

## 向列相液晶的饱和非线性及双稳态孤子\*

汪浩然 张银川 胡巍 郭旗†

(华南师范大学广东省微纳光子功能材料与器件重点实验室, 广州 510006)

(2022年11月1日收到; 2023年1月18日收到修改稿)

本文讨论了正性向列相液晶的饱和非局域非线性. 从光束在正性向列相液晶中传输满足的非线性耦合模型出发, 分别讨论了1+1维和1+2维情况下液晶非线性折射率的饱和特性, 并得到了在不同预偏角情况下, 饱和双稳态孤子的数值解. 结果表明: 液晶中预偏角越大其饱和非线性折射率的值就越小, 存在双稳态孤子的范围也越小; 当非线性折射率饱和后, 双稳态孤子之间的波形差异明显, 且饱和情况下存在的孤子光斑不再是圆形.

**关键词:** 向列相液晶, 非局域性, 饱和非局域非线性, 双稳态孤子

**PACS:** 42.70.Df, 42.65.Pc, 42.65.-k, 42.25.Bs

**DOI:** 10.7498/aps.72.20222088

## 1 引言

光学现象从根本上来讲是非线性的. 光在介质中的传播过程就是光与介质的相互作用过程, 而介质对光的响应基本都是非线性关系. 空间光束在非线性质介质中传输时, 一方面由于介质的非线性效应使得光束收缩; 另一方面, 由于线性衍射效应而展宽. 当光束的非线性效应和线性效应达到平衡时, 就能形成空间光孤子<sup>[1-5]</sup>.

饱和性是非线性的一个重要光学特性, 许多光学材料都能观测到由强光强导致的饱和非线性现象<sup>[6-8]</sup>, 饱和非线性也是产生双稳态孤子的一种机理<sup>[8-10]</sup>. 描述饱和非线性折射率 $\Delta n(I)$ 的主要参量有: 饱和光强 $I_{\text{sat}}$ , 最大非线性折射率 $\Delta n_{\text{sat}}$ 和克尔系数 $n_2$ , 局域<sup>[11]</sup>情况下其唯像模型<sup>[12-14]</sup>为 $\Delta n(I) = n_2 I (1 + I/I_{\text{sat}})^{-1}$ . 近似解析结果<sup>[1]</sup>和数值结果<sup>[15,16]</sup>均证明: 饱和局域非线性可以抑制光束的坍塌, 在饱和局域非线性的介质中能形成稳定的1+2维自陷光束传输. 直到二十世纪末, 饱和局域非线性都是各种新发现的1+2维稳定空间光孤子的关键所在<sup>[17]</sup>. 但到目前为止, 还未有文献对非

局域情况下的饱和非线性及该情况下存在的空间光孤子的特性进行过研究.

向列相液晶在强非局域非线性空间光孤子的研究中应用广泛, 其非线性的物理机制来源于光场导致的分子重定向. 向列相液晶的分子呈棒状型, 平行排列且在外加电场作用下容易重新取向. 向列相液晶的强非局域性得益于其分子间的强相互作用力. 这也使得向列相液晶在空间光孤子领域大放光彩. 向列相液晶中空间光孤子的研究已有很长历史, 然而由纯光场导致的液晶分子偏转需要很高的阈值功率. 2000年, Peccianti等人<sup>[18]</sup>首次在偏压控制的向列相液晶盒中发现空间光孤子. 随后Peccianti等人<sup>[19]</sup>又在向列相液晶中观察到了传输的强非局域空间光孤子, 并证明了向列相液晶是强非局域非线性材料. 2003年, Peccianti等人<sup>[20]</sup>在偏压控制的液晶盒中成功观察到了强非局域空间孤子. 从此之后向列相液晶中空间光孤子的研究便得到了迅猛发展<sup>[21-23]</sup>.

然而迄今为止, 对于向列相液晶中的饱和非局域非线性及该情况下存在的双稳态孤子还没有研究. 本文在外加电压控制液晶分子产生预偏角的液

\* 广东省自然科学基金(批准号: 2021A1515012214)和广州市科技计划(批准号: 2019050001)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: guoq@sennu.edu.cn

晶盒中, 数值求解光束在向列相液晶中传输满足的非线性耦合方程, 得到了液晶中空间光孤子的数值解. 进一步研究了液晶中的饱和非局域非线性及非线性折射率的分布情况, 并且发现了饱和非局域非线性情况下存在的双稳态孤子.

## 2 理论模型

正性向列相液晶样品盒结构如图 1 所示, 液晶盒厚度为  $L$ . 以液晶盒中心处为坐标原点, 电场极化方向为  $x$  方向, 光束传播方向为  $z$  方向,  $y$  方向为垂直于纸面向外建立坐标系. 液晶盒上下两极板可加电极, 左右侧分别为输入输出面板. 液晶盒内充满的向列相液晶为正单轴晶体, 即满足  $n_{\perp} < n_{\parallel}$ , 式中  $n_{\perp}$  为寻常光折射率,  $n_{\parallel}$  为非常光折射率, 在边界上沿  $z$  方向锚定, 液晶分子在外加电场作用下容易重新取向.

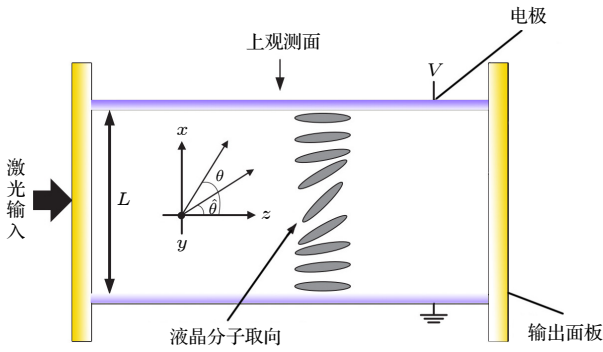


图 1 正性向列相液晶模型  
Fig. 1. Positive nematic liquid model.

当施加偏置电压后, 液晶盒中在  $x$  方向极化并沿  $z$  方向传播的非常光傍轴光束  $A$  由以下耦合方程描述<sup>[20,24]</sup>:

$$i \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{1}{2k} \nabla_D^2 A + \frac{k_0^2 \epsilon_a^{\text{op}}}{2k} (\sin^2 \theta - \sin^2 \hat{\theta}) A = 0, \quad (1)$$

$$2K \nabla_D^2 \hat{\theta} + \epsilon_0 \left( \epsilon_a^{\text{rf}} E_{\text{rf}}^2 + \epsilon_a^{\text{op}} \frac{|A|^2}{2} \right) \sin(2\hat{\theta}) = 0, \quad (2)$$

其中  $\epsilon_a^{\text{op}} (= n_{\parallel}^2 - n_{\perp}^2)$  为光频段介质介电常数的各向异性,  $\epsilon_a^{\text{rf}}$  为低频段介质介电常数的各向异性,  $k$  为液晶中的波矢,  $k_0 = \omega/c$  为真空中的波矢,  $K$  是向列相液晶的平均弹性常数,  $E_{\text{rf}}$  为低频电压相伴随的电场强度. 式中  $\nabla_D$  是  $D$  维横截面坐标微分算符矢量 (当  $D=1$  时,  $\nabla_1 = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x$ , 而当  $D=2$  时,  $\nabla_2 = \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{e}_y$ ). 如图 1 所示,  $\theta$  为液晶分子指

向矢与  $z$  轴的夹角, 在边界上沿  $z$  方向锚定则确定了边界条件  $\theta|_{x=-L/2} = \theta|_{x=L/2} = 0$ .  $\hat{\theta}$  为不加激光场时仅由预置电压引起的预偏角, 关于液晶盒中心处 ( $x=0$ ) 对称, 且仅是坐标  $x$  的函数. 液晶盒中心处的预偏角记为  $\theta_0$  ( $\hat{\theta}|_{x=0}$ ).

$$2K \frac{d^2 \hat{\theta}}{dx^2} + \epsilon_0 \epsilon_a^{\text{rf}} E_{\text{rf}}^2 \sin(2\hat{\theta}) = 0. \quad (3)$$

在数值求解傍轴光束  $A$  满足的耦合方程组 (1) 和 (2) 的过程中, 首先利用牛顿迭代法<sup>[25]</sup> 求解方程 (3), 得到在仅有外加电压作用下液晶分子的预偏角  $\hat{\theta}$ , 然后用虚时间算法<sup>[26]</sup>、牛顿松弛法及多重网格算法<sup>[27]</sup> 求解耦合方程组 (1) 和 (2). 以商用无掺杂 E7 正性向列相液晶<sup>[28]</sup> 为例, 数值求解耦合方程 (1) 和 (2) 时, 将液晶盒  $x$  方向的厚度设置为  $L_x = 80 \mu\text{m}$ , 为了确保数值计算结果的准确性将液晶盒  $y$  方向的宽度设置为  $L_y = 2L_x = 160 \mu\text{m}$ . 常温下波长  $\lambda = 514 \text{ nm}$  的入射光对应的折射率为  $n_{\perp} = 1.530$ ,  $n_{\parallel} = 1.773$ . 液晶的平均弹性系数  $K = 7 \times 10^{-12} \text{ N}$ ,  $\epsilon_a^{\text{rf}} = 14.5$ . 真空中介电常数  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ , 真空中光速为  $c = 2.9979 \times 10^8 \text{ m/s}$ .

孤子功率  $P = \epsilon_0 c n_0 / 2 \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dx dy$ , 孤子束宽

定义为  $W = \sqrt{2 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |A|^2 dx} / \left( \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dx \right)$ .

液晶盒样品中非常光的折射率  $n_e(\theta)$  满足  $n_e(\theta) \approx (n_{\perp}^2 + \epsilon_a^{\text{op}} \sin^2 \theta)^{1/2}$ , 而液晶盒样品中心区域非常光感受到的线性折射率为  $n_0 = n_e(\theta)|_{\theta=\theta_0}$ .

## 3 饱和非线性

为了减少在液晶中产生孤子的光功率, 首先给液晶盒加入偏置电压, 使液晶分子有个初始预偏角. 但要使液晶产生初始预偏角就需要使外加的低频电场超过液晶分子起偏的阈值电场. 阈值电场为  $E_{\text{FR}} = \pi/L \sqrt{K/(\epsilon_0 \epsilon_a^{\text{rf}})}$ , 与之相对的  $U_{\text{FR}} = \pi \sqrt{K/(\epsilon_0 \epsilon_a^{\text{rf}})}$  即为阈值电压<sup>[29]</sup>. 数值求解方程 (3) 可得电压与中心处预偏角  $\theta_0$  之间的关系以及不同电压对应预偏角  $\hat{\theta}$  的分布如图 2(a) 和图 2(b) 所示. 当给液晶盒所加的电压超过液晶阈值电压时, 随着液晶盒样品两极板间电压的不断增大, 液晶的预偏角也不断变大. 中心处的液晶分子率先发生转动, 且转动最快偏转角最大. 当电压超过 2.5 V 且继续增大时, 中心处液晶分子的偏转率先饱和, 然后

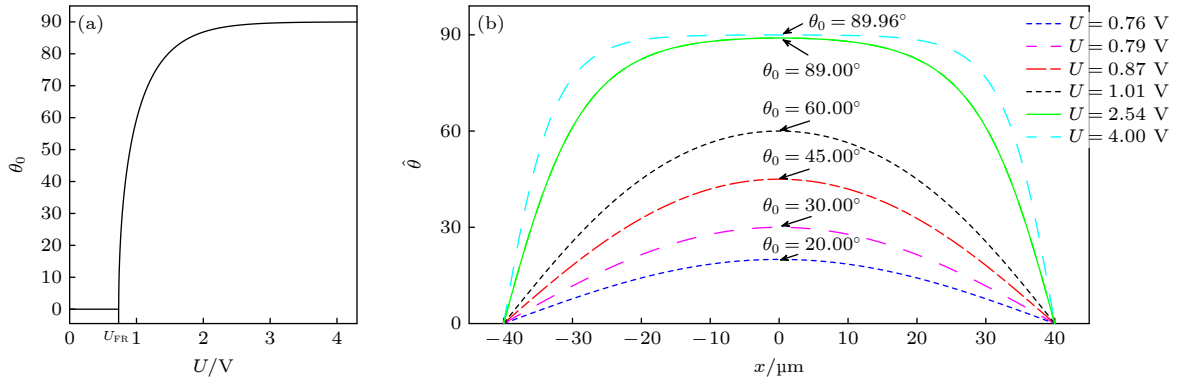

 图 2 (a) 液晶盒中心处预偏角  $\theta_0$  与电压  $U$  的关系示意图; (b) 预偏角  $\hat{\theta}$  在液晶中的分布

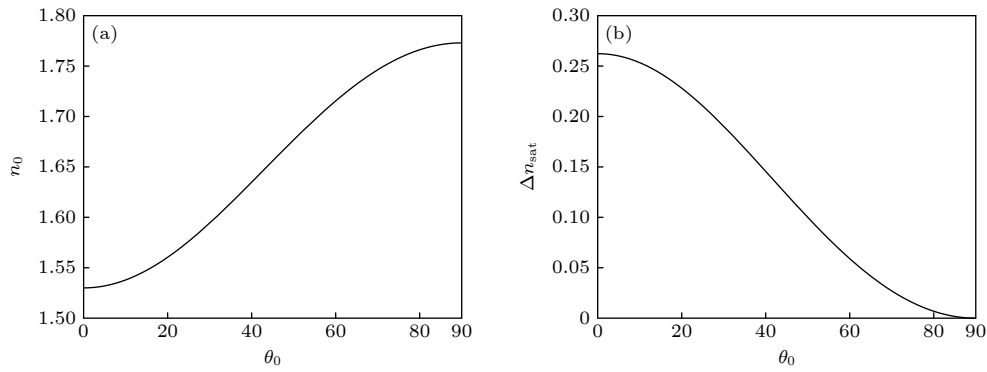
 Fig. 2. (a) Diagram of the exact Angle  $\theta_0$  and voltage  $U$  at the center of the liquid crystal cell; (b) distribution of the pre-declination angle  $\hat{\theta}$  in the liquid crystal.

 图 3 (a) 中心处线性折射率  $n_0$  与  $\theta_0$  的关系图; (b) 中心处饱和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  与  $\theta_0$  的关系图

 Fig. 3. (a) Center linear refractive index  $n_0$  and  $\theta_0$  diagram; (b) center of saturated nonlinear refractive index  $\Delta n_{\text{sat}}$  and  $\theta_0$  diagram.

液晶分子由中间向两边慢慢饱和, 如图 2(b) 中  $U = 2.54 \text{ V}$  和  $U = 4.00 \text{ V}$  对应的曲线所示.

在偏压控制的液晶盒中, 其非线性折射率受光强的影响, 考虑到非线性折射率  $\Delta n$  远远小于线性折射率  $n_0$ , 故可将液晶的非线性折射率近似为  $\Delta n \approx [n_e^2(\theta) - n_0^2]/2n_0$ , 当光强足够大后液晶分子偏转角  $\theta$  达到最大值  $\pi/2$ . 此时非线性折射率  $\Delta n$  达到最大值, 并令  $\Delta n_{\text{sat}}$  为液晶盒中心处饱和非线性折射率.

$$\Delta n_{\text{sat}} = \frac{\varepsilon_a^{\text{op}}}{2n_0} (1 - \sin^2 \theta_0). \quad (4)$$

作图可知, 液晶盒中心处的线性折射率  $n_0$  及饱和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  与  $\theta_0$  之间的关系分别如图 3(a) 和图 3(b) 所示. 可以发现: 液晶中心处饱和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  随着  $\theta_0$  的增大而减小, 而线性折射率  $n_0$  则相反; 当  $\theta_0 = 0$  时,  $n_0$  有最小值 1.530, 而  $\Delta n_{\text{sat}}$  有最大值 0.262. 当  $\theta_0 = \pi/2$  时,  $n_0$  有最大值 1.773, 而  $\Delta n_{\text{sat}}$  有最小值零. 这就意味着

在预偏角不断增大的过程中, 线性折射率  $n_0$  会越来越大, 饱和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  则越来越小, 因此为了研究光在液晶盒中引起的饱和非线性效应预偏角就不能选择过大. 为了研究不同孤子光强对非线性折射率的影响, 图 4(a) 和图 4(b) 分别给出了 1+1 维和 1+2 维中心处的孤子光强  $I$  与中心处非线性折射率  $\Delta n$  的示意图. 由图可知, 随着光强的增大非线性折射率逐渐趋于饱和. 比较图中不同曲线也可以看出, 预偏角越大非线性折射率的饱和值越小.

以  $\theta_0 = 45^\circ$  为例, 在 1+2 维情况下, 随着孤子功率的不断增大中心处液晶分子偏转逐渐趋向饱和, 如图 5(c) 所示. 为了研究强光引起的饱和非线性, 这里就以光功率为  $P = 136.47 \text{ mW}$  的孤子为例进行分析. 通过对耦合方程 (1) 和 (2) 的数值求解, 得到液晶盒中心处液晶分子的偏转角为  $\theta_m = 89.36^\circ$ , 显然此时中心处液晶分子的偏转已经饱和, 其饱和非线性折射率分布如图 5(a) 所示. 为

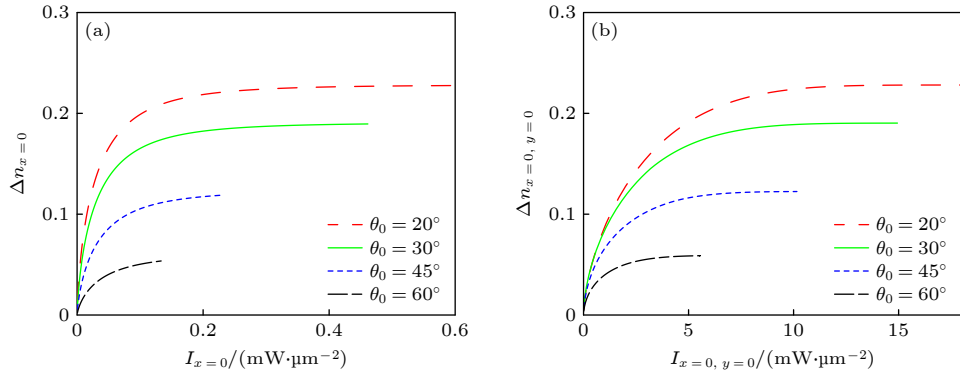


图 4 (a) 1+1 维不同预偏角时液晶非线性折射率与光强图; (b) 1+2 维不同预偏角时液晶非线性折射率与光强图  
Fig. 4. (a) Nonlinear refractive index and light intensity map of liquid crystal with different predeclination angles in 1+1 dimension; (b) nonlinear refractive index and light intensity map of liquid crystal with different predeclination angles in 1+2 dimension.

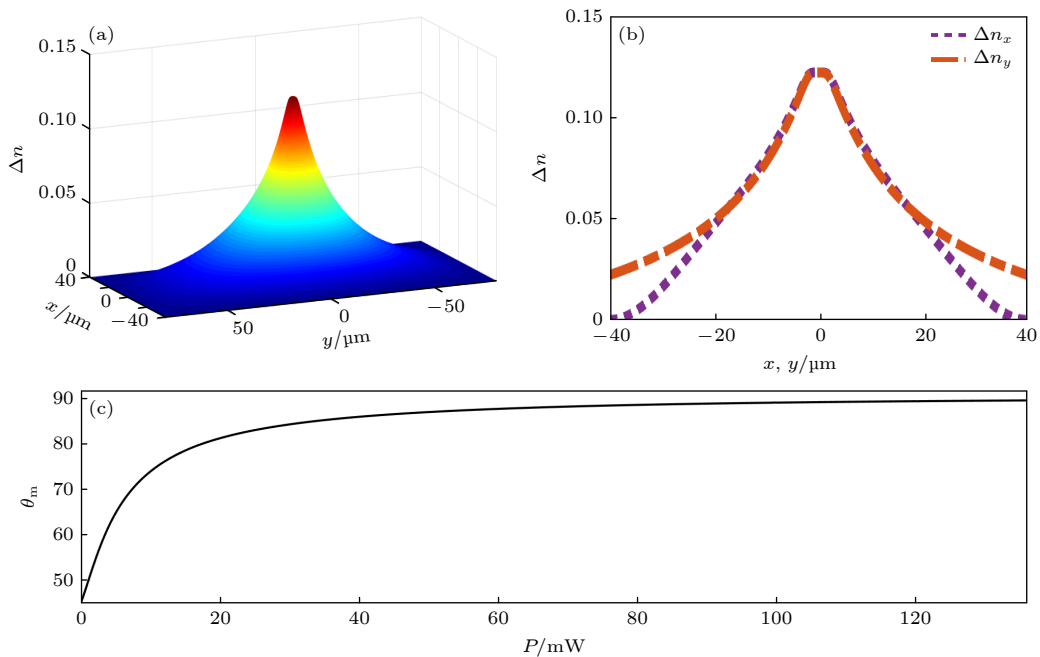


图 5 (a) 1+2 维非线性折射率; (b) 1+2 维非线性折射率  $x$  方向与  $y$  方向直观对比; (c) 1+2 维孤子功率与液晶中心分子最大偏角  $\theta_m$  的关系图  
Fig. 5. (a) 1+2 dimensional nonlinear refractive index; (b) 1+2 dimensional nonlinear refractive index  $x$  direction and  $y$  direction intuitive comparison; (c) relationship between 1+2 dimensional soliton power and the maximum declination angle of liquid crystal central molecule  $\theta_m$ .

了进一步研究, 我们从饱和非线性折射率立体图中截取  $y = 0$  和  $x = 0$  处对应的两个非线性折射率  $\Delta n_x$  和  $\Delta n_y$  进行作图对比. 通过图 5(b) 不难发现, 数值求解得到的中心处的非线性折射率为  $\Delta n|_{x=y=0} = 0.1225$ , 这与方程 (4) 计算所得的饱和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  的值相同. 另外观察图 5(b) 发现, 在中心一定区域内非线性折射几乎呈一平面, 且非线性折射率的  $x$  和  $y$  方向上的差异比较明显. 这是由于在强光强下, 中心处液晶分子已经无法继续偏转 (如图 5(c) 所示), 但由于液晶分子间的强

相互作用力, 使得两边的液晶分子偏转也随着光强的增大而慢慢饱和. 并且光强越大, 非线性折射率中间平面区域也就越大, 此时液晶中的饱和非线性效应也就越明显.

#### 4 液晶中的双稳态孤子

通过对方程 (3) 的数值求解, 可选取液晶盒中心处预偏角为  $\theta_0 = 20^\circ$ ,  $\theta_0 = 30^\circ$ ,  $\theta_0 = 45^\circ$  和  $\theta_0 = 60^\circ$  的四种情况, 如图 2(b) 所示. 将所对应的

预偏角  $\hat{\theta}$  代入方程 (1) 和 (2) 中进行数值求解. 在 1+1 维情况下, 可求得空间光孤子的功率与束宽的关系如图 6 所示. 1+2 维情况下数值求解所得的不同预偏角下孤子功率与束宽的变化关系与 1+1 维情况相同. 均为随着孤子功率的增大孤子束宽逐渐减小, 而当束宽减小到最小值后又逐渐增大, 直到增大到没有孤子解. 这就说明不管是 1+1 维还是 1+2 维情况都有: 在不同预偏角下且在一定功率范围内存在一个束宽对应两个不同功率的孤子解. 如图 6(c) 中的 1 和 2 两点对应的孤子束宽均为  $W = 1.5 \mu\text{m}$ , 但功率分别为  $P = 0.17 \text{ mW}$  和  $P = 0.83 \text{ mW}$ , 像这样的两个孤子就是双稳态孤子. 图 6(e) 为  $\theta_0 = 45^\circ$  时孤子功率与传播常数的关系图, 从图可知, 随着孤子功率的不断增大, 传播常数也在不断地增大, 这说明双稳态孤子的传播常数不一样. 此外还可以发现在不同预偏角情况下都存在最小孤子束宽, 意味着液晶耦合方程存在最小束宽的孤子解, 且预偏角越大最小束宽的值也越大, 但存在双稳态孤子束宽范围却越小. 正如第 3 节所说, 液晶中预偏角越大其线性折射率越大, 但非线性折射率越小, 也就是光引起的液晶分子重定向就小. 这也是预偏角越大的液晶盒中存在的双稳态孤子区间越小的原因所在.

在 1+2 维情况中, 在液晶盒中心处预偏角为  $\theta_0 = 45^\circ$  的情况下, 图 7(a) 和图 7(c) 是四个不同振幅的  $x$  方向及  $y$  方向孤子波形图, 从图中可知, 随着光功率的增大孤子束宽先减小后增大. 取束宽同为  $W = 1.30 \mu\text{m}$  的双稳态孤子进行画图可得图 8(a)—(c) 和图 8(d)—(f), 以及归一化振幅图 7(b) 和图 7(d). 由图 7(b) 和图 7(d) 可知, 束宽同为  $1.30 \mu\text{m}$  的双稳态孤子其  $x$  方向和  $y$  方向的归一化波形图差异明显. 由图 8(a)—(c) 可知, 当孤子功率  $P = 1.05 \text{ mW}$  时, 其对应的中心处非线性折射率和光束分布呈圆形分布, 此时孤子  $x$  方向和  $y$  方向的波形相同. 从图 8(d)—(f) 可知, 当孤子功率  $P = 113.87 \text{ mW}$  时, 其对应的中心处非线性折射率  $x$  方向和  $y$  方向有差异, 而此时孤子的  $x$  方向和  $y$  方向的波形也不再相同. 综合对比功率  $P = 1.05 \text{ mW}$  和  $P = 113.87 \text{ mW}$  的孤子解得到的图可知, 功率较小时对应的孤子解为圆形孤子. 而当非线性折射率达到饱和后孤子的  $x$  方向和  $y$  方向的非线性折射率差异会慢慢变大, 且顶部变平, 此时孤子波形对比差异较大, 已经不再是标准的圆形孤子. 也就是说, 功率从小到大的过程中, 非线性折射率以及液晶分子中心处偏角  $\theta_m$  都是快速增加然后达到饱和状态, 如图 5(c) 所示. 当中心处液晶

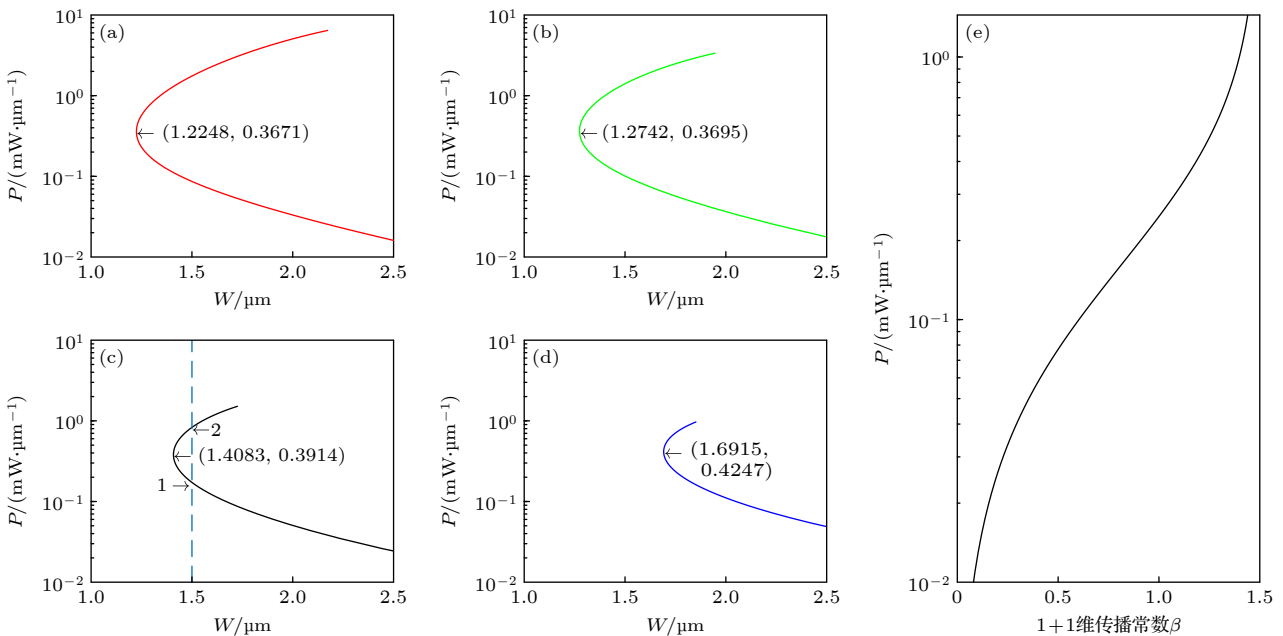


图 6 1+1 维情况下 (a)  $\theta_0 = 20^\circ$  时孤子功率与束宽关系图, (b)  $\theta_0 = 30^\circ$  时孤子功率与束宽关系图, (c)  $\theta_0 = 45^\circ$  时孤子功率与束宽关系图, (d)  $\theta_0 = 60^\circ$  时孤子功率与束宽关系图, (e)  $\theta_0 = 45^\circ$  时孤子功率与传播常数  $\beta$  关系图

Fig. 6. In 1+1 dimension situation (a) soliton power and beam width when  $\theta_0 = 20^\circ$ , (b) soliton power and beam width when  $\theta_0 = 30^\circ$ , (c) soliton power and beam width when  $\theta_0 = 45^\circ$ , (d) soliton power and beam width when  $\theta_0 = 60^\circ$ , (e) soliton power and propagation constant when  $\theta_0 = 45^\circ$ .

分子偏向角  $\theta_m$  饱和时, 随着孤子功率的进一步增大, 其非线性折射率的中心部分会变得越来越平, 且  $x$  和  $y$  方向的非线性折射率之间的差异逐渐变

大, 此时孤子的两方向波形差异也会越大.

对所求得的孤子传输了 100 个瑞丽距离 ( $Z_R$ ) 观察其稳定性. 在 1+1 维情况下束宽为  $W =$

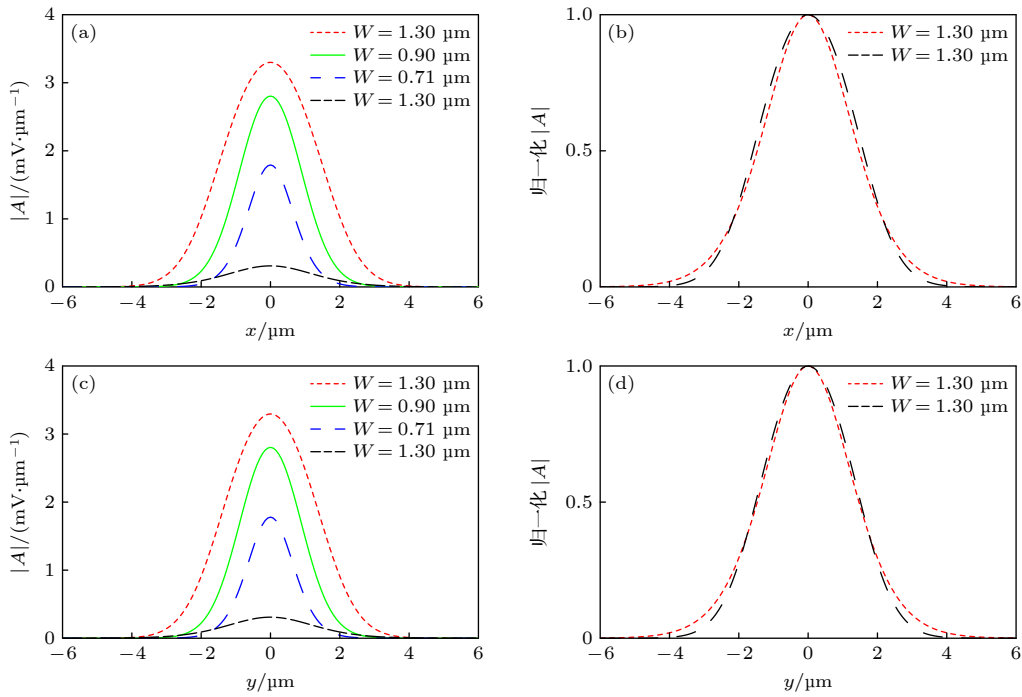


图 7 (a) 1+2 维  $x$  方向不同振幅孤子波形; (b) 1+2 维  $x$  方向相同束宽归一化孤子波形; (c) 1+2 维  $y$  方向不同振幅孤子波形; (d) 1+2 维  $y$  方向相同束宽归一化孤子波形

Fig. 7. (a) Soliton waveforms with different amplitudes in the 1+2 dimensional  $x$  direction; (b) soliton waveforms normalized with the same beam width in the 1+2 dimensional  $x$  direction; (c) soliton waveforms with different amplitudes in the 1+2 dimensional  $y$  direction; (d) soliton waveforms normalized with the same beam width in the 1+2 dimensional  $y$  direction.

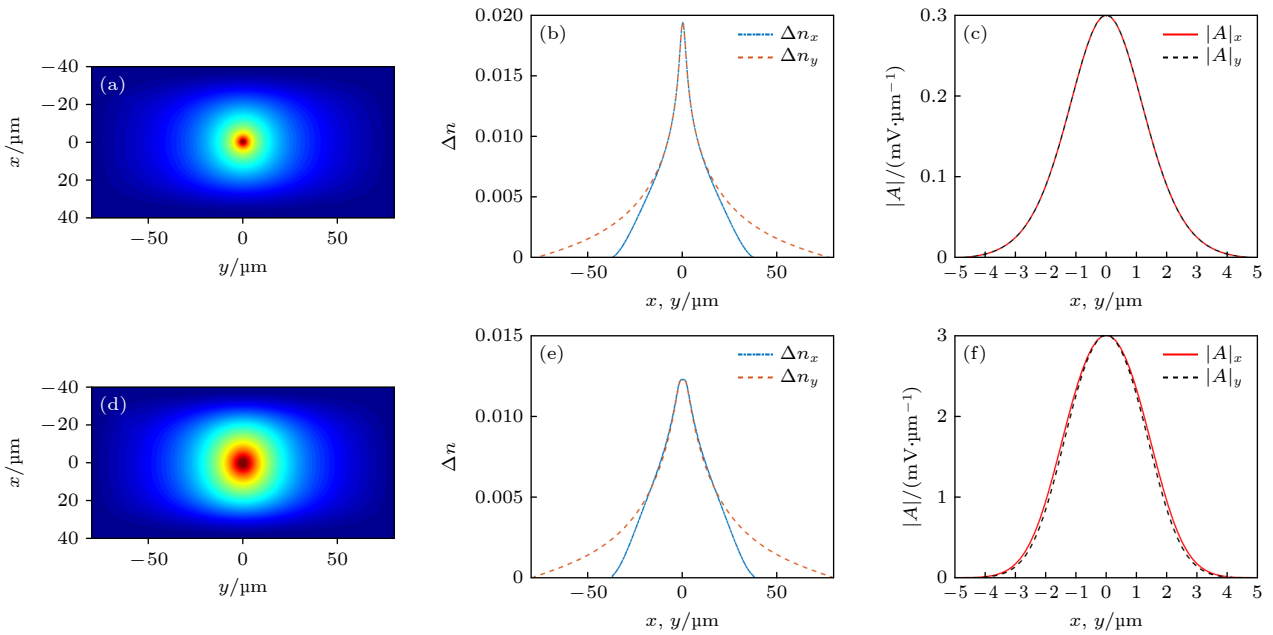


图 8 当  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  时 (a)  $\Delta n$  分布; (b)  $\Delta n_x$  和  $\Delta n_y$  对比; (c)  $|A|_x$  和  $|A|_y$  对比. 当  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  时 (d)  $\Delta n$  分布; (e)  $\Delta n_x$  和  $\Delta n_y$  对比; (f)  $|A|_x$  和  $|A|_y$  对比

Fig. 8. When  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  (a)  $\Delta n$  distribution; (b) compare with  $\Delta n_x$  and  $\Delta n_y$ ; (c) compare with  $|A|_x$  and  $|A|_y$ . When  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  (d)  $\Delta n$  distribution; (e) compare with  $\Delta n_x$  and  $\Delta n_y$ ; (f) compare with  $|A|_x$  and  $|A|_y$ .

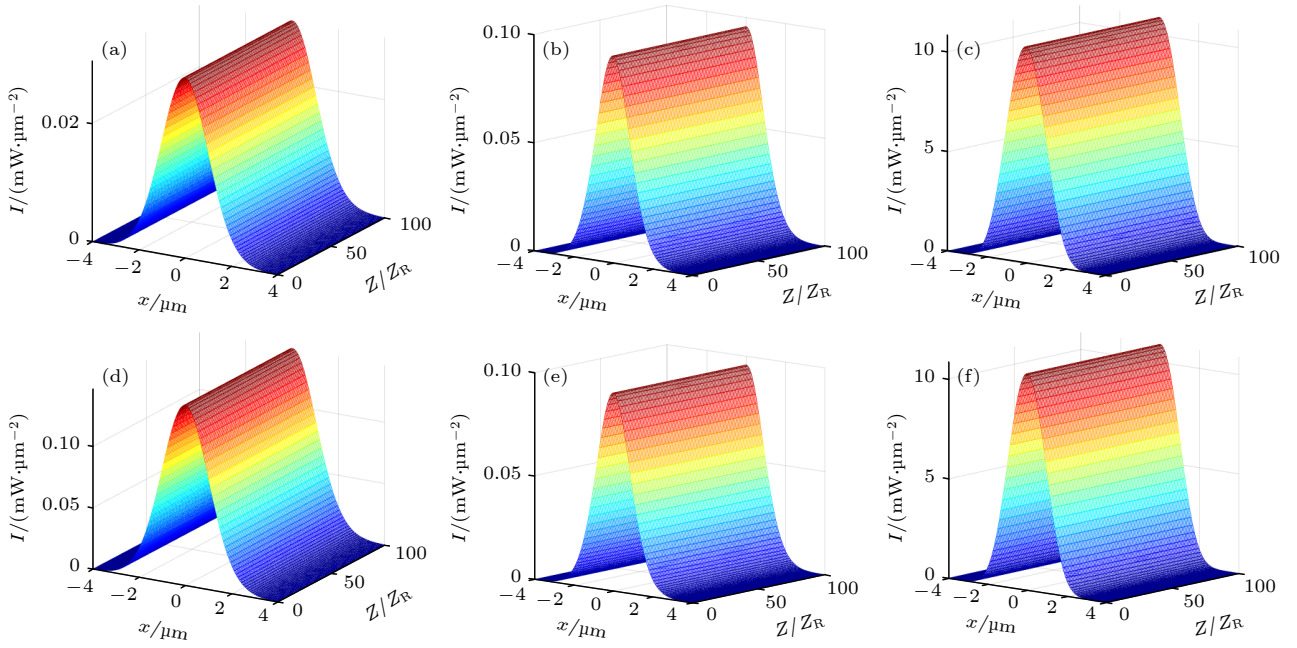


图9 1+1维情况下孤子传输图 (a)  $P = 0.17 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$ 时的传输图; (d)  $P = 0.83 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$ 时的传输图. 1+2维  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \text{ }\mu\text{m}$ 时的孤子传输图 (b)  $x$ 方向传输图; (e)  $y$ 方向传输图. 1+2维  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \text{ }\mu\text{m}$ 时的孤子传输图 (c)  $x$ 方向传输图; (f)  $y$ 方向传输图

Fig. 9. Soliton transmission diagram in 1+1 dimension (a)  $P = 0.17 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$  and (d)  $P = 0.83 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$  transmission diagram. Soliton transmission diagram in 1+2 dimensions  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \text{ }\mu\text{m}$  (b)  $x$  direction transmission diagram; (e)  $y$  direction transmission diagram. Soliton transmission diagram with 1+2 dimensions  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \text{ }\mu\text{m}$  (c)  $x$  direction transmission diagram; (f)  $y$  direction transmission diagram.

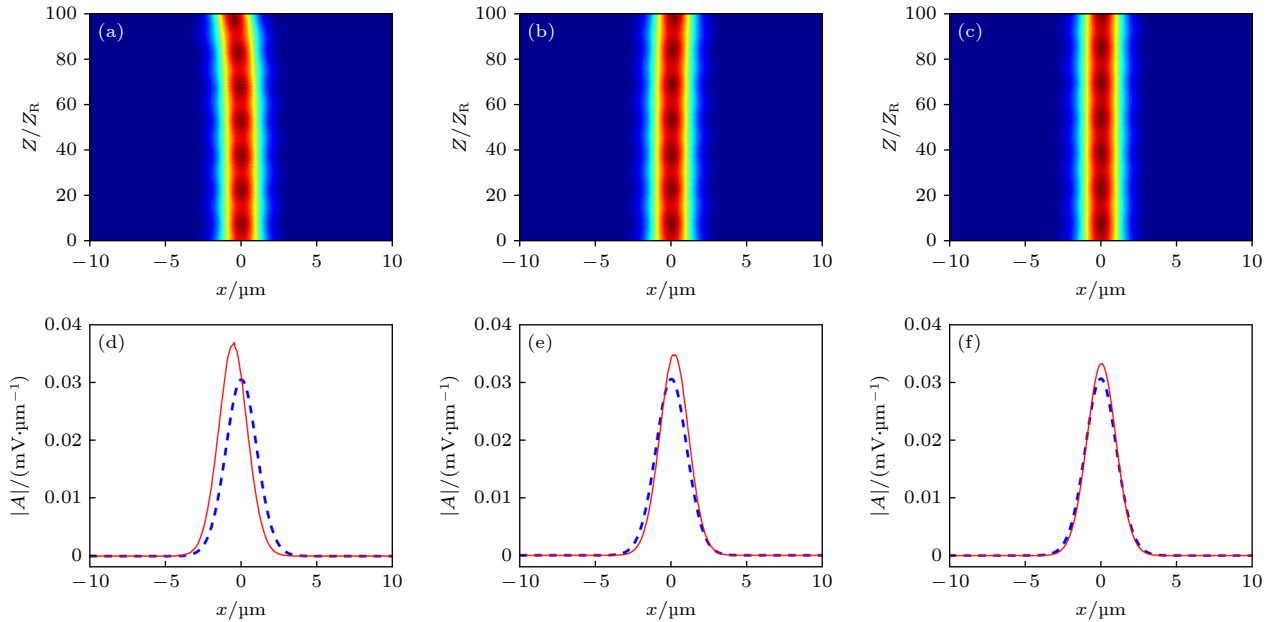


图10 1+1维  $P = 0.17 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$  情况下加噪声孤子传输图 (a) 10%噪声传输图; (d) 10%噪声传输前(蓝色虚线)后(红色实线)波形对比图; (b) 5%噪声传输图; (e) 5%噪声传输前后波形对比图; (c) 1%噪声传输图; (f) 1%噪声传输前后波形对比图

Fig. 10. 1+1 dimension  $P = 0.17 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \text{ }\mu\text{m}$  cases and soliton transmission noise figure: (a) plus 10% figure noise transmission; (d) plus 10% before(blue curve) and after (red curve) noise transmission waveform comparison chart; (b) plus 5% figure noise transmission; (e) plus 5% before and after noise transmission waveform comparison chart; (c) plus 1% figure noise transmission; (f) plus 1% before and after noise transmission waveform comparison chart.

1.5  $\mu\text{m}$  的两支孤子传输图如图 9(a) 和图 9(d) 所示. 在 1+2 维情况下束宽为  $W = 1.30 \mu\text{m}$  的两支孤子传输图如图 9(b)、图 9(e) 和图 9(c)、图 9(f) 所示. 由此可见, 不管是 1+1 维情况下的孤子传输图还是 1+2 维情况下的孤子传输图, 都能看出孤子均能稳定传输. 这也从侧面说明通过数值求解方程 (1) 和 (2) 得到的解是孤子解.

为了进一步分析所得孤子传输的稳定性, 本文对 1+1 维和 1+2 维所得到的孤子解分别加上 1%、5% 和 10% 的噪声并进行传输得到传输图. 图 10 和图 11 分别为 1+1 维情况下加了不同噪声的孤子传输图. 对比图 10 和图 11 可以发现, 随着所加噪声的不断减弱, 两孤子传输都变得越来越稳定. 两孤子的不同点在于: 相较于  $P = 0.17 \text{ mW}$  的孤子而言, 高功率孤子 ( $P = 0.83 \text{ mW}$ ) 在噪声较大时表现的不稳定. 在 1+2 维情况下, 因为  $y$  方向的传输图与  $x$  方向相同, 所以这里仅画出了  $x$  方向的孤子传输图. 通过观察 1+2 维有噪声情况下的图 12 和图 13 可以发现 1+2 维要比 1+1 维有噪声条件下的孤子传输更稳定些. 再对比功率分别为  $P = 1.05 \text{ mW}$  和  $P = 113.87 \text{ mW}$  的两孤子在不同噪声下的传输图发现, 他们传输都很稳定.

综合对比 1+1 维和 1+2 维有噪声情况下的孤

子传输图, 可以发现孤子传输都会随着噪声的减弱而变得越来越稳. 也就意味着不管是 1+1 维还是 1+2 维情况下存在的双稳态孤子的传输都是稳定的.

## 5 结 论

本文在有偏压控制的液晶盒中数值求解了光束在正性向列相液晶中传输满足的非线性耦合方程. 通过对得到的数据进行绘图及处理, 发现了正性向列相液晶中的饱和和非局域非线性. 数值结果表明: 中心处液晶分子预偏角  $\theta_0$  越大, 液晶中的饱和和非线性折射率  $\Delta n_{\text{sat}}$  就越小, 而其线性折射率  $n_0$  则越大, 这说明要探究光在液晶盒中引起的饱和和非线性效应时就不能使液晶的预偏角过大. 通过绘制光强与非线性折射率的关系发现: 随着孤子光强的不断增大, 非线性折射率  $\Delta n$  逐渐达到饱和状态; 当光强足够强时, 中心处液晶分子的偏转  $\theta_m$  已经达到饱和状态不能继续偏转, 而周围的液晶分子则会随着光强的增大而继续偏转, 进而使得液晶中的饱和和非线性折射率中间部分近似呈一平面, 且  $x$  方向和  $y$  方向中心区域的非线性折射率出现了差异. 本文在数值求解的过程中还发现了一个束宽对应两个不同功率的双稳态孤子解. 通过作图分析发现:

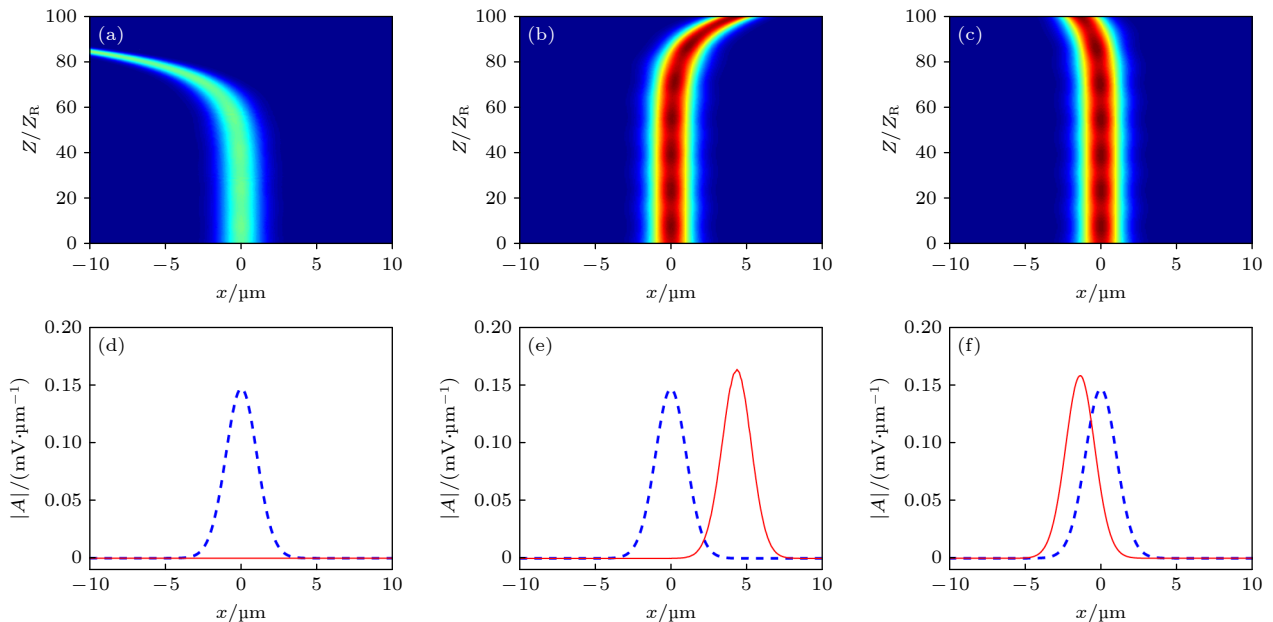


图 11 1+1 维  $P = 0.83 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \mu\text{m}$  情况下加噪声孤子传输图 (a) 10% 噪声传输图; (d) 10% 噪声传输前后波形对比图; (b) 5% 噪声传输图; (e) 5% 噪声传输前后波形对比图; (c) 1% 噪声传输图; (f) 1% 噪声传输前后波形对比图

Fig. 11. 1+1 dimension  $P = 0.83 \text{ mW}$ ,  $W = 1.50 \mu\text{m}$  cases and soliton transmission noise figure: (a) plus 10% figure noise transmission; (d) plus 11% before and after noise transmission waveform comparison chart; (b) plus 5% figure noise transmission; (e) plus 5% before and after noise transmission waveform comparison chart; (c) plus 1% figure noise transmission; (f) plus 1% before and after noise transmission waveform comparison chart.

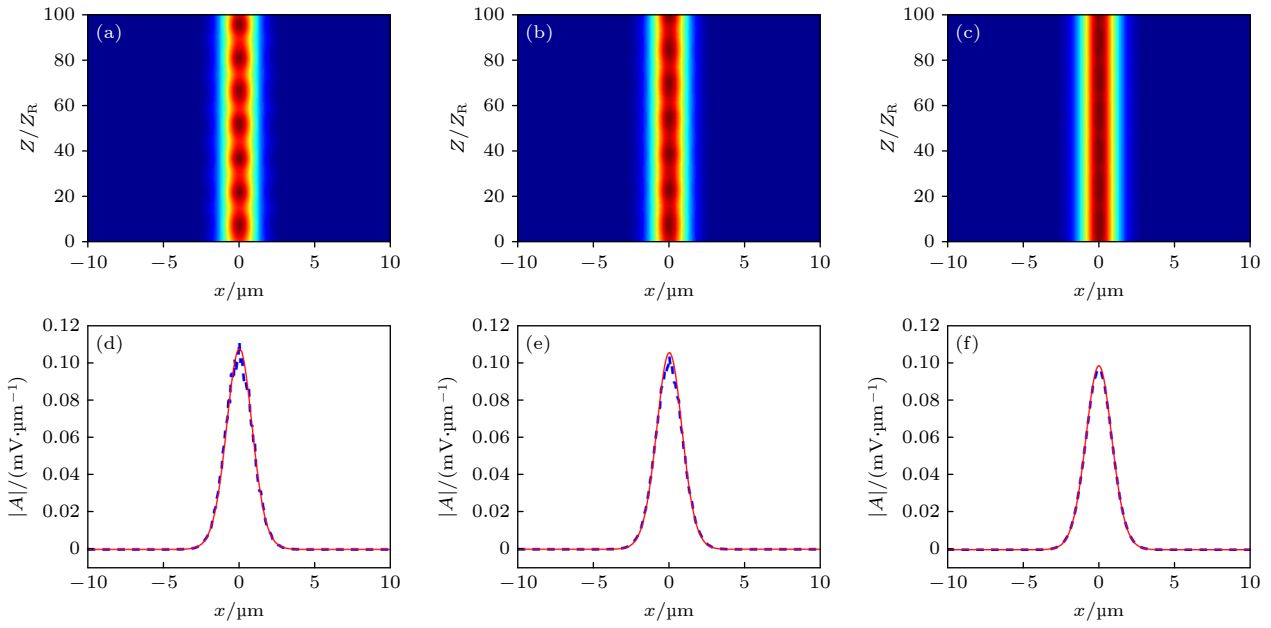


图 12 1 + 2 维  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  情况下加噪声孤子传输图 (a) 10% 噪声传输图; (d) 10% 噪声传输前后波形对比图; (b) 5% 噪声传输图; (e) 5% 噪声传输前后波形对比图; (c) 1% 噪声传输图; (f) 1% 噪声传输前后波形对比图

Fig. 12. 1 + 2 dimension  $P = 1.05 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  cases and soliton transmission noise figure: (a) plus 10% figure noise transmission; (d) plus 10% before and after noise transmission waveform comparison chart; (b) plus 5% figure noise transmission; (e) plus 5% before and after noise transmission waveform comparison chart; (c) plus 1% figure noise transmission; (f) plus 1% before and after noise transmission waveform comparison chart.

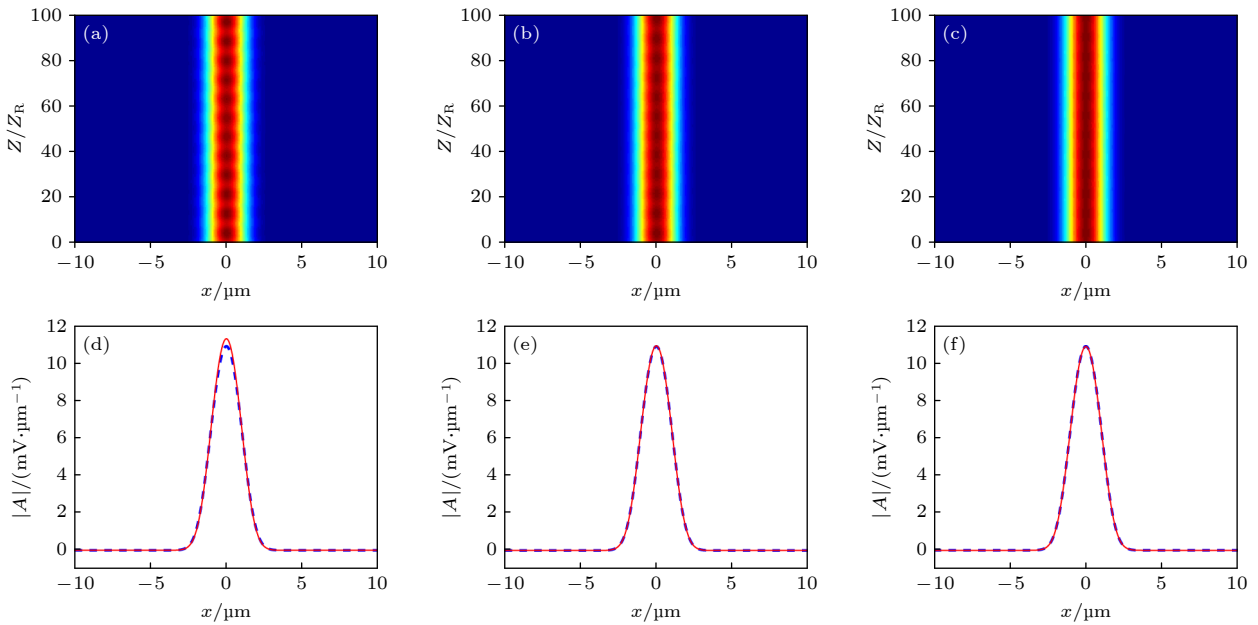


图 13 1 + 2 维  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  情况下加噪声孤子传输 (a) 10% 噪声传输图; (d) 10% 噪声传输前后波形对比图; (b) 5% 噪声传输图; (e) 5% 噪声传输前后波形对比图; (c) 1% 噪声传输图; (f) 1% 噪声传输前后波形对比图

Fig. 13. 1 + 2 dimension  $P = 113.87 \text{ mW}$ ,  $W = 1.30 \mu\text{m}$  cases and soliton transmission noise figure: (a) plus 10% figure noise transmission; (d) plus 10% before and after noise transmission waveform comparison chart; (b) plus 5% figure noise transmission; (e) plus 5% before and after noise transmission waveform comparison chart; (c) plus 1% figure noise transmission; (f) plus 1% before and after noise transmission waveform comparison chart.

在不同中心处预偏角的液晶盒中, 不管是 1 + 1 维还是在 1 + 2 维情况下, 均存在双稳态孤子解, 且随着  $\theta_0$  的增大, 液晶盒中存在双稳态孤子的范围越

小, 但液晶中存在最小束宽的孤子解却随着  $\theta_0$  的增大而增大. 通过绘制双稳态孤子图发现: 双稳态孤子的归一化波形有差异, 且饱和情况下的孤子光斑

也不再为圆形, 其  $x$  方向和  $y$  方向的波形有明显差别. 最后本文对  $1+1$  维和  $1+2$  维情况下存在的双稳态孤子进行了传输, 发现它们均能稳定地向前传输. 通过这些现象发现, 在饱和非局域非线性情况下也能存在空间光孤子而且存在双稳态孤子, 这将对空间光孤子在饱和非局域非线性介质中的深入研究及实际应用有着深远的意义.

## 参考文献

- [1] Wagner W G, Haus H A, Marburger J H 1968 *Phys. Rev.* **175** 256
- [2] Snyder A W, Mitchell D J 1997 *Science* **276** 1538
- [3] Stegeman G I A, Christodoulides D N, Segev M 2000 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6** 1419
- [4] Cao J N, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3688 (in Chinese) [曹觉能, 郭旗 2005 物理学报 **54** 3688]
- [5] Chen Z G, Segev M, Segev M, Christodoulides D N 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 086401
- [6] Coutaz J L, Kull M 1991 *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 95
- [7] Mohanraj P, Sivakumar R, Arulanandham A M S, Gunavathy K V 2022 *Opt. Quant. Electron.* **54** 386
- [8] Gatz S, Herrmann J 1991 *J. Opt. Soc. Am. B* **8** 2296
- [9] Christian J M, Lundie M J 2017 *J. Nonlinear Opt. Phys.* **26** 1750024
- [10] Sahoo A, Mahato D K, Govindarajan A, Sarma A K 2022 *Phys. Rev. A* **105** 063503
- [11] Krolikowski W, Bang O, Rasmussen J J, Wyller J 2001 *Phys. Rev. E* **64** 016612
- [12] Edmundson D E, Enns R H 1992 *Opt. Lett.* **17** 586
- [13] Edmundson D E, Enns R H 1995 *Phys. Rev. A* **51** 2491
- [14] Enns R H, Rangnekar S, Kaplan A E 1987 *Phys. Rev. A* **35** 466
- [15] Marburger J H, Dawes E L 1968 *Phys. Rev. Lett.* **21** 556
- [16] Dawes E L, Marburger J H 1969 *Phys. Rev.* **179** 862
- [17] Stegeman G I, Christodoulides D N, Segev M 2000 *J. Sel. Top. Quantum Electron.* **6** 1419
- [18] Peccianti M, De Rossi A, Assanto G, De Luca A, Umenton C, Khoo I C 2000 *Appl. Phys. Lett.* **77** 7
- [19] Peccianti M, Brzdkiewicz K A, Assanto G 2002 *Opt. Lett.* **27** 1460
- [20] Peccianti M, Conti C, Assanto G 2003 *J. Nonlinear Opt. Phys. Mater.* **12** 525
- [21] Peccianti M, Assanto G 2012 *Phys. Rep.* **516** 147
- [22] Kravets N, Piccardi A, Alberucci A, Buchnev O, Kaczmarek M, Assanto G 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 023901
- [23] Alberucci A, Laudyn U A, Piccardi A, Kwasny M, Klus B, Karpierz M A, Assanto G 2017 *Phys. Rev. E* **96** 012703
- [24] Conti C, Peccianti M, Assanto G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 073901
- [25] Keller H B 1997 *Numerical Solution of Bifurcation and Nonlinear Eigenvalue Problems of Bifurcation Theory* (New York: Academia Press) pp359–384
- [26] Yang J K, Lakoba T I 2008 *Stud. Appl. Math.* **120** 265
- [27] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, Flannery B P 2007 *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing* (3rd Ed.) (New York: Cambridge University Press) pp1087–1103
- [28] Assanto G, Peccianti M 2003 *IEEE J. Quantum Electron.* **39** 13
- [29] Deuling H J 1972 *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* **19** 123

# Saturable nonlinearity and bistable solitons in nematic liquid crystals\*

Wang Hao-Ran   Zhang Yin-Chuan   Hu Wei   Guo Qi†

(*Guangdong Provincial Key Laboratory of Nanophotonic Functional Materials and Devices,*

*South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

( Received 1 November 2022; revised manuscript received 18 January 2023 )

## Abstract

The saturated nonlocal nonlinearity of positive nematic liquid crystals (NLCs) is discussed in this paper. Based on the nonlinear coupling model satisfied by the beam propagation in a positive NLC, the saturable characteristics of the nonlinear refractive index (NRI) in the cases of  $1+1$  and  $1+2$  dimensions are discussed separately, and the numerical solutions of saturated bistable solitons for different pre-deflection angles are obtained. The saturated NRI is smaller for larger pre-deflection angles, and the center of the saturated NRI is almost flat for different pre-deflection angles in  $1+2$  dimension. Solitons in the saturated case are no longer standard circular, whose waveforms in the  $x$  and  $y$  directions are slightly different. We also find that saturated bistable solitons can exist in NLCs for both  $1+1$  and  $1+2$  dimensions. With the increase of pre-deflection angle, the existing regions of bistable solitons decrease, while their minimum beamwidth increases. Although the beamwidths of bistable solitons are the same, they have different powers and propagation constants, and their normalized soliton waveforms differ in the  $1+2$  dimensional case.

**Keywords:** nematic liquid crystals, nonlocal properties, saturated nonlocal nonlinearity, bistable solitons

**PACS:** 42.70.Df, 42.65.Pc, 42.65.-k, 42.25.Bs

**DOI:** [10.7498/aps.72.20222088](https://doi.org/10.7498/aps.72.20222088)

---

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Guangdong Province, China (Grant No. 2021A1515012214) and the Science and Technology Program of Guangzhou, China (Grant No. 2019050001).

† Corresponding author. E-mail: [guoq@scnu.edu.cn](mailto:guoq@scnu.edu.cn)



## 向列相液晶的饱和非线性及双稳态孤子

汪浩然 张银川 胡巍 郭旗

### Saturable nonlinearity and bistable solitons in nematic liquid crystals

Wang Hao-Ran Zhang Yin-Chuan Hu Wei Guo Qi

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 074204 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222088

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222088>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 拓扑荷在圆盘状向列相液晶薄膜中的尺寸效应

Size effect of topological charge in disc-like nematic liquid crystal films

物理学报. 2021, 70(4): 044202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201623>

#### 非局域高次非线性介质中的多极暗孤子

Multi-pole dark solitons in nonlocal and cubic-quintic nonlinear medium

物理学报. 2018, 67(21): 214207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180786>

#### 非局域非线性耦合器中暗孤子的传输

Propagation of dark soliton in nonlocal nonlinear coupler

物理学报. 2021, 70(18): 184206 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210275>

#### 三阶非线性效应对边界限制的自聚焦振荡型响应函数系统中二次孤子的影响

Influence of cubic nonlinearity effect on quadratic solitons in boundary-constrained self-focusing oscillatory response function system

物理学报. 2022, 71(21): 214205 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220865>

#### 非线性光学中的暗孤子分子

Dark soliton molecules in nonlinear optics

物理学报. 2020, 69(1): 014208 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191347>

#### 双稳态结构中的1/2次谐波共振及其对隔振特性的影响

1/2 sub-harmonic resonance in bistable structure and its effect on vibration isolation characteristics

物理学报. 2020, 69(6): 064301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191082>