

应用模拟退火算法估算月核大小及其密度组成*

文麒麟 钟振†

(贵州师范大学物理与电子科学学院, 贵阳 550025)

(2022年11月30日收到; 2023年1月21日收到修改稿)

提出结合高阶月球重力场模型 GL990D 的 2 阶位系数和月球天平动参数, 以及月球的平均密度和平均惯性矩因子, 来解决月核大小及其密度组成的问题. 基于不同分层结构模型, 推导了不同分层结构情况下的平均密度和平均惯性矩因子, 并以它们理论值和观测值的残差平方和作为目标函数, 应用模拟退火算法对多参数进行估算. 考虑三层模型的月球内部结构模型, 估算的月核大小约为 470 km, 月核密度约为 5486 kg/m³, 反演的月核大小及其密度组成与其他研究相近, 验证了本文算法的可靠性. 考虑月核分成外核和内核的情况, 反演的外核大小约为 385 km, 内核大小约为 350 km, 对应的外核密度约为 4618 kg/m³, 内核密度约为 7879 kg/m³. 表明月球至 35.6 亿年前发电机效应约束时, 形成了以硫化亚铁为主的外核, 月核内部则形成了纯铁为主包含部分镍铁合金的内核.

关键词: 重力场, 天平动, 模拟退火, 月核大小, 月核密度**PACS:** 96.20.Jz**DOI:** 10.7498/aps.72.20222282

1 引言

月球内部结构对认识月球早期分异过程、早期热演化历史和月球形成起源至关重要^[1]. 在月球内部结构参数中, 月核大小及其组成对认识月球早期热演化历史尤其重要, 特别是月球早期发电机效应^[2]. 月球表面至今存在剩余磁场, 它可能是月球早期存在发电机效应的有力证据, 最新研究表明月球发电机效应形成于 42.5—35.6 亿年前^[3]. 鉴于月核大小及其组成的重要性, 文献^[4]利用月球激光测距 (lunar laser ranging, LLR) 数据, 计算了月球的物理天平动参数, 由此估算了月核大小及其组成, 发现月球液态外核在 200—380 km 之间, 月球固态内核小于 280 km. 此外, 月核还可以通过月震数据进行约束, 该数据来源于月球阿波罗 (Apollo) 台站, 这些台站在月球正面形成一个三角台站网, 至

工作以来, 记录了超过 7000 次的深部月震^[5]. 通过这些深震数据的分析, 可以反演月核的大小及其组成^[6]. 但月震数据在 1000 km 以下的分辨率有限, 不利于月核大小及其密度组成的约束.

随着科学技术的发展, 文献^[7]利用阵列方法对阿波罗月震数据重新进行分析, 发现月球存在月核的可能, 其大小可能在 330—420 km 之间, 进一步推测, 月球可能存在 240 km 的固态内核和 330 km 的液态外核. 文献^[8]则利用月表全球分布的剩余磁场数据, 发现月核的大小不超过 400 km. 鉴于月球平均惯性矩对月球重力场模型 2 阶位系数 C_{20} 较敏感, 月球天平动参数对月球重力场模型位系数 C_{22} 较敏感, 文献^[9]提出了月球内部结构的三层模型, 联合平均密度和平均惯性矩因子, 发现最大概率分布条件下的月核大小在 370 km 左右. 文献^[10]基于文献^[9]的方法, 提出了考虑月球液态外核和固态内核的四层模型, 联合平均密度和平均

* 国家自然科学基金 (批准号: 42030110, 41864001) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zzhong@gznu.edu.cn

惯性矩因子发现月球外核半径在 469 km 左右, 内核大小约为 303 km.

鉴于反演目标函数的非线性特征^[10], 文献^[9]提出应用蒙特卡罗算法来反演月核大小. 由于蒙特卡罗算法耗时较长, 文献^[10]提出了粒子群算法, 对月核大小及其组成进行反演. 随着智能算法的发展, 模拟退火算法 (simulated annealing, SA)^[11]以其多参数寻优、容易跳出局部解实现全局解寻优的特征而得到广泛的应用^[12,13]. 文献^[10]反演的外核超过了 400 km, 内核密度在 7000 kg/m³ 左右, 小于纯铁密度, 这与文献^[7]给出的月核可能含有较少轻元素的推测不一致, 有必要重新估算月核的大小及其组成. 为此, 参考文献^[9,10]的内部结构分层模型, 联合月球重力场模型 GL900 D^[14]的二阶位系数和最新月球天平动参数^[15], 应用模拟退火算法对月核大小及其密度组成进行估算, 以期对月球内部结构和月球热动力学研究提供一定的参考.

2 月球内部结构与平均惯性矩因子

对月球内部结构的研究, 主要通过月震数据来探测. 文献^[16]根据月震波波速分布, 将月球内部分成月壳、上月幔、转换层、下月幔、衰减层和月核. 文献^[17–19]根据阿波罗月震数据建立了月震波速度模型, 发现月震波在上下月幔之间的速度相差非常小, 实际应用时可忽略上月幔和下月幔之间的密度差. 文献^[9]发现上月幔、转换层和下月幔看作一体时, 对月核反演结果的影响可以忽略不计, 建立了月壳、月幔和月核的三层内部结构模型. 文献^[7]推测月核可能分异成液态外核和固态内核, 内外核的相互作用, 致使月球早期产生过全球性的磁场, 该推测得到近年来月球发电机效应的支持^[2,3]. 文献^[7]推测月幔与月核外核之间存在转换层, 文献^[10]在估算月核大小及其密度组成时, 则将核-幔边界的转换层与月核外核合同为一层, 以减轻非线性反演的负担, 本文也采取该策略, 将月核分成外核和内核, 如图 1 所示. 其中月壳层的平均密度为 ρ_c , 厚度为 b_c ; 月幔层的密度为 ρ_m , 顶部参考半径为 $r_m = R - b_c$; 外核密度为 ρ_{co} , 顶部参考半径为 r_{co} ; 内核密度为 ρ_{ci} , 顶部参考半径为 r_{ci} , 这些物理量的取值或范围如表 1 所示.

根据图 1 所示模型可以求出相应的模型平均密度 ρ_{mod} 和模型平均惯性矩 I_{mod} . 在实际应用

过程中, 通常使用无量纲的模型平均惯性矩因子 I_{mod}/MR^2 . 这两个物理量参照图 1 月球内部结构的理论公式表示如下:

$$\rho_{mod} = \rho_c + (\rho_m - \rho_c) \left(\frac{r_m}{R}\right)^3 + (\rho_{co} - \rho_m) \left(\frac{r_{co}}{R}\right)^3 + (\rho_{ci} - \rho_{co}) \left(\frac{r_{ci}}{R}\right)^3, \quad (1)$$

$$\frac{I_{mod}}{MR^2} = \frac{2}{5} \left[\frac{\rho_c}{\bar{\rho}} + \frac{\rho_m - \rho_c}{\bar{\rho}} \left(\frac{r_m}{R}\right)^5 + \frac{\rho_{co} - \rho_m}{\bar{\rho}} \left(\frac{r_{co}}{R}\right)^5 + \frac{\rho_{ci} - \rho_{co}}{\bar{\rho}} \left(\frac{r_{ci}}{R}\right)^5 \right], \quad (2)$$

其中, M 表示月球总质量, $\bar{\rho}$ 表示月球平均密度. 文献^[9]将月球内部结构简化成三层模型, 相当于

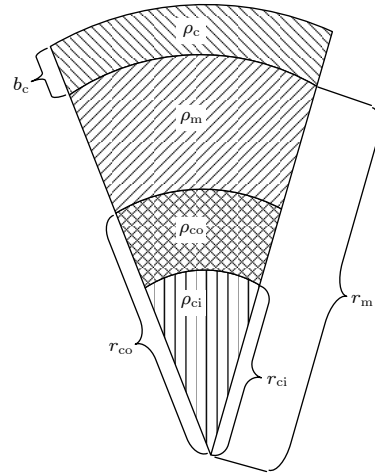


图 1 月球内部分层结构

Fig. 1. Lunar interior structure with various layers.

表 1 参数取值或范围

Table 1. Values of fixed parameters and ranges of free parameters.

参数	取值或范围
月球平均参考半径 R/km	1737.4
月壳厚度 b_c/km	40
月壳密度 $\rho_c/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$ ^[9]	2800
月幔密度 $\rho_m/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$ ^[20]	3360
月球外核半径 r_{co}/km	[50, 600]
月球内核半径 r_{ci}/km	[50, 450]
月球外核密度 $\rho_{co}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	[3400, 6000]
月球内核密度 $\rho_{ci}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	[4000, 8500]

图 1 所示模型的月核不区分内核与外核, 即有关系 $r_{co} = r_{ci}$ 和 $\rho_{co} = \rho_{ci}$, 此时平均密度和平均惯性矩因子简化为

$$\rho_{mod} = \rho_c + (\rho_m - \rho_c) \left(\frac{r_m}{R}\right)^3 + (\rho_{co} - \rho_m) \left(\frac{r_{co}}{R}\right)^3, \quad (3)$$

$$\frac{I_{mod}}{MR^2} = \frac{2}{5} \left[\frac{\rho_c}{\bar{\rho}} + \frac{\rho_m - \rho_c}{\bar{\rho}} \left(\frac{r_m}{R}\right)^5 + \frac{\rho_{co} - \rho_m}{\bar{\rho}} \left(\frac{r_{co}}{R}\right)^5 \right]. \quad (4)$$

此时, r_{co} 和 ρ_{co} 相当于月核的平均半径和平均密度.

3 月球重力场模型二阶位系数与反演目标函数

月球重力场是月球内部非均匀密度分布的直接表现, 最早的模型起始于根据美国月球轨道 5 号轨道跟踪数据反演的 4×8 阶次的重力场模型 [21]. 随着探测任务的不断开展, 文献 [22] 利用美国月球勘探者号 LP (lunar prospector) 轨道跟踪数据, 反演了 165 阶次的高阶月球重力场模型 LP165P. 受限于月球公转与自转同步的影响, 地球表面观测系统只能直接观测月球的正面 (nearside), 因此, 早期月球重力场模型在背面 (farside) 的精度非常低, 影响了重力场模型低阶位系数的精度. 为此, 日本于 2007 年发射了月亮女神号 SELENE (selenological and engineering) 探月卫星, 依靠高低卫-卫跟踪方式, 间接获得了月亮女神号卫星在月球背面的轨道跟踪数据, 求解的月球重力场模型较以往极大地提高了低阶位系数的精度 [23]. 至 2011 年, 美国发射了圣杯号 GRAIL (gravity recovery and interior laboratory) 月球重力卫星, 采用同轨道卫-卫跟踪方式, 通过两卫星间 Ka 波段测距信息精确地反演了高阶 GRAIL 系列月球重力场模型, 模型改正精度在 2—10 阶次, 较早期模型提高了 2 个量级 [14]. 本文采用的月球重力场模型 GL900D 是根据 GRAIL 数据反演的 900 阶次的高阶重力场模型, 计算中涉及的规格化二阶位系数 C_{20} 和 C_{22} 如表 2 所示.

月球重力场模型 GL900 D 提供了月球引力常数 GM, 参考最新的万有引力常量 G [24], 估算出的月球总质量 M 如表 2 所示. 进一步根据月球平均参考半径 R [17], 估算出的月球平均密度 $\bar{\rho}$ 如表 2 所示. 依据星历表 DE440 [15], 提取的月球天平动参数 γ

和 β 如表 2 所示. 若月球的 3 个主轴惯性矩为 A, B 和 C , 且有关系 $A > B > C$, 参考文献 [10] 可得如下关系:

$$\sqrt{5}C_{20} = \frac{1}{MR^2} \left(\frac{A+B}{2} - C \right), \quad (5)$$

$$\sqrt{\frac{5}{12}}C_{22} = \frac{B-A}{4MR^2}, \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{B-A}{C}, \quad (7)$$

$$\beta = \frac{C-A}{B}. \quad (8)$$

应用最小二乘法对 (5) 式—(8) 式进行求解, 可以得到 3 个主轴惯性矩 A, B, C 的最优值, 最终求得月球平均惯性矩 I_0 , 进而求得无量纲化的平均惯性矩因子为

$$\frac{I_0}{MR^2} = \frac{A+B+C}{3MR^2}. \quad (9)$$

综合平均密度和平均惯性矩因子, 即可以估算月核大小及其密度组成. 参考文献 [25], 该问题是一个多目标函数的反演问题, 目标函数 f 为

$$f = \sqrt{(\rho_{mod} - \bar{\rho})^2 + \left(\frac{5}{2} \frac{I_{mod}}{MR^2} \bar{\rho} - \frac{5}{2} \frac{I_0}{MR^2} \bar{\rho} \right)^2}, \quad (10)$$

其中, $\bar{\rho}$ 表示通过重力场模型 GL900D 求得的月球总质量, 再根据月球平均半径 R 求出的平均密度的测量值, 其取值如表 2 所示; ρ_{mod} 表示根据给定内外核密度和内外核半径, 由 (3) 式求出的月球模型平均密度 $I_0/(MR^2)$ 表示结合重力场模型 GL900D 的二阶位系数, 以及月球天平动参数, 由 (5) 式—(9) 式求出的月球平均惯性矩因子的测量值 $I_{mod}/(MR^2)$ 表示根据给定内外核密度和内外核半径, 由 (2) 式或 (4) 式求出月球模型平均惯性矩因子.

表 2 月球相关参数
Table 2. Values of lunar parameters.

参数	取值
二阶重力位系数 C_{20}	$-0.9088124807048 \times 10^{-4}$
二阶重力位系数 C_{22}	$0.3467408607293 \times 10^{-4}$
月球的总质量 M/kg	$7.3462872646575 \times 10^{22}$
月球的平均半径 R/km	1737.4
月球的平均密度 $\bar{\rho}/(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	3340.642
天平动因子 γ	227.7317×10^{-6}
天平动因子 β	631.0213×10^{-6}
平均惯性矩因子 I_0/MR^2	0.3930002239

4 模拟退火算法

计算月核大小及其密度组成时,以目标函数(10)式最小值作为判断依据.在本文计算过程中,以 $f < 0.1$ 作为可行解向量的阈值,可行解向量元素包括月核外核大小 r_{co} 及其密度 ρ_{co} ,内核大小 r_{ci} 及其密度 ρ_{ci} 的取值范围如表 1 所列.鉴于目标函数(10)式的非线性特征,采用非线性反演算法是解决该问题的最优选择.在所有非线性反演算法中,模拟退火算法具有容易实现、易于跳出局部解而进行全局搜索的特征,得到了广泛的应用[11-13].模拟退火算法源于固体退火原理,其原理是将固体加温至充分高的程度,让其慢慢冷却.加温时固体内能增大,内部粒子随温度升高变为无序态,随着固体慢慢冷却,内部粒子趋近有序.待固体内每个粒子达到平衡态后,最终在常温时达到基态,固体内能也降低到最小值.模拟退火算法的原理最早由 Kirkpatrick 等[14]提出,把马尔科夫链蒙特卡罗法应用到组合最优化问题,达到求解全局最优解的目的.

模拟退火算法从较高初温出发,伴随温度参数的下降,结合一定的概率在解空间中跳变,进而随机寻找目标函数的全局最优解,即在局部最优解时能以一定的概率跳出局部解,最终趋于全局最优解.模拟退火算法在程序设计时采用双层循环,外层循环控制温度由高到低变化.若初始温度为 T_0 ,温度下降的方式为

$$T = \alpha \cdot T_0, \tag{11}$$

(11) 式中 α 为温度衰减系数,其范围为 $0 < \alpha < 1$.

在内层循环中,温度是固定的,对旧解添加随机扰动以得到新解,内循环中的迭代次数即是马尔科夫链长度.定义一个初始解向量 x_0 ,在原始解的一定范围内随机跳变产生一个新解向量 x_1 ,则有关系:

$$x_1 = x_0 + \frac{m_i}{\sqrt{\sum_1^i m_i^2}} \cdot T, \tag{12}$$

其中, m 为 $0 < m < 1$ 的任意实数, i 为自变量的个数,且每个自变量产生新解的方式均相同.在求解目标函数全局最优解的过程中,若 $\Delta = |x_1 - x_0| < 0$,则直接取 x_1 为新解继续进行计算,若 $\Delta = |x_1 - x_0| > 0$,则根据 p 的概率来决定是否接受新解 x_1 . p 有如下形式:

$$p = e^{-\frac{|x_1 - x_0|}{T}}. \tag{13}$$

若温度越高, p 就越大,接受新解的概率越大,随着 T 降低 p 减小,接受新解的概率下降.在寻找全局最优解的过程中,前期更倾向接受新解以求寻找到最优解,后期更倾向拒绝新解以确保最终解是全局最优解.

5 统计结果与分析

在本文的计算过程中,取马尔科夫链长度为 10^8 ,迭代次数为 5000 次,温度 T_0 为 1000,衰减系数 $\alpha = 0.95$.拟合残差取目标函数 $f < 0.1$ 作为判据,如果该条件成立,则记录本次模拟中的自由参数.为了测试算法的可靠性,本文首先估算了三层模型下的月核大小及其组成,三层模型结构的平均密度和平均惯性矩因子如(3)式和(4)式所示,统计结果如图 2 所示,该结果由 5193 组数据组成.其中

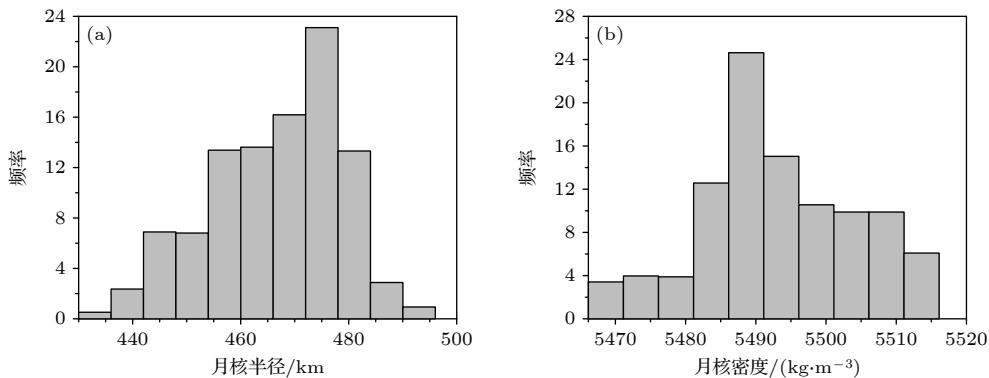


图 2 三层模型下月核半径和密度的频率分布图 (a) 月核半径频率分布图; (b) 月核密度频率分布图

Fig. 2. Histograms of frequency distributions of the estimated radius (a) and density (b) of the core, considering the lunar interior structure with three layers.

图 2(a) 表示月核半径的频率分布图, 图 2(b) 表示月核密度的频率分布图. 图 2(a) 表明月核大小的最优解范围为 460—480 km, 最优值为 470 km, 这与文献 [7] 估算的包含核-幔边界部分熔融层的月核大小 470 km 一致. 图 2(b) 表明最优月核密度的取值范围在 5480—5500 kg/m³ 之间, 最优值为 5486 kg/m³, 该最优值在文献 [9] 估算的最优月核范围 4500—5500 kg/m³ 之间. 模拟退火算法在前期因高温倾向于在全局范围内对最优解进行搜索, 前期更容易接受新解; 随着温度的降低, 后期全局搜索能力减弱, 倾向于在局部范围内对最优解进行优化. 基于模拟退火算法的三层内部结构物性参数的成功反演, 表明本文的算法具有一定的可行性, 可以进一步用于四层内部结构模型的物性参数反演.

考虑四层模型的平均密度和平均惯性矩因子由 (1) 式和 (2) 式算出, 最优参数以目标函数 $f < 0.1$ 为判据. 外核半径 r_{co} 和内核半径 r_{ci} 的统计分

布如图 3 所示, 该统计结果由 14718 个数据组成. 图 3(a) 表示月核外核半径 r_{co} 的频率分布图, 最优值的范围在 360—410 km 之间, 最优值为 385 km. 图 3(b) 表示月核内核半径 r_{ci} 的频率分布图, 最优值在 340—380 km 之间, 最大概率条件的内核半径 $r_{ci} = 350$ km. 基于全球月表岩石剩磁分布数据, 文献 [8] 发现月核大小不超过 400 km. 文献 [10] 研究发现月核内核半径约为 303 km, 外核半径约为 469 km. 基于月球潮汐响应, 文献 [26] 研究发现月核内核半径在 300—340 km 之间, 外核半径在 540—560 km 之间. 本文估算的内核半径与文献 [8, 25] 估算的结果非常接近, 外核半径与文献 [10] 接近, 鉴于多源数据反演月核大小存在一定的差异, 本文估算的月核大小仍然具有一定的参考价值.

依据图 3 给出的月核半径最优值, 在给定月核外核半径 r_{co} 和内核半径 r_{ci} 的前提下, (1) 式和 (2) 式在理论上具有唯一解. 鉴于目标函数 (10) 式的非线性特征, 进一步通过模拟退火算法对月核外

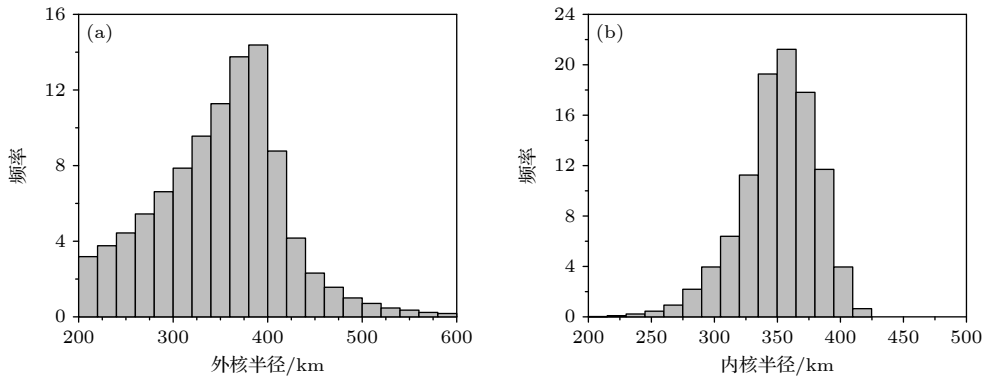


图 3 四层模型的月核半径频率分布图 (a) 外核半径频率分布图; (b) 内核半径频率分布图

Fig. 3. Histograms of frequency distributions of the estimated outer (a) and inner core (b), considering the lunar interior structure with four layers.

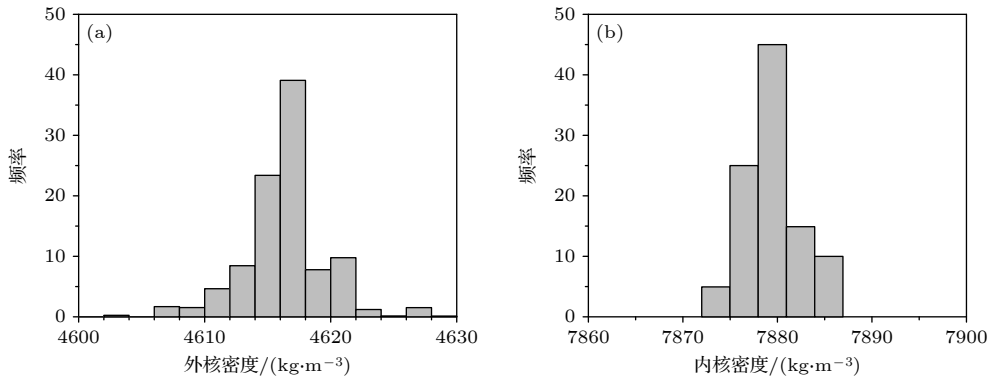


图 4 四层模型的月核密度频率分布图 (a) 外核密度频率分布图; (b) 内核密度频率分布图

Fig. 4. Histograms of frequency distributions of the density of outer core (a) and the density of inner core (b), considering the lunar interior structure with four layers.

核密度和内核密度进行求解,取图3所示最大概率分布值为最优值,即将外核半径 $r_{co} = 385$ km,以及内核半径 $r_{ci} = 350$ km代入(1)式和(2)式,得到外核密度 ρ_{co} 和内核密度 ρ_{ci} 的分布,如图4所示.图4(a)表示月核外核密度 ρ_{co} 的频率分布图,其大小集中在范围4610—4625 kg/m³之间,最优值为4618 kg/m³,接近硫化亚铁密度的标准值4800 kg/m³.图4(b)表示月核内核密度 ρ_{ci} 的频率分布图,其取值为7879 kg/m³,微微大于纯铁密度7800 kg/m³.文献[7]的研究表明月核缺少轻元素,预示月核内核可能由纯铁甚至镍铁合金组成,镍铁合金在行星内核中普遍存在[26].依据全球月表岩石剩磁数据,文献[2,3]的研究表明月球大约在42.5—35.6亿年前存在发电机效应,后期由于月球体积小散热快,致使发电机效应结束.月球在形成初期,月核外核可能由液态的硫化亚铁组成,内核则有纯铁或镍铁合金组成.至35.6亿年前月球发电机效应结束时,形成了385 km左右的硫化亚铁的外核和350 km的纯铁或镍铁合金内核.文献[25]的研究表明,采用平均密度和平均惯性矩约束内外核大小及密度组成时,幔层密度的敏感度远小于壳层密度.本文选择月壳密度($\rho_c = 2800$ kg/m³)和月幔密度($\rho_m = 3360$ kg/m³)作为固定值,估算结果主要受月幔密度的影响.鉴于本文选择的月幔密度由阿波罗(Apollo)月震数据约束得到,估算的月核大小及组成对月球内部结构研究仍然具有一定的参考价值.

6 结论

利用模拟退火算法,结合高分辨率重力场模型GL900D的二阶位系数和激光测月LLR的天平动参数,对月核的大小及其密度组成进行了估算.在月球内部结构三层模型下,月核大小约为470 km,密度在5486 kg/m³左右.反演的月核大小与包含壳-幔界面部分熔融层月核大小的其他研究一致,密度也与其他研究结果相近,验证了算法的可靠性.在月球内部结构四层模型下,反演的月核外核大小最优值约为385 km,内核大小最优值约为350 km.四层模型下,最优内外核大小对应的外核密度约为4618 kg/m³,接近硫化亚铁的密度值,内核密度约为7879 kg/m³,稍微大小纯铁密度值.若本研究结果接近月核真实情况,那么月球在

35.6亿年前发电机效应结束时,形成了385 km左右的硫化亚铁外核和350 km的纯铁或镍铁合金内核.鉴于控制方程较少,以及反演结果的非唯一性,未来新观测数据的加入,基于多源数据融合的反演策略有望进一步地约束月核的大小及其密度组成,进而从比较行星学的角度为包含地球的行星演化进程提供一定的参考.

参考文献

- [1] Jiang Y, Li Y, Liao S Y, Yin Z J, Hsu W B 2022 *Sci. Bull.* **67** 755
- [2] Mighani S, Wang H, Shuster D L, Borlina C S, Nichols C I O, Weiss B P 2020 *Sci. Adv.* **6** eaax0883
- [3] Tikoo S M, Weiss B P, Shuster D L, Suavet C, Wang H, Grove T L 2017 *Sci. Adv.* **3** 1700207
- [4] Williams J G, Konopoliv A S, Boggs D H, Park R S, Yuan D, Lemoine F G, Goossens S, Mazarico E, Nimmo F, Weber R C, Asmar S W, Melosh H J, Neumann G A, Phillips R J, Smith D E, Solomon S C, Watkins M M, Wicczorek M A, Andrews-hanna J C, Head J W, Kiefer W S, Matsuyama I, Mergovern P J, Taylor G J, Zuber M T 2014 *J. Geophys. Res. Planet.* **119** 1546
- [5] Khan A, Pommier A, Neumann G A, Mosegaard K 2013 *Tectonophysics* **609** 331
- [6] Harada Y, Goossens S, Matsumoto K, Yan J, Ping J S, Noda H, Haruyama J 2014 *Nat. Geosci.* **7** 569
- [7] Weber R C, Lin P, Garnero E J, Williams Q, Philippe L 2011 *Science* **331** 309
- [8] Shimizu H, Matsushima M, Takahashi F, Shibuya H, Tsunakawa H 2013 *Icarus* **222** 32
- [9] Yan J, Xu L, Li F, Matsumoto K, Rodriguez J A P, Miyamoto H, Dohm J M 2015 *Adv. Space Res.* **55** 1721
- [10] Zhong Z, Zhang T, Duan L, Li Y, Zhu H Q 2021 *Geomat. Inform. Sci. Wuhan Univ.* **46** 238 (in Chinese) [钟振, 张腾, 段炼, 李毅, 朱化强 2021 武汉大学学报-信息科学版 **46** 238]
- [11] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P 1983 *Science*. **220** 671
- [12] Sakamoto S, Ozera K, Barolli A, Ikeda M, Barilli L, Takizawa M 2019 *Soft Computing* **23** 3029
- [13] Cui Y, Zhang Z S, Shi X J, Guang C, Gao J 2020 *Sep. Purif. Technol.* **236** 116303
- [14] Lemoine F G, Goossens S, Sabaka T J, Nicholas J B, Mazarico E, Rowlands D D, Loomis B D, Chinn D S, Neumann G A, Smith D E, Zuber M T 2014 *Geophys. Res. Lett.* **41** 3382
- [15] Park R S, Folkner W M, Williams J G, Boggs D H 2021 *Astron. J.* **161** 105
- [16] Garcia R F, Khan A, Drilleau M, Margerin L, Kawamura T, Sun D, Wicczorek M A, Rivoldini A, Nunn C, Weber R C, Marusiak A G, Lognonné P, Nakamura Y, Zhu P 2019 *Space. Sci. Rev.* **215** 1
- [17] Lognonné P, Gagnepain-Beyneix J, Chenet H 2003 *Earth Planet. Sc. Lett.* **211** 27
- [18] Gagnepain-Beyneix J, Lognonné P, Chenet H, Lombardi D, Spohn T 2006 *Phys. Earth. Planet. In.* **159** 140
- [19] Khan A, Mosegaard K 2002 *J. Geophys. Res. Planet* **107** 3
- [20] Garcia R F, Gagnepain-Beyneix J, Chevrot S, Lognonné P 2011 *Phys. Earth Planet. In.* **188** 96
- [21] Lorell J, Sjogren W L 1968 *Science* **159** 625

- [22] Konopliv A S, Asmar S W, Carranza E, Yuan D N 2001 *Icarus* **150** 1
- [23] Matsumoto K, Goossens S, Ishihara Y, Liu Q, Kikuchi T, Namiki I N, Noda H, Hanada H, Kawano N, Lemoine F G, Rowlands D D 2010 *J. Geophys. Res. Planet* **115** 003499
- [24] Tiesinga E, Mohr P J, Newell D B, Taylor B N 2021 *J. Phys. Chem. Ref. Data* **50** 033105
- [25] Zhong Z, Wen Q L, Liang J F 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 029601 (in Chinese) [钟振, 文麒麟, 梁金福 2023 物理学报 **72** 029601]
- [26] He Y, Sun S, Kim D Y, Jang B G, Li H, Mao H 2022 *Nature* **602** 258

Size and density of lunar core estimated using simulated annealing algorithm*

Wen Qi-Lin Zhong Zhen[†]

(School of Physics and Electronic Science, Guizhou Normal University, Guiyang 550025, China)

(Received 30 November 2022; revised manuscript received 21 January 2023)

Abstract

This study focuses on the size of composition of lunar core. In this study, we consider the lunar mean density and mean moment of inertia factor in our inversion. We use the degree-2 coefficients of lunar gravity field model GL990D and the lunar physical liberation parameters to compute mean moment of inertia factor, which is treated as an observed value. We also compute the observed value of the mean density according to the total mass of the Moon. Based on the interior structure with various layers, we deduce the modeled expressions for the lunar mean density and mean moment of inertia factor. Summing the squares of the difference between the observed value and modeled value as an inversion criterion, we estimate the multi-parameters based on the simulated annealing algorithm. By considering the lunar interior structure with three layers, the estimated size of the lunar core is around 470 km, and the density of the core is close to $5486 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. The computed size and density of the lunar core are close to other reported values, thereby validating our algorithm. We then consider the scenarios that the lunar core differentiates between a solid inner core and a liquid outer core. The good-inversed outer core is close to 385 km, while the inner core approaches to 350 km. By using the good-inversed sizes as fixed parameters, it is found that the inner core reaches $7879 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, quite denser than the outer core, which is estimated at $4618 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Our result indicates that the outer core is composed of ferrous sulfide (FeS), while the inner core is comprised of ferrous or ferro-nickel, formed 3.56 billion years ago when the lunar core dynamo ended.

Keywords: gravity field, physical liberation, simulated annealing, size of lunar core, density of lunar core

PACS: 96.20.Jz

DOI: 10.7498/aps.72.20222282

* Project supported by the National Science Foundation of China (Grant Nos. 42030110, 41864001).

[†] Corresponding author. E-mail: zzhong@gznu.edu.cn



应用模拟退火算法估算月核大小及其密度组成

文麒麟 钟振

Size and density of lunar core estimated using simulated annealing algorithm

Wen Qi-Lin Zhong Zhen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 089601 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222282

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222282>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于改进模拟退火算法的非均匀燃烧场分布重建

Distribution reconstruction of non-uniform combustion field based on improved simulated annealing algorithm

物理学报. 2021, 70(13): 134205 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202124>

月表尘埃颗粒带电的机理及应用研究

Charging mechanism and application of lunar dust grains

物理学报. 2018, 67(13): 135201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180047>

月尘被动防护技术的最新研究进展

State-of-the-art passive protection technologies of lunar dust

物理学报. 2021, 70(6): 060501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201517>

核((Nd_{0.7}, Ce_{0.3})₂Fe₁₄B)-壳(Nd₂Fe₁₄B)型磁体反磁化的微磁学模拟

Micromagnetic simulations of reversal magnetization in core ((Nd_{0.7}, Ce_{0.3})₂Fe₁₄B)-shell (Nd₂Fe₁₄B) type

物理学报. 2020, 69(14): 147501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200435>

基于电化学-应力耦合模型的锂离子电池硅/碳核壳结构的模拟与优化

Simulation and optimization of silicon/carbon core-shell structures in lithium-ion batteries based on electrochemical-mechanical coupling model

物理学报. 2021, 70(17): 178201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210455>

金薄膜衬底上介质-金属核壳结构的光学力调控

Tuning optical force of dielectric/metal core-shell placed above Au film

物理学报. 2020, 69(18): 184206 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200214>