzig M, Tetzlaff R, Ascoli A, Mikolajick T, Slesazeck S 2019 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **66** 2627
- [10] Chua L O 2013 *Nanotechnology* **24** 383001
- [11] Kumar S, Strachan J P, Williams R S 2017 *Nature* **548** 318
- [12] Yi W, Tsang K K, Lam S K, Bai X W, Crowell J A, Flores E A 2018 *Nat. Commun.* **9** 4661
- [13] Li G L 2017 *Foundations of Electronic Circuits and Systems* (Beijing: Tsinghua University Press) p61 (in Chinese) [李国林 2017 电子电路与系统基础 (北京: 清华大学出版社) 第61页]
- [14] Wang S C, Lu Z Z, Liang Y, Wang G Y 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 050502 (in Chinese) [王世场, 卢振洲, 梁燕, 王光义 2022 物理学报 **71** 050502]
- [15] Lu Z Z, Liang Y, Dong Y J, Wang S C 2022 *Electron. Lett.* **58** 681
- [16] Mannan Z I, Choi H, Kim H 2016 *Int. J. Bifurcation Chaos* **26** 1630009
- [17] Mannan Z I, Yang C, Kim H 2018 *IEEE Circuits Syst. Mag.* **18** 14
- [18] Mannan Z I, Yang C, Adhikari S P, Kim H 2018 *Complexity* **2018** 8405978
- [19] Mannan Z I, Adhikari S P, Kim H, Chua L O 2020 *Nonlinear Dyn.* **99** 3169
- [20] Jin P P, Wang G Y, Liang Y, Iu H H C, Chua L O 2021 *IEEE Trans. Circuits Syst. Regul. Pap.* **68** 4419
- [21] Dong Y J, Wang G Y, Wang Z R, Iu H H C, Chen L 2022 *Int. J. Bifurcation Chaos* **32** 2250058
- [22] Chua L O 2011 *Int. J. Bifurcation Chaos* **15** 3435
- [23] Chua L O, Sbitnev V, Kim H 2012 *Int. J. Bifurcation Chaos* **22** 1250098
- [24] Ahmer M, Kidwai N R, Yusuf Yasin M 2022 *Mater. Today Proc.* **51** 150

Simplification of Chua corsage memristor and hardware implementation of its neuron circuit*

Guo Hui-Meng Liang Yan[†] Dong Yu-Jiao Wang Guang-Yi

(School of Electronic Information, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

(Received 21 October 2022; revised manuscript received 15 November 2022)

Abstract

The Chua corsage memristor (CCM) is a voltage-controlled locally-active memristor, which has complex dynamic behaviors and potential applications in the field of neuromorphic computing. According to the DC V - I plot, the CCM can be classified as two-lobe, four-lobe, and six-lobe type. By analyzing their non-volatility and local activity, it is found that they have the same locally-active region and a common stable equilibrium. The mathematical models of the three CCMs are simplified based on the mechanism of neuromorphic behavior, namely, local activity. After the model simplification, the absolute value operation disappears, but the locally-active domain remains unchanged. For the simplified CCM, its small-signal equivalent circuit at the locally-active operating point is established, which is consistent with CCMs before being simplified. Hence, the model simplification does not change the small-signal characteristics of CCMs.

To further investigate the application of voltage-controlled locally-active memristor in modeling the neuromorphic behavior of neurons, the simplified CCM model is used to connect a capacitor and an inductor to construct a third-order neuron circuit. By applying theoretical analysis methods such as local activity, edge of chaos, and Lyapunov exponents, we predict the parameter domains where different neuromorphic behaviors are generated. The distribution of neuromorphic behaviors is described on a dynamic map determined by the parameters of applied voltage V_D and external inductance L . When the memristor is biased in the locally-active region, the system response changes among resting state, periodic spiking oscillation, and chaotic behaviors.

Finally, according to the simplified CCM mathematical model, the corresponding emulator circuit is designed by using three operational amplifiers, two multipliers, a current conveyor, and several resistors and capacitors. Based on the presented memristor emulator circuit, the hardware implementation of the neuron circuit is given. The experimental results verify the correctness and feasibility of the simplified CCM emulator circuit, and show that the simplified CCM-based neuron circuit can produce a variety of neuromorphic behaviors, including resting state, periodic spiking, chaotic state, bimodal response, periodic oscillation, all-or-nothing phenomenon, and spike clustering phenomenon. We expect that this work is helpful in further studying the mechanism of neuromorphic behaviors of the neuron circuit and its practical applications.

Keywords: memristor, local activity, neuron circuit, chaos, hardware implementation

PACS: 05.45.-a, 05.45.Tp, 02.30.Oz, 02.30.-f

DOI: 10.7498/aps.72.20222013

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62171173, 61771176), and the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LY20F010008).

[†] Corresponding author. E-mail: liangyan@hdu.edu.cn



蔡氏结型忆阻器的简化及其神经元电路的硬件实现

郭慧朦 梁燕 董玉姣 王光义

Simplification of Chua corsage memristor and hardware implementation of its neuron circuit

Guo Hui-Meng Liang Yan Dong Yu-Jiao Wang Guang-Yi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 070501 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222013

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222013>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

N型局部有源忆阻器的神经形态行为

Neuromorphic behaviors of N-type locally-active memristor

物理学报. 2022, 71(5): 050502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212017>

新型忆阻器神经形态电路的设计及其在条件反射行为中的应用

Design of novel memristor-based neuromorphic circuit and its application in classical conditioning

物理学报. 2019, 68(23): 238501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191023>

NbO_x 忆阻神经元的设计及其在尖峰神经网络中的应用

Design of NbO_x memristive neuron and its application in spiking neural networks

物理学报. 2022, 71(11): 110501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220141>

分数阶忆阻耦合异质神经元的多稳态及硬件实现

Multistability of fractional-order memristor-coupled heterogeneous neurons and its hardware realization

物理学报. 2022, 71(23): 230501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221525>

面向神经形态感知和计算的柔性忆阻器基脉冲神经元

Flexible memristive spiking neuron for neuromorphic sensing and computing

物理学报. 2022, 71(14): 148503 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212323>

基于忆阻器的多涡卷混沌系统及其脉冲同步控制

Memristor-based multi-scroll chaotic system and its pulse synchronization control

物理学报. 2018, 67(11): 110502 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180025>