

专题: 非线性系统理论及其前沿应用

非线性相互作用的自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的淬火动力学*

王欢 贺夏瑶 李帅 刘博†

(西安交通大学物理学院, 物质非平衡合成与调控教育部重点实验室, 陕西省量子信息与光电量子器件重点实验室, 西安 710049)

(2022年12月18日收到; 2023年1月16日收到修改稿)

研究了在二维自旋-轨道耦合的相互作用超冷玻色气体中存在一维光晶格时, 超流条纹相到超固相的非平衡动力学. 通过研究这一动力学过程中的缺陷(位相空间中的涡旋)及波函数的变化行为, 利用涡旋数及波函数的交叠等描述方法, 确定了考虑光晶格深度随时间线性变化的量子淬火动力学过程的转变时间. 发现在转变时间之前, 体系对于淬火过程没有响应. 当演化时间超过转变时间后, 系统开始迅速响应, 涡旋数及体系的波函数开始迅速变化. 当演化时间足够长时, 系统将达到稳态. 另外还发现, 在上述动力学过程中, 由于体系中自旋-轨道耦合的存在, 系统在空间中的密度分布与自旋在空间中的结构始终相伴生, 即具有拓扑结构的磁斯格明子(反斯格明子)的中心位置始终与体系密度分布的极小值位置相对应.

关键词: 自旋-轨道耦合, 量子淬火, 超固体, 斯格明子与反斯格明子**PACS:** 03.75.Lm, 05.30.Rt**DOI:** 10.7498/aps.72.20222401

1 引言

自旋-轨道耦合 (spin-orbital coupling, SOC) 在拓扑物态中发挥关键的作用, 如在被人们广泛讨论的拓扑绝缘体、拓扑半金属及拓扑超导体等新奇拓扑物态中, SOC 都扮演着重要的角色^[1-4]. 近年来, 随着超冷原子气体实验中成功地实现了人工 SOC, 人们可以通过外加磁场或光场来实现相较于传统电子材料中更好操控的 SOC^[5], 这在人工材料中探索新奇的拓扑物态提供了新的契机^[6-9]. 特别是, 最近在 SOC 的玻色-爱因斯坦凝聚体中观察到具有超固属性的条纹相, 将 SOC 与超固相的探索紧密联系在一起^[10,11]. 超固体是一种新奇的多体量子态, 这种量子态可以被两个独立的自发对称性破缺所刻画, 即 $U(1)$ 对称性和平移对称性的自

发破缺, 使得超固体既具有对角长程序又具有反对角长程序^[12,13]. 超固相之所以近年来备受人们关注, 是由于它具有许多新奇的宏观特性, 例如非经典转动惯量及其他奇异的输运特征^[14-17]. 目前, 在超冷原子气体中探索超固体, 无论在实验和理论的研究上都取得了许多进展, 例如, 在极性分子、磁性原子和 Rydberg 原子气体中等^[18-24]. 尤其是最近在偶极量子气体中实现的二维超固体, 为进一步研究超固相提供了新的可能^[25].

关于超固体的研究, 目前不仅局限在对于平衡态的探讨, 而是进一步延拓到对于非平衡系统的探索, 例如对于超固体动力学演化过程的研究^[26-29]. 在非平衡动力学过程的研究中, 一个重要的工具便是讨论量子淬火过程 (quantum quench)^[30,31]. 该过程是考虑将系统制备在某个特定的量子态 (初态) 上, 然后突然或缓慢地改变系统哈密顿量中的某个

* 国家重点研发计划 (批准号: 2021YFA1401700, 2018YFA0307600)、国家自然科学基金 (批准号: 12074305, 12147137, 11774282) 和小米青年学者项目资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liubophy@gmail.com

参数, 进而研究在这个过程中的演化动力学. 量子淬火为揭示丰富的动力学过程及探索新奇的非平衡物理提供了新的途径^[32,33]. 近年来, 在超冷原子气体中, 人们不仅利用量子淬火过程研究了玻色气体中的非平衡特性^[34], 还探讨了其中动力学相变的临界行为等^[35]. 尤其是在光晶格中的超冷原子气体里, 包括光晶格中的单组分玻色原子气体、偶极玻色气体及长程相互作用的玻色气体等, 人们成功地揭示了其中奇异非平衡动力学过程, 包括缺陷的新奇动力学行为等^[26–29,36,37].

本文以存在一个一维光晶格束缚的二维 SOC 的玻色超冷原子气体为研究对象, 深入研究这一系统中由超流条纹相到超固相的淬火动力学演化过程. 利用量子淬火过程中缺陷 (位相空间中的涡旋) 随时间演化的动力学特征, 可以确定动力学过程中的转变时间. 更有趣的是, 由于 SOC 的存在, 使得系统在空间上的密度分布与自旋纹理的空间分布紧密关联. 我们发现在系统演化过程中, 拓扑自旋纹理斯格明子-反斯格明子 (Skyrmion-antiskyrmion) 的中心始终与空间密度分布的极小值位置相匹配, 这表明系统在空间中产生的密度分布与自旋分布的空间结构在动力学过程中是始终相伴生的.

2 等效模型与平衡态物相

考虑一个二维两组分超冷玻色气体系统, 如 ^{87}Rb 超冷原子气体, 其中两组分分别对应于两个赝自旋态 $|\uparrow\rangle = |F=1, m_F=1\rangle$ 以及 $|\downarrow\rangle = |F=1, m_F=-1\rangle$. 进一步考虑在这个系统中存在 Rashba 型的 SOC, 可以描述为 $\frac{\kappa}{m}(\sigma_x k_y + \sigma_y k_x)$, 其中 κ 表示 SOC 强度, m 为玻色原子质量, $\sigma_{x,y}$ 是泡利矩阵. 系统的束缚势包括一个各向同性的简谐势阱和一个一维光晶格, 可以表示为

$$V(\mathbf{r}) = V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) + V_{\text{OL}}(\mathbf{r}) \\ = \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 + y^2) + V \sin^2(k_L x), \quad (1)$$

其中 $V_{\text{trap}}(\mathbf{r})$ 表示简谐势阱, $V_{\text{OL}}(\mathbf{r})$ 表示沿 x 方向的一维光晶格. V 表示光晶格的深度, k_L 是产生光晶格激光场的波矢, 相应的晶格常数可以定义为 $a_L = \pi/k_L$. 这里考虑的玻色超冷原子系统可以利用下面的哈密顿量来描述:

$$\hat{H} = \int d^2\mathbf{r} \Psi^\dagger \left[\frac{\mathbf{k}^2}{2m} + V_{\text{trap}}(\mathbf{r}) + V_{\text{OL}}(\mathbf{r}) + \frac{\kappa}{m} \mathbf{k} \cdot \hat{\boldsymbol{\sigma}} \right] \Psi \\ + \int d^2\mathbf{r} (g_1 \hat{n}_\uparrow^2 + g_2 \hat{n}_\downarrow^2 + 2g_{12} \hat{n}_\uparrow \hat{n}_\downarrow), \quad (2)$$

其中 $\Psi = (\psi_\uparrow, \psi_\downarrow)^T$ 是玻色场算符, 分别描述赝自旋的两分量. $\hat{n}_\uparrow = \psi_\uparrow^\dagger \psi_\uparrow$, $\hat{n}_\downarrow = \psi_\downarrow^\dagger \psi_\downarrow$ 是两分量的粒子数密度算符. g_1 和 g_2 表示同种赝自旋粒子间的相互作用, 而 g_{12} 则表示异种赝自旋粒子间的相互作用. 这两种相互作用的强度将取决于同种及异种赝自旋粒子间的有效散射长度. 本文主要考虑 $g_1 = g_2 > 0$ 的情况. 为了研究上述系统的基态性质, 首先利用平均场理论构造系统的能量泛函, 计算公式为

$$\varepsilon = \int d^2\mathbf{r} \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \psi_\sigma^* \left[-\frac{1}{2}\nabla^2 + \frac{1}{2}(x^2 + y^2) + V' \sin^2(k'_L x) \right] \psi_\sigma \\ + \kappa' [\psi_\uparrow^* (-i\partial_x - \partial_y) \psi_\downarrow + \psi_\downarrow^* (-i\partial_x + \partial_y) \psi_\uparrow] \\ + \frac{c'_0}{2} (|\psi_\uparrow|^2 + |\psi_\downarrow|^2)^2 + \frac{c'_2}{2} (|\psi_\downarrow|^2 - |\psi_\uparrow|^2)^2. \quad (3)$$

这里分别选取 $\hbar\omega$, $\sqrt{\hbar/m\omega}$ 及 $1/\omega$ 作为能量、长度和时间的单位进行无量纲化处理, 其中 $V' = V/\hbar\omega$ 是无量纲化后的晶格深度, $k'_L = k_L \sqrt{\hbar/m\omega}$ 是无量纲化后的波矢. 无量纲化后的相互作用强度分别定义为 $c'_0 = \beta'_1 + \beta'_{12}$ 和 $c'_2 = \beta'_1 - \beta'_{12}$, 其中 $\beta'_1 = g_1 Nm/\hbar^2$, $\beta'_{12} = g_{12} Nm/\hbar^2$, N 为总粒子数, 而无量纲化后的 SOC 强度定义为 $\kappa' = \kappa/\sqrt{\hbar m\omega}$. (3) 式中的最后两项来源于平均场近似下粒子间的非线性相互作用.

利用模拟退火方法^[38,39] 最小化 (3) 式的能量泛函, 可以获得体系的基态性质. 如图 1(a) 所示, 当固定自旋-轨道耦合强度 κ' , 变化晶格深度 V' 时, 发现存在一个晶格深度的阈值将系统的基态分成两个不同的部分. 当晶格深度在阈值以下时, 系统的基态是超流条纹相. 随着晶格深度的增加并达到临界值以上, 系统的基态将会从超流条纹相转变为超固相. 如图 1(a) 中的插图所示, 超流条纹相与超固相在密度分布上有很大的区别, 超流条纹相的密度涨落只在空间中的一个方向, 即 y 方向存在, 而超固相则是在整个二维空间中形成周期分布. 为了刻画这一区别, 可以引用如下的结构因子来描述:

$$S_\sigma(\mathbf{k}) = \frac{1}{N^2} \sum_{\mathbf{r}, \mathbf{r}'} e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')} \langle \psi_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \psi_\sigma(\mathbf{r}') \rangle, \quad (4)$$

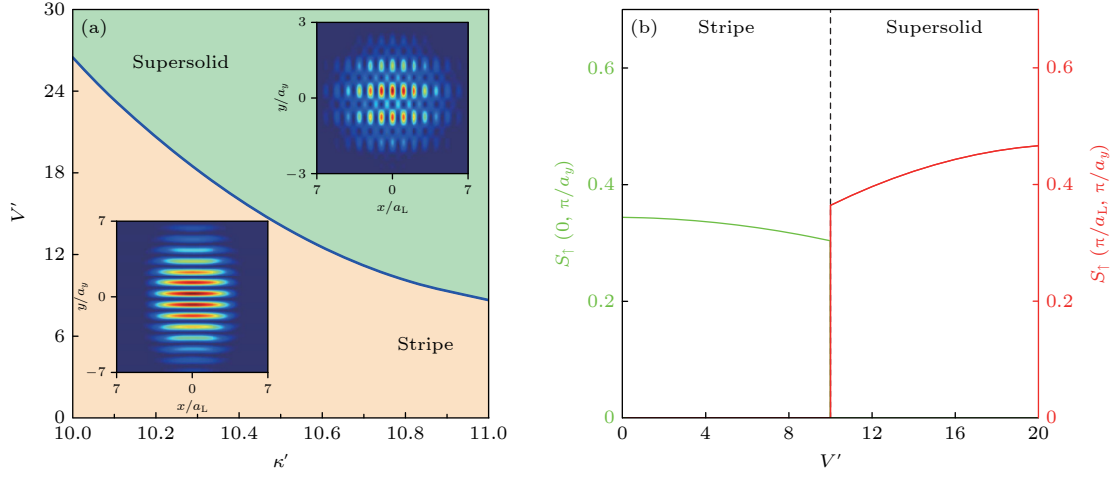


图 1 (a) 存在一维光晶格束缚的二维 SOC 相互作用超冷玻色气体的零温平衡态相图. 相图中包含两种平衡态相分别为超流条纹相和超固相. 左下角和右上角的插图分别代表超流条纹相和超固相中自旋向上组分的密度分布, 其中超流条纹相的密度涨落只在空间中的一个方向即 y 方向存在, 而超固相是在整个二维空间形成周期分布. 插图中的超流条纹相是在 $V' = 0$, $\kappa' = 10.8$ 的情况下, 而超固相则是在 $V' = 20$, $\kappa' = 10.8$ 的情况下. 另外, 哈密顿量中的其他参数取为 $c'_0 = 10$, $c'_2 = -0.8c'_0$ 和 $k'_L = 3.5\pi$. (b) 结构因子 $S_\sigma(\mathbf{k})$ 随光晶格深度的变化, 这里取 $\kappa' = 10.8$, 其他参数与图 (a) 一致

Fig. 1. (a) Equilibrium zero-temperature phase diagram as a function of the SOC strength and lattice depth. The phase diagram consists of two different phases, which are the superfluid stripe phase and supersolid phase. The insets show the density distribution of spin-up atoms for the superfluid stripe phase and supersolid phase, respectively. Here, we choose $V' = 0$, $\kappa' = 10.8$ for the superfluid stripe phase and $V' = 20$, $\kappa' = 10.8$ for the supersolid phase. Other parameters are chosen as $c'_0 = 10$, $c'_2 = -0.8c'_0$ and $k'_L = 3.5\pi$. (b) Structure factor as a function of the lattice depth. Here, $\kappa' = 10.8$, other parameters are the same as in panel (a).

如图 1(b) 所示, 当体系处于超流条纹相时, 结构因子 $S_\sigma(\mathbf{k})$ 的峰值处于 $(k_x a_L, k_y a_y) = (0, \pi)$ 处, 其中 a_y 表示条纹相沿 y 方向的周期, 这表明超流条纹相的密度涨落只在空间中的一个方向存在, 即 y 方向. 与之不同的是, 当体系处于超固相时, 结构因子 $S_\sigma(\mathbf{k})$ 的峰值将处于 $(k_x a_L, k_y a_y) = (\pi, \pi)$ 处, 这表明在超固相中密度的周期分布将在整个二维空间中存在. 利用结构因子 $S_\sigma(\mathbf{k})$ 的不同行为, 就能确定当固定自旋-轨道耦合强度 κ' 时, 超流条纹相到超固相转变的临界晶格深度, 从而得到如图 1(a) 所示的零温基态相图. 这一结果与之前利用虚时演化方法得到的体系基态性质相符^[40].

3 超流条纹相到超固相的淬火动力学

在上述平衡态研究的基础上, 本节探究从超流条纹相到超固相的淬火动力学过程. 首先, 这里考虑的淬火机制是通过调节晶格深度来构造的, 并进一步假设晶格深度随时间按如下线性规律变化:

$$V(t) = \begin{cases} V_i + \frac{V_f - V_i}{2\tau_Q}(t + \tau_Q), & t \in [-\tau_Q, \tau_Q], \\ V_f, & t > \tau_Q, \end{cases} \quad (5)$$

其中, V_i 和 V_f 分别为淬火过程中晶格深度的初值和末值, 并且 V_i 和 V_f 分别位于图 1(a) 所示的相

边界的下方和上方, 表明系统的演化将从超流条纹相到超固相. 另外, 这里还假设 V_i 和 V_f 满足关系 $V_i + V_f = 2V_c$, 其中 V_c 为图 1(a) 中超流条纹相到超固相转变的临界晶格深度. 此式表明在 $t = -\tau_Q$ 时, 系统处于演化的初始时刻, 而在 $t = 0$ 时刻, 系统将演化到超流条纹相和超固相的量子临界点. τ_Q 是淬火时间, 它决定着淬火速率的大小. 为了研究上述淬火动力学过程, 这里采用时间依赖 (time-dependent) 的 Gross-Pitaevskii (GP) 方程来描述:

$$\begin{aligned} (i - \gamma) \frac{\partial \psi_\uparrow}{\partial t'} &= \left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + V'(t') \sin^2(k'_L x) \right] \psi_\uparrow \\ &+ \kappa' (-i\partial_x - \partial_y) \psi_\downarrow + (\beta'_{11} |\psi_\uparrow|^2 + \beta'_{12} |\psi_\downarrow|^2) \psi_\uparrow, \\ (i - \gamma) \frac{\partial \psi_\downarrow}{\partial t'} &= \left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + \frac{1}{2} (x^2 + y^2) + V'(t') \sin^2(k'_L x) \right] \psi_\downarrow \\ &+ \kappa' (-i\partial_x + \partial_y) \psi_\uparrow + (\beta'_{11} |\psi_\downarrow|^2 + \beta'_{12} |\psi_\uparrow|^2) \psi_\downarrow, \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $t' = t\omega$ 是无量纲化的时间, γ 是 phenomenological damping 参数^[41-43], 用以描述系统演化过程中存在的耗散机制. 通过 Strang 分裂方法^[44,45] 求解 (6) 式, 就可以得到体系任意时刻的波函数,

从而刻画体系的量子淬火过程. 之前的研究表明, 在量子淬火动力学过程中存在一个重要的时刻 \hat{t} , 即转变时间 [26–29,36,37], 它可以刻画系统在淬火动力学过程中开始响应的时刻. 为了找寻 \hat{t} , 这里主要关注系统中缺陷 (位相空间中的涡旋) 变化的动力学过程. 为了刻画系统中的涡旋, 引入涡旋数 N_v 进行定量描述:

$$N_v = \sum_{\sigma} \sum_{\mathbf{r}} |\Omega_{\sigma, \mathbf{r}}|,$$

$$\Omega_{\sigma, \mathbf{r}} = \frac{1}{4} \left[\sin(\theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_x} - \theta_{\sigma, \mathbf{r}}) \right. \\ \left. + \sin(\theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y} - \theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_x}) \right. \\ \left. + \sin(\theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_y} - \theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y}) \right. \\ \left. + \sin(\theta_{\sigma, \mathbf{r}} - \theta_{\sigma, \mathbf{r} + \mathbf{e}_y}) \right], \quad (7)$$

其中 \mathbf{r} 表示空间位置矢量, $\theta_{\sigma, \mathbf{r}}$ 是波函数 $\psi_{\sigma}(\mathbf{r})$ 的相角, \mathbf{e}_x (\mathbf{e}_y) 分别为沿 x (y) 方向的单位矢量. 当考虑系统的初态为超流条纹相, 并通过线性变化的淬火过程演化到超固体时, 如图 2(a) 所示, 体系的涡旋数 N_v 随着时间的变化体现出不同的特点. 首先, 在演化的初始时刻 $t' = -\tau_Q$, 系统处于超流条纹相 (图 2(b)), 涡旋数 N_v 为零. 随着时间的推移, 晶格深度线性增加, 直到一个特定的时刻, 涡旋数 N_v 开始发生变化. 这一时刻就可以被定义为转变时间 \hat{t} , 用以描述系统在淬火动力学过程中开始响应的时刻. 在 $t' > \hat{t}$ 之后, 体系开始迅速演化, 涡旋数 N_v 也迅速增加. 最终, 当系统的演化时间足够长时, 系统逐渐趋于稳定, 见图 2(a), 涡旋数 N_v 将会稳定在一个有限值上, 不再随时间而变化.

上述动力学过程还可以通过波函数的变化来刻画, 这里定义 $O(t') = |\langle \Psi(t' = 0) | \Psi(t') \rangle|$ [27] 来描述 t' 时刻的波函数与 0 时刻的波函数 ($V = V_0$) 间的交叠. 如图 3(a) 所示, 当 $O(t')$ 随演化时间发生变化时, 系统开始响应, 这一时刻就对应为系统的转变时间 \hat{t} . 系统的演化时间 $t' \leq \hat{t}$ 时, 系统尚未响应, $O(t') = 1$. 当 $t' > \hat{t}$ 时, 系统的波函数开始发生变化, $O(t')$ 开始偏离 1. 通过这个方法确定的 \hat{t} 与图 2(a) 中利用涡旋数 N_v 所确定的转变时间相符合. 转变时间的确对于理解量子淬火动力学过程十分重要, 它可以刻画系统在淬火过程中开始响应的时刻. 当考虑淬速率固定时, 系统的转变时间将由体系的弛豫时间决定 [29]. 如图 3(b) 所示, 由于 phenomenological damping 参数 γ 与系统的弛豫时间成正比 [42], 因此转变时间也与 γ 成正比关系, 即 γ 越大, 系统的弛豫时间越大, 达到转变时间所需的演化时间就越长.

在系统的动力学过程中, 除了上述波函数相位中的缺陷 (涡旋) 会随着系统的演化而发生变化外, 如图 4(a)–(c) 所示, 还发现体系在自旋空间中也产生了结构上的变化, 即自旋空间中的缺陷也会随着系统而演化. 为了描述这一现象, 这里引入如下自旋-1/2 玻色子的自旋密度矢量 [46–48]:

$$\mathbf{S} = \frac{\Psi^\dagger \hat{\boldsymbol{\sigma}} \Psi}{|\Psi|^2}, \quad (8)$$

其中 $\hat{\boldsymbol{\sigma}}$ 是泡利矩阵.

由于体系中存在 SOC, 使得动量与自旋相互关联, 这就意味着系统的空间密度分布将与自旋的空间构型紧密关联. 为了描述系统在自旋上的空间

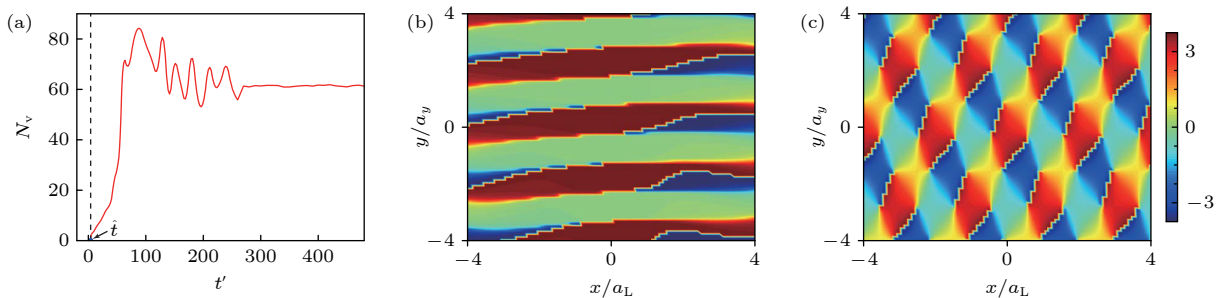


图 2 (a) 涡旋数 N_v 随演化时间的变化行为, 虚线的位置对应于转变时间 \hat{t} . 这里选取 $\tau_Q = 20$, $V_i' = 0$, $V_f' = 20$, $\gamma = 0.03$. (b), (c) 分别为 $t' = -20$ 和 $t' = 260$ 时刻自旋向上组分的波函数的相位角分布, 其中 $t' = -20 = -\tau_Q$ 代表系统演化的初始时刻. 哈密顿量中的其他参数与图 1(a) 一致

Fig. 2. (a) Vortex number N_v as a function of the evolution time. The dashed line corresponds to the transition time \hat{t} . Here, we choose $\tau_Q = 20$, $V_i' = 0$, $V_f' = 20$ and $\gamma = 0.03$. (b), (c) Snapshots of phase of the spin-up wave-function at $t' = -20$ and $t' = 260$, respectively, where $t' = -20 = -\tau_Q$ represents the initial time. Other parameters are the same as in Fig. 1(a).

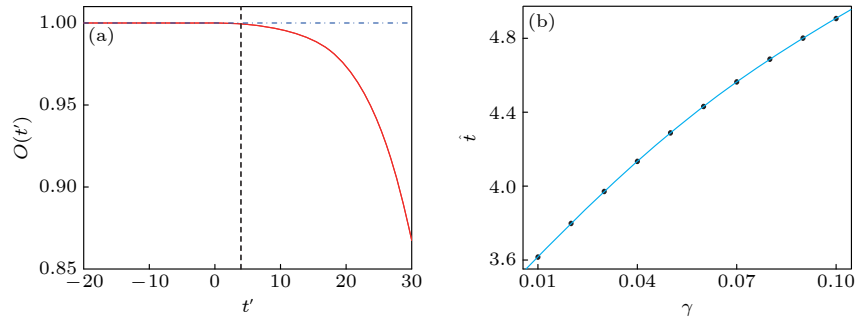


图 3 (a) 波函数交叠 $O(t')$ 随转变时间 \hat{t} 的变化行为, 当 $O(t')$ 开始偏离 1 时, 所对应的 \hat{t} 与图 2(a) 中的相同. (b) 系统的转变时间 \hat{t} 随 γ 的变化行为. 哈密顿量中的其他参数与图 2 一致

Fig. 3. (a) Overlap of the wave-function $O(t')$ as a function of the transition time. When $O(t')$ begins to deviate from 1, the corresponding \hat{t} is the same as in Fig. 2(a). (b) Transition time \hat{t} as a function of γ . Other parameters are the same as in Fig. 2.

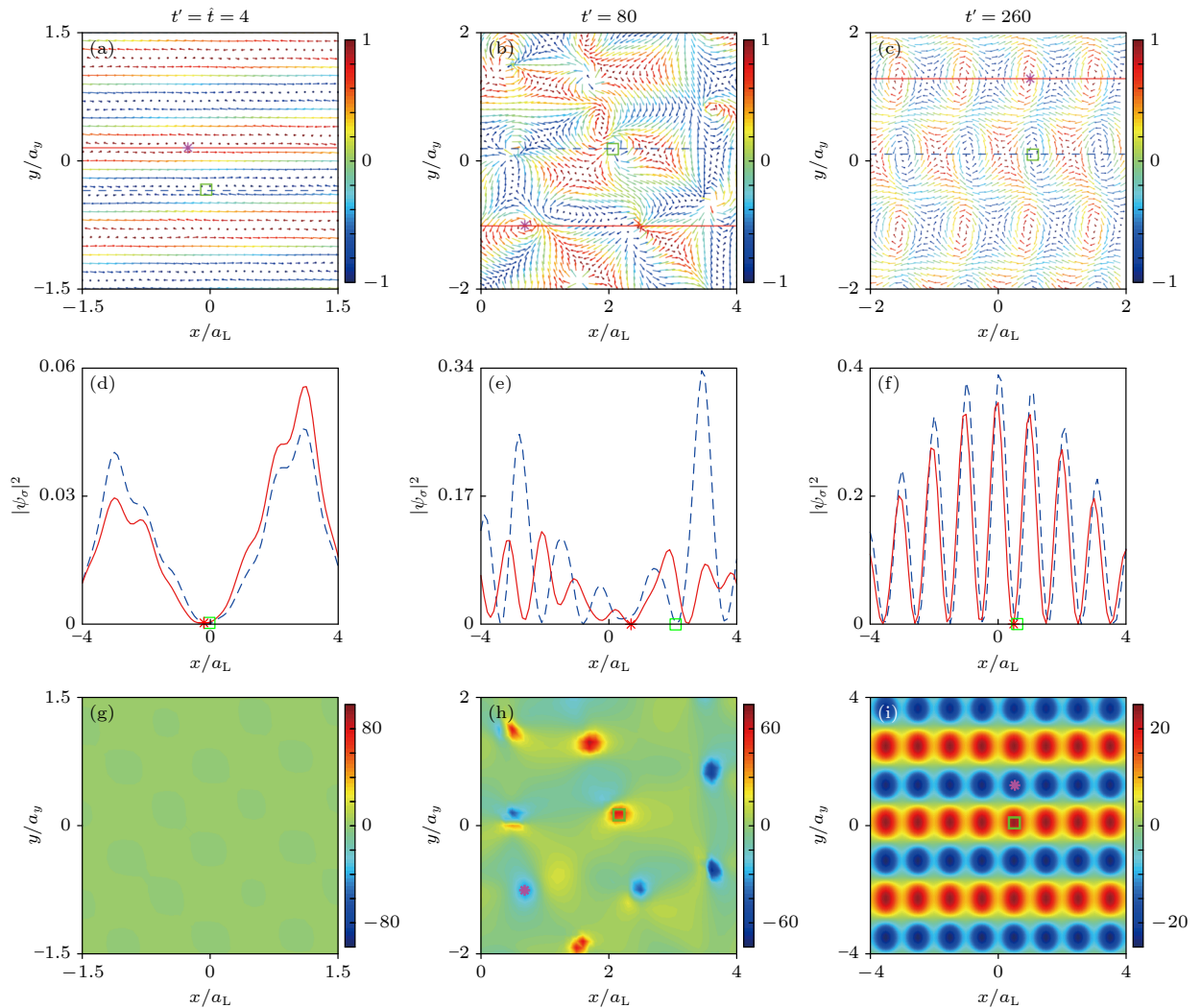


图 4 (a)–(c) 自旋纹理的动力学演化行为, 对应的演化时间分别为 $t' = 4, 80, 260$. xy 平面内的矢量 $\mathbf{S}_{\text{in-plane}}$ 用来描述自旋密度矢量在 xy 平面内的分量, 颜色表示 z 方向的分量 S_z . (d)–(f) 系统沿 x 方向上的密度分布, 实线和虚线分别对应自旋两组分沿 x 方向的密度分布, y 方向的位置分别由 (a)–(c) 中的实线和虚线标定. (g)–(i) 拓扑荷密度分布. (a)–(i) 中的 ‘*’ 和方块标记空间中的相同位置. 哈密顿量中的其他参数与图 2 一致

Fig. 4. (a)–(c) Spin texture as a function of the evolution time for $t' = 4, 80, 260$, respectively. Here, the vector $\mathbf{S}_{\text{in-plane}}$ describes the xy -plane component of the spin density vector and the color represents the z -direction component. (d)–(f) Density distribution along x -direction, where the solid line and dashed line correspond to the density distribution of the two components along the x -direction, respectively. (g)–(i) Topological charge density. Here, the ‘*’ and square mark the same spatial position as shown in panel (a)–(i). Other parameters are the same as in Fig. 2.

构型, 我们在 xy 平面内定义了一个二维矢量即 $\mathbf{S}_{\text{in-plane}} \equiv (S_x, -S_y)$ ^[49]. 如图 4(a) 所示, 当 $t' = \hat{t}$ 时, $\mathbf{S}_{\text{in-plane}}$ 会沿着 x 方向上产生一个缺陷. 而这一自旋空间中缺陷的位置, 如图 4(d) 所示, 正好与体系在这一时刻沿 x 方向上密度极小值的位置相匹配. 随着系统进一步演化, 如图 4(b) 所示, $\mathbf{S}_{\text{in-plane}}$ 在 xy 平面内会形成许多涡旋结构. 其所对应的自旋矢量 \mathbf{S} 便会在三维空间中形成一个中心自旋指向北极 (南极), 并随着径向增大自旋的指向连续地变化, 最终自旋指向南极 (北极) 的结构. 因此, 自旋矢量 \mathbf{S} 会形成自旋斯格明子 (Skyrmions) 或反斯格明子 (anti-Skyrmions) 结构^[40]. 进一步由图 4 可知, 斯格明子 (反斯格明子) 中心的位置与系统这一时刻密度分布的极小值位置相匹配. 当系统演化到稳定时刻后 (图 4(c) 和图 4(f)), 系统在自旋空间中形成斯格明子-反斯格明子的阵列晶格结构, 这与体系在空间上密度分布的周期结构相匹配. 因此, 在量子淬火动力学的整个演化过程中, 由于 SOC 的存在使得系统的空间密度分布与自旋的空间构型始终紧密关联. 另外, 上述自旋空间的构型也是拓扑非平庸的. 为了描述这一点, 这里引入拓扑荷来表征. 首先, 定义体系的拓扑荷密度为^[50,51]

$$q(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \mathbf{S} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{S}}{\partial y} \right). \quad (9)$$

利用对拓扑荷密度在空间中的积分就可以得到拓扑荷:

$$Q = \int q(\mathbf{r}) d^2\mathbf{r}. \quad (10)$$

图 4(g)–(i) 给出了不同自旋空间构型的拓扑荷密度分布情况. 如图 4(h) 所示, 当演化时间超过转变时间后, 拓扑荷密度分布的极值点将与空间密度分布的极小值点的位置相对应. 然而, 此时形成的自旋纹理的拓扑荷并非量子化的 (即围绕拓扑荷密度极值的 loop 积分非量子化), 这意味着系统自旋构型中的斯格明子 (反斯格明子) 还未形成. 随着演化时间进一步增长, 系统达到稳态后, 如图 4(i) 所示, 拓扑荷密度分布的极值点将与空间密度分布的极小值点及斯格明子-反斯格明子的中心位置相对应. 并且, 此时自旋纹理的拓扑荷是量子化的, 通过数值计算, 发现斯格明子或反斯格明子都具有量子化的拓扑荷, 即 $|Q|=1$. 这意味着拓扑荷量子化的拓扑荷密度分布与系统的空间密度分布及斯

格明子-反斯格明子的阵列结构在动力学上也是相伴生的.

4 结 论

本文研究了存在一维光晶格束缚的二维 SOC 超冷玻色气体中, 从超流条纹相到超固相的淬火动力学过程. 通过利用涡旋数及波函数交叠等描述方式, 确定了淬火动力学过程中的转变时间, 用以描述体系对淬火过程的响应时刻. 另外, 还研究了系统中自旋斯格明子 (反斯格明子) 的动力学行为, 发现了由于 SOC 的存在, 使得系统在空间中的密度分布与自旋在空间中的阵列结构在整个动力学过程中始终相伴生, 即斯格明子 (反斯格明子) 的中心位置与体系密度分布的极小值位置相对应. 这些研究将为探索超固相及其动力学, 并在超冷原子中进行量子模拟等提供有益的参考.

参考文献

- [1] Xiao D, Chang M C, Niu Q 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1959
- [2] Nagaosa N, Sinova J, Onoda S, MacDonald A H, Ong N P 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1539
- [3] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [4] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [5] Lin Y J, Jiménez-García K, Spielman I B 2011 *Nature* **471** 83
- [6] Wang P J, Yu Z Q, Fu Z K, Miao J, Huang L H, Chai S J, Zhai H, Zhang J 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095301
- [7] Cheuk L W, Sommer A T, Hadzibabic Z, Yefsah T, Bakr W S, Zwierlein M W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 095302
- [8] Zhang J Y, Ji S C, Chen Z, Zhang L, Du Z D, Yan B, Pan G S, Zhao B, Deng Y J, Zhai H, Chen S, Pan J W 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 115301
- [9] Wu Z, Zhang L, Sun W, Xu X T, Wang B Z, Ji S C, Deng Y J, Chen S, Liu X J, Pan J W 2016 *Science* **354** 83
- [10] Léonaed J, Morales A, Zupancic P, Esslinger T, Donner T 2017 *Nature* **543** 87
- [11] Li J R, Lee J, Huang W, Burchesky S, Shteynas B, Top F C, Jamison A O, Ketterle W 2017 *Nature* **543** 91
- [12] Gross E P 1957 *Phys. Rev.* **106** 161
- [13] Gross E P 1958 *Ann. Phys.* **4** 57
- [14] Boninsegni M 2009 *Phys. Rev. B* **79** 174203
- [15] Leggett A J 1970 *Phys. Rev. Lett.* **25** 1543
- [16] Clark B K, Ceperley D M 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 105302
- [17] Ray M W, Hallock R B 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 235301
- [18] Henkel N, Nath R, Pohl T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 195302
- [19] Cinti F, Jain P, Boninsegni M, Micheli A, Zoller P, Pupillo G 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 135301
- [20] Henkel N, Cinti F, Jain P, Pupillo G, Pohl T 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 265301
- [21] Wessel S, Troyer M 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 127205
- [22] Danshita I, Sá de Melo C A R 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 225301
- [23] Tieleman O, Lazarides A, Smith C M 2011 *Phys. Rev. A* **83** 013627

- [24] Wang H, Li S, Arzamasovs M, Liu W V, Liu B 2022 *Phys. Rev. A* **105** 063301
- [25] Norcia M A, Politi C, Klaus L, Poli E, Sohmen M, Mark M J, Bisset R N, Santos L, Ferlaino F 2021 *Nature* **596** 357
- [26] Bandyopadhyay S, Bai R, Pal S, Suthar K, Nath R, Angom D 2019 *Phys. Rev. A* **100** 053623
- [27] Sable H, Gaur D, Bandyopadhyay S, Nath R, Angom D 2021 arXiv: 2106.01725 [cond-mat.quant-gas]
- [28] Shimizu K, Hirano T, Park J, Kuno Y, Ichinose I 2018 *Phys. Rev. A* **98** 063603
- [29] Wang H, He X Y, Li S, Li H R, Liu B 2022 arXiv: 2209.12408 [cond-mat.quant-gas]
- [30] Titum P, Iosue J T, Garrison J R, Gorshkov A V, Gong Z X 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 115701
- [31] Chen Z, Tang T, Austin J, Shaw Z, Zhao L, Liu Y 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 113002
- [32] Bloch I, Dalibard J, Zwirger W 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 885
- [33] Polkovnikov A, Sengupta K, Silva A, Vengalattore M 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 863
- [34] Goo J, Lim Y, Shin Y 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 115701
- [35] Huang Q, Yao R X, Liang L B, Wang S, Zheng Q P, Li D P, Xiong W, Zhou X J, Chen W L, Chen X Z, Hu J Z 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 200601
- [36] Shimizu K, Kuno Y, Hirano T, Ichinose I 2018 *Phys. Rev. A* **97** 033626
- [37] Shimizu K, Hirano T, Park J, Kuno Y, Ichinose I 2018 *New J. Phys.* **20** 083006
- [38] Goffe W L, Ferrier G D, Rogers J 1994 *J. Econometrics* **60** 65
- [39] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P 1983 *Science* **220** 4598
- [40] Li S, Wang H, Li F L, Cui X L, Liu B 2020 *Phys. Rev. A* **102** 033328
- [41] Ji A C, Liu W M, Song J L, Zhou F 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 010402
- [42] Choi S, Morgan S A, Burnett K 1998 *Phys. Rev. A* **57** 4057
- [43] Tsubota M, Kasamatsu K, Ueda M 2002 *Phys. Rev. A* **65** 023603
- [44] Antoine X, Duboscq R 2015 *Comput. Phys. Commun.* **193** 95
- [45] Einkemmer L, Ostermann A 2014 *SIAM J. Numer. Anal.* **52** 140
- [46] Kasamatsu K, Tsubota M, Ueda M 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 250406
- [47] Aftalion A, Mason P 2013 *Phys. Rev. A* **88** 023610
- [48] Wang H, Wen L H, Yang H, Shi C X, Li J H 2017 *J. Phys. B* **50** 155301
- [49] Liu C F, Fan H, Zhang Y C, Wang D S, Liu W M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 053616
- [50] Girvin S M 2000 *Phys. Today* **53** 39
- [51] Kasamatsu K, Tsubota M, Ueda M 2005 *Phys. Rev. A* **71** 043611

SPECIAL TOPIC—Nonlinear system theory and its frontier applications

Quench dynamics of a spin-orbital coupled Bose-Einstein condensate with nonlinear interactions*

Wang Huan He Xia-Yao Li Shuai Liu Bo[†]

(Key Laboratory of Quantum Information and Quantum Optoelectronic Devices of Shaanxi Province,
Key Laboratory for Nonequilibrium Synthesis and Modulation of Condensed Matter, Ministry of Education, School of Physics,
Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

(Received 18 December 2022; revised manuscript received 16 January 2023)

Abstract

In this work, we study the non-equilibrium quench dynamics from the superfluid stripe phase to the supersolid phase of a two dimensional spin-orbital coupled interacting Bose-Einstein condensate in the presence of a one dimensional optical lattice. The quench protocol here is constructed through varying the lattice depth linearly with the evolution time. By using the time-dependent Gutzwiller method, various physical quantities, such as the vortex number and the overlap of wave-function, have been investigated with respect to the quench time. Through analyzing the dynamical behavior of the above physical quantities, we find out the transition time of the quench procedure, which captures the freeze out time indicating the moment that the system catches the quench speed beginning to evolve quickly. Before the transition time, the dynamics is frozen and the state of the system cannot follow the changes in the Hamiltonian. While passing the transition time, we find that there are significant alterations to both the vortex number and the wave-function. At the transition time, on one hand the vortex number abruptly increases from zero; on the other hand the overlap of wave-function departs from 1 shortly. These signatures indicate that the system evolves rapidly when passing the transition time. Furthermore, we also find that due to the presence of spin-orbital coupling, the spin texture represents a periodic magnetic structure accompanying with the emergence of the supersolid dynamically. It is shown that during the quench procedure, the density distribution of the system are always accompanied with the spatial structure of spin texture, i.e., the central position of topological spin skyrmion (antiskyrmion) corresponding to the minimum position of the density distribution. The topological charge of the above spin structures also shows interesting dynamical properties. We find that the quantized topological charge appears with the emergence of the supersolid dynamically.

Keywords: spin-orbital coupling, quantum quench, supersolid, skyrmion and antiskyrmion

PACS: 03.75.Lm, 05.30.Rt

DOI: 10.7498/aps.72.20222401

* Project supported by the National Key R&D Program of China (Grant Nos. 2021YFA1401700, 2018YFA0307600), the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12074305, 12147137, 11774282), and the Xiaomi Young Scholar Program, China.

[†] Corresponding author. E-mail: liubophy@gmail.com



非线性相互作用的自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的淬火动力学

王欢 贺夏瑶 李帅 刘博

Quench dynamics of a spin-orbital coupled Bose-Einstein condensate with nonlinear interactions

Wang Huan He Xia-Yao Li Shuai Liu Bo

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 100309 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222401

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222401>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

可调自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体的隧穿动力学

Tunneling dynamics of tunable spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2022, 71(21): 210302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220697>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap

物理学报. 2020, 69(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200372>

自旋轨道耦合量子气体中的一些新进展

Some recent progresses on the study of ultracold quantum gases with spin-orbit coupling

物理学报. 2020, 69(1): 016701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191241>

梯度磁场中自旋-轨道耦合旋转两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态研究

Ground state of spin-orbit coupled rotating two-component Bose-Einstein condensate in gradient magnetic field

物理学报. 2018, 67(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180539>

自旋轨道耦合系统中的整数量子霍尔效应

Integer quantum Hall effect in a spin-orbital coupling system

物理学报. 2019, 68(11): 117101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190037>