

自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体 激发谱及其有效调控*

焦宸¹⁾²⁾ 简粤²⁾ 张爱霞¹⁾ 薛具奎^{1)†}

1) (西北师范大学物理与电子工程学院, 兰州 730070)

2) (兰州工业学院基础学科部, 兰州 730050)

(2022年12月3日收到; 2023年1月8日收到修改稿)

利用 Bogoliubov 理论研究了自由空间中可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体 (Bose-Einstein condensates, BECs) 的激发谱. 通过高频近似得到具有两体相互作用时与时间无关的有效 Floquet 哈密顿量, 从而获得一种可调的自旋-轨道耦合和一种可由周期驱动拉曼耦合调控的有效两体相互作用. 基于系统有效的 Floquet 哈密顿量, 得到凝聚体具有相互作用时的色散关系, 发现周期驱动强度可以有效地调控色散关系的结构, 即周期驱动的拉曼耦合可以调控系统在零动量相与平面波相之间的相变. 进一步利用 Bogoliubov 理论得到系统的 Bogoliubov-de-Gennes (BdG) 方程, 分别研究了凝聚体在零动量相和平面波相中的激发谱. 发现零动量相中的激发谱均为声子激发, 且激发谱随周期驱动强度的增加表现出贝塞尔函数的行为; 平面波相中的激发谱存在声子激发和旋子激发, 当周期驱动强度增加时, 旋子模出现软化现象. 因此, 可以通过周期驱动拉曼耦合实时地调控自旋-轨道耦合 BECs 激发谱中的声子激发和旋子激发.

关键词: 玻色-爱因斯坦凝聚体, 可调自旋-轨道耦合, 激发谱**PACS:** 03.75.Lm, 05.45.Yv, 71.45.Lr**DOI:** 10.7498/aps.72.20222306

1 引言

对凝聚态物理中许多新奇的物理现象而言, 自旋-轨道耦合起着关键的作用, 如自旋霍尔效应^[1]、自旋电子器件和拓扑绝缘体等^[2,3]. 近年来, 超冷原子气体中利用拉曼激光诱导产生的人工自旋-轨道耦合^[4]为研究自旋-轨道耦合玻色子、玻色-爱因斯坦凝聚体 (Bose-Einstein condensates, BECs)^[5-8]以及量子模拟^[9]等提供了一个理想的实验平台. 人们已经对各种人工自旋-轨道耦合 BECs 的基态性质进行了大量的研究^[10-12], 发现了许多新奇的基态相 (如零动量相、平面波相和条纹相等)^[13-15]. 此外, 超冷原子气体中也存在着丰富的动力学现象,

如集体偶极振荡^[5]、约瑟夫森效应^[16-18]、非线性孤子动力学^[19-21]、自囚禁现象^[22]、Landau-Zener 隧穿及 Zitterbewegung 颤动等^[6,7]. 特别地, 对于自旋-轨道耦合 BECs 而言, 由于自旋-轨道耦合打破了系统的伽利略不变性, 不仅使凝聚体的基态相和动力学出现了更有趣的物理现象^[23], 而且使凝聚体的超流临界速度依赖于参考系的选择^[24,25].

声子激发和旋子激发是超流体中常见的两种元激发, 由 Landau^[26]在研究液氦的超流现象时提出. 对传统的 BECs 系统而言, 若系统中只存在短程的两体相互作用, 则其激发谱中仅存在低能的声子激发^[27,28]; 若系统中同时存在短程的两体相互作用和长程相互作用 (如偶极-偶极相互作用), 则其激发谱中不仅存在低能的声子激发, 而且会出现类旋

* 国家自然科学基金 (批准号: 12164042, 12264045, 11764039, 11865014, 11847304)、甘肃省自然科学基金 (批准号: 17JR5RA076, 20JR5RA526) 和甘肃省高等学校创新能力提升项目 (批准号: 2020A-146, 2022A-011) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xuejk@nwnu.edu.cn

子模^[29,30]. 简言之, 对于没有自旋-轨道耦合的 BECs 系统而言, 旋子模只出现在具有长程相互作用的凝聚体中. 有趣的是, 对于自旋-轨道耦合 BECs 系统而言, 若凝聚体仅具有短程的两体相互作用, 其激发谱不仅存在低能的声子激发, 同时激发谱中出现了旋子模^[24,25]. 这是因为自旋-轨道耦合修正了系统的色散关系, 出现了简并的双势阱结构^[8], 从而导致类旋子模的出现. 近年来, 实验上已通过布拉格光谱技术测量了⁸⁷Rb 原子凝聚体中由人工自旋-轨道耦合诱导出的类旋子模, 并发现其随着拉曼耦合强度的减小而出现软化现象^[8,27]. 理论上对自旋-轨道角动量耦合 BECs 的研究中发现了类旋子模的存在^[31], 在 Rashba 自旋-轨道耦合 BECs 的激发谱中发现其旋子模也会出现软化现象^[32], 在具有铁磁相互作用的自旋-轨道耦合 BECs 中发现其零动量相和平面波相中的激发谱中均存在旋子模^[33]. 然而, 在这些已有的研究中有一个共同的不足之处, 那就是系统的自旋-轨道耦合强度不可调控, 这阻碍了对超流凝聚体激发谱的进一步研究和精确调控. 所以, 研究如何通过外场驱动来调控系统的自旋-轨道耦合, 并进一步调控自旋-轨道耦合 BECs 的激发谱, 仍然是一个开放的问题.

本文通过求解 Bogoliubov-de-Gennes (BdG) 方程研究可调自旋-轨道耦合 BECs 的激发谱. 首先通过周期驱动的拉曼耦合获得了一种可调的自旋-轨道耦合, 发现其周期驱动强度可以有效地调控系统的色散关系, 从而调控系统在零动量相与平面波相之间的相变. 接着利用 Bogoliubov 理论得到了系统的 BdG 方程, 分别研究了凝聚体在零动量相和平面波相中的激发谱. 发现周期驱动的拉曼耦合可以实时地调控自旋-轨道耦合 BECs 激发谱中的声子激发和旋子激发.

2 理论模型

本文考虑自由空间中由拉曼激光诱导的自旋-1/2 的一维自旋-轨道耦合 (即 Rashba 型和 Dresselhaus 型自旋-轨道耦合等权叠加) BECs^[4,34,35]. 在平均场近似下, 系统无量纲的哈密顿量为^[36,37]

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{int}}, \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{H}_0 = \frac{1}{2}[(p_x - k_0 \hat{\sigma}_z)^2] + \frac{\Omega}{2} \hat{\sigma}_x + \frac{\delta}{2} \hat{\sigma}_z + V_{\text{ext}} \quad (2)$$

是无量纲的单粒子哈密顿量. (2) 式中, 能量、时间和长度分别用 $\hbar a_{\perp}$, ω_{\perp}^{-1} 和 a_{\perp} 进行无量纲化. 其中 ω_{\perp} 是谐振势在与 x 方向垂直的平面内的囚禁频率, 故 $a_{\perp} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{\perp})}$ 是相应谐振势的谐振子长度, m 是原子质量. $p_x = -i\partial/\partial x$ 是 x 方向的动量算符, $\hat{\sigma}_i$ 是泡利矩阵, V_{ext} 是外部囚禁势, $k_0 = \tilde{k}_0/(\hbar a_{\perp}^{-1})$ 是无量纲的自旋-轨道耦合强度, $\Omega = \tilde{\Omega}/(\hbar\omega_{\perp})$ 是无量纲的拉曼耦合强度, $\delta = \tilde{\delta}/(\hbar\omega_{\perp})$ 是无量纲的双光子失谐. 另一方面, 无量纲的两体相互作用哈密顿量 \mathbf{H}_{int} 表示为^[36,38]

$$\mathbf{H}_{\text{int}} = \text{diag}(g_{11}|\Phi_1|^2 + g_{12}|\Phi_2|^2, g_{22}|\Phi_2|^2 + g_{12}|\Phi_1|^2), \quad (3)$$

其中, Φ_1 和 Φ_2 是凝聚体两个赝自旋分量的波函数, $g_{ij} = 2a_{ij}/a_{\perp}$ 是原子间相互作用耦合常数, a_{ij} 是相应的原子间 s 波散长度.

近年来, 周期驱动系统在量子物理中引起了广泛的研究^[39]. 因此, 本文考虑以下形式的周期驱动的拉曼耦合来获得一种可调的自旋-轨道耦合^[34,35,40]:

$$\Omega \rightarrow \Omega(t) = \Omega_0 + \Omega_{\text{R}} \cos(\omega_{\text{R}} t), \quad (4)$$

其中 Ω_0 为拉曼耦合强度固定的常数部分, Ω_{R} 和 ω_{R} 分别表示周期驱动的调制振幅和调制频率. 在可调自旋-轨道耦合 BECs 的实验中^[34,35], 可以通过控制拉曼激光的强度和相位来实时地调节拉曼耦合强度. 同时可通过对其中一束拉曼激光施加 π 相移来避免拉曼耦合强度在 $\Omega_{\text{R}} > \Omega_0$ 时出现负值. 为利用高频近似的方法来消除拉曼耦合中与时间有关的调制项, 要求周期驱动拉曼耦合的调制频率 ω_{R} 为 kHz 量级.

为此, 引入如下的幺正变换^[34,35,40]:

$$\mathbf{U}(t) = \exp \left[-i \frac{\Omega_{\text{R}} \sin(\omega_{\text{R}} t)}{2\omega_{\text{R}}} \hat{\sigma}_x \right]. \quad (5)$$

则系统的旋量波函数 $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2)^{\text{T}}$ 经幺正变换之后为 $\psi = \mathbf{U}^{\dagger} \Phi$, 且 $\psi = (\psi_1, \psi_2)^{\text{T}}$. 同时系统幺正变换后的哈密顿量可根据 Floquet 理论写为^[39]

$$\mathbf{H}' = \mathbf{U}^{\dagger}(\mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_{\text{int}})\mathbf{U} - i\mathbf{U}^{\dagger} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}. \quad (6)$$

对 (6) 式进行积分 $\bar{\mathbf{H}}_{\text{eff}} = \int_0^{\tau} \mathbf{H}' dt = \bar{\mathbf{H}}_0^{\text{eff}} + \bar{\mathbf{H}}_{\text{int}}^{\text{eff}}$ 可得到系统与时间无关的准静态 Floquet 哈密顿量, 其中 $\tau = 2\pi/\omega_{\text{R}}$ 是周期驱动拉曼耦合的调制周期. 一方面, 有效的单粒子哈密顿量 $\bar{\mathbf{H}}_0^{\text{eff}}$ 具体表达如下:

$$\begin{aligned} \bar{H}_0^{\text{eff}} = & \frac{1}{2}(p_x^2 + k_0^2) - J_0(\chi)k_0p_x\hat{\sigma}_z \\ & + \frac{\Omega_0}{2}\hat{\sigma}_x + \frac{\delta}{2}J_0(\chi)\hat{\sigma}_z + V_{\text{ext}}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中, $J_0(\chi)$ 是第一类零阶贝塞尔函数, $\chi = \Omega_R/\omega_R$ 是拉曼耦合的周期驱动强度. 通过观察 (7) 式, 发现周期驱动的拉曼耦合产生了一个可调的自旋-轨道耦合强度 $J_0(\chi)k_0$. 另一方面, 有效的两体相互作用哈密顿量表示如下:

$$\bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}} = \begin{pmatrix} g'_{11}|\psi_1|^2 + g'_{12}|\psi_2|^2 & g'_{33}(\psi_1\psi_2^* - \psi_2\psi_1^*) \\ g'_{33}(\psi_2\psi_1^* - \psi_1\psi_2^*) & g'_{12}|\psi_1|^2 + g'_{22}|\psi_2|^2 \end{pmatrix}, \quad (8)$$

其中有效的原子间相互作用耦合常数分别表示为

$$\begin{aligned} g'_{11} = & \frac{1}{8}[(3 + J_0(2\chi))(g_{11} + g_{22}) + 2(1 - J_0(2\chi))g_{12} \\ & + 4J_0(\chi)(g_{11} - g_{22})], \\ g'_{12} = & \frac{1}{8}[(1 - J_0(2\chi))(g_{11} + g_{22}) + 2(3 + J_0(2\chi))g_{12}], \\ g'_{33} = & \frac{1}{8}[(1 - J_0(2\chi))(g_{11} + g_{22}) - 2(1 - J_0(2\chi))g_{12}], \\ g'_{22} = & \frac{1}{8}[(3 + J_0(2\chi))(g_{11} + g_{22}) + 2(1 - J_0(2\chi))g_{12} \\ & - 4J_0(\chi)(g_{11} - g_{22})]. \end{aligned} \quad (9)$$

观察 (9) 式, 发现可以通过周期驱动的拉曼耦合来调控有效的原子间相互作用强度. 同时, 有效的两体相互作用哈密顿量 $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}}$ 的非对角元中出现了新型的两体相互作用 $g'_{33}(\psi_1\psi_2^* - \psi_2\psi_1^*)$ 和 $g'_{33}(\psi_2\psi_1^* - \psi_1\psi_2^*)$. 这是由两体相互作用哈密顿量的 $SU(2)$ 对称性破缺导致的. 若两体相互作用哈密顿量具有 $SU(2)$ 对称性 (即 $g_{11} = g_{22} = g_{12} = g$), 则其与自旋算符 $\hat{\sigma}_x$ 相互对易, 因而两体相互作用哈密顿量不会被自旋相关的么正变换所影响, 即 (8) 式中的非对角元也会消失. 此时经么正变换后有效的两体相互作用哈密顿量 $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}}$ 与高频近似前无量纲的两体相互作用哈密顿量 H_{int} 一致, 周期驱动对原子间相互作用不产生影响. 此外, 由 (8) 式可以发现, 当拉曼耦合强度不存在周期驱动时 (即 $\chi = 0$), 有效的两体相互作用哈密顿量 $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}}$ 与高频近似前无量纲的两体相互作用哈密顿量 H_{int} 完全一致.

3 色散关系

由于本文考虑自由空间中的可调自旋-轨道耦

合 BECs, 因此忽略外部囚禁势的影响, 即 $V_{\text{ext}} = 0$. 通过将有效的单粒子哈密顿量 \bar{H}_0^{eff} 对角化得到了如下的色散关系:

$$E_{\pm}(k) = \frac{k_0^2 + k^2}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega_0}{2}\right)^2 + J_0^2(\chi)\left(k_0k + \frac{\delta}{2}\right)^2}, \quad (10)$$

其中 k 为凝聚体的动量. 观察 (10) 式发现, 当失谐 $\delta = 0$ 时, 单粒子色散关系中较低的一支 $E_-(k)$ 关于动量 $k = 0$ 对称; 当失谐 $\delta \neq 0$ 时, $E_-(k)$ 关于动量 $k = 0$ 是非对称的. 此外, 当 $\Omega_0 < 2J_0^2(\chi)k_0^2$ 时, 色散关系 $E_-(k)$ 在 $k_m = \pm J_0(\chi)k_0\sqrt{1 - \Omega_0^2/(4J_0^4(\chi)k_0^4)}$ 处存在两个极小值点, 这意味着此时的凝聚体基态波函数处于一个双动量态; 当 $\Omega_0 \geq 2J_0^2(\chi)k_0^2$ 时, 色散关系 $E_-(k)$ 只在 $k_m = 0$ 处存在一个极小值点, 这意味着此时的凝聚体基态波函数处于一个零动量态. 显然, 凝聚体的基态相在 $\Omega_0 = 2J_0^2(\chi)k_0^2$ 时发生相变.

当考虑有效的两体相互作用哈密顿量 $\bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}}$ 时, G-P (Gross-Pitaevskii) 方程中出现与原子间相互作用相关的非线性项, 从而无法解析地计算系统的色散关系, 只能数值计算. 为此, 这里假设体系的基态波函数有如下形式:

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} e^{-i\mu t + ikx}, \quad (11)$$

由此可以得到凝聚体基态的 G-P 方程为 $(\bar{H}_0^{\text{eff}} + \bar{H}_{\text{int}}^{\text{eff}})\psi = \mu\psi$, 其中 μ 表示化学势. 因此, 当考虑系统的两体相互作用时, 可以通过数值求解凝聚体基态的 G-P 方程得到系统的色散关系. 为计算方便, 根据 ^{87}Rb 原子的自旋-轨道耦合 BECs 实验 [4], 我们假设原子间相互作用耦合常数 $g_{11} = g_{22} = g$.

图 1(a1) 和图 1(a2) 给出了不同参数下系统的色散关系. 当忽略失谐 δ 的影响时, 随着周期驱动强度 χ 的增加, 一方面色散关系始终关于动量 $k = 0$ 对称, 另一方面体系最低能量对应的准动量由两个极小值简并到一个极小值, 这意味周期驱动强度 χ 增加的过程中系统存在相变 (图 1(a1)). 对于固定的周期驱动强度 χ 和种间相互作用 g_{12} , 随着失谐 δ 的增加, 色散关系关于动量 $k = 0$ 呈现不对称性 (图 1(a2)). 图 1(b1) 和图 1(b2) 给出了不同参数下最低能量对应的准动量与周期驱动强度 χ 的关系. 当忽略失谐 δ 的影响时, 随着种间相互作用 g_{12} 的增加, 凝聚体的准动量 k_m 由零增加到一个

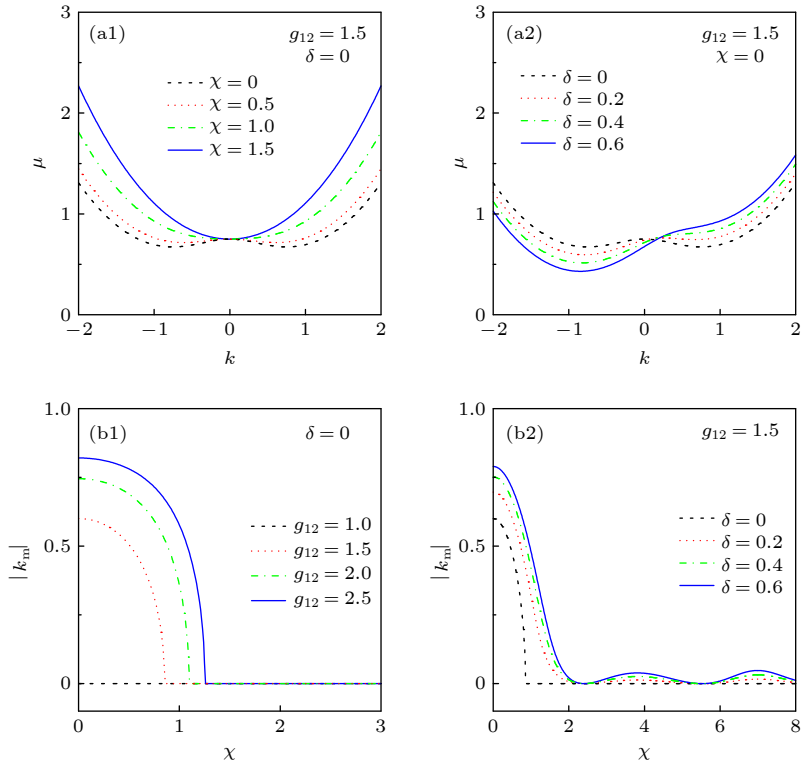


图 1 (a1), (a2) 不同 χ 和 δ 时最低能带结构; (b1), (b2) 不同 g_{12} 和 δ 时最低能量对应的准动量与 χ 的关系. 其他参数为 $\Omega_0 = 2.0$, $k_0 = 1.0$ 和 $g = 1.0$

Fig. 1. (a1), (a2) The lowest band structure for different χ and δ ; (b1), (b2) relationship between the quasi-momentum corresponding to the lowest energy and χ for different g_{12} and δ . The other parameters are $\Omega_0 = 2.0$, $k_0 = 1.0$ and $g = 1.0$.

有限的值, 即凝聚体的基态波函数由一个零动量态变化到一个双动量态 (图 1(b1)). 对于固定的周期驱动强度 χ 和种间相互作用 g_{12} , 随着失谐 δ 的增加, 凝聚体的准动量 k_m 表现出类似于贝塞尔函数的行为, 即凝聚体的基态波函数在失谐 δ 增加的过程中在零动量态和双动量态之间表现出贝塞尔函数的振荡行为 (图 1(b2)). 图 1 表明系统的相变可由对拉曼耦合的周期驱动进行有效的调控.

4 BdG 方程及激发谱

本节使用 Bogoliubov 理论研究自由空间中可调自旋-轨道耦合 BECs 的激发谱, 重点关注零动量相和平面波相的元激发. 通过线性化 G-P 方程得到系统的 BdG 方程, 数值求解 BdG 方程得到体系的激发谱.

4.1 BdG 方程

假设体系的基态波函数用 (11) 式表示, 对基态施加如下的扰动 $\delta\psi$:

$$\delta\psi_{1,2} = U_{1,2}e^{iqx-i\omega t} + V_{1,2}^*e^{-iqx+i\omega^*t}, \quad (12)$$

其中 U 和 V 表示扰动振幅, q 表示扰动动量, ω 表示扰动频率. 考虑扰动之后, 描述体系总的波函数可写为

$$\Psi_{1,2} = [\psi_{1,2} + \delta\psi_{1,2}(x, t)]e^{-i\mu t + ikx}. \quad (13)$$

其中 $\psi_{1,2}$ 满足基态方程 $(\hat{H}_0^{\text{eff}} + \hat{H}_{\text{int}}^{\text{eff}})\psi = \mu\psi$. 将考虑扰动之后的波函数 (13) 式代入到基态方程并关于扰动线性化, 即可得如下的 BdG 方程:

$$\hat{H}_{\text{BdG}} [U_1, U_2, V_1, V_2]^T = \omega [U_1, U_2, V_1, V_2]^T, \quad (14)$$

其中矩阵 \hat{H}_{BdG} 可写为

$$\hat{H}_{\text{BdG}} = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} \\ -H_{31} & -H_{32} & -H_{33} & -H_{34} \\ -H_{41} & -H_{42} & -H_{43} & -H_{44} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

\hat{H}_{BdG} 的矩阵元表达式详见附录 A.

根据 BdG 方程不仅可以计算系统的激发谱, 而且还可以判断系统基态的动力学不稳定性 and 能量不稳定性. 由于 \hat{H}_{BdG} 是非厄米矩阵, 其特征值 ω 不全是实数. 当 \hat{H}_{BdG} 的特征值 ω 为虚数时, 系统存在动力学不稳定性 (即调制不稳定性, 且调制不稳

定性的增长率为 $\xi = \{|\text{Im}(\omega)\}|_{\max}$, 即扰动波将随时间指数增长. 体系的能量不稳定性 (即朗道不稳定性) 由矩阵 $\hat{\tau}_z \hat{H}_{\text{BdG}}$ 的特征值判断, 其中对角矩阵 $\hat{\tau}_z = \text{diag}(\mathbf{I}, \mathbf{I})$, \mathbf{I} 是单位矩阵. 由于矩阵 $\hat{\tau}_z \hat{H}_{\text{BdG}}$ 为厄米矩阵, 故其特征值全为实数. $\hat{\tau}_z \hat{H}_{\text{BdG}}$ 的特征值为正表示此时系统处于能量稳定的状态, 而特征值为负表明此时系统具有能量不稳定性, 这意味着系统的能量出现一个能量鞍点, 从而系统随之发生动力学不稳定性. 最后, 可以通过计算矩阵 $\hat{\tau}_z \hat{H}_{\text{BdG}}$ 的特征值求解系统的 Bogoliubov 激发谱, 激发谱中负的激发能量意味着系统中出现能量不稳定性, 而正的激发能量表示系统是能量稳定的. 下面将详细研究可调自旋-轨道耦合 BECs 中零动量相和平面波相的 Bogoliubov 激发谱.

4.2 激发谱

图 2 给出了取不同的周期驱动强度 χ 、种间相互作用 g_{12} 、失谐 δ 和自旋-轨道耦合强度 k_0 时零动量相的激发谱 (较低的一支). 对零动量相而言, 凝聚体的动量 $k = 0$, 故凝聚体中的原子均匀地分布在两个自旋态上. 我们发现零动量相的激发谱总体有两大特征, 特征之一是激发谱关于 $q = 0$ 左右对

称, 其中 q 表示元激发的动量, 即凝聚体相对于基态动量的偏移; 另一个特征是元激发的能量均为正值, 这意味零动量相始终是能量稳定的. 另外, 激发动量 $q \rightarrow 0$ 对应于声子激发, 且声子激发谱可以写为 $\omega = cq$, 此处 c 表示超流凝聚体的声速, 这对应于激发谱 $\omega_-(q)$ 图中的斜率. 如图 2(a1), 对于固定的 k_0 , g_{12} 和 δ , 随着周期驱动强度 χ 的增加, 激发谱 $\omega_-(q)$ 图中的斜率逐渐减小, 即零动量相下凝聚体的声速 c 随着周期驱动强度 χ 的增加而减小. 这是因为随着周期驱动强度 χ 的增加, 有效的自旋-轨道耦合强度 $J_0(\chi)k_0$ 逐渐减小, 而较小的自旋-轨道耦合强度 $J_0(\chi)k_0$ 减小了零动量相下凝聚体的声速 (图 2(b2)). 对于固定的周期驱动强度 χ 和自旋-轨道耦合强度 k_0 , 随着种间相互作用 g_{12} 的增加, 零动量相中的声速 c 逐渐增加 (图 2(a2)); 随着失谐 δ 的增加, 零动量相下凝聚体的声速 c 逐渐减小 (即声子模出现软化现象, 激发谱由线性结构变化成抛物形结构), 直至在相变点处消失 (图 2(b1)).

由于长波近似下 (即 $q \rightarrow 0$) 零动量相的激发谱 ω_- 表现为声子色散关系, 因此图 3 中展示了给定系统元激发动量 $q = 0.01 \rightarrow 0$ 的情况下, 零动

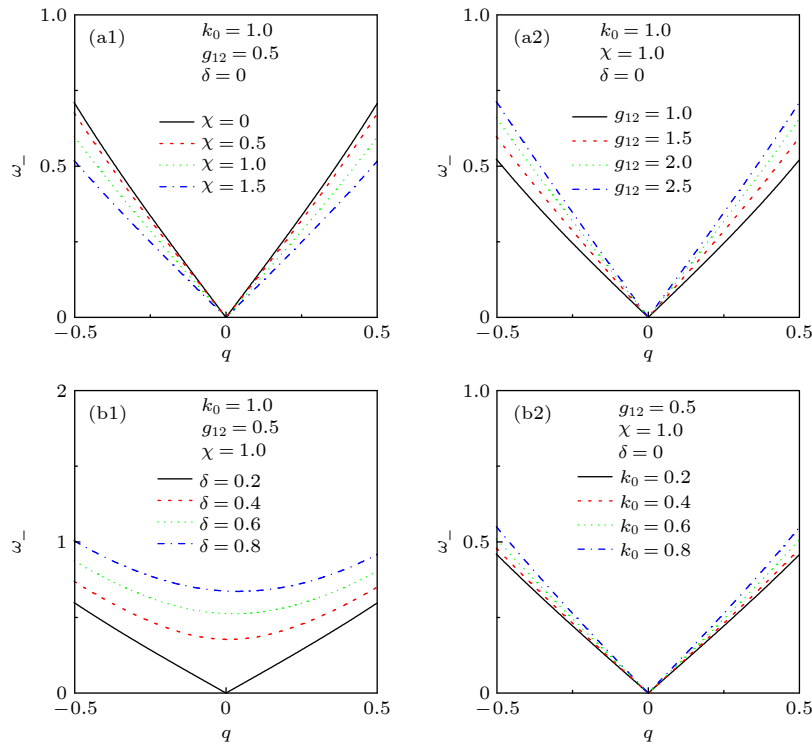


图 2 不同 χ , g_{12} , δ 和 k_0 时零动量相的激发谱 (较低的一支). 其他参数为 $g = 1.0$, $\Omega_0 = 2.0$

Fig. 2. Excitation spectrum of zero-momentum phase (lower branch) for different χ , g_{12} , δ and k_0 . The other parameters are $g = 1.0$, $\Omega_0 = 2.0$.

量相的激发谱 ω_- 与周期驱动强度 χ 的关系. 观察图 3(a1)—(a3) 发现, 当其他参数固定时, 对于给定的失谐 δ 、种间相互作用 g_{12} 和自旋-轨道耦合强度 k_0 , 零动量相中元激发的能量 ω_- 随周期驱动强度 χ 的增加表现出类似于贝塞尔函数的振荡行为, 这意味零动量相下凝聚体的声速也存在类似的贝塞尔函数行为. 因此, 实验中可以通过周期驱动拉曼耦合来实时地调控超流凝聚体的声速.

以上讨论的是零动量相中的激发谱, 下面详细研究平面波相的激发谱. 图 4 所示为不同的周期驱动强度 χ 和失谐 δ 对平面波相的激发谱 ω_- 的影响. 对平面波相而言, 凝聚体的动量 $k \neq 0$, 因此平面波相的激发谱关于 $q = 0$ 左右不对称. 另外, 随着周期驱动强度 χ 和失谐 δ 的增加, 平面波相的激发能量 $\omega_- > 0$, 即此时的平面波相是能量稳定的. 在长波近似下 (即 $q \rightarrow 0$), 平面波相的激发谱不仅存在声子模 (类似于零动量相激发谱的声子模), 而且还存在类旋子模 (即激发动量 $q > 0$ 时, 激发谱中出现

一个极小值点). 其实类旋子模出现的物理起源是凝聚体基态简并的结果. 对于单粒子色散, 当自旋-轨道耦合强度 k_0 较大时, 最低能带在动量 $k = \pm k_m$ 处有两个简并的极小值; 当自旋-轨道耦合强度 k_0 较小时, 最低能带在动量 $k = 0$ 处有一个极小值. 当考虑原子间相互作用时, 处于平面波相的凝聚体占据 k_m 态或 $-k_m$ 态. 在这种情况下, 当凝聚体受到扰动时, 有利于一部分原子转移到未占据的那个简并态, 从而出现了一个旋子极小值. 在图 4(a1) 中, 对于固定的失谐 δ , 随着周期驱动强度 χ 的增加, 旋子模的能量逐渐减小 (即旋子模出现软化现象), 直至在相交点处旋子模消失 (因为 χ 的增加导致系统发生平面波相到零动量相的相变). 在图 4(a2) 中, 对于固定的周期驱动强度 χ , 随着失谐 δ 的增加, 旋子模的能量逐渐增加, 直至接近于声子模的能量, 此时旋子模也会软化, 直至完全消失. 即通过周期调制拉曼耦合实现了对凝聚体激发谱的有效调控.

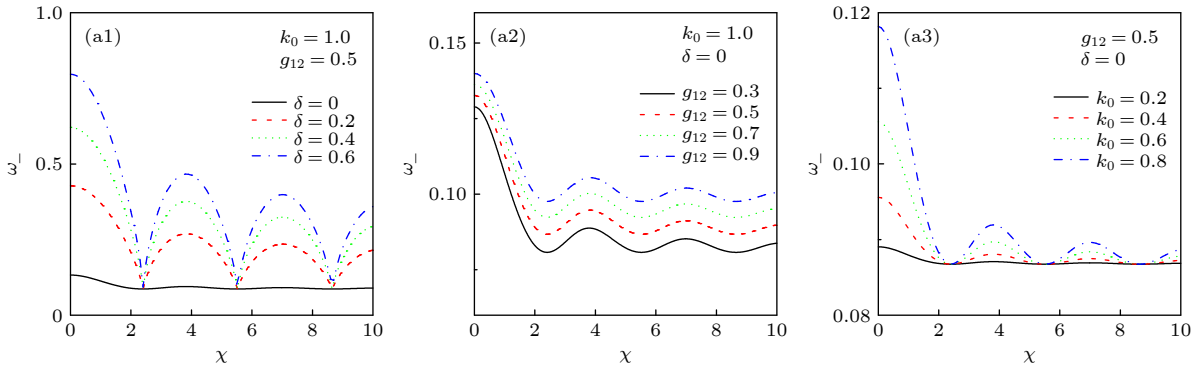


图 3 不同参数下周期驱动强度 χ 对零动量相激发谱 (较低的一支) 的调控. 其他参数为 $q = 0.01$, $g = 1.0$ 和 $\Omega_0 = 2.0$

Fig. 3. Regulation of the excitation spectrum (lower branch) in zero-momentum phase by periodic driving strength χ under different parameters. The other parameters are $q = 0.01$, $g = 1.0$ and $\Omega_0 = 2.0$.

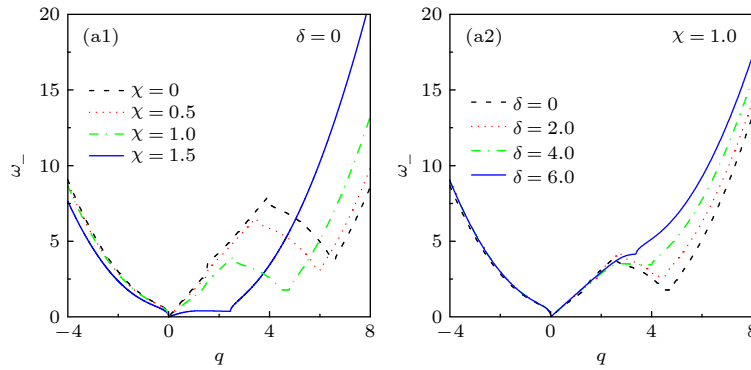


图 4 取不同 χ 和 δ 时平面波相的激发谱 (较低的一支). 其他参数为 $g = 1.0$, $g_{12} = 1.5$, $\Omega_0 = 2.0$ 和 $k_0 = 2.0$

Fig. 4. Excitation spectrum (lower branch) of the plane wave phase for different χ and δ . The other parameters are $g = 1.0$, $g_{12} = 1.5$, $\Omega_0 = 2.0$ and $k_0 = 2.0$.

5 结 论

本文通过 Bogoliubov 理论研究了自由空间中可调自旋-轨道耦合 BECs 的激发谱. 首先在高频近似下通过 Floquet 理论得到了系统与时间无关的有效 Floquet 哈密顿量, 从而实现了一种可调的自旋-轨道耦合. 基于系统有效的 Floquet 哈密顿量, 数值计算了凝聚体具有相互作用时的色散关系, 发现周期驱动可以有效地调控色散关系的结构, 即周期驱动可以调控系统在零动量相与平面波

相之间的转变. 进一步利用 Bogoliubov 理论得到了系统的 BdG 方程, 分别研究了凝聚体在零动量相和平面波相中的激发谱. 发现零动量相中声子激发时的声速随周期驱动强度的增加表现出贝塞尔函数的行为, 平面波相中的旋子模随周期驱动强度的增加出现软化现象.

附录 A \widehat{H}_{BdG} 矩阵元表达式

$H_{11}—H_{44}$ 的具体表达式如下:

$$\begin{aligned}
 H_{11} &= H_1(k, q) - J_0(\chi)k_0(k + q), \\
 H_{12} &= \frac{\Omega_0}{2} + \frac{1}{2}g_{12}\psi_1\psi_2^* [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1\psi_2^* [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}\psi_1^*\psi_2 [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{13} &= \frac{1}{4}g\psi_1^2 [3 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}g_{12}\psi_1^2 [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}\psi_2^2 [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{14} &= \frac{1}{2}g_{12}\psi_1\psi_2 [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1\psi_2 [1 - J_0(2\chi)]. \\
 H_{21} &= \frac{\Omega_0}{2} + \frac{1}{2}g_{12}\psi_1^*\psi_2 [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1^*\psi_2 [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}\psi_1\psi_2^* [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{22} &= H_2(k, q) + J_0(\chi)k_0(k + q), \\
 H_{23} &= \frac{1}{2}g_{12}\psi_1\psi_2 [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1\psi_2 [1 - J_0(2\chi)], \\
 H_{24} &= \frac{1}{4}g\psi_2^2 [3 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}g_{12}\psi_2^2 [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}\psi_1^2 [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))]. \\
 H_{31} &= \frac{1}{4}g\psi_1^{*2} [3 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}g_{12}\psi_1^{*2} [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}\psi_2^{*2} [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{32} &= \frac{1}{2}g_{12}\psi_1^*\psi_2^* [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1^*\psi_2^* [1 - J_0(2\chi)], \\
 H_{33} &= H_1(-k, q) + J_0(\chi)k_0(q - k), \\
 H_{34} &= \frac{\Omega_0}{2} + \frac{1}{2}g_{12}\psi_1^*\psi_2 [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1^*\psi_2 [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}\psi_1\psi_2^* [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))]. \\
 H_{41} &= \frac{1}{2}g_{12}\psi_1^*\psi_2^* [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1^*\psi_2^* [1 - J_0(2\chi)], \\
 H_{42} &= \frac{1}{4}g\psi_2^{*2} [3 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}g_{12}\psi_2^{*2} [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{4}\psi_1^{*2} [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{43} &= \frac{\Omega_0}{2} + \frac{1}{2}g_{12}\psi_1\psi_2^* [1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}g\psi_1\psi_2^* [1 - J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}\psi_1^*\psi_2 [(g_{12} - g)(1 - J_0(2\chi))], \\
 H_{44} &= H_2(-k, q) - J_0(\chi)k_0(q - k). \\
 \\
 H_1(k, q) &= -\mu + \frac{(q+k)^2}{2} + \frac{k_0^2}{2} + J_0(\chi)\frac{\delta}{2} + \frac{1}{2}g|\psi_1|^2[3 + J_0(2\chi)] \\
 &\quad + \frac{1}{2}g_{12}|\psi_2|^2[1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}[1 - J_0(2\chi)][g_{12}|\psi_1|^2 + g|\psi_2|^2], \\
 H_2(k, q) &= -\mu + \frac{(q+k)^2}{2} + \frac{k_0^2}{2} - J_0(\chi)\frac{\delta}{2} + \frac{1}{2}g|\psi_2|^2[3 + J_0(2\chi)] \\
 &\quad + \frac{1}{2}g_{12}|\psi_1|^2[1 + J_0(2\chi)] + \frac{1}{2}[1 - J_0(2\chi)][g|\psi_1|^2 + g_{12}|\psi_2|^2].
 \end{aligned}$$

参考文献

- [1] Sinova J, Valenzuela S O, Wunderlich J, Back C H, Jungwirth T 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 1213
- [2] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [3] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [4] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 7336
- [5] Zhang J Y, Ji S C, Chen Z, Zhang L, Du Z D, Yan Bo, Pan G S, Zhao B, Deng Y J, Pan J W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 115301
- [6] Qu C L, Hammer C, Gong M, Zhang C W, Engels P 2013 *Phys. Rev. A* **88** 021604
- [7] LeBlanc L J, Beeler M C, Jiménez-García K, Perry A R, Sugawa S, Williams R A, Spielman I B 2013 *New J. Phys.* **15** 073011
- [8] Ji S C, Zhang L, Xu X T, Wu Z, Deng Y J, Chen S, Pan J W 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 105301
- [9] Hauke P, Cucchietti F M, Tagliacozzo L, Deutsch I, Lewenstein M 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 082401
- [10] Galitski V, Spielman I B 2013 *Nature* **494** 7345
- [11] Zheng W, Yu Z Q, Cui X L, Zhai H 2013 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 134007
- [12] Goldman N, Juzeliūnas G, Öhberg P, Spielman I B 2014 *Rep. Prog. Phys.* **77** 126401
- [13] Li Y, Pitaevskii L P, Stringari S 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 225301
- [14] Martone G I, Pepe F V, Facchi P, Pascazio S, Stringari S 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 125301
- [15] Li S, Wang H, Li F, Cui X L, Liu B 2020 *Phys. Rev. A* **102** 033328
- [16] Zhang D W, Fu L B, Wang Z D, Zhu S L 2012 *Phys. Rev. A* **85** 043609
- [17] Ji A C, Sun Q, Xie X C, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 023602
- [18] Qi R, Yu X L, Li Z B, Liu W M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 185301
- [19] Xu Y, Zhang Y P, Wu B 2013 *Phys. Rev. A* **87** 013614
- [20] Liang Z X, Zhang Z D, Liu W M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 050402
- [21] Wang L X, Dai C Q, Wen L, Liu T, Jiang H F, Saito H, Zhang S G, Zhang X F 2018 *Phys. Rev. A* **97** 063607
- [22] Merkl M, Jacob A, Zimmer F E, Öhberg P, Santos L 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 073603
- [23] Zhang Y P, Mossman M E, Busch T, Engels P, Zhang C W 2016 *Front. Phys.* **11** 118103
- [24] Zhu Q Z, Zhang C W, Wu B 2012 *Eur. Phys. Lett.* **100** 50003
- [25] Zhu Q Z, Wu B 2015 *Chin. Phys. B* **24** 050507
- [26] Landau L 1941 *Phys. Rev.* **60** 356
- [27] Khomechi M A, Zhang Y P, Hammer C, Busch T, Engels P 2014 *Phys. Rev. A* **90** 063624
- [28] Steinhauer J, Ozeri R, Katz N, Davidson N 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 120407
- [29] Santos L, Shlyapnikov G V, Lewenstein M 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 250403
- [30] O'Dell D H J, Giovanazzi S, Kurizki G 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 110402
- [31] Chen K J, Wu F, Hu J S, He L Y 2020 *Phys. Rev. A* **102** 013316
- [32] Ravisankar R, Fabrelli H, Gammal A, Muruganandam P, Mishra P K 2021 *Phys. Rev. A* **104** 053315
- [33] Chen Y Y, Lyu H, Xu Y, Zhang Y P 2022 *New J. Phys.* **24** 073041
- [34] Zhang Y P, Chen G, Zhang C W 2013 *Sci. Rep.* **3** 1
- [35] Jiménez-García K, LeBlanc L J, Williams R A, Beeler M C, Qu C, Gong M, Zhang C, Spielman I B 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 125301
- [36] Dalfovo F, Giorgini S, Pitaevskii L P, Stringari S 1999 *Rev. Mod. Phys.* **71** 463
- [37] Lin Y J, Compton R L, Jiménez-García K, Phillips W D, Porto J V, Spielman I B 2011 *Nat. Phys.* **7** 531534
- [38] Achilleos V, Frantzeskakis D J, Kevrekidis P G, Pelinovsky D E 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 264101
- [39] Bukov M, D'Alessio L, Polkovnikov A 2015 *Adv. Phys.* **64** 139226
- [40] Salerno M, Abdullaev F Kh, Gammal A, Tomio L 2016 *Phys. Rev. A* **94** 043602

Excitation spectrum of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates and its effective regulation*

Jiao Chen¹⁾²⁾ Jian Yue²⁾ Zhang Ai-Xia¹⁾ Xue Ju-Kui^{1)†}

1) (*College of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China*)

2) (*Department of Basic Sciences, Lanzhou Institute of Technology, Lanzhou 730050, China*)

(Received 3 December 2022; revised manuscript received 8 January 2023)

Abstract

In a recent experiment, the excitation spectrum of spin-orbit (SO) coupled Bose-Einstein condensates (BECs) of ^{87}Rb atoms was studied by using Bragg spectroscopy, and the roton-maxon structure was found to exist in the excitation spectrum of magnetized phase. In addition, the roton-mode and its softening phenomenon are obtained by using various artificial SO couplings such as Rashba SO coupling and spin-orbital-angular-momentum coupling. However, the SO coupling strength in previous studies could not be controlled in real time, which limits the further study and precise regulation of the excitation spectrum of condensate. Thus, it is still an important topic to study how to regulate the SO coupling strength of the system through an external driving field, and further regulate the excitation spectrum of SO coupled BECs.

In this work, the excitation spectrum of a tunable SO coupled BECs in free space is studied by using Bogoliubov theory. The time-independent effective Floquet Hamiltonian with two-body interaction is obtained in the high frequency approximation, and then a tunable SO coupling and an effective two-body interaction that can be regulated by the periodic driving of Raman coupling are obtained. Based on the effective Floquet Hamiltonian of the system, the dispersion relation of the BECs with interactions is numerically calculated. It is found that the periodic driving can effectively regulate the structure of the dispersion relation, which indicates that the periodic driving can regulate the phase transition between the zero-momentum phase and the plane wave phase. Then, the Bogoliubov-de-Gennes (BdG) equation of the system is obtained by using Bogoliubov theory. Moreover, the excitation spectrum of the BECs in the zero momentum phase and the plane wave phase are studied, respectively. Only the phonon excitation exists in the excitation spectrum of the zero momentum phase, and the excitation spectrum behaves as a Bessel function with the increase of the periodic driving strength. The phonon and roton excitations exist in the excitation spectrum of the plane wave phase, and the roton mode gradually softens with the increase of periodically driving strength. Therefore, the phonon and roton excitations in the excitation spectrum of SO coupled BECs can be regulated in real time by periodically driving Raman coupling.

Keywords: Bose-Einstein condensates, tunable spin-orbit coupling, excitation spectrum

PACS: 03.75.Lm, 05.45.Yv, 71.45.Lr

DOI: [10.7498/aps.72.20222306](https://doi.org/10.7498/aps.72.20222306)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12164042, 12264045, 11764039, 11865014, 11847304), the Natural Science Foundation of Gansu Province, China (Grant Nos. 17JR5RA076, 20JR5RA526), and the Innovation Capability Enhancement Project of Higher Education of Gansu Province, China (Grant Nos. 2020A-146, 2022A-011).

† Corresponding author. E-mail: xuejk@nwnu.edu.cn



自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体激发谱及其有效调控

焦宸 简粤 张爱霞 薛具奎

Excitation spectrum of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates and its effective regulation

Jiao Chen Jian Yue Zhang Ai-Xia Xue Ju-Kui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 060302 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222306

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222306>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学

Tunneling dynamics of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2022, 71(21): 210302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220697>

光晶格中自旋轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的非线性能谱特性

Nonlinear energy band structure of spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates in optical lattice

物理学报. 2021, 70(20): 200302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210705>

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap

物理学报. 2020, 69(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200372>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

梯度磁场中自旋-轨道耦合旋转两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态研究

Ground state of spin-orbit coupled rotating two-component Bose-Einstein condensate in gradient magnetic field

物理学报. 2018, 67(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180539>

旋量玻色-爱因斯坦凝聚体拓扑性质的研究进展

The research progress of topological properties in spinor Bose-Einstein condensates

物理学报. 2020, 69(1): 010303 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191648>