

直通道内两相流动的格子玻尔兹曼方法模拟*

冯晶森 闵敬春†

(清华大学航天航空学院, 北京 100084)

(2022 年 12 月 21 日收到; 2023 年 2 月 1 日收到修改稿)

本文改进了多弛豫时间多组分伪势格子玻尔兹曼方法, 使其可以适用于极大黏度比的情况. 研究了二维直通道内的两相流动, 分析了饱和度、黏度比、润湿性和毛细管数对相对渗透率和相渗曲线的影响. 结果表明, 大黏度相的相对渗透率随着黏度比的增大而增大, 维持高流动能力的饱和度范围也随之扩大, 小黏度相与之相反; 黏性耦合效应对两相相对渗透率的影响存在极限, 即不会导致小黏度相的相对渗透率低于最小值, 也不会使大黏度相的相对渗透率高于最大值; 非润湿条件会使大黏度相的流动能力增强, 相对渗透率增加, 并强化相渗曲线的非单调性; 润湿条件会减弱大黏度相的流动能力, 相对渗透率降低; 毛细管数的增加会导致更明显的接触角滞后效应, 使两相相对渗透率降低.

关键词: 两相流动, 相对渗透率, 黏度比, 格子玻尔兹曼方法**PACS:** 47.11.-j, 47.55.Ca, 47.60.Dx**DOI:** 10.7498/aps.72.20222421

1 引言

不混溶两相流动在化工、能源、地理等诸多领域都是一种极为普遍的流动形式, 在提升石油采收率和地质 CO₂ 封存等方面更具有极为重要的意义^[1,2]. 相对渗透率是不混溶两相流动各因素影响效果的综合体现, 是描述不混溶两相流动的关键参数, 可以直观反映每一相的流动能力. 黏性耦合效应导致两相相对渗透率不能通过单相达西定律的扩展得到, 通常采用实验或数值模拟的方法来获得相对渗透率曲线. 不同时期的许多学者通过实验法获得了各种结构内的稳态或非稳态两相相对渗透率^[3-5]. 通过实验法获得相对渗透率曲线尤其是稳态相渗曲线是非常耗时耗力的, 并且无法获得结构内部的详细流动信息. 数值模拟法的起步晚于实验法, 随着计算能力的发展, 通过数值模拟方法获得相渗曲线和结构内部流体分布已经非常普遍^[6-8].

格子玻尔兹曼方法 (lattice Boltzmann method, LBM) 作为一种新兴的流体数值计算方法, 模拟各类流动都有其特有的优势. 在两相流模拟中, 与传统的计算流体力学 (computational fluid dynamics, CFD) 方法相比, LBM 无需捕捉相界面即可精确描述不同的相^[9]. 目前, 模拟多相流动的 LB 模型主要有颜色模型^[10]、伪势模型^[11]、自由能模型^[12]和平均场模型^[13], 研究者们使用不同的模型对两相相对渗透率进行了研究. Tomas 等^[14]使用颜色模型对三维数字岩心开展了两相流动数值模拟研究, 得到相对渗透率曲线并与实验结果进行相互验证, 结果表明 LBM 可以很好地预测两相相对渗透率. Liu 等^[15]用颜色模型对两相相对渗透率的代表单元体 (representative elementary volume, REV) 尺寸进行了研究, 结果表明相对渗透率的 REV 尺寸大于单相绝对渗透率的 REV 尺寸, 且润湿相和非润湿相的 REV 尺寸不同. Li 等^[16]使用多组分伪势模型模拟了三维球立方结构内的两相稳态流

* 国家重点研发计划 (批准号: 2019YFA0708704) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: minjc@tsinghua.edu.cn

动,表明流体界面的变化会对相对渗透率产生影响,且昂萨格倒易关系不适用于描述宏观多孔介质体系中的多相流. Yiotis 等^[17]使用平均场模型模拟了由方形颗粒构成的二维和三维多孔介质内的稳态两相流动,模拟结果表明当黏性力控制界面的运动以及润湿相的黏度低于非润湿相黏度时,由于润湿相在固体壁面附加形成液膜,对非润湿相起到润滑作用,使其相对渗透率大于 1. Huang 等^[18]使用伪势模型研究了简单二维结构内单组分两相流的相对渗透率,同样发现非润湿相在黏度比 $M > 1$ 时的相对渗透率可能会超过 1. Zhao 等^[1]使用 MRT 伪势模型模拟了数字岩心内的两相稳态流动,研究发现:在中性润湿条件下,润湿相渗透率随毛细管数的增加而增加;在强润湿条件下,润湿相相对渗透率对毛细管数不敏感;同样,非润湿相黏度比 $M > 1$ 时的相对渗透率可以超过 1,且润湿相的相对渗透率对黏度比不敏感.

此外,多孔介质的结构也会对相对渗透率产生影响,如 Ghassemi 等^[19]发现在孔隙率相同的条件下,颗粒多的结构具有更多的小孔,因而具有更大的比表面积,而非润湿相更倾向于进入大孔,小孔的增加会使其连通性降低,比表面积的增加会增大流动阻力,从而使非润湿相的相对渗透率降低;Gao 等^[20]发现在孔隙率和比表面积一致的情况下,与方形颗粒相比,两相在球形颗粒组成的多孔介质中更容易形成连续的流道,相对渗透率更大.比表面积的增加会使非润湿相的相对渗透率增加,润湿相的相对渗透率几乎不变. Dou 等^[21]发现与均匀多孔介质相比,非均匀多孔介质中的润湿相流体分布更离散,与固体表面的接触面积更大,使得非润湿相在非均匀多孔介质中的连通性有明显的提升,流动阻力降低,相对渗透率增加.不混溶相的数量不会影响相对渗透率的变化规律, Zhang 等^[22]使用伪势模型模拟了三相不混溶流体在多孔介质中的流动,研究了毛细管数、润湿性和黏度比对三相相对渗透率的影响,与两相体系的流动规律类似,三种流体的相对渗透率随毛细管数的增加而增加.当黏度比 $M > 1$ 时,非润湿相具有润滑效应,其相对渗透率随着 M 的增加而增加,与非润湿相相比,其他两种流体对 M 的变化不敏感. Li 等^[23]使用改进的颜色模型模拟了贝尔砂岩内的三相相对渗透率,发现每种流体的相对渗透率随着其自身饱和度的增加而增加,三相比界面长度会受到饱和度、润

湿性和黏度比的影响.

上述研究加深了人们对多相流动中的流动细节以及黏性耦合效应的理解和认识,总的来说,相对渗透率是饱和度、毛细管数、黏度比、润湿性以及多孔介质结构的函数.目前,人们对大范围毛细管数 (10^{-6} — 10^{-2})、全范围润湿条件 (0 — 180°),以及各类多孔介质结构下的两相流动规律都有较深入的认识和理解.受限于数值方法的精度,人们对黏度比对相对渗透率影响规律的认识不甚全面,多组分体系中的最大黏度比大都集中在 10 以下,而黏度比作为导致黏性耦合效应的本质原因,非常有必要探究大黏度比范围下的两相流动规律.本文首先对数值模型进行改进,以扩大黏度比适用范围.为了使结果更具一般性,同时也考虑计算方便,利用改进后的多组分伪势模型模拟二维直通道内不混溶两相流动,着重探讨黏度比对相对渗透率的影响,以深化人们对两相流动中黏性耦合效应的认识.

2 模型

采用伪势模型来模拟不混溶两相流动,相较于传统方法,伪势模型无需额外界面捕捉函数即可自动实现相分离的过程,而且伪势模型以直观的粒子间作用力的形式来描述相间的相互作用,可以更好的反映相分离的物理本质.模型采用两套分布函数来分别描述不混溶的两相,其中采用多重弛豫时间碰撞算子的各相格子玻尔兹曼方程可表示为

$$\begin{aligned} & f_i^\sigma(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i^\sigma(\mathbf{x}, t) \\ &= -(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S}^\sigma \mathbf{M}) \left[f_i^\sigma(\mathbf{x}, t) - f_i^{\sigma(\text{eq})}(\mathbf{x}, t) \right] \\ & \quad \times \left[\mathbf{M}^{-1} \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{S}^\sigma}{2} \right) \mathbf{M} \right] \bar{F}_i^\sigma(\mathbf{x}, t), \end{aligned} \quad (1)$$

式中, σ 为流体相数目,一般为 2; f_i^σ 表示某一相的分布函数; $f_i^{\sigma(\text{eq})}$ 表示某一相的平衡态分布函数; \mathbf{e}_i 为离散速度; \mathbf{I} 为单位阵; \mathbf{M} 为松弛矩阵; \mathbf{S}^σ 为某一相的系数矩阵; \bar{F}_i^σ 为外力项.

对于伪势模型,平衡态分布函数和单相类似,即

$$\begin{aligned} f_i^{\sigma(\text{eq})} &= \rho_\sigma \omega_i \left[1 + \frac{3}{c^2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}^{\text{eq}}) + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}^{\text{eq}})^2 \right. \\ & \quad \left. - \frac{9}{2c^2} |\mathbf{u}^{\text{eq}}|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

每一相的平衡速度计算表达式为

$$\mathbf{u}^{\text{eq}} = \sum_{\sigma=1}^2 s_{\rho}^{\sigma} \rho_{\sigma} \mathbf{u}_{\sigma} / \sum_{\sigma=1}^2 s_{\rho}^{\sigma} \rho_{\sigma}, \quad (3)$$

其中, ρ_{σ} 和 \mathbf{u}_{σ} 分别为组分 σ 的密度和速度, 可通过下式计算得到:

$$\rho_{\sigma} = \sum_{i=0}^8 f_i^{\sigma}, \quad \rho_{\sigma} \mathbf{u}_{\sigma} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{e}_i f_i^{\sigma} + \frac{\Delta t}{2} \mathbf{F}^{\sigma}. \quad (4)$$

对于二维模型, 松弛矩阵为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

系数矩阵

$$\mathbf{S}^{\sigma} = \text{diag}[s_{\rho}, s_e, s_{\varepsilon}, s_j, s_q, s_j, s_q, s_{\nu}, s_{\nu}], \quad (6)$$

其中 s_{ρ} 对应质量矩, s_j 对应动能矩, s_e , s_{ε} 和 s_q 对应非守恒量, 可以任意调节以提高模拟的稳定性和精度. 模拟中取 $s_{\rho} = s_j = 1.0$, $s_e = 0.6$, $s_{\varepsilon} = 1.54$, $s_q = 1.2$, s_{ν} 为松弛因子, 和 τ 的关系为

$$\tau = 1/s_{\nu}. \quad (7)$$

故每一相的黏度为

$$\nu_{\sigma} = \frac{c_s^2}{3} \left(\frac{1}{s_{\nu}} - \frac{\Delta t}{2} \right). \quad (8)$$

LBM 是一种基于粒子扩散的流体动力学方法, 在多组分体系中, 各组分的自发性扩散会导致组分与组分间不可避免地发生微小的“掺混”, 即在每个格点中都会有一个主组分密度和一个很小的掺混组分密度. 当两组分的黏度比不大时, 由掺混导致的数值误差一般在可接受的范围内; 当黏度比很大时, 小黏度组分中少量的大黏度组分会对整体的速度造成很大的影响, 导致数值求解失真. 借鉴颜色模型对扩散掺混的处理方法, 首先定义

$$\varphi(x) = \frac{\rho_1(x) - \rho_2(x)}{\rho_1(x) + \rho_2(x)}. \quad (9)$$

同时认为通过界面扩散到主组分内的掺混组分的黏度和主组分的黏度相同, 两相流体的运动黏度和松弛时间具有一一对应的关系, 可以用松弛时间代

表运动黏度. 为保证松弛时间在两相界面处的光滑过渡, 采用文献 [24] 中所使用的插值方法:

$$\tau(x) = \begin{cases} \tau_1, & \varphi > \delta, \\ g_1(\varphi), & \delta \geq \varphi > 0, \\ g_2(\varphi), & 0 \geq \varphi > -\delta, \\ \tau_2, & \varphi < -\delta, \end{cases} \quad (10)$$

其中, τ_1 和 τ_2 分别为两组分的松弛时间,

$$g_1(\varphi) = s_1 + s_2\varphi + s_3\varphi^2,$$

$$g_2(\varphi) = t_1 + t_2\varphi + t_3\varphi^2.$$

这里,

$$s_1 = t_1 = 2 \frac{\tau_1 \tau_2}{\tau_1 + \tau_2}, \quad s_2 = 2 \frac{\tau_1 - s_1}{\delta}, \quad s_3 = -\frac{s_2}{2\delta},$$

$$t_2 = 2 \frac{t_1 - \tau_2}{\delta}, \quad t_3 = \frac{t_2}{2\delta},$$

δ 为根据界面厚度确定的自由参数, 一般取 0.96. 确定各个格点处的松弛时间后, 即可根据 (7) 式和 (8) 式确定系数矩阵中的松弛因子以及流体的运动黏度.

(1) 式中的外力项 \bar{F}_i^{σ} 采用文献 [25] 中所介绍的格式, 其表达式为

$$\bar{F}_i^{\sigma} = \frac{\mathbf{F}^{\sigma} \cdot (\mathbf{e} - \mathbf{u}^{\text{eq}})}{\rho_{\sigma} c_s^2} f_i^{\sigma(\text{eq})}, \quad (11)$$

式中, c_s^2 为格子声速的平方; \bar{F}_i^{σ} 表示每一相所受到的作用力, 其组成包括相与相之间的作用力和可能受到的外力, 而相与相之间的作用力又包括两相流体之间的作用力和流体相与固壁相之间的作用力. 两种相间力的表达式分别为

$$\mathbf{F}_f^{\sigma}(\mathbf{x}) = -g_{\sigma\sigma'} \psi_{\sigma}(\mathbf{x}) \sum_{i=0}^8 w(|\mathbf{e}_i|^2) \psi_{\sigma'}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i) \mathbf{e}_i, \quad (12)$$

$$\mathbf{F}_{\text{ads}}^{\sigma}(\mathbf{x}) = -g_{\sigma w} \psi_{\sigma}(\mathbf{x}) \sum_{i=0}^8 w(|\mathbf{e}_i|^2) \psi(\rho_w) s(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i) \mathbf{e}_i. \quad (13)$$

(12) 式中, $g_{\sigma\sigma'}$ 为相互作用的强度系数, 可通过调整 $g_{\sigma\sigma'}$ 的大小来实现两相的相分离; $\psi_{\sigma}(x)$ 为有效密度, 且 $\psi_{\sigma}(x) = \rho_{\sigma}(x)$; $w(|\mathbf{e}_i|^2)$ 为计算离散作用力的权重系数, 对于 4 阶精度格式, 其取值分别为 $w(0) = 0$, $w(1) = 1$ 和 $w(2) = 1/4$. (13) 式中, $g_{\sigma w}$ 为流体相与固壁相互作用的强度系数, 对于两组分系统, 一般取 $g_{\sigma w} = -g_{\sigma'w}$; ρ_w 为固壁的虚拟密度, 可调节 $g_{\sigma w}$ 和 ρ_w 来获得不同大小的接触角: 当 $g_{\sigma w}$

的取值为负数时, 组分 σ 与固壁的接触角小于 90° , 当 $g_{\sigma w}$ 的取值为正数时, 组分 σ 与固壁之间的接触角大于 90° , 而当 $g_{\sigma w} = 0$ 时, 接触角为 90° ; s 为指示函数, $s = 1$ 代表固壁, $s = 0$ 代表流体. 在实际操作中, 若将固壁虚拟密度 ρ_w 设定为常数, 会导致固壁附近的流体密度发生“堆积”现象, 即此处流体密度高于该相在其他位置的密度分布, 这是一种非物理现象, 可能会导致数值的不稳定性. 为消除密度堆积对数值模拟产生的影响, 可以利用下式来计算固壁的虚拟密度^[26], 其中 n 为固壁附近粒子数目,

$$\rho_w^\sigma(\mathbf{x}) = \sum_{i=0}^n \rho^{\sigma'}(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i)/n. \quad (14)$$

3 结果与讨论

3.1 模型验证

接下来进行表面张力、接触角和两相分层流动的验证来确定模型的可靠性. 首先对表面张力进行验证, 初始时刻将一个组分的方形液滴放置在另一个组分的中间, 方形液滴在表面张力的作用下会逐渐变为圆形液滴, 如图 1(a), (b) 所示, 液滴内部和外部的压力差与两组分之间的表面张力满足 Young-Laplace 定律:

$$\sigma = \Delta P / R. \quad (15)$$

如图 1(c) 所示, 液滴内外的压力差与曲率半径呈现良好的线性关系, 表明模型可以正确反映不混溶两组分之间的相互作用.

表 1 为不同黏度比下的两组分表面张力, 不同黏度比下的表面张力相差不大. 毛细管数是体积力与界面张力的比值, 可以认为在体积力相同的情况下, 不同黏度比下流动的毛细管数近似相同.

接下来对接触角进行验证. 每一相对固体壁面的润湿性可以通过接触角体现出来, 通过调整 $g_{\sigma w}$ 来获得不同大小的接触角. 模拟在格子数为 100×50 的系统中进行, 对上部和下部的固体壁面采用半反弹格式以保证流体在固壁处的无滑移, 入口和出口使用周期边界. 将一相的方形液滴放置在另一相的下壁中间, 不添加外力, 当系统达到稳态后即可获得某一相不同 $g_{\sigma w}$ 下的接触角. 分别设置 $g_{1w} = -g_{2w} = -0.3$, $g_{1w} = -g_{2w} = 0$ 和 $g_{1w} = -g_{2w} = 0.3$, 对应的接触角分别为 $\theta = 30^\circ$, 90° , 150° , 如图 2 所示.

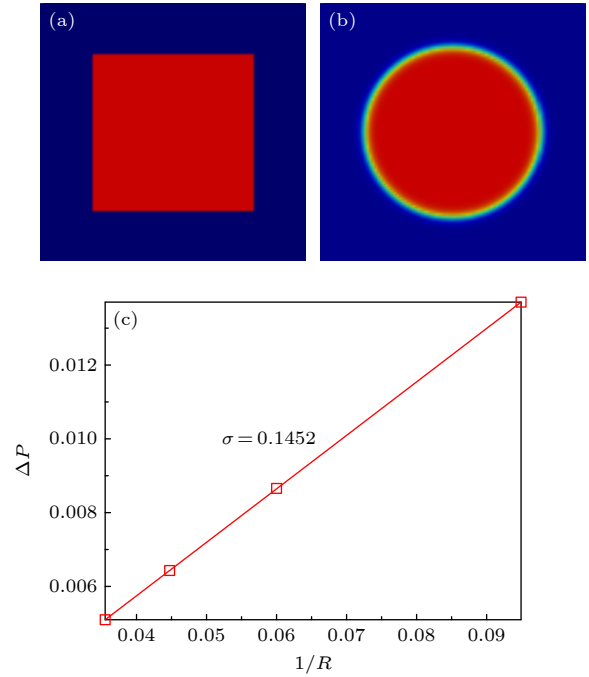


图 1 两组分表面张力验证结果 (a), (b) 方形液滴在表面张力的作用下逐渐变为圆形液滴; (c) 液滴内外的压力差与曲率半径的线性关系

Fig. 1. The verification of two-component surface tension: (a), (b) The square drops gradually become round drops under the action of surface tension; (c) linear relationship between the pressure difference inside and outside the droplet and the radius of curvature.

表 1 不同黏度比下的两组分表面张力

Table 1. Surface tensions of two-component under different viscosity ratios.

黏度比 M	表面张力 σ
1	0.1452
20	0.1379
50	0.1330
100	0.1371
200	0.1325

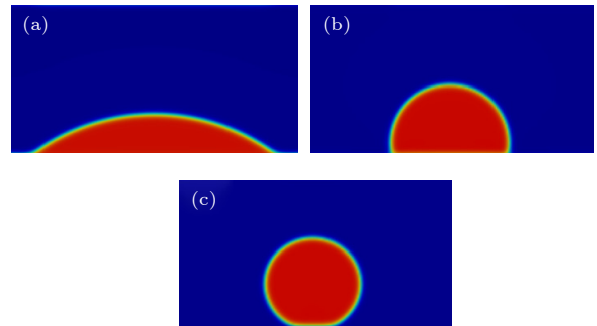


图 2 不同接触角的模拟结果 (a) $\theta = 30^\circ$; (b) $\theta = 90^\circ$; (c) $\theta = 150^\circ$

Fig. 2. Simulation results of the different contact angles: (a) $\theta = 30^\circ$; (b) $\theta = 90^\circ$; (c) $\theta = 150^\circ$.

最后对二维直通道内两相分层流动的相对渗透率进行验证. 设通道宽度为 $2b$, 长度为 L , 因进出口采用周期性边界条件, 故实际在模拟无限长通道的情况. 针对上述通道建立坐标系, 通道长度方向即两相主流方向为 x 轴方向, 通道宽度方向为 y 轴方向, 坐标原点在通道中心位置, 如图 3 所示.

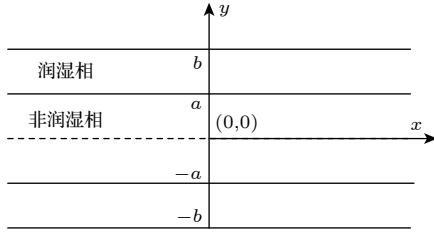


图 3 二维直通道示意图

Fig. 3. 2D horizontal channel diagram.

设润湿相沿壁面流动 ($a \leq y \leq b$, $-b \leq y \leq -a$), 非润湿相在润湿相的中间流动 ($-a < y < a$), 即非润湿相的厚度为 $2a$, 通道两侧壁面上每一侧润湿相的厚度为 $b - a$. 考虑直通道内的泊肃叶流动, 并将相对渗透率作为润湿相饱和度 S_w 和黏度比 M 的函数, 则其解析解可表示为 [26]

$$K_{r,nw} = (1 - S_w)[3M/2 + (1 - S_w)^2(1 - 3M/2)], \quad (16)$$

$$K_{r,w} = \frac{1}{2} S_w^2 (3 - S_w). \quad (17)$$

这里, $K_{r,nw}$ 为非润湿相相对渗透率, $K_{r,w}$ 为润湿相相对渗透率; M 为非润湿相与润湿相的黏度比, $M = \mu_{nw}/\mu_w$; $S_w = a/b$.

在格子数为 11×101 的直通道中开展两相分层流动的模拟验证, 上下壁面使用半反弹格式, 入口和出口使用周期边界以模拟直通道无限长的情况, 并同时两相施加相同的体力 ($F_b = 1 \times 10^{-8}$), 则每相的相对渗透率可由下式计算:

$$K_{r,nw}(S_w) = \frac{\int_{|y|=0}^a u_{nw} dy}{\int_{|y|=0}^b u_{nw} dy}, \quad (18)$$

$$K_{r,w}(S_w) = \frac{\int_{|y|=a}^b u_w dy}{\int_{|y|=0}^b u_w dy}. \quad (19)$$

研究了 3 种黏度比即 $M = 10, 100, 1000$ 的情况, 将原始模型数值解和改进模型数值解与解析解进行对比, 结果如图 4 所示, 其中数据点表示数值解, 曲线表示解析解. 由图 4 可见, 当 $M = 10$ 时, 原始模型与解析解的误差较小, 当 $M = 100, 1000$ 时, 数值解完全偏了解析解. 这是粒子扩散导致的“掺混”造成的: 润湿相作为小黏度相, 混入少量

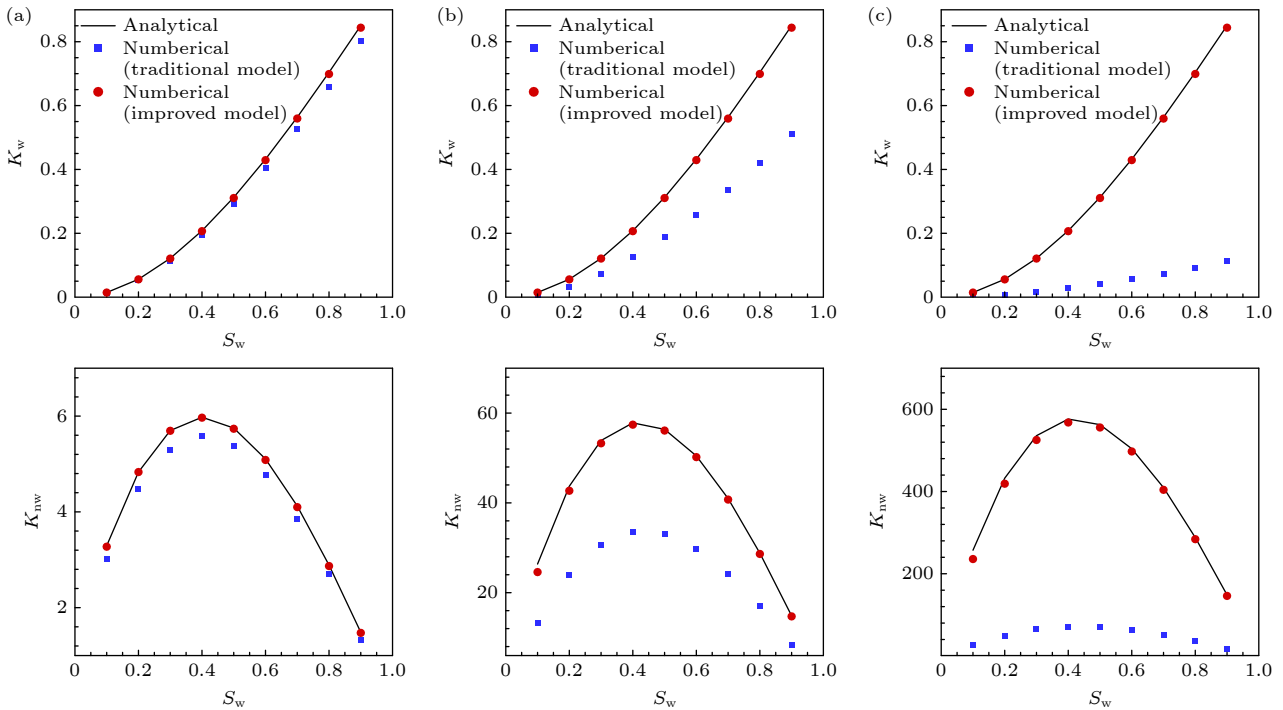


图 4 二维无限长直通道相对渗透率曲线 (a) $M = 10$; (b) $M = 100$; (c) $M = 1000$

Fig. 4. Relative permeability curves of 2D infinite horizontal channel: (a) $M = 10$; (b) $M = 100$; (c) $M = 1000$.

大黏度相后速度下降. 当黏度比较小时, 速度下降幅度很小, 由此导致的误差在可接受的范围之内. 当黏度比较大时, 速度受大黏度相的影响程度越来越大, 导致数值解与解析解的偏离. 改进模型的数值解在所有黏度比下都与解析解符合得非常好, 表明其可以用来处理极大黏度比的问题.

3.2 直通道两相相对渗透率模拟

不混溶两组分相对渗透率会受到多孔介质结构的影响, 为暂时排除复杂几何因素的影响, 以直通道作为两组分流动的载体, 直通道的尺寸为 200×100 (格子单位), 边界条件与 3.1 节中的验证相同, 即固体壁面采用半反弹格式, 入口和出口采用周期边界. 演化终了的相分布会对相对渗透率产生很大影响, 参考文献 [16–20] 中的做法, 采用随机数撒点法以达到每相的预设饱和度. 首先在相同的饱和度条件下 ($S_1 = 0.3$) 比较了 4 种不同随机初始化对相分布和相对渗透率计算结果的影响, Case1 和 Case2 为随机方形初始化模式, Case3 和 Case4 为随机点初始化模式, 相分布的演化结果和相对渗透率的计算结果如图 5 和图 6 所示. 可以看出, 不同的随机初始化相分布对最终的相分布情况和相对渗透率的计算结果几乎没有影响, 这表明随机数撒点的初始化方式可以规避相分布的干扰.

由图 5 可以看出, 不同的随机初始化相分布几乎是相同的, 均呈现出液滴贴壁的流动形态, 这表明随机数撒点的初始化方式可以规避相分布的干扰. 需要注意的是, 不同黏度比下的随机演化会导致不同的相分布, 这会对分析两相流动中的粘性耦合效应造成很大的干扰, 因此, 以上下液滴贴壁的流动形态设置不同的饱和度条件, 在液滴贴壁状态下, 两相流动由黏性力和界面张力共同控制. 贴壁液滴与固体壁面的接触会导致虚假速度的产生, 虚假速度是数值模拟存在误差的重要来源之一. 在施加体积力不变的条件下, 随着黏度比的增大, 大黏度相的速度随之减小, 而虚假速度并不会随黏度比的增大而减小, 甚至可能会升高. 为避免虚假速度对模拟结果产生影响, 以最大黏度比下的平均虚假速度小于最大黏度相平均速度的 5% 为原则设计算例. 在模拟中设两相的密度均为 $\rho_1 = \rho_2 = 1$, 动力黏度均为 $\rho_1 \nu_1 = \rho_2 \nu_2 = 0.067$, 通过增大 ν_2 实现不同的黏度比, 在 x 方向即主流方向上对两相施加的体积力 $F = 2 \times 10^{-5}$ 驱动两相流动.

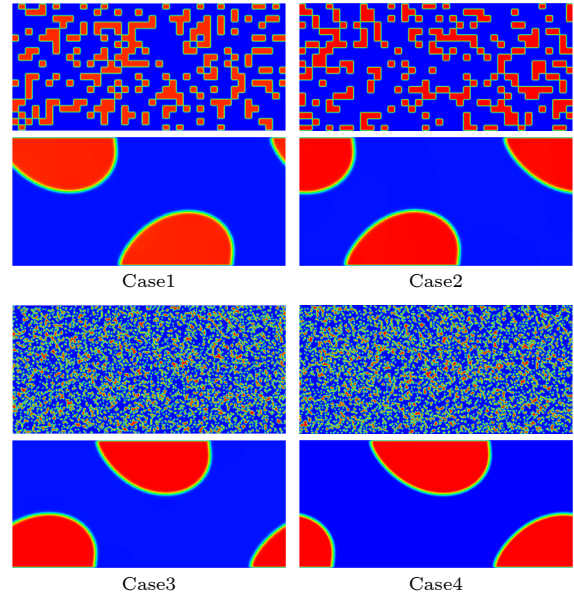


图 5 不同随机初始化和最终相分布的演化结果
Fig. 5. Evolution results of different random initializations and final phase distributions.

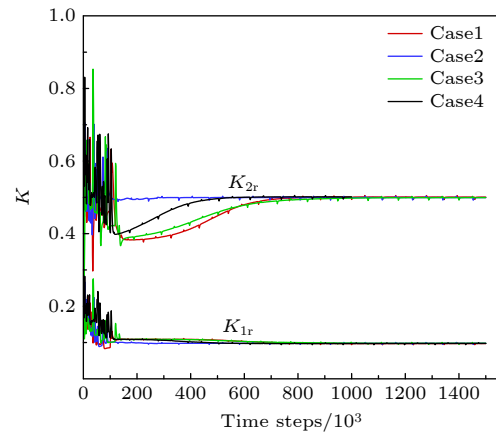


图 6 不同随机初始化情况下相对渗透率随计算时间的变化
Fig. 6. Variation of relative permeability with time under different random initialization conditions.

3.2.1 黏度比的影响

模拟了相同体积力 $F = 2 \times 10^{-5}$ 下两相的黏度比分别为 $M = \mu_2/\mu_1 = 1, 20, 40, 70, 100, 200$ 时的两相流动, 并得到相对渗透率随饱和度的变化曲线. 以 $M = 1$ 时为例, 设两相的密度均为 $\rho_1 = \rho_2 = 1$, 通过增大相 2 的黏度以实现不同的黏度比, 当流动达到稳态时, 即可根据 (18) 式和 (19) 式计算相 1 和相 2 的相对渗透率. 接触角为 90° , 饱和度 $S_1 = 0.7$ 时不同黏度比下的流动形态和速度分布如图 7(a1)–(a5), (b1)–(b5) 所示, 随着黏度比的增加, 贴壁液滴的变形逐渐减弱并趋于稳定, 两相流动速度也相应减小.

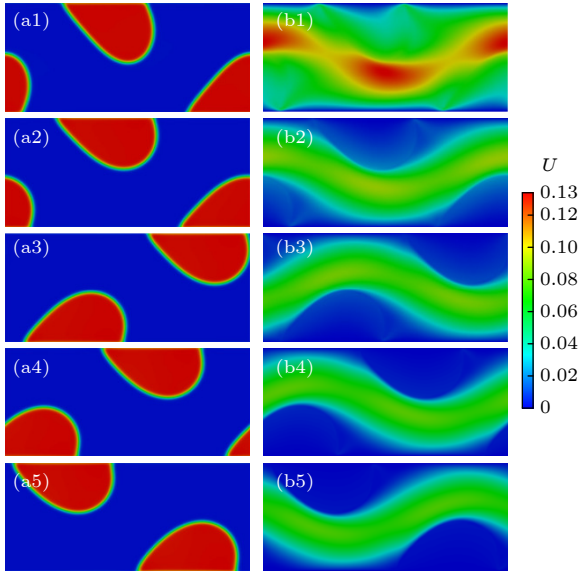


图 7 $S_1 = 0.7$ 时, 不同黏度比下的流动形态 (a1)—(a5) 和速度分布 (b1)—(b5) (a1), (b1) $M = 1$; (a2), (b2) $M = 20$; (a3), (b3) $M = 40$; (a4), (b4) $M = 100$; (a5), (b5) $M = 200$
Fig. 7. Flow pattern (a1)—(a5) and velocity distribution (b1)—(b5) for the different viscosity ratios at $S_1 = 0.7$: (a1), (b1) $M = 1$; (a2), (b2) $M = 20$; (a3), (b3) $M = 40$; (a4), (b4) $M = 100$; (a5), (b5) $M = 200$.

相 1 和相 2 与固体壁面的接触角均为 90° (中性润湿) 的条件下不同黏度比时的相对渗透率曲线如图 8 所示. 可以看出, 当 $M = 1$ 时, 两相相对渗透率曲线关于 $S_1 = 0.5$ 并不完全对称, 这是因为 $S_1 = 0.5$ 时, 相 2 作为液滴存在于上下固体壁面上, 使相 1 成为流动主体, 因此相 1 的相对渗透率会高于相 2. 由于黏性耦合效应, 在相同饱和度下, 相 1 的相对渗透率随着 M 的增大而减小, 与之相反, 相 2 的相对渗透率随着 M 的增大而增大, 即在相同条件下, M 越大, 黏性耦合效应越强, 导致黏度小的相对渗透率越小, 黏度大的相对渗透率越大. 此外, 相对渗透率不会无限制的增加, 当黏度比 $M = 100$ 时, 相 2 的最大渗透率仅为 1.1, 而在分层流动中, 大黏度相的相对渗透率可以达到 60, 这是由于相分布的不同而导致. 从图 7 可以看出, 由随机数撒点获得的稳态相分布呈现出贴壁流动形态, 并不是上下分层使得流动由黏性力和表面张力共同决定, 而在分层流动中, 表面张力不发挥作用.

从图 9 可以看出, 相 1 和相 2 的相对渗透率随 M 的变化并不是线性的, 且不会无限制地下降或增加. 在相同的饱和度下, 小黏度相 1 的相对渗透率随 M 的增大而减小的幅度越来越小, K_{1r} - M 曲线呈衰减幂指数单调变化, 即 M 从 1 增大到 10 时,

K_{1r} 的下降幅度最大, M 增大到 40 后, K_{1r} 基本不再变化. 不同饱和度下的 K_{1r} - M 曲线均呈现出相同的趋势. 与之相似, 大黏度相 2 的相对渗透率随 M 的增大而增大的幅度越来越小, K_{2r} - M 曲线同样

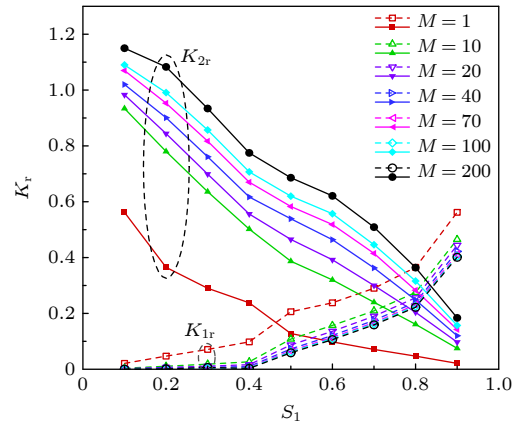


图 8 $\theta = 90^\circ$ 时, 中性润湿条件下不同黏度比时的相对渗透率曲线
Fig. 8. Relative permeability curves with different viscosity ratios under neutral wetting condition at $\theta = 90^\circ$.

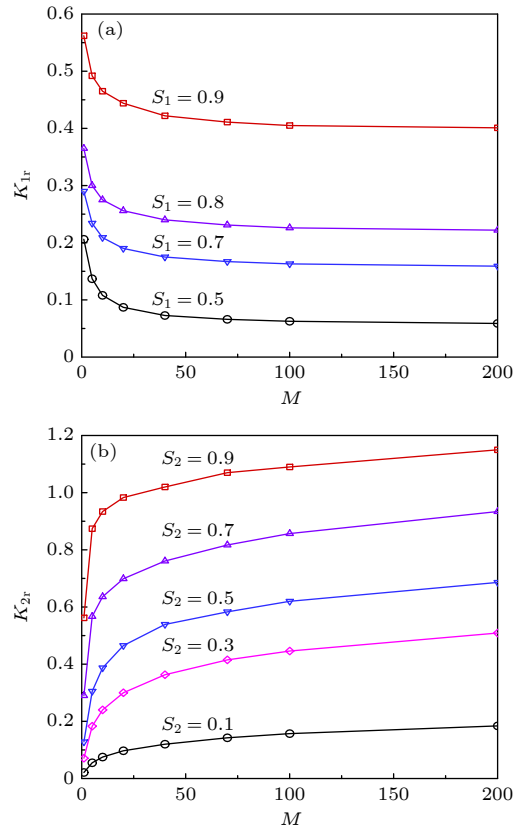


图 9 $\theta = 90^\circ$ 时, 相同饱和度下相对渗透率随黏度比变化曲线 (a) 相 1 相对渗透率变化; (b) 相 2 相对渗透率变化
Fig. 9. Relative permeability versus viscosity ratio at the same saturation at $\theta = 90^\circ$: (a) Relative permeability changes of phase 1; (b) relative permeability changes of phase 2.

呈衰减幂指数单调变化, 即 M 从 1 增大到 10 时, K_{2r} 的上升幅度最大, M 增大到 70 后, K_{2r} 基本不再变化. 不同饱和度下的 K_{2r} - M 曲线也都呈现出相同的趋势. 这表明, 对于确定的饱和度和流动形态, 黏性耦合效应对两相流动的影响存在一个极限, 即使 M 增大到无穷大, 两相依然会保持基本的流动能力.

3.2.2 润湿性的影响

为了研究润湿性对黏性耦合效应的影响, 按照 3.1 节中接触角的实现方法, 设置相 2 与固体壁面的接触角分别为 30° , 60° , 90° , 120° 和 150° . $M = 100$ 时两相相对渗透率曲线如图 10 所示, 在相同饱和度下, 小黏度相相 1 和大黏度相相 2 的相对渗透率均随接触角的增大而增大, 相 1 无论是作为润湿相或是非润湿相, 相对渗透率均不会超过 1; 而相 2 作为润湿相时相对渗透率均小于 1, 作为非润湿相时相对渗透率可能会大于 1, 在接触角为 150° 时, K_{2r} 在

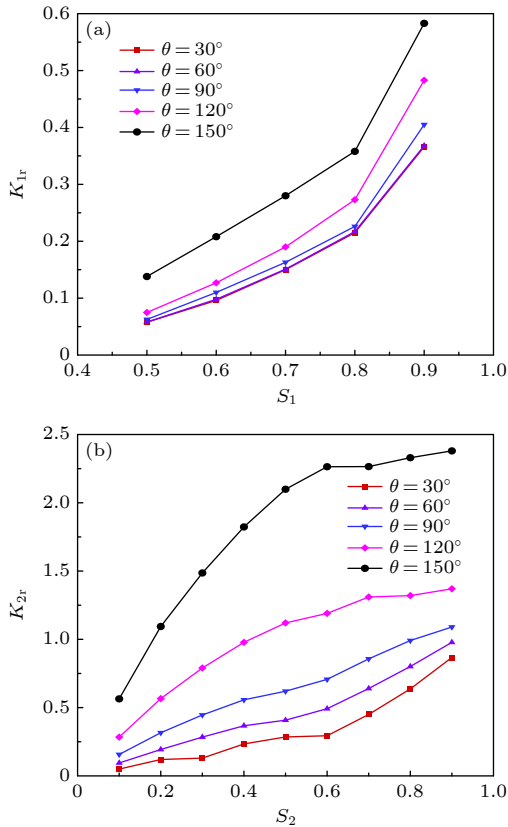


图 10 $M = 100$ 时, 不同润湿条件下的相对渗透率曲线 (a) 相 1 相对渗透率变化; (b) 相 2 相对渗透率变化
Fig. 10. Relative permeability curves under different wetting conditions at $M = 100$: (a) Relative permeability changes of phase 1; (b) relative permeability changes of phase 2.

饱和度大于 0.2 以后均大于 1, 表明其可以在很大的饱和度范围内维持很强的流动能力.

以相 1 饱和度为 0.7 时不同润湿性条件下的相分布来说明其内在机理, 从图 11 可以看出, 当接触角 $\theta = 150^\circ$ 时相 2 不能浸润壁面, 这使得相 2 更加靠近中间流道. 由泊肃叶定律可知, 越接近中间流道, 流体的速度越大, 越靠近壁面, 流体的流速越小, 相 2 与壁面的接触面越小, 接近中间流道的流体比例就越大, 即流速大的流体比例大, 导致整体流动能力增强, 相对渗透率增加. 而当 $\theta = 30^\circ$ 时, 相 2 与壁面的接触面很大, 使得速度小的流体占比增加, 导致整体流动能力下降, 相对渗透率减小. 相 1 的相对渗透率变化不明显, 这可能是因为相 1 黏度小, 响应流动条件变化的能力没有相 2 强.

从图 12 可以看出, 随着相 2 对壁面接触角的增加, 相 2 的相对渗透率随之增加且增长的幅度越来越大, 这说明接触角越大, 相 2 越靠近中间流道,

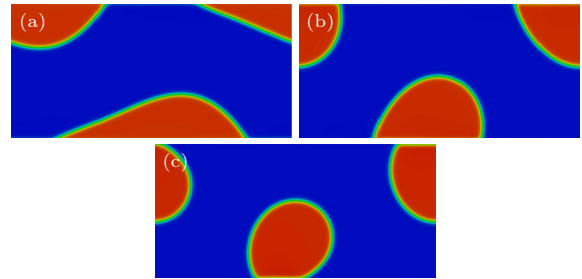


图 11 $S_1 = 0.7$ 时, 不同润湿条件下的稳态相分布 (a) $\theta = 30^\circ$; (b) $\theta = 90^\circ$; (c) $\theta = 150^\circ$
Fig. 11. Stable phase distributions under the different wetting conditions for $S_1 = 0.7$: (a) $\theta = 30^\circ$; (b) $\theta = 90^\circ$; (c) $\theta = 150^\circ$.

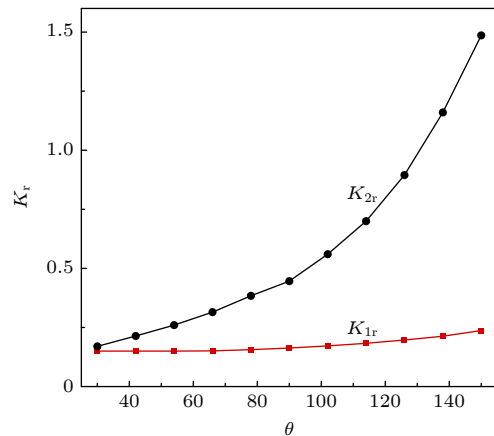


图 12 $M = 100$, $S_1 = 0.7$ ($S_2 = 0.3$) 时, 相对渗透率随接触角变化曲线
Fig. 12. Relative permeability curve with contact angle for $M = 100$ and $S_1 = 0.7$ ($S_2 = 0.3$).

流动能力不断增强. 相 1 与相 2 对壁面的接触角呈互补关系, 相 1 也体现出与相 2 相同的规律, 但增长幅度远小于相 2, 这表明润湿性对小黏度相的相对渗透率的影响不明显, 对大黏度相的相对渗透率变化的作用很大.

3.2.3 毛细管数的影响

计算得到了 $M = 1, \theta = 90^\circ$ 时, $F = 5 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-5}$ 和 2×10^{-5} 三种作用力下的相渗曲线, 对应的毛细管数分别为 $Ca = 0.021, 0.041, 0.082$, 如图 13 所示. 可以看出, 随着毛细管数的增大, 相 1 和相 2 的相对渗透率均减小, 这是由两相与固壁之间的表面张力导致的. 如图 14 所示, 随着毛细管数的增大, 接触角滞后现象越来越明显, 表面张力与流动方向的夹角逐渐增大, 使其在负流动方向上的分量逐渐增大, 进而阻碍两相的流动, 导致两相的相对渗透率均减小.

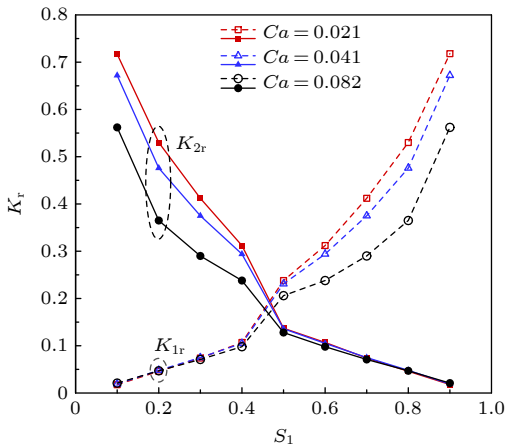


图 13 $M = 1, \theta = 90^\circ$ 时, 不同毛细管数下的相渗曲线
Fig. 13. Relative permeability curves for different capillary numbers at $M = 1$ and $\theta = 90^\circ$.

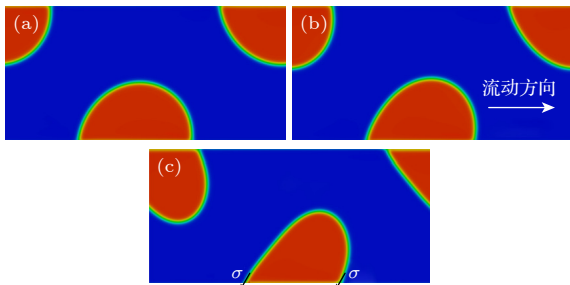


图 14 $S_1 = 0.7$ 时, 不同毛细管数下的相分布 (a) $Ca = 0.021$; (b) $Ca = 0.041$; (c) $Ca = 0.082$
Fig. 14. Phase distributions for different capillary numbers for $S_1 = 0.7$: (a) $Ca = 0.021$; (b) $Ca = 0.041$; (c) $Ca = 0.082$.

4 结 论

本文改进了伪势模型, 提升了其在大黏度比范围内的适用性, 模拟了直通道内两相流动, 研究了不同饱和度下黏度比和润湿性对黏性耦合效应的影响, 得出以下结论.

1) 同一饱和度下, 由于黏性耦合效应, 大黏度相的相对渗透率随着黏度比的增加而增加, 小黏度相的相对渗透率随着黏度比的增加而减小.

2) 黏性耦合效应对两相相对渗透率的影响存在极限: 在某一确定饱和度下, 小黏度相的相对渗透率有最小值, 而大黏度相的相对渗透率有最大值, 黏性耦合效应不会导致小黏度相的相对渗透率低于最小值, 也不会使大黏度相的相对渗透率高于最大值.

3) 润湿性通过改变流体占据中间流道的比例对两相流动产生影响. 当大黏度相作为非润湿相时, 与固体壁面的接触面积减小使其占据中间流道的比例增大, 进而可以在很大的饱和度范围内维持很强的流动能力. 润湿壁面会抑制其流动, 相对渗透率降低. 此外, 小黏度相也表现出相同的规律, 但响应流动条件变化的能力弱于大黏度相.

4) 两相流动由黏性力和表面张力共同控制, 毛细管数的增大会使接触角滞后现象越来越明显, 导致表面张力对流动的阻碍作用逐渐增大, 使两相相对渗透率降低.

参考文献

- [1] Zhao H, Ning Z, Kang Q, Chen L, Zhao T 2017 *Int. Commun. Heat Mass* **85** 53
- [2] Zhang D, Papadikis K, Gu S 2016 *Adv. Water Resour.* **95** 61
- [3] Dullien F A L, Dong M 1996 *Transport Porous Med.* **25** 97
- [4] Bentsen R G, Manai A A 1993 *Transport Porous Med.* **11** 243
- [5] Akbarabadi M, Piri M 2013 *Adv. Water Resour.* **52** 190
- [6] Hao L, Cheng P 2010 *Int. J. Heat Mass Tran.* **53** 1908
- [7] Li Z, Chen T, Ning Y, Zhang K, Guan Q 2019 *Qin SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference*, Bahrain, March 18–21, 2019 SPE-194770-MS
- [8] Wang J, Dong M, Asghari K 2006 *SPE/DOE Symposium on Improved Oil Recovery*, USA, April 22–26, 2006 SPE-99763-MS
- [9] Inamuro T, Ogata T, Tajima S, Konishi N 2004 *J. Comput. Phys.* **198** 628
- [10] Rothman D H, Keller J M 1988 *J. Stat. Phys.* **52** 1119
- [11] Shan X, Chen H 1993 *Phys. Rev. E* **47** 1815
- [12] Swift M R, Orlandini E, Osborn W R, Yeomans J M 1996 *Phys. Rev. E* **54** 5041
- [13] He X, Shan X, Doolen G D 1998 *Phys. Rev. E* **57** R13

- [14] Ramstad T, Oren P E, Bakke S 2010 *SPE J.* **15** 917
- [15] Liu T, Wang M 2022 *Transport Porous Med.* **144** 111
- [16] Li H, Pan C, Miller C T 2005 *Phys. Rev. E* **72** 026705
- [17] Yiotis A G, Psihogios J, Kainourgiakis M E, Papaioannou A, Stubos A K 2007 *Colloid. Surface. A* **300** 35
- [18] Huang H, Li Z, Liu S, Lu X Y 2009 *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **61** 341
- [19] Ghassemi A, Pak A 2011 *J. Petrol Sci. Eng.* **77** 135
- [20] Gao C, Xu R N, Jiang P X 2015 *Int. J. Numer. Meth. Fl.* **25** 1957
- [21] Dou Z, Zhou Z F 2013 *Int. J. Heat Fluid Fl.* **42** 23
- [22] Zhang D, Li S, Jiao S, Shang Y, Dong M 2019 *Int. J. Heat Mass Tran.* **134** 311
- [23] Li S, Jiang F, Wei B, Hou J, Liu H 2021 *Phys. Fluids* **33** 063302
- [24] Huang H, Sukop M, Lu X 2015 *Multiphase Lattice Boltzmann Methods: Theory and Application* (Oxford: Wiley Blackwell) pp96–99
- [25] Guo Z, Zheng C, Shi B 2008 *Phys. Rev. E* **77** 036707
- [26] Zheng J, Chen Z, Xie C, Wang Z, Lei Z, Ju Y, Wang M 2018 *Comput. Fluids* **168** 21

Lattice Boltzmann method simulation of two-phase flow in horizontal channel*

Feng Jing-Sen Min Jing-Chun †

(School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(Received 21 December 2022; revised manuscript received 1 February 2023)

Abstract

Immiscible two-phase flow exists in many fields such as the chemical engineering, energy engineering, and geography. It is of great significance in enhancing the oil recovery and geological carbon dioxide storage. Relative permeability is a comprehensive reflection of the effects of various factors including the saturation, contact angle, viscosity ratio, and capillary number of immiscible two-phase flow, and it is a key parameter describing such a flow and thus can directly reflect the flow capacity of each phase. As a new fluid numerical calculation method, the lattice Boltzmann method (LBM) has its own unique advantage in simulating various flows because it does not need to capture the phase interface, and thus has been widely used in recent years. In this research, the multi-relaxation time multi-component pseudopotential lattice Boltzmann method is improved to make it possible to solve the two-phase relative permeability under high viscosity ratios. It is known that the LBM is a particle-based hydrodynamic method, with the spontaneous diffusion of components in multi-component system inevitably causing a mixing between components, leading to distortion of the velocity of two-phase flow with a high viscosity ratio. The color gradient model is introduced into the pseudopotential model for the treatment of mixing, the multiple relaxation time is employed to improve the numerical stability and viscosity ratio range, and the numerical distortion caused by mixing is therefore resolved. The resulting model is validated by the use of the two-phase layered flow in a 2D infinite channel, and accurate numerical results are obtained even if the viscosity ratio reaches 1000. Based on the improved model, the two-phase flow in a two-dimensional horizontal channel is analyzed and the effects of saturation, viscosity ratio, wettability and capillary number on relative permeability and phase permeation curves are investigated. The results show that the relative permeability of the high-viscosity phase increases with the increase of the viscosity ratio, and the saturation range for maintaining high flow capacity broadens with the increase of the low-viscosity phase. There is a limit for the influence of viscous coupling effect on the relative permeability of two phases: at a certain saturation, the relative permeability of the small viscosity phase has a minimum value while that of the large viscosity phase has a maximum value, the viscous coupling effect will never make the relative permeability of the small viscosity phase to be lower than the minimum value and that of the large viscosity phase to be higher than the maximum value. Non-wetting condition plays a role in increasing the flow capacity and relative permeability of the high-viscosity phase, while the wetting condition can weaken the flow capability, relative permeability of the high-viscosity phase. When the high-viscosity phase is a non-wetting phase, the decrease of the contact area with the solid wall increases its proportion in the middle flow passage, which enables it to maintain a strong flow capability in a wide saturation range. Wall wetting tends to inhibit fluid flow and consequently reduce the relative permeability. The increase of the capillary number may cause a more obvious contact angle hysteresis effect, which reduces the relative permeability of two phases.

Keywords: two-phase flow, relative permeability, viscosity ratio, lattice Boltzmann method**PACS:** 47.11.-j, 47.55.Ca, 47.60.Dx**DOI:** [10.7498/aps.72.20222421](https://doi.org/10.7498/aps.72.20222421)

* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2019YFA0708704).

† Corresponding author. E-mail: minjc@tsinghua.edu.cn



直通道内两相流动的格子玻尔兹曼方法模拟

冯晶森 闵敬春

Lattice Boltzmann method simulation of two-phase flow in horizontal channel

Feng Jing-Sen Min Jing-Chun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 084701 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222421

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222421>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

耦合界面力的两相流相场格子Boltzmann模型

Phase field lattice Boltzmann model for two-phase flow coupled with additional interfacial force

物理学报. 2018, 67(22): 224701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181230>

纳米结构超疏水表面冷凝现象的三维格子玻尔兹曼方法模拟

Three-dimensional lattice Boltzmann modeling of droplet condensation on superhydrophobic nanostructured surfaces

物理学报. 2019, 68(3): 030501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181665>

不可压缩律流体气-液两相流格子Boltzmann模型及其在多孔介质内驱替问题中的应用

Lattice Boltzmann model of gas-liquid two-phase flow of incompressible power-law fluid and its application in the displacement problem of porous media

物理学报. 2019, 68(21): 214702 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190873>

基于元胞自动机-格子玻尔兹曼模型的枝晶碰撞行为模拟

Simulation of dendrite collision behavior based on cellular automata-lattice Boltzmann model

物理学报. 2021, 70(23): 238101 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211292>

基于晶格玻尔兹曼方法的多段淋巴管模型

Multi-segment lymphatic vessel model based on lattice Boltzmann method

物理学报. 2021, 70(21): 210501 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210514>

倾斜多孔介质方腔内纳米流体自然对流的格子Boltzmann方法模拟

Numerical simulation of natural convection of nanofluids in an inclined square porous enclosure by lattice Boltzmann method

物理学报. 2020, 69(16): 164401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200308>