超级里德伯原子间的稳态关联集体激发与量子纠缠*

白健男[1)] 韩嵩[2)] 陈建弟[1)] 韩海燕[1)] 严冬[1)†]

1) (长春大学理学院和材料设计与量子模拟实验室, 长春 130022)

2) (吉林交通职业技术学院汽车工程学院, 长春 130015)

(2022 年 10 月 22 日收到; 2023 年 4 月 18 日收到修改稿)

处于同一偶极阻塞区域的里德伯原子系综可以看作一个超级原子, 如果它们被捕获在两个不同的光偶极阱中, 那么每一个光偶极阱中的子原子系综可以看作为一个亚超级原子. 由于这两个亚超级原子共享不超过一个激发的里德伯原子, 所以它们会强烈地关联起来. 本文研究这两个里德伯亚超级原子的稳态关联集体激发特性和量子纠缠行为. 结果表明原子数目带来的影响非常明显: 里德伯亚超级原子越大 (包含原子数目越多), 集体激发概率越大; 最大纠缠只发生在等大的两个里德伯亚超级原子之间. 通过增加原子数目, 可以实现介观领域的量子纠缠, 对量子-经典对应的研究以及量子信息处理有着重要的作用.

关键词: 里德伯原子, 偶极阻塞, 超级原子, 里德伯集体激发, 量子纠缠

PACS: 42.50.Ct, 03.67.Bg, 42.50.Nn **DOI:** 10.7498/aps.72.20222030

1 引 言

长辐射寿命和强相互作用的特性使里德伯原子成为量子信息应用中一个非常值得研究的系统和物理平台[1–11]. 由于处在高激发里德伯态的最外层电子离原子核很远, 所以里德伯原子对外场或近邻里德伯原子的存在非常敏感. 里德伯原子具有很大的极化率, 即使很小的电场都能引起相当大的电偶极矩, 从而导致里德伯原子之间具有强烈的偶级-偶级相互作用, 这也是里德伯原子作为研究驱动耗散[12–15]自旋多体动力学系统候选者的关键原因之一. 偶极阻塞效应是里德伯原子最典型的应用物理资源. 所谓偶极阻塞效应, 指的是原子间强偶极相互作用导致一定空间范围内 (偶极阻塞区域) 里德伯态激发的强烈抑制, 在相应的阻塞区域中最多只有一个原子共振激发到里德伯态, 因而这个范围内的所有原子形成了一个“超级原子”, 它最多容纳一个共享的里德伯激发[16–19].

与单个里德伯原子相比, 里德伯超级原子具有很多优点: 由于与激光耦合的强度被提高 $\sqrt{N}$ 倍 (N 为超级原子所包含的原子数目), 因此随着原子数目的增加, 光与原子相互作用将会达到强耦合机制[20]; 超级原子由许多原子组成, 其对原子数目的波动和损失相对不敏感, 进而结合很强的长程相互作用可以作为实现耗散多体自旋模型动力学研究的理想平台和制备介观量子纠缠的有力工具.

量子纠缠由于其非经典和非局域特性, 使得它成为量子信息和量子通信任务中的基本物理资源, 例如量子隐形传态[21]、量子密码[22]、量子密钥分配[23]、量子秘密共享[24]、量子安全直接通信[25–27]、量子计算[28]等. 甚至在生物学领域的鸟类指南针[29]

* 国家自然科学基金 (批准号: 11874004, 11204019)、吉林省教育厅科学基金 (批准号: JJKH20200557KJ)、吉林省科技厅自然科学基金 (批准号: 20210101411JC) 和长春大学基金资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ydbest@126.com

© 2023 中国物理学会 Chinese Physical Society

和活细胞[30]中, 也有可能存在量子纠缠. 关于纠缠, 人们提出了许多制备纠缠的理论和实验方案[31–36]. 但是如何简单有效地制备和刻画多体纠缠, 特别是实现介观纠缠, 目前仍然是研究热点之一.

本文研究处于同一阻塞区域但捕获在不同光阱中的两个里德伯亚超级原子的稳态关联集体激发行为和纠缠性质. 通过精确求解两体 Lindblad 方程, 得到超级原子的集体激发概率和并发纠缠的解析解. 结果表明, 无论是里德伯亚超级原子集体激发行为, 还是两者之间的纠缠, 都与原子数目紧密相关, 即集体激发概率与里德伯亚超级原子数目成正比, 而最大纠缠当且仅当两个里德伯亚超级原子数目相等的时候才能达到最大值. 基于此, 可以通过增大原子数目来实现介观领域的量子纠缠, 这对量子-经典对应的物理研究[37,38]以及量子信息都有着重要的作用.

2 系统哈密顿与稳态解

如图 1(a) 所示, 当n个二能级里德伯原子被频率为ω, 拉比频率为Ω的激光场从基态$|g\rangle \equiv |5\mathrm{S}_{1/2}, F=2, m_F=1\rangle$驱动跃迁到里德伯态$|r\rangle \equiv |90\mathrm{S}, J=1/2, m_J=1/2\rangle$时, 系统的哈密顿量 ($\hbar=1$) 可以写为

$$\hat{H}=\sum_{k=1}^{n}\left(-\Delta\hat{\sigma}_{rr}^{k}+\Omega\hat{\sigma}_{rg}^{k}+\Omega^{*}\hat{\sigma}_{rg}^{k}\right)+\sum_{l<k}^{n}V_{lk}\hat{\sigma}_{rr}^{l}\hat{\sigma}_{rr}^{k}. \tag{1}$$

式中$\Delta=\omega-\omega_{rg}$为单光子失谐; $\hat{\sigma}_{\mu\upsilon}^{k}=|\mu\rangle_k\langle\upsilon|$为第$k$个原子的跃迁 ($\mu\neq\upsilon$)或投影 ($\mu=\upsilon$)算符; $V_{lk}=C_6/|\boldsymbol{r}_l-\boldsymbol{r}_k|^6$为激发到里德伯态$|r\rangle$的两个原子之间的相互作用势, 其中$\boldsymbol{r}_l$和$\boldsymbol{r}_k$为两个原子的位置坐标, C_6为范德瓦耳斯常数[39].

如果$V_{lk}\gg\Omega$, 则表示原子系综中所有原子都在同一个偶极阻塞区域内, 故有两种可能: 所有原子都处于基态$|G\rangle=|g\rangle^{\otimes n}$和只有一个原子被激发到里德伯态$|R\rangle=\sum_k^n|g_1,\cdots,r_k,\cdots,g_n\rangle/\sqrt{n}$. 显而易见, 原子系综完全可以用二能级的里德伯超级原子 (简称超级原子) 来刻画, 能级分别为集体基态$|G\rangle$和集体激发态$|R\rangle$. 因此, 系统哈密顿 (1) 式可以简化为

$$\hat{H}_{\mathrm{eff}}=-\Delta\hat{\Sigma}_{RR}+\sqrt{n}\Omega\left(\hat{\Sigma}_{GR}+\hat{\Sigma}_{RG}\right). \tag{2}$$

其中$\hat{\Sigma}_{\mu\upsilon}=|\mu\rangle\langle\upsilon|$为超级原子的跃迁 ($\mu\neq\upsilon$)或投影 ($\mu=\upsilon$)算符. 这里, 可以看到在$|G\rangle\leftrightarrow|R\rangle$跃迁过程中, 拉比频率增强了$\sqrt{n}$倍, 这也是超级原子的典型特征之一.

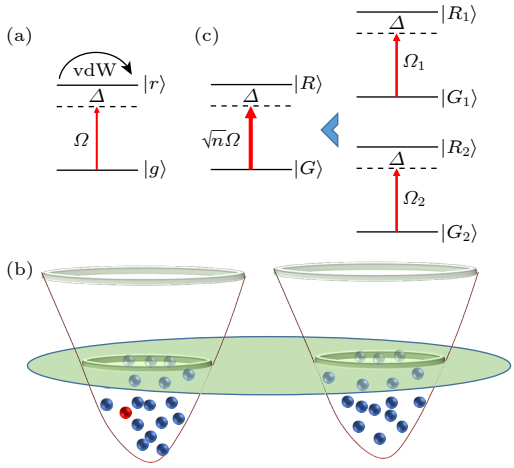

图 1 (a) 二能级里德伯原子的能级结构. 基态$|g\rangle$和里德伯态$|r\rangle$通过单模激光场 (Ω为拉比频率; Δ为单光子失谐) 耦合, 两个同时激发到里德伯态的原子之间存在范德瓦耳斯势 (vdW) 相互作用. (b) 处于同一偶极阻塞区域但是捕获在两个光偶极阱中的原子系综最多共享一个里德伯原子 (红色小球). (c) 里德伯超级原子的能级结构. 整个原子系综可以看作一个里德伯超级原子 (左图), 而两个光偶极阱中的子原子系综 (原子数目分别为n_1和n_2) 可以看作是较小的两个亚里德伯超级原子 (右图). 右图中有效拉比频率分别为$\Omega_1=\sqrt{n_1}(1-\langle\hat{\Sigma}_{R_2R_2}\rangle)\Omega$ 和 $\Omega_2=\sqrt{n_2}(1-\langle\hat{\Sigma}_{R_1R_1}\rangle)\Omega$, 这里$\langle\cdot\rangle$代表任意量子态的平均值

Fig. 1. (a) Level structure of a two-level Rydberg atom, the ground state $|g\rangle$ and the Rydberg state $|r\rangle$ are coupled by the single-mode field with Rabi frequency Ω and single-photon detuning Δ. Two Rydberg atoms interact via a van der Waals (vdW) potential. (b) All atoms are loaded in two optical dipole traps but in the same the blockade region represented by big green circle. The red pellet denotes an atom excited to the Rydberg state. (c) Level structures of a superatom containing n atoms and a sub superatom containing n_1 (n_2) atoms, respectively. They represent the whole atomic ensemble, and the sub-ensemble of n_1 (n_2) atoms trapped in one optical dipole trap.

进一步将原子捕获在两个具有明显空间分离的光偶极阱中, 如图 1(b) 所示, 其中一个包含n_1个原子, 另一个包含n_2个原子, $n_2=n-n_1$ (注意: 所有原子始终保持在同一阻塞区域, 后面所有的计算都是以此为前提, 具体实验参数见文献 [39]). 此时, 这个超级原子能够分裂为两个较小的里德伯亚超级原子 (简称亚超级原子), 分别含有n_1和n_2个原子[39](亚超级原子的大小用包含的原子数目来衡量), 如图 1(c) 所示. 每个亚超级原子都是二能级

结构, 基态和激发态分别为

$$|G_\mu\rangle = |g\rangle^{\otimes n_\mu},$$

$$|R_\mu\rangle = \sum_k^{n_\mu} \frac{|g_1,\ \cdots,\ r_k,\ \cdots,\ g_{n_\mu}\rangle}{\sqrt{n_\mu}} \quad (\mu = 1,\ 2).$$

在此基础上, 它们的集体算符可以写为

$$\hat{\Sigma}_{G_\mu G_\mu} = |G_\mu\rangle\langle G_\mu|,\ \hat{\Sigma}_{R_\mu R_\mu} = |R_\mu\rangle\langle R_\mu|,$$

$$\hat{\Sigma}_{R_\mu G_\mu} = |R_\mu\rangle\langle G_\mu|,\ \hat{\Sigma}_{G_\mu R_\mu} = |G_\mu\rangle\langle R_\mu|.$$

进而, 找到单个超级原子与两个亚超级原子的关系:

$$\begin{aligned}
\hat{\Sigma}_{GG} &= \hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2},\\
\hat{\Sigma}_{RR} &= \left(n_1\hat{\Sigma}_{R_1R_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2} + n_2\hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{R_2R_2} + \sqrt{n_1n_2}\hat{\Sigma}_{R_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2R_2} + \sqrt{n_1n_2}\hat{\Sigma}_{G_1R_1}\hat{\Sigma}_{R_2G_2}\right)/n,\\
\hat{\Sigma}_{RG} &= \left(\sqrt{n_1}\hat{\Sigma}_{R_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2} + \sqrt{n_2}\hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{R_2G_2}\right)/\sqrt{n},\\
\hat{\Sigma}_{GR} &= \left(\sqrt{n_1}\hat{\Sigma}_{G_1R_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2} + \sqrt{n_2}\hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2R_2}\right)/\sqrt{n}.
\end{aligned}$$

将此关系代入哈密顿量 (2) 式, 则可以进一步得到

$$\begin{aligned}
H_{\text{eff}} = &-\frac{\varDelta}{n}\left(n_1\hat{\Sigma}_{R_1R_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2} + n_2\hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{R_2R_2}\right) - \frac{\sqrt{n_1n_2}\varDelta}{n}\left(\hat{\Sigma}_{G_1R_1}\hat{\Sigma}_{R_2G_2} + \hat{\Sigma}_{R_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2R_2}\right)\\
&+\varOmega\left(\sqrt{n_1}\hat{\Sigma}_{R_1G_1}\hat{\Sigma}_{G_2G_2} + \sqrt{n_2}\hat{\Sigma}_{G_1G_1}\hat{\Sigma}_{R_2G_2} + \text{H.c.}\right).
\end{aligned} \tag{3}$$

从 (3) 式可以看到, 两个亚超级原子是强烈关联在一起的. 例如: 前两项表示一个亚超级原子的激发是以另一个亚超级原子不激发为前提.

将哈密顿量 (2) 式代入 Lindblad 方程并得到主导单个超级原子系统演化的动力学方程:

$$\partial_t\rho_{GG} = 2\gamma\rho_{RR} + \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega(\rho_{RG} - \rho_{GR}), \quad \partial_t\rho_{GR} = -\mathrm{i}(\varDelta - \mathrm{i}\gamma)\rho_{GR} - \mathrm{i}\sqrt{n}\varOmega(\rho_{RR} - \rho_{GG}). \tag{4}$$

式中, γ 为相干弛豫速率. 同时还有约束条件: $\rho_{RG} = \rho_{GR}^*$ 和 $\rho_{GG} + \rho_{RR} = 1$. 其中 ρ_{RG} 和 ρ_{GR} 为里德伯超级原子的跃迁算符, ρ_{GG} 和 ρ_{RR} 为里德伯超级原子的投影算符.

同理, 将哈密顿量 (3) 式代入两体 Lindblad 方程, 得到主导两个亚超级原子系统满足的动力学方程:

$$\begin{aligned}
\partial_t\rho_{G_1G_1,G_2G_2} &= 2\gamma(\rho_{G_1G_1,R_2R_2} + \rho_{R_1R_1,G_2G_2}) + \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega(\rho_{G_1R_1,G_2G_2} - \rho_{R_1G_1,G_2G_2})\\
&\quad + \mathrm{i}\sqrt{n_2}\varOmega(\rho_{G_1G_1,G_2R_2} - \rho_{G_1G_1,R_2G_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1G_1,G_2R_2} &= -2\gamma(1/2\rho_{G_1G_1,G_2R_2} - \rho_{R_1R_1,G_2R_2}) + \mathrm{i}\sqrt{n_2}\varOmega(\rho_{G_1G_1,G_2G_2} - \rho_{G_1G_1,R_2R_2})\\
&\quad - \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega\rho_{R_1G_1,G_2R_2} - \mathrm{i}\varDelta/n(n_2\rho_{G_1G_1,G_2R_2} + \sqrt{n_1n_2}\rho_{G_1R_1,G_2G_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1G_1,R_2R_2} &= -2\gamma(\rho_{G_1G_1,R_2R_2} - \rho_{R_1R_1,R_2R_2}) - \mathrm{i}\sqrt{n_2}\varOmega(\rho_{G_1G_1,G_2R_2} - \rho_{G_1G_1,R_2G_2})\\
&\quad - \mathrm{i}\varDelta\sqrt{n_1n_2}/n(\rho_{G_1R_1,R_2G_2} - \rho_{R_1G_1,G_2R_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1R_1,G_2G_2} &= -2\gamma(1/2\rho_{G_1R_1,G_2G_2} - \rho_{G_1R_1,R_2R_2}) + \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega(\rho_{G_1G_1,G_2G_2} - \rho_{R_1R_1,G_2G_2})\\
&\quad - \mathrm{i}\sqrt{n_2}\varOmega\rho_{G_1R_1,R_2G_2} - \mathrm{i}\varDelta/n(n_1\rho_{G_1R_1,G_2G_2} + \sqrt{n_1n_2}\rho_{G_1G_1,G_2R_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1R_1,G_2R_2} &= -2\gamma\rho_{G_1R_1,G_2R_2} - \mathrm{i}\varOmega(\sqrt{n_1}\rho_{R_1R_1,G_2R_2} + \sqrt{n_2}\rho_{G_1R_1,R_2R_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1R_1,R_2G_2} &= -2\gamma\rho_{G_1R_1,R_2G_2} - \mathrm{i}\varOmega(\sqrt{n_2}\rho_{G_1R_1,G_2G_2} - \sqrt{n_1}\rho_{G_1G_1,R_2G_2})\\
&\quad - \mathrm{i}\varDelta/n(n_1\rho_{G_1R_1,R_2G_2} - n_2\rho_{G_1R_1,R_2G_2}) - \mathrm{i}\varDelta\sqrt{n_1n_2}/n(\rho_{G_1G_1,R_2R_2} - \rho_{R_1R_1,G_2G_2}),\\
\partial_t\rho_{G_1R_1,R_2R_2} &= -3\gamma\rho_{G_1R_1,R_2R_2} - \mathrm{i}\sqrt{n_2}\varOmega\rho_{G_1R_1,G_2R_2} + \mathrm{i}\varDelta/n(n_2\rho_{G_1R_1,R_2R_2} + \sqrt{n_1n_2}\rho_{R_1R_1,G_2R_2}),\\
\partial_t\rho_{R_1R_1,G_2G_2} &= -2\gamma(\rho_{R_1R_1,G_2G_2} - \rho_{R_1R_1,R_2R_2}) - \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega(\rho_{G_1R_1,G_2G_2} - \rho_{R_1G_1,G_2G_2})\\
&\quad + \mathrm{i}\varDelta\sqrt{n_1n_2}/n(\rho_{G_1R_1,R_2G_2} - \rho_{R_1G_1,G_2R_2}),\\
\partial_t\rho_{R_1R_1,G_2R_2} &= -3\gamma\rho_{R_1R_1,G_2R_2} - \mathrm{i}\sqrt{n_1}\varOmega\rho_{G_1R_1,G_2R_2} + \mathrm{i}\varDelta/n(n_1\rho_{R_1R_1,G_2R_2} + \sqrt{n_1n_2}\rho_{G_1R_1,R_2R_2}).
\end{aligned} \tag{5}$$

这里, $\rho_{ij,mn}$下标中 ij 和 mn 分别代表第 1 个和第 2 个亚超级原子. 同时还有下面的约束条件:

$$\rho_{G_1G_2,R_1R_2} = (\rho_{G_2G_1,R_2R_1})^*,$$

$$\rho_{G_1G_1,G_2G_2} + \rho_{G_1G_1,R_2R_2} + \rho_{R_1R_1,G_2G_2} + \rho_{R_1R_1,R_2R_2} = 1.$$

令 (4) 式和 (5) 式中的微分方程组左端为 0, 可以得到系统密度矩阵的稳态解. 对于单个超级原子的情况, 在基矢 $\{|GG\rangle, |RR\rangle\}$下有

$$\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}} = \frac{1}{\beta}\begin{pmatrix} |\alpha|^2 + n\Omega^2 & \sqrt{n}\alpha^*\Omega \\ \sqrt{n}\alpha\Omega & n\Omega^2 \end{pmatrix}. \tag{6}$$

其中 $\alpha = \Delta + \mathrm{i}\gamma$ 和 $\beta = |\alpha|^2 + 2n\Omega^2$.

而对于两个亚超级原子, 在基矢 $\{|G_1G_2\rangle, |G_1R_2\rangle, |R_1G_2\rangle, |R_1R_2\rangle\}$ 下有

$$\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}} = \frac{1}{\beta}\begin{pmatrix} \beta - (n_1+n_2)\Omega^2 & \sqrt{n_2}\Omega\alpha & \sqrt{n_1}\Omega\alpha & 0 \\ \sqrt{n_2}\Omega\alpha^* & n_2\Omega^2 & \sqrt{n_1n_2}\Omega^2 & 0 \\ \sqrt{n_1}\Omega\alpha^* & \sqrt{n_1n_2}\Omega^2 & n_1\Omega^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

在此基础上, 通过计算部分迹 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}_{1(2)} = \mathrm{tr}_{2(1)}\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}$ 可得描述每个亚超级原子的稳态密度矩阵:

$$\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}_{1(2)} = \frac{1}{\beta}\begin{bmatrix} \left(n_{1(2)} + 2n_{2(1)}\right)\Omega^2 + |\alpha|^2 & \sqrt{n_{1(2)}}\Omega\alpha \\ \sqrt{n_{1(2)}}\Omega\alpha^* & n_{1(2)}\Omega^2 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

进而, 由 (7) 式和 (8) 式可以得到超级原子 (整个原子系综) 和它的两个亚超级原子 (每个光偶极阱中的子原子系综) 的稳态激发概率, 分别是

$$P = \langle R|\,\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}\,|R\rangle = \frac{(n_1+n_2)\Omega^2}{2(n_1+n_2)\Omega^2 + \Delta^2 + \gamma^2},$$

$$P_i = \langle R_i|\,\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}_i\,|R_i\rangle = \frac{n_i\Omega^2}{2(n_1+n_2)\Omega^2 + \Delta^2 + \gamma^2} \quad (i = 1,\ 2).$$

根据偶极阻塞效应, 一定有 $P = P_1 + P_2$. 需要指出的是, 当亚超级原子个数增大到三个或三个以上往往不能得到密度矩阵的解析解, 只能通过数值计算来分析求解.

原子间的偶极-偶极相互作用是产生量子纠缠的根本原因, 而偶极阻塞效应会直接影响稳态纠缠的类别. 这里采用并发纠缠来量度两个亚超级原子之间的稳态纠缠行为, 原因就在于此情况下它是充分必要的. 其定义为

$$C(\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}) = \max\{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4, 0\}, \tag{9}$$

这里 $\lambda_i (i = 1,\ 2,\ 3,\ 4)$ 是矩阵 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}(\boldsymbol{\sigma}_{1y}\otimes\boldsymbol{\sigma}_{1y})\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}*}(\boldsymbol{\sigma}_{1y}\otimes\boldsymbol{\sigma}_{1y})$ 本征值的平方根, 它们按照降序排列, $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}*}$ 是 $\boldsymbol{\rho}^{\mathrm{s}}$ 的复共轭. $\boldsymbol{\sigma}_{iy} (i = 1,\ 2)$ 是泡利矩阵:

$$\boldsymbol{\sigma}_{iy} = \begin{pmatrix} 0 & -\mathrm{i} \\ \mathrm{i} & 0 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

将 (7) 式代入并发纠缠的定义 (9) 式, 直接得到

$$C = \frac{2\sqrt{n_1n_2}\Omega^2}{2(n_1+n_2)\Omega^2 + \Delta^2 + \gamma^2}. \tag{11}$$

有了这个解析的结果, 可以度量两个亚超级原子之间的纠缠. 由 (11) 式可知, 在本系统中有 $0 \leqslant C \leqslant 0.5$. $C = 0.5$ 表示能够处于的最大纠缠程度, 而 $C = 0$ 表明它们之间没有纠缠.

3 结果与讨论

由第 2 节的解析推导结果可知, 无论是单个超级原子的稳态集体激发还是其两个亚超级原子之间的稳态纠缠都与原子数目有着密切的联系. 如图 2(a) 所示, 当整个原子系综的数目固定 ($n = n_1 + n_2$), 亚超级原子激发概率 $P_{1(2)}$ 与它包含的原子数目成正比, 而单个超级原子的稳态布居为 $P \simeq 0.5$. 这是因为整个原子系综是非局域的均匀介质, 集体激发概率为 0.5 并被所有原子等概率共享, 所以亚超级原子越大, 它的集体激发概率就越大, 相同的集体激发概率只发生在两个亚超级原子等大的情况. 另一方面, 共享里德伯原子使得两个亚超级原子强烈地纠缠起来. 从图 2(b) 可以看出, 并发纠缠对原子数目比较敏感, 同时关于 $n_1 = 21$ 对称, 这种对称性不但与亚超级原子的集体激发概率有关, 也与系统最接近的纠缠态的形式 $(|G_1\rangle|G_2\rangle + |R_1\rangle|R_2\rangle)/\sqrt{2}$ 紧密关联. 这点从 (11) 式也可以证明, 只有 $n_1 = n_2 = n/2$ 才有最大值 $C = 0.5$.

从图 2(b) 可以看出, 当两个亚超级原子大小具有很小的差异时 ($n_1 - n_2 = 1$ 保持不变), 总原

子数n较小的时候, 它们之间的里德伯集体激发差异非常明显, 并且因为系统有效拉比频率 ($\sqrt{n}\Omega$) 较弱, 不足以让总的稳态里德伯集体激发达到 0.5, 同时并发纠缠也达不到最大值 0.5. 随着总原子数目的增加至$n \geqslant 81$, 显而易见, 无论是稳态的集体激发还是并发纠缠都对原子数目差异免疫. 并且这个结论可以继续推广: 当两个亚超级原子大小差异与系统的总原子数相比较小时, 它们的稳态行为相近. 这说明里德伯超级原子对原子数波动较小和损失相对不敏感, 因此可以更好地用在量子操控上.

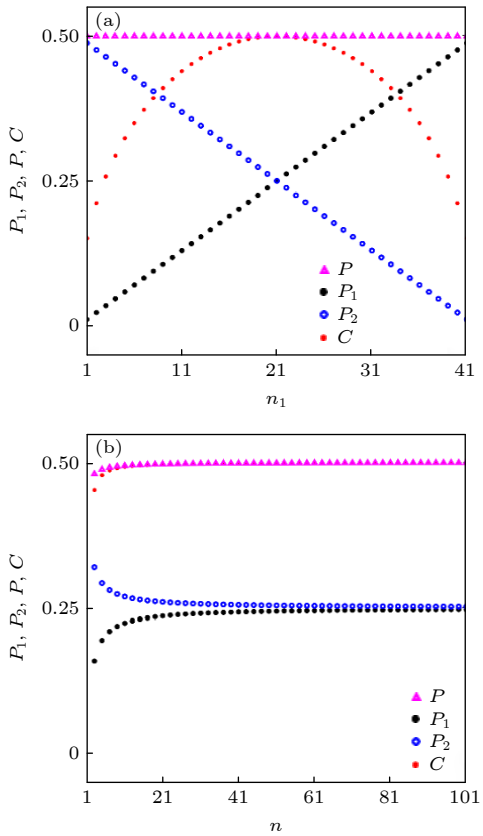

图 2 $\Omega/\gamma = 2.0$, $\Delta = 0$时, 稳态超级原子和亚超级原子激发概率 P, P_1, P_2以及并发纠缠 C作为 (a) 亚超级原子中数目 n_1 ($n = n_1 + n_2 = 42$保持不变) 和 (b) 总原子数 n (其 $n_2 - n_1 = 1$保持不变) 的函数

Fig. 2. Steady-state excitation probabilities of superatoms, sub-superatom P, P_1, P_2 and the concurrence C as a function of the number n_1 for fixed $n = n_1 + n_2 = 42$ (a) and the total number n of atoms for fixed $n_2 - n_1 = 1$ (b) with $\Omega/\gamma = 2.0$, $\Delta = 0$.

下面考察拉比频率对系统稳态行为的影响. 这里只考虑关联激发以及纠缠性质. 如图 3 所示, 较弱的共振激光 ($\Omega/\gamma \leqslant 2$) 不能完全激发两个亚超级原子, 因而纠缠也达不到最大值. 但是当拉比频率满足$\Omega/\gamma \geqslant 2$时, 两者分别接近其饱和值:

$$P_{1(2)} = \frac{n_{1(2)}}{2(n_1 + n_2)}, \quad C = \frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{2(n_1 + n_2)}.$$

具体来讲, 无论拉比频率多大, 亚超级原子激发概率都与原子数目成正比, 所以当它们大小相差悬殊的情况下, 较小的那个激发概率一定接近 0. 同时由图 3(a) 和图 3(c) 可以看到, 交换n_1和n_2, 则两个亚超级原子的激发概率也会交换, 但是不会改变纠缠. 对于纠缠, 这种交换不变性还体现在实现相同程度的纠缠, 可以是不同强度的拉比频率, 只是需要精细地调整两个亚超级原子中的原子数目, 而总原子数目可以保持不变 (图 3(a), (b) 中并发纠缠 C曲线). 当然, 最大的并发纠缠值$C = 0.5$会出现在激发饱和, 并且等大的两个亚超级原子之间. 更重要的是, 只要满足上述条件, 实现$C = 0.5$的纠缠就与原子的数目无关了, 因而可以根据实验条件来自由地调节原子的数目.

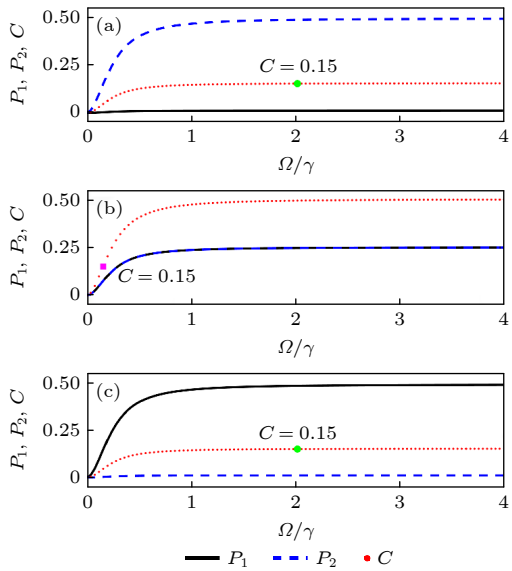

图 3 $\Delta = 0$时, 稳态亚超级原子激发概率 P_1, P_2以及并发纠缠 C作为 Ω/γ的函数 (绿色实心圆点和粉色正方形点代表$C = 0.15$) (a) $n_1 = 1$, $n_2 = 41$; (b) $n_1 = 21$, $n_2 = 21$; (c) $n_1 = 41$, $n_2 = 1$

Fig. 3. Steady-state excitation probabilities of sub-superatoms P_1, P_2 and the concurrence C as a function of Ω/γ with $\Delta = 0$: (a) $n_1 = 1$, $n_2 = 41$; (b) $n_1 = 21$, $n_2 = 21$; (c) $n_1 = 41$, $n_2 = 1$.

现在分别选择 $\Omega/\gamma = 0.25$和 $\Omega/\gamma = 2$来探究失谐对系统稳态的行为. 从图 4 可看出, 当两个亚超级原子大小确定, 无论激光强弱, 激发和纠缠是否饱和, 最大值都出现在共振位置, 并且以$\Delta/\gamma = 0$为对称轴. 这是因为失谐导致系统的有效拉比频率

降低, 它们分别满足

$$P_{1(2)} \propto \frac{b}{(\Delta/\gamma)^2 + a},$$

$$C \propto \frac{c}{(\Delta/\gamma)^2 + a} \quad (a, b, c\text{均为常数}).$$

具体来讲, 当激光不够强的情况下, 激发和纠缠都不能达到最大值 0.5; 而当激光足够强, 其饱和值 0.5 是可以达到的. 这说明整个原子系综的非局域性与失谐 (有效拉比频率) 没有关系. 由于失谐直接影响有效拉比频率, 所以从图 4 能看出原子数目对激发概率和纠缠的影响类似于拉比频率带来的影响.

最后, 考察原子数目、拉比频率以及失谐如何整体主导系统稳态响应. 图 5(a1) 和图 5(b2) 表明, 激发概率与亚超级原子大小成正比, 因此当总原子数固定, 它们两个的激发呈现互补行为 (激发概率和为 0.5). 较小的拉比频率不能使系统激发到饱和 (0.5), 因此正负失谐会相同程度地降低有效拉

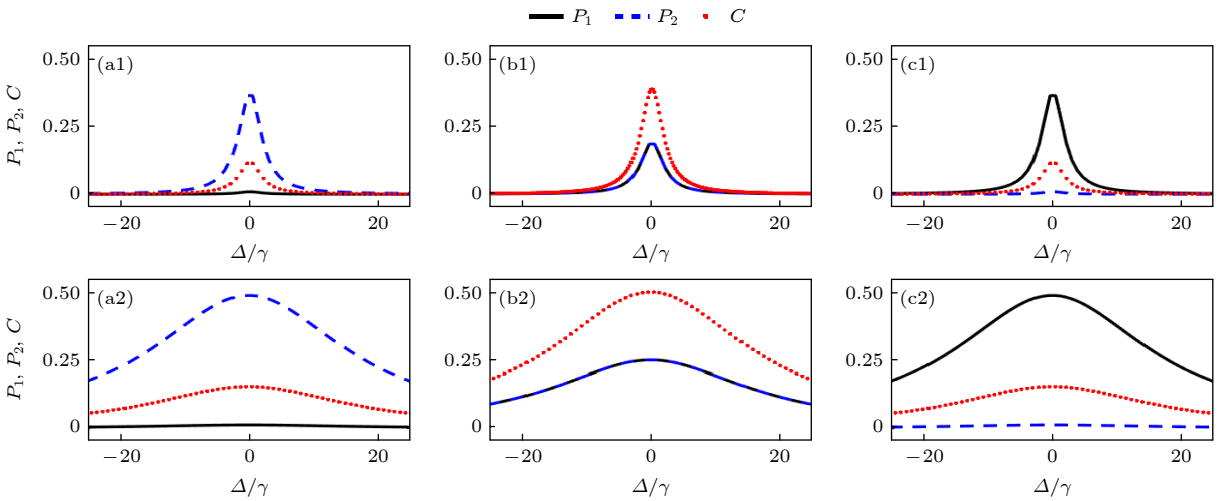

图 4 $\Omega/\gamma = 0.2$ (第一行) 和 $\Omega/\gamma = 2$ (第二行) 下, 稳态亚超级原子激发概率 P_1, P_2 以及并发纠缠 C 作为 Δ/γ 的函数 (a1), (a2) $n_1 = 1$, $n_2 = 41$; (b1), (b2) $n_1 = 21$, $n_2 = 21$; (c1), (c2) $n_1 = 41$, $n_2 = 1$

Fig. 4. Steady-state excitation probabilities of sub-superatoms P_1, P_2 and the concurrence C as a function of Δ/γ with $\Omega/\gamma = 0.2$ (the first row) and $\Omega/\gamma = 2$ (the second row): (a1), (a2) $n_1 = 1$, $n_2 = 41$; (b1), (b2) $n_1 = 21$, $n_2 = 21$; (c1), (c2) $n_1 = 41$, $n_2 = 1$.

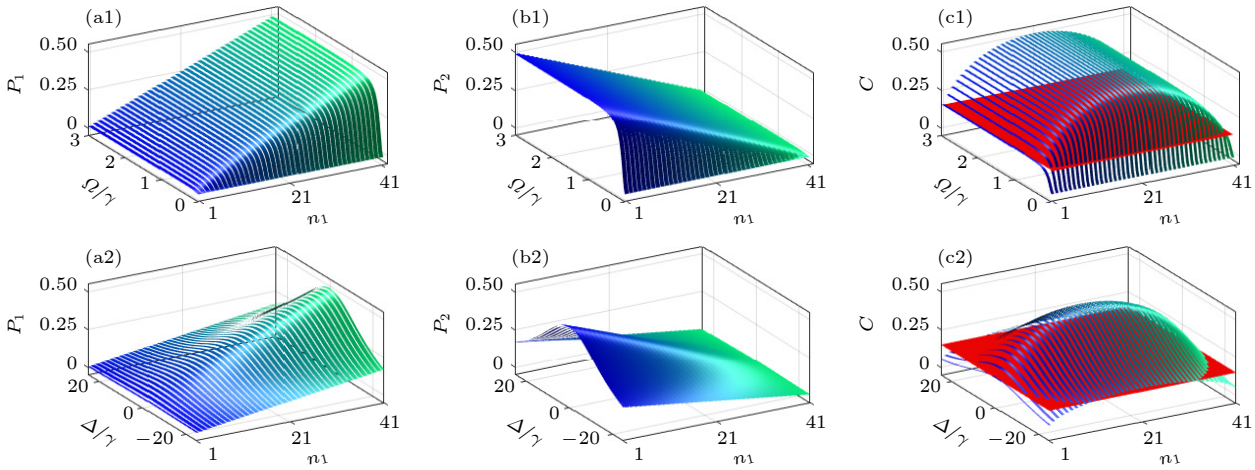

图 5 (a1)—(c1) $\Delta = 0$ 时, 稳态亚超级原子激发概率 P_1, P_2 以及并发纠缠 C 作为 Ω/γ 和 n_1 函数; (a2)—(c2) $\Omega/\gamma = 2$ 时, 稳态亚超级原子激发概率 P_1, P_2 以及并发纠缠 C 作为 Δ/γ 和 n_1 函数; (c1), (c2) 红色截面代表 $C \equiv 0.15$ 的平面, 其他参数 $n = 42$

Fig. 5. (a1)–(c1) Steady-state excitation probabilities of sub-superatoms P_1, P_2 and the concurrence C as a function of Ω/γ and n_1 with $\Delta = 0$; (a2)–(c2) the steady-state excitation probabilities of sub-superatoms P_1, P_2 and the concurrence C as a function of Δ/γ and n_1 with $\Omega/\gamma = 2$; (c1), (c2) the red cross sections in panel (c1) and (c2) denote $C \equiv 0.15$, other parameter is $n = 42$.

比频率, 从而呈现出以共振线为轴的对称图样. 由图 5(c1) 和图 5(c2) 可以看出, 基于纠缠响应关于 $n_1 = n_2 = n/2$的对称性, 可以判断出生成的纠缠态形为 $(|G_1\rangle|G_2\rangle + |R_1\rangle|R_2\rangle)/\sqrt{2}$. 同时, $C \equiv 0.15$ 平面与纠缠曲线有多个交点说明实现相同的纠缠能够对应不同的参数. 这为灵活制备纠缠提供了理论依据.

4 结 论

综上所述, 基于偶极阻塞效应, 研究了两个强关联亚超级原子的稳态关联激发和量子纠缠性质. 结果表明: 每一个的集体激发概率都与包含的原子个数成正比, 基于共享里德伯原子的关联性, 当系统固定下来, 它们的激发呈现互补行为. 它们之间的最大纠缠仅当两个亚超级原子等大的时候才出现, 而且这个条件固定下来, 同步调整原子数目, 不会影响纠缠程度, 这为灵活制备鲁棒性更好的量子纠缠态提供了理论依据. 同时, 通过增加原子数目, 可以实现介观领域的量子纠缠, 对量子-经典对应的研究以及量子信息的发展有着重要的作用.

参考文献

[1] Martin G 2015 *Phys. Rev. A* **92** 013629
[2] Zhou M T, Liu J T, Sun P F, An Z Y, Li J, Bao X H, Pan J W 2020 *Phys. Rev. A* **102** 013706
[3] Pitalúa-García D 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 210402
[4] Rao D D B, Klaus M 2014 *Phys. Rev. A* **89** 030301
[5] Gorniaczyk H, Tresp C, Schmidt J, Fedder H, Hofferberth S 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 053601
[6] David P, Georgios M N 2014 *Phys. Rev. A* **89** 013419
[7] Li D X, Shao X Q 2018 *Phys. Rev. A* **98** 062338
[8] Mario B, Fernando G, Brandão S L 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 040504
[9] Feng D, Hu X Y 2020 *Phys. Rev. A* **102** 042404
[10] Dong Y, Zhang S Y, Wang Y, Duan L M, Deng D L 2022 *Phys. Rev. R* **4** 023095
[11] Zhang C H, Peter G, Wolynes, Martin G 2022 *Phys. Rev. A* **105** 033322
[12] Parmee C D, Cooper N R 2018 *Phys. Rev. A* **97** 053616
[13] Bhaktavatsala R D D, Klaus M 2014 *Phys. Rev. A* **90** 062319
[14] Thomas M, Ivana V, Michael J H, Walter H 2016 *Phys. Rev. A* **94** 013809
[15] Soriente M, Donner T, Chitra R, Zilberberg O 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 183603
[16] Stanojevic J, Côté R 2009 *Phys. Rev. A* **80** 033418
[17] Johannes Z, Peter S, Sebastian H 2015 *Phys. Rev. X* **5** 031015
[18] Fabian L 2017 *New J. Phys.* **19** 113014
[19] Zhao P Z, Wu X, Xing T H, Xu G F, Tong D M 2018 *Phys. Rev. A* **98** 032313
[20] Asaf P, Christoph B, Jan K, Christoph T, Ivan M 2017 *Phys. Rev. X* **7** 041010
[21] Luo Y H, Zhong H S, Manuel E, Wang X L, Peng L, Mario K, Xiao J, Li L, Liu N L, Lu C Y, Anton Z, Pan J W 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 070505
[22] Nicolas G, Grégoire R, Wolfgang T, Hugo Z 2002 *Rev. Mod. Phys.* **74** 145
[23] Scarani V, Bechmann-Pasquinucci H, Cerf N J, Dušek M, Lütkenhaus N, Peev M 2009 *Rev. Mod. Phys.* **81** 1301
[24] Damian M, Barry C S 2008 *Phys. Rev. A* **78** 042309
[25] Zhu A D, Xia Y, Fan Q B, Zhang S 2006 *Phys. Rev. A* **73** 022338
[26] Li X H, Deng F G, Zhou H Y 2006 *Phys. Rev. A* **74** 054302
[27] Li T, Long G L 2020 *New J Phys.* **22** 063017
[28] Robert R, Daniel E, Browne Hans J, Briegel 2003 *Phys. Rev. A* **68** 022312
[29] James A P, Zhang Y T, Gennady P B, Sabre K 2013 *Phys. Rev. E* **87** 062704
[30] Li T, Yin Z Q 2016 *Sci. Bull.* **61** 163
[31] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, Horodecki K 2009 *Rev. Mo. Phys.* **81** 865
[32] Deng D L, Li X, Das Sarma S 2017 *Phys. Rev. X* **7** 021021
[33] Ji Y Q, Liu Y L, Zhou S J, Xiu X M, Dong L, Dong H K, Gao Y J, Yi X X 2019 *Phys. Rev. A* **99** 023808
[34] Wang T J, Lu Y, Long G L 2012 *Phys. Rev. A* **86** 042337
[35] Kiesel N, Schmid C, Tóth G, Solano E, Weinfurter H 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 063604
[36] Nicolas L 2016 *Phys. Rep.* **6** 008
[37] Maksym K, Cao J S 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 180405
[38] Salcedo L L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 022127
[39] Yan D, Bai W J, Bai J N, Chen L, Han H Y, Wu J H 2022 *Photonics* **9** 242

Correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg superatoms in steady state*

Bai Jian-Nan [1)] Han Song [2)] Chen Jian-Di [1)] Han Hai-Yan [1)] Yan Dong [1)†]

1) (*School of Science and Key Laboratory of Materials Design and Quantum Simulation, Changchun University, Changchun* 130022, *China*)

2) (*School of Automotive Engineering, Jilin Communications Polytechnic, Changchun* 130015, *China*)

(Received 22 October 2022; revised manuscript received 18 April 2023)

Abstract

Owing to the unique physical characteristics of Rydberg atoms, which play an important role in quantum information and quantum computation, the theoretical and applied research of Rydberg atoms have become the hot spots of scientific research in recent years. With the large polarizability of Rydberg atoms, even a small electric field could cause a considerable electric dipole moment, resulting in a strong dipole-dipole interaction between Rydberg atoms. The multiple excitations of the Rydberg states are strongly inhibited because of the strong dipole interaction between atoms within a mesoscopic interaction (blockade) region. We call this phenomenon the dipole blockade effect. The dipole blockade effect makes it possible to build single-photon quantum devices, implement quantum gates, generate quantum entanglement, and simulate many-body quantum problems, etc.

A Rydberg atomic ensemble in the same blockade region can be regarded as a superatom. In the same way, if these atoms trapped in two optical dipole traps, each sub-ensemble can be considered as a sub-superatom which is closely related to the superatom. According to the fact that two Rydberg sub-superatoms can be strongly correlated due to sharing no more than one excited Rydberg atom, we study correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg sub-superatoms in a steady state. With the superatom model, the problem of exponentially increasing system size with the number of atoms can be circumvented to a certain extent in studying many-body physics. By solving the two-body Lindblad's master equation accurately, we obtain the analytical expressions for the collective excitation probabilities of the two sub-superatoms, and the concurrence measuring the bipartite entanglement between them. Our results show that they are all sensitive to the number of atoms in each Rydberg superatom: the bigger (including more atoms) the Rydberg superatom, the higher the collective Rydberg excitation probability is. And that the maximally entangled state can only be obtained with two equal-sized Rydberg superatoms. When this condition is fulfilled, the mesoscopic entanglement can be generated by adding the number of atoms in each Rydberg superatom. This may provide an attractive platform for studying the quantum-classical correspondence and have potential promising applications in quantum information processing.

Keywords: Rydberg atom, dipole blockade, superatom, Rydberg collective excitation, quantum entanglement

PACS: 42.50.Ct, 03.67.Bg, 42.50.Nn **DOI:** 10.7498/aps.72.20222030

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11874004, 11204019), the Science Foundation of Education Department of Jilin Province, China (Grant No. JJKH20200557KJ), the Nature Science Foundation of Science and Technology Department of Jilin Province, China (Grant No. 20210101411JC), and the Science Foundation of Changchun University, China.

† Corresponding author. E-mail: ydbest@126.com

物理学报 Acta Physica Sinica

Chinese Physical Society

Institute of Physics, CAS

超级里德伯原子间的稳态关联集体激发与量子纠缠

白健男　韩嵩　陈建弟　韩海燕　严冬

Correlated collective excitation and quantum entanglement between two Rydberg superatoms in steady state

Bai Jian-Nan　Han Song　Chen Jian-Di　Han Hai-Yan　Yan Dong

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 72, 124202 (2023)　DOI: 10.7498/aps.72.20222030

在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.72.20222030

当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三体里德堡超级原子的关联动力学研究

Correlated dynamics of three-body Rydberg superatoms

物理学报. 2022, 71(1): 014202　https://doi.org/10.7498/aps.71.20211284

稀薄里德伯原子气体中的两体纠缠

Two-body entanglement in a dilute gas of Rydberg atoms

物理学报. 2018, 67(3): 034202　https://doi.org/10.7498/aps.67.20172052

基于里德伯超级原子快速制备三粒子单重态

Fast generation of three-atom singlet state with Rydberg superatom

物理学报. 2021, 70(12): 120301　https://doi.org/10.7498/aps.70.20201841

里德伯电磁感应透明中的相位

Phase in Rydberg electromagnetically induced transparency

物理学报. 2019, 68(8): 084203　https://doi.org/10.7498/aps.68.20181938

基于共振里德伯偶极-偶极相互作用的双反阻塞机制及量子逻辑门的实现

Implementation of the Rydberg double anti-blockade regime and the quantum logic gate based on resonant dipole-dipole interactions

物理学报. 2021, 70(13): 134202　https://doi.org/10.7498/aps.70.20210059

里德伯原子的射频脉冲响应特性

Response characteristics of radio frequency pulse of Rydberg atoms

物理学报. 2022, 71(20): 207402　https://doi.org/10.7498/aps.71.20220972