

专题: 非线性系统理论及其前沿应用

基于变系数 3+1 维三次-五次复金兹堡-朗道方程的亮孤子及混合孤子传输特性*

杨佳奇 刘文军†

(北京邮电大学理学院, 北京 100876)

(2022 年 12 月 24 日收到; 2023 年 1 月 18 日收到修改稿)

变系数 3+1 维三次-五次复金兹堡-朗道 (CGL) 方程作为光孤子传输模型, 不仅用五次项解释了现有模型所没有的物理意义, 还拥有高维系统较低维系统更为丰富的非线性动力学特性. 本文利用修正的 Hirota 方法, 得到了变系数 3+1 维三次-五次 CGL 方程的解析孤子解. 通过对非线性系数和光谱滤波项选取特定的参数, 得到了一种特殊的混合孤子. 分别讨论了改变非线性、光谱滤波和线性损失参数以及其他参数对孤子传输特性的影响, 实现了对亮孤子和混合孤子传输的有效控制. 本文结论对高维 CGL 系统在理论和实验研究方面具有一定的参考价值.

关键词: 光孤子, 金兹堡-朗道方程, 修正的 Hirota 方法, 孤子控制

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg, 42.81.Dp

DOI: 10.7498/aps.72.20222430

1 介绍

孤子这一概念在非线性光学、原子物理、凝聚态物理等诸多领域得到了关注和应用^[1-4]. 由于通常在介质中传播的光波或脉冲的电磁包络具有非单色性, 各部分会因为传播速度不同而导致包络展宽. 例如在空间维度, 光波因为衍射效应使光束半径增大, 在时间维度则由于群速度色散致使脉冲展宽. 因而, 在特殊条件下利用传播介质的非线性效应或直接使用光纤放大器实现衰减补偿, 使非线性效应与衍射效应和色散效应达到平衡, 可以弥补线性传输过程中光波或脉冲的发散^[5-8]. 这样的孤子具有稳定的、局域的、类粒子的特性, 被称为光孤子.

根据光孤子所在的色散区域不同, 光孤子可分为明孤子和暗孤子. 光孤子具有一系列重要的应用价值^[9-19], 例如将光孤子当作比特信息应用于超快

光学数字逻辑系统; 还可以研究超快光与物质之间的非线性相互作用; 应用于远程通信系统时, 其中孤子的传播可以用三次-五次复金兹堡-朗道 (CGL) 方程来建模^[20-22].

三次-五次 CGL 方程是对被动锁模激光器中区域动力学的一个持续估计^[23]. 例如, 掺铒光纤放大器和在具有光谱滤波的光传输线中超短脉冲的传播可以用该方程进行模拟. 在物理学中, 三次-五次 CGL 方程在形成其他非平衡过程中得到了有效的应用. 在该模型中, 五分项解释了先前研究中现有模型所没有的物理意义. 在非线性光纤中, 为了模拟光孤子的传播, 三次-五次 CGL 方程比非线性的奇异方程更广义. 而高维非线性系统相较于低维系统具有更丰富的表现. 结果表明, 高维系统所特有的孤子的不同结构可能导致非线性波的动力学变化. 因此, 其于高维方程所决定的动力学的复杂性和多样性, 研究各种精确解的结构对于物理和数学是必不可少的.

* 国家自然科学基金 (批准号: 12075034) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jungliu@bupt.edu.cn

本文研究的变系数 (3+1) 维 CGL 方程为 [24]

$$i \frac{\partial u}{\partial z} + [p_1(z) + ip_2(z)] \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) + [q_1(z) + iq_2(z)]|u|^2 u + [l_1(z) + il_2(z)]|u|^4 u - [r_1(z) + ir_2(z)]u = 0. \quad (1)$$

其中, u 是一个局部振幅的电磁波, $r_1(z)$ 是线性增量 ($r_1(z) < 0$) 或线性损失 ($r_1(z) > 0$) 的实部系数, $p_1(z)$ 和 $p_2(z)$ 描述波的色散和光谱滤波, $q_1(z)$ 和 $q_2(z)$ 分别为非线性系数和非线性增益-吸收系数, $l_1(z)$ 和 $l_2(z)$ 代表对非线性折射率和非线性放大吸收的高阶修正项.

目前, 对 3+1 维三次-五次 CGL 方程已进行了大量的研究. 例如应用改进的扩展 SEM 法得到了扭结型、周期型等常见孤子解 [25]; 通过构建晶格玻尔兹曼模型, 得到了数值解 [26]; 分析了三维空间中涡旋孤子间碰撞等 [27]. 虽然这些研究采用数值方法得到了一些孤子解或近似解析解, 但解析孤子解仍然很少. 而高维系统的解析孤子解对激光器、光通信等实际应用具有重要作用 [28,29].

本文利用修正的 Hirota 对方程 (1) 进行了解析研究, 得到了解析孤子解, 并从中求解了一种具有变系数非线性系数和光谱滤波的新型混合孤子解. 此外在随后的讨论中, 还研究了各变系数参数以及常系数参数改变对光孤子传播特性的影响, 实现对光孤子的控制, 既可以控制光孤子以不同的形态传播, 又可以实现对于特定形态的混合型孤子调整脉冲的振幅和脉宽, 以及控制脉冲的传播方向和能量大小.

2 修正的 Hirota 方法的应用

Hirota 方法 [30,31] 是日本著名数学家 Ryogo Hirota 提出一种直接求解非线性偏微分方程的方法, 由于不涉及到谱问题和 Lax 对而直接求解, 故也称作 Hirota 直接法. 其可以归为 3 个主要步骤: 1) 寻求合适的变量变换, 将非线性微分方程转化为 Hirota 导数表示成双线性形式; 2) 利用摄动方法设定一个级数展开解, 收集不同次幂参数的系数, 考虑截断得到原方程的解; 3) 归纳多孤子解的表达式, 并给出相应的证明. 修正的 Hirota 方法所改变的正是步骤 1) 中的变量变换.

假设:

$$u(x, y, z, t) = \frac{g(x, y, z, t)}{f(x, y, z, t)^{1/2+i\alpha}}, \quad (2)$$

其中, $g(x, y, z, t)$ 是一个复可微函数, $f(x, y, z, t)$ 为实函数, 并且假设 α 为实数. 通过符号计算, 可以推导出方程 (1) 的双线性形式为

$$iD_{z,\alpha} g \cdot f + [p_1(z) + ip_2(z)][D_{x,\alpha}^2 g \cdot f + D_{y,\alpha}^2 g \cdot f + D_{t,\alpha}^2 g \cdot f] - i[r_1(z) + ir_2(z)]g \cdot f = 0, \quad (3)$$

$$-\frac{1}{8}[p_1(z) + ip_2(z)](1 + 2i\alpha)(3 + 2i\alpha)(D_x^2 f \cdot f + D_y^2 f \cdot f + D_t^2 f \cdot f) + [q_1(z) + iq_2(z)]|g|^2 f + [c_1(z) + ic_2(z)]|g|^4 = 0, \quad (4)$$

其中 $D_x^m D_y^n D_z^k D_t^l (g \cdot f)$ 和 $D_{x,\alpha}^m D_{y,\alpha}^n D_{z,\alpha}^k D_{t,\alpha}^l (g \cdot f)$ 分别表示广义的 Hirota 双线性算子和修正的 Hirota 双线性算子, 定义为

$$D_x^m D_y^n D_z^k D_t^l (g \cdot f) = \left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x'} \right)^m \left(\frac{\partial}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y'} \right)^n \times \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial z'} \right)^k \left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial t'} \right)^l g(x, y, z, t) \times f(x', y', z', t') \Big|_{x'=x, y'=y, z'=z, t'=t}, \quad (5)$$

$$D_{x,\alpha}^m D_{y,\alpha}^n D_{z,\alpha}^k D_{t,\alpha}^l (g \cdot f) = \left[\frac{\partial}{\partial x} - \left(\frac{1}{2} + i\alpha \right) \frac{\partial}{\partial x'} \right]^m \left[\frac{\partial}{\partial y} - \left(\frac{1}{2} + i\alpha \right) \frac{\partial}{\partial y'} \right]^n \times \left[\frac{\partial}{\partial z} - \left(\frac{1}{2} + i\alpha \right) \frac{\partial}{\partial z'} \right]^k \left[\frac{\partial}{\partial t} - \left(\frac{1}{2} + i\alpha \right) \frac{\partial}{\partial t'} \right]^l \times g(x, y, z, t) f(x', y', z', t') \Big|_{x'=x, y'=y, z'=z, t'=t}. \quad (6)$$

双线性形式 (3) 式和 (4) 式可以通过对 $g(x, y, z, t)$ 和 $f(x, y, z, t)$ 的幂级数展开式来求解, 其中 ε 是一个形式化的展开参数:

$$g(x, y, z, t) = \varepsilon g_1(x, y, z, t) + \varepsilon^3 g_3(x, y, z, t) + \varepsilon^5 g_5(x, y, z, t) + \dots, \quad (7)$$

$$f(x, y, z, t) = 1 + \varepsilon^2 f_2(x, y, z, t) + \varepsilon^4 f_4(x, y, z, t) + \varepsilon^6 f_6(x, y, z, t) + \dots, \quad (8)$$

将 (7) 式和 (8) 式替换为双线性形式 (3) 式和 (4) 式, 并将 ε 的相同幂等系数设为零, 得到关于 $g_1(x, y, z, t)$ 和 $f_2(x, y, z, t)$ 的关系式下:

$$A_1 = \left(\frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 g_1}{\partial t^2} \right), \quad A_2 = \left(\frac{\partial^2 f_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f_2}{\partial t^2} \right), \quad A_3 = \left(\frac{\partial f_2}{\partial x} \frac{\partial g_1}{\partial x} + \frac{\partial f_2}{\partial y} \frac{\partial g_1}{\partial y} + \frac{\partial f_2}{\partial t} \frac{\partial g_1}{\partial t} \right),$$

$$A_4 = (b_1^2 + c_1^2 + d_1^2), \quad A_5 = b_1 b_2 + c_1 c_2 + d_1 d_2,$$

$$[p_1(z) + ip_2(z)] A_1 + i \frac{\partial g_1}{\partial z} + [-ir_1(z) + r_2(z)] g_1(x, y, z, t) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{1}{4}(-3 - 8i\alpha + 4\alpha^2) [p_1(z) + ip_2(z)] A_2 + [q_1(z) + iq_2(z)] |g_1(x, y, z, t)|^2 = 0, \quad (10)$$

$$\frac{1}{4}(-i + 2\alpha) \left[(-ip_1(z) + p_2(z)) (4A_3 - (1 + 2i\alpha)(g_1 A_2)) + 2g_1 \frac{\partial f_2}{\partial z} \right]$$

$$+ 4f_2 [g_1(-ir_2(z) + r_1(z))] + (p_1(z) + ip_2(z)) A_1 + i \frac{\partial g_1}{\partial x} = 0, \quad (11)$$

$$4[c_1(z) + ic_2(z)] |g_1|^4 - (-3 + 4\alpha^2 - 8i\alpha) [p_1(z) + ip_2(z)] \left[\left(\frac{\partial f_2}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial t} \right)^2 \right]$$

$$+ f_2 (4|g_1|^2 (q_1(z) + iq_2(z)) + (-3 + 4\alpha^2 - 8i\alpha) [p_1(z) + ip_2(z)] A_2) = 0. \quad (12)$$

对于方程 (1) 的解析孤子解, 可以假设 $g_1(x, y, z, t)$ 为以下广义指数形式:

$$g_1(x, y, z, t) = \exp(\theta), \quad (13)$$

$$\theta = [a_1(z) + ia_2(z)]z + (b_1 + ib_2)x + (c_1 + ic_2)y + (d_1 + id_2)t + (k_1 + ik_2), \quad (14)$$

其中 $a_1(z)$ 和 $a_2(z)$ 是关于 z 的可微函数, $b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$ 以及 k_1, k_2 为实常数. 将 $g_1(x, y, z, t) = \exp(\theta)$ 代入 (10) 式得到关于 $f_2(x, y, z, t)$ 的偏微分方程:

$$f_2(x, y, z, t) = m(z) \exp(\theta + \theta^*), \quad (15)$$

其中 θ^* 是 θ 的共轭.

将 $g_1(x, y, z, t)$ 和 $f_2(x, y, z, t)$ 代入得到的线性偏微分方程 (9)—方程 (12), 并将 ϵ 相同幂的系数化为零, 可以得到参数的约束条件:

$$a_1(z) = \frac{1}{z} \int (-2b_1 b_2 p_1(z) + (-b_1^2 + b_2^2) p_2(z) + r_2(z)) dz, \quad (16)$$

$$a_2(z) = \frac{1}{z} \int (-2b_1 b_2 p_1(z) + (b_1^2 - b_2^2) p_2(z) + r_2(z)) dz, \quad (17)$$

$$m(z) = -\frac{q_1(z)}{A_4(-3p_1(z) + 4\alpha^2 p_1(z) + 8\alpha p_2(z))}, \quad (18)$$

$$q_2(z) = -A_4 m(z) (-8\alpha p_1(z) - 3p_2(z) + 4\alpha^2 p_2(z)), \quad (19)$$

$$p_1(z) = 2(A_5 - A_4 \alpha) p_2(z) / A_4, \quad (20)$$

$$r_1(z) = -(A_4 - 4A_5 \alpha - 4(A_4) \alpha^2) p_2(z) - \frac{A_4((-3 + 4\alpha^2) p_1'(z) + 8\alpha p_2'(z))}{4(3A_5 - 7A_4 \alpha - 4A_5 \alpha^2 + 4A_4 \alpha^3) p_2(z)} - \frac{q_1'(z)}{2q_1(z)}, \quad (21)$$

$$l_1(z) = -\frac{q_1^2(z)}{2(3A_5 - 7A_4 \alpha - 4A_5 \alpha^2 + 4A_4 \alpha^3)}, \quad (22)$$

$$l_2(z) = -\frac{-3A_4 q_1^2(z) - 16A_5 \alpha q_1^2(z) + 20A_4 \alpha^2 q_1^2(z)}{4(3A_5 - 7A_4 \alpha - 4A_5 \alpha^2 + 4A_4 \alpha^3)^2 p_2(z)}. \quad (23)$$

满足上述约束条件, 并取 $\epsilon = 1$, 则解析孤子解可以表示为

$$u(x, y, z, t) = g_1(x, y, z, t) / \left[1 + f_2(x, y, z, t)^{1/2+i\alpha} \right]. \quad (24)$$

3 结果与讨论

通过选择特殊变量非线性 $q_1(z)$, 光谱滤波分布 $p_2(z)$ 和线性函数 $r_2(z)$ 以及常数参数 $b_i, c_i, d_i, k_i (i = 1, 2), \alpha$ 的适当值, 得到了一种较为特殊的混合孤子, 并分析了相关参数不同取值对光孤子的传播形态影响, 它们的脉冲宽度和振幅可以通过改变相关参数来调整, 如图 1—5 所示.

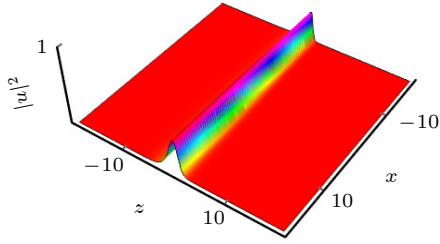


图 1 亮孤子的具体参数 $p_2(z) = \text{sech}(z), q_1(z) = 1, r_2(z) = -\exp(z), b_1 = 0.05, b_2 = 0.3, c_1 = 0.06, c_2 = 0.7, d_1 = 0.07, d_2 = 0.4, y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68, \alpha = 0.18$

Fig. 1. Specific parameters of bright solitons. $p_2(z) = \text{sech}(z), q_1(z) = 1, r_2(z) = -\exp(z), b_1 = 0.05, b_2 = 0.3, c_1 = 0.06, c_2 = 0.7, d_1 = 0.07, d_2 = 0.4, y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68, \alpha = 0.18$.

当 $p_2(z)$ 取值为 $\text{sech}z$, $q_1(z)$ 取值为 1, $r_2(z)$ 取值为 $-\exp(z)$, 其他参数取适当常数时, 得到一种最常见的亮孤子, 如图 1 所示.

当 $p_2(z)$ 取值为 $\tanh z$ 的平方函数, $q_1(z)$ 取值为 z 的线性函数, $r_2(z)$ 取值为负幂指数函数, 其他参数取适当常数时, 将得到一种较为特殊的混合孤子, 见图 2. 通过对比图 2 发现, 当光谱滤波 $p_2(z)$ 函数中 z 前系数减小即函数周期增大, 其他参数不改变时, 孤子解的脉冲振幅会减小, 脉冲宽度不变; 而 z 前系数增大即函数周期减小, 其他参数不改变时, 孤子解的脉冲振幅会增大, 脉冲宽度不变. 而当光谱滤波 $p_2(z)$ 前增加负号, α 变为 0.414 后, 孤子解的传播方向变为相反方向, 而孤子解的形态和脉冲宽度基本不变.

对比图 3 和图 2(a) 可知, 非线性增益-吸收系数 $q_1(z)$ 函数前系数增大时, 孤子解的脉冲振幅会减小, 脉冲宽度基本不变, 而系数减小时则情况相反. 当改变 α 的数值时, 由图 4 可以看出, α 增大时孤子解的脉冲振幅减小, 同时脉冲宽度增大; α 减小时孤子解的脉冲振幅增大, 同时脉冲宽度减小.

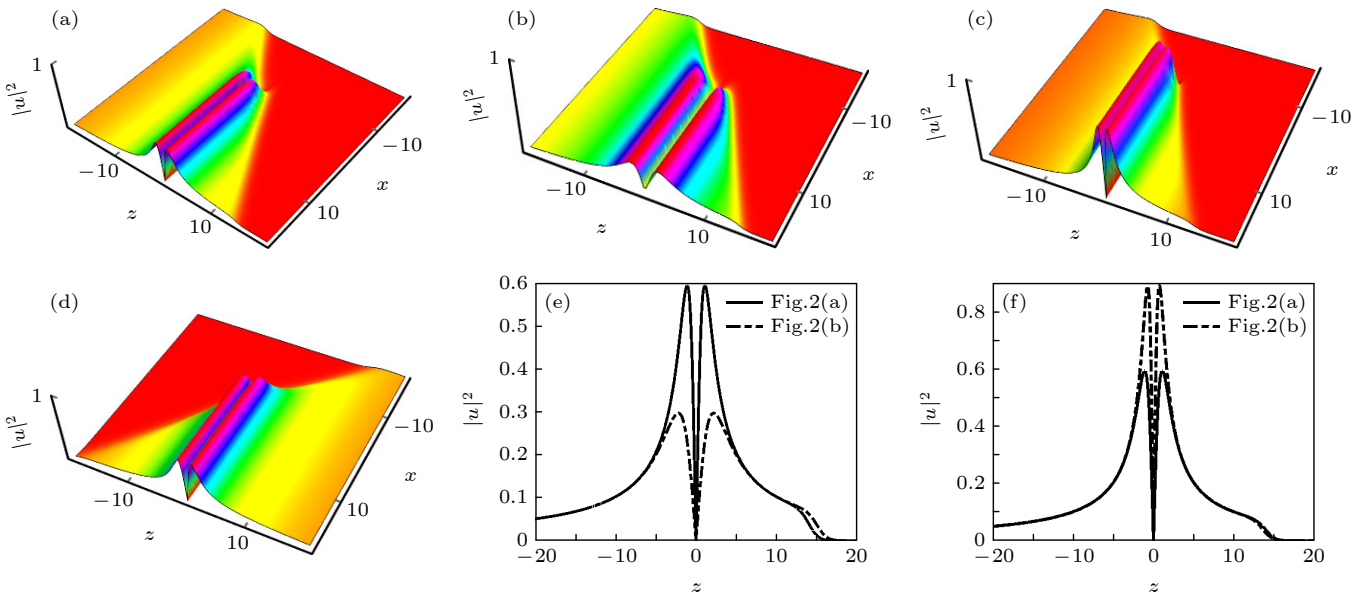


图 2 混合孤子的具体参数及光谱滤波函数对混合孤子形态影响 (a) $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, \alpha = 0.222$; (b) $p_2(z) = 0.5[\tanh(0.5z)]^2, \alpha = 0.222$; (c) $p_2(z) = 0.5[\tanh(1.5z)]^2, \alpha = 0.222$; (d) $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, \alpha = 0.414$, 其余参数 $q_1(z) = 0.5z, r_2(z) = -\exp(z), b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44, y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68$; (e) $x = 0$ 时, 子图 (a) 和 (b) 脉冲对比; (f) $x = 0$ 时, 子图 (a) 和 (c) 脉冲对比

Fig. 2. Effect of specific parameters of mixed solitons and spectral filtering function on the morphology of mixed solitons. (a) $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, \alpha = 0.222$; (b) $p_2(z) = 0.5[\tanh(0.5z)]^2, \alpha = 0.222$; (c) $p_2(z) = 0.5[\tanh(1.5z)]^2, \alpha = 0.222$; (d) $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, \alpha = 0.414$, other parameters $q_1(z) = 0.5z, r_2(z) = -\exp(z), b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44, y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68$; (e) when $x = 0$, pulse contrast of panel (a) and (b); (f) when $x = 0$, pulse contrast of panel (a) and (c).

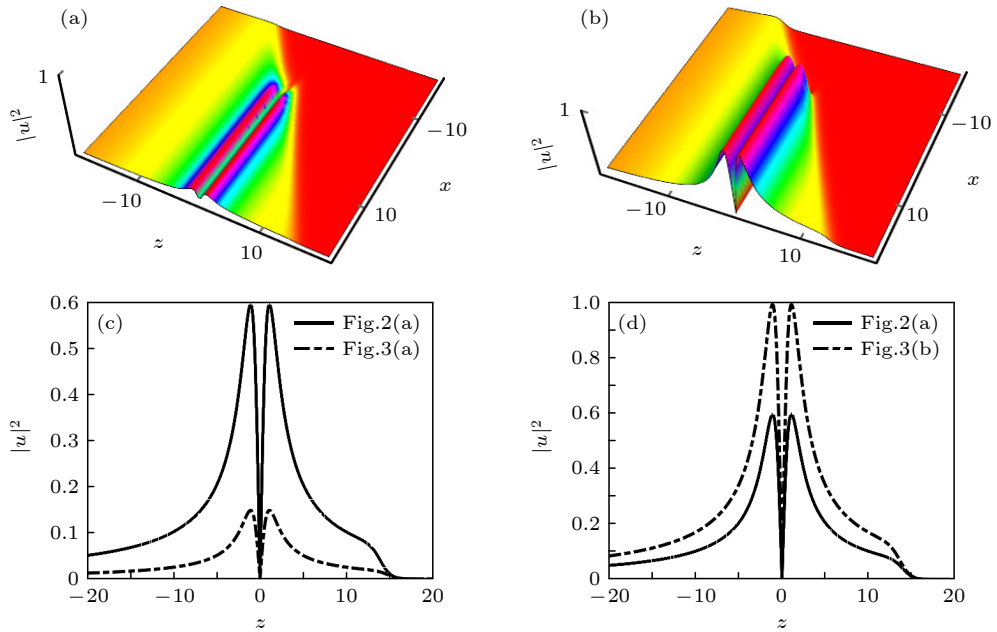


图 3 非线性增益-吸收系数函数对混合孤子形态的影响 (a) $q_1(z) = 2z$; (b) $q_1(z) = 0.3z$, 其余参数 $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2$, $r_2(z) = -\exp(z)$, $b_1 = 0.45$, $b_2 = 0.47$, $c_1 = 0.25$, $c_2 = 0.24$, $d_1 = 0.67$, $d_2 = 0.44$, $y = 1$, $z = 1$, $k_1 = 0.8$, $k_2 = 0.68$, $\alpha = 0.222$; (c) $x = 0$ 时, 图 2(a) 和图 3(a) 脉冲对比; (d) $x = 0$ 时, 图 2(a) 和图 3(b) 脉冲对比

Fig. 3. Effect of nonlinear gain-absorption coefficient function on the morphology of mixed solitons. (a) $q_1(z) = 2z$; (b) $q_1(z) = 0.3z$, other parameters $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2$, $r_2(z) = -\exp(z)$, $b_1 = 0.45$, $b_2 = 0.47$, $c_1 = 0.25$, $c_2 = 0.24$, $d_1 = 0.67$, $d_2 = 0.44$, $y = 1$, $z = 1$, $k_1 = 0.8$, $k_2 = 0.68$, $\alpha = 0.222$; (c) when $x = 0$, Fig. 2(a) and Fig. 3(a) pulse contrast; (f) when $x = 0$, Fig. 2(a) and Fig. 3(b) pulse contrast.

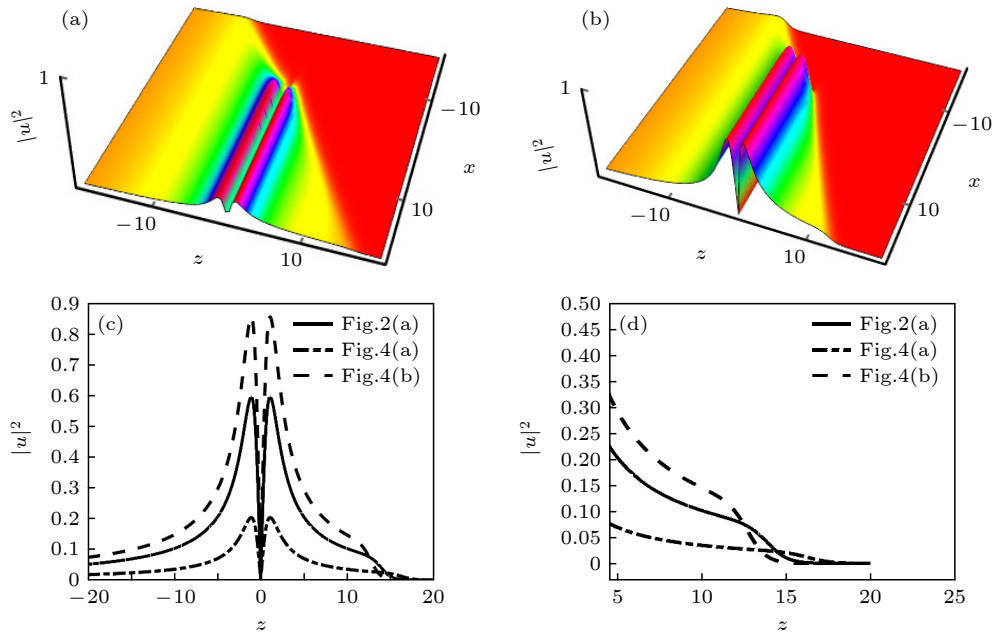


图 4 参数 α 对混合孤子形态的影响 (a) $\alpha = 0.282$; (b) $\alpha = 0.182$, 其余参数 $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2$, $q_1(z) = 0.5z$, $r_2(z) = -\exp(z)$, $b_1 = 0.45$, $b_2 = 0.47$, $c_1 = 0.25$, $c_2 = 0.24$, $d_1 = 0.67$, $d_2 = 0.44$, $y = 1$, $z = 1$, $k_1 = 0.8$, $k_2 = 0.68$; (c) $x = 0$ 时, 图 2(a) 和图 4(a), (b) 脉冲对比; (d) 局部放大图

Fig. 4. Effect of parameter α on morphology of mixed soliton. (a) $\alpha = 0.282$, (b) $\alpha = 0.182$, other parameters $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2$, $q_1(z) = 0.5z$, $r_2(z) = -\exp(z)$, $b_1 = 0.45$, $b_2 = 0.47$, $c_1 = 0.25$, $c_2 = 0.24$, $d_1 = 0.67$, $d_2 = 0.44$, $y = 1$, $z = 1$, $k_1 = 0.8$, $k_2 = 0.68$; (c) when $x = 0$, pulse contrast of Fig. 2(a) and Figs. 4(a), (b); (d) partial magnified figure.

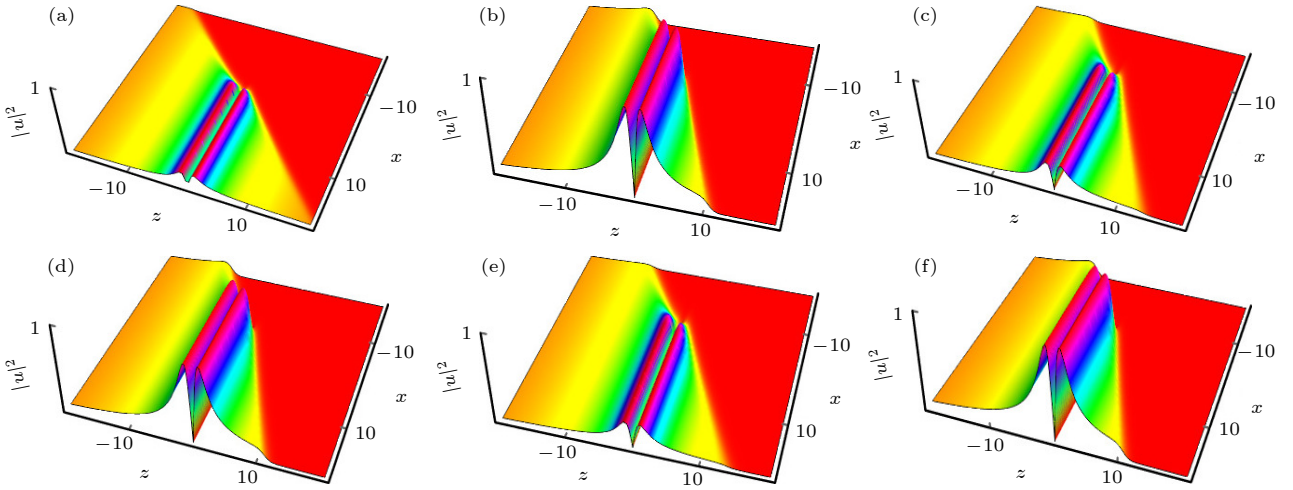


图5 常数变量对混合孤子形态的影响 (a) $b_1 = 0.9, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (b) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.6, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (c) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.9, d_2 = 0.44$; (d) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.7, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (e) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.6, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (f) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.6$, 其余参数为 $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, q_1(z) = 0.5z, r_2(z) = -\exp(z), y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68, \alpha = 0.222$

Fig. 5. Effect of constant variable on morphology of mixed soliton. (a) $b_1 = 0.9, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (b) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.6, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (c) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.9, d_2 = 0.44$; (d) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.7, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (e) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.6, d_1 = 0.67, d_2 = 0.44$; (f) $b_1 = 0.45, b_2 = 0.47, c_1 = 0.25, c_2 = 0.24, d_1 = 0.67, d_2 = 0.6$, other parameters $p_2(z) = 0.5(\tanh z)^2, q_1(z) = 0.5z, r_2(z) = -\exp(z), y = 1, z = 1, k_1 = 0.8, k_2 = 0.68, \alpha = 0.222$.

每次只改变常数变量中的一个,对比图2(a)与图5可以发现,其中 b_1, c_1, d_1 增大后,孤子解的脉冲振幅会减小并且脉冲宽度增大; b_2, c_2, d_2 增大后则会使孤子解的脉冲振幅增大,宽度减小。可以看出增大实部的系数时,孤子解的脉冲会变宽;增大虚部的系数时,脉冲则会变窄。

4 结论

本文将具有变系数非线性和光谱滤波的3+1维三次-五次CGL方程(1)作为主方程进行了分析研究。利用修正的Hirota方法,得到了方程(1)的双线性形式(3)式和(4)式。经过一系列符号计算,得到了解析孤子解(24)式。在解析孤子解的基础上,通过选择不同种类的非线性和谱滤波分布,分别得到常见的亮孤子以及一种混合孤子。

由第3节的对比分析可以看出,通过参数的改变,能控制混合孤子的脉冲振幅、脉冲宽度以及传播方向。其中,传播方向通过光谱滤波 $p_2(z)$ 的正负来控制。如果希望只改变脉冲振幅大小,可以通过改变光谱滤波 $p_2(z)$ 和非线性增益-吸收系数 $q_1(z)$ 的系数。而改变其余常数参数则会同时改变脉冲的振幅和宽度,增大实部常数时,孤子解的脉冲会更

宽;增大虚部的常数时,脉冲则会更窄,从而得到能量更加集中的主能量脉冲。这一研究成果,可以根据需求应用于非线性光学系统、超快光学数字逻辑系统等不同的实验以及应用领域。

参考文献

- [1] Akhmediev N N, Ankiewicz A, Soto-Crespo J M 1998 *JOSA B* **15** 515
- [2] Kivshar Y S, Agrawal G 2003 *Optical Solitons: from Fibers to Photonic Crystals* (USA: Academic Press)
- [3] Wang L, Luan Z, Zhou Q, Biswas A, Alzahrani A K, Liu W 2021 *Nonlinear Dyn.* **104** 629
- [4] Wang L L, Liu W J 2020 *Chin. Phys. B* **29** 070502
- [5] Wang T Y, Zhou Q, Liu W J 2022 *Chin. Phys. B* **31** 020501
- [6] Liu Y K, Li B 2017 *Chin. Phys. Lett.* **34** 010202
- [7] Yan Y Y, Liu W J 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 094201
- [8] Zhang X M, Qin Y H, Ling L M, Zhao L C 2021 *Chin. Phys. Lett.* **38** 090201
- [9] Liu W, Shi T, Liu M, Wang Q, Liu X, Zhou Q, Wei Z 2021 *Opt. Express* **29** 29402
- [10] Ma G, Zhao J, Zhou Q, Biswas A, Liu W 2021 *Nonlinear Dyn.* **106** 2479
- [11] Wazwaz A M 2006 *Appl. Math. Lett.* **19** 1007
- [12] Yan Y, Liu W, Zhou Q, Biswas A 2020 *Nonlinear Dyn.* **99** 1313
- [13] Wang L, Luan Z, Zhou Q, Biswas A, Alzahrani A K, Liu W 2021 *Nonlinear Dyn.* **104** 2613
- [14] Wang H T, Li X, Zhou Q, Liu W J 2023 *Chaos Soliton. Fract.* **166** 112924

- [15] Guan X, Yang H, Meng X, Liu W 2023 *Appl. Math. Lett.* **136** 108466
- [16] Wang H, Zhou Q, Liu W 2022 *J. Adv. Res.* **38** 179
- [17] Liu W, Xiong X, Liu M, Xing X W, Chen H, Ye H, Han J, Wei Z 2022 *Appl. Math. Lett.* **120** 053108
- [18] Liu M, Wu H, Liu X, Wang Y, Lei M, Liu W, Guo W, Wei Z 2021 *OEA* **4** 200029
- [19] Liu X, Zhang H, Liu W 2022 *Appl. Math. Model* **102** 305
- [20] Xu D H, Lou S Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 014208
- [21] Li M, Wang B T, Xu T, Shui J J 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 010502
- [22] Wang B, Zhang Z, Li B 2020 *Appl. Math. Lett.* **37** 030501
- [23] Liu W, Yu W, Yang C, Liu M, Zhang Y, Lei M 2017 *Nonlinear Dyn.* **89** 2933
- [24] Zhang J, Yan G 2015 *Physica A* **440** 19
- [25] Yue C, Lu D, Arshad M, Nasreen N, Qian X 2020 *Entropy* **22** 202
- [26] Zhang J, Yan G 2015 *Comput. Math. Appl.* **70** 2904
- [27] Mihalache D, Mazilu D, Lederer F, Leblond H, Malomed B A 2008 *Phys. Rev. A* **77** 033817
- [28] Gui L, Xiao X, Yang C 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 158
- [29] Liu X M, Han X X, Yao X K 2016 *Sci. Rep.* **6** 1
- [30] Hirota R 1971 *Phys. Rev. Lett.* **27** 1192
- [31] Hirota R 1973 *J. Math. Phys.* **14** 805

SPECIAL TOPIC—Nonlinear system theory and its frontier applications

Propagation characteristics of bright and mixed solitons based on the variable coefficient (3+1)-dimensional cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation*

Yang Jia-Qi Liu Wen-Jun[†]

(School of Science, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China)

(Received 24 December 2022; revised manuscript received 18 January 2023)

Abstract

In the study of telecommunication system, the variable coefficient (3+1)-dimensional cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation is used as the optical solitons transmission model, which not only explains the physical meaning of the existing model with quintic terms, but also has more nonlinear dynamics characteristics of the higher dimensional system than the lower dimensional system. In this paper, the analytical soliton solutions of the (3+1)-dimensional cubic-quintic CGL equations with variable coefficients are obtained by using the modified Hirota method. By selecting certain parameters of the nonlinear coefficients and spectral filtering terms, a special kind of mixed soliton solution is obtained, which has the characteristics of bright soliton, dark soliton and kinked soliton at the same time. Subsequently, the influence of changing the nonlinear, spectral filtering, linear loss parameters and other parameters on the transmission characteristics of solitons is discussed respectively, so as to realize the control of optical solitons, which can not only control the propagation of optical solitons in different forms, but also can realize the adjustment of the amplitude and pulse width of the pulse and control the propagation direction and energy of the pulse for the mixed solitons of a particular form. The research results of high dimensional CGL system in this paper can be applied to nonlinear optical system, ultra-fast optical digital logic system and other different experiments and application fields.

Keywords: optical solitons, Ginzburg-Landau equations, modified Hirota method, soliton control

PACS: 05.45.Yv, 42.65.Tg, 42.81.Dp

DOI: 10.7498/aps.72.20222430

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12075034).

[†] Corresponding author. E-mail: jungliu@bupt.edu.cn



基于变系数3+1维三次-五次复金兹堡-朗道方程的亮孤子及混合孤子传输特性

杨佳奇 刘文军

Propagation characteristics of bright and mixed solitons based on the variable coefficient (3+1)-dimensional cubic-quintic complex Ginzburg-Landau equation

Yang Jia-Qi Liu Wen-Jun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 100504 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20222430

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20222430>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高阶效应下对称三量子点系统中光孤子稳定性研究

Stability of optical soliton in symmetrical three-quantum-dot system under high-order effects

物理学报. 2021, 70(22): 224205 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210942>

里德伯原子中非厄米电磁诱导光栅引起的弱光孤子偏折及其操控

Deflection and manipulation of weak optical solitons by non-Hermitian electromagnetically induced gratings in Rydberg atoms

物理学报. 2022, 71(13): 133202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220456>

非局域高次非线性介质中的多极暗孤子

Multi-pole dark solitons in nonlocal and cubic-quintic nonlinear medium

物理学报. 2018, 67(21): 214207 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180786>

三阶非线性效应对边界限制的自聚焦振荡型响应函数系统中二次孤子的影响

Influence of cubic nonlinearity effect on quadratic solitons in boundary-constrained self-focusing oscillatory response function system

物理学报. 2022, 71(21): 214205 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220865>

线性塞曼劈裂对自旋-轨道耦合玻色-爱因斯坦凝聚体中亮孤子动力学的影响

Effects of linear Zeeman splitting on the dynamics of bright solitons in spin-orbit coupled Bose-Einstein condensates

物理学报. 2019, 68(8): 080301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182013>

三体相互作用下准一维玻色-爱因斯坦凝聚体中的带隙孤子及其稳定性

Gap solitons and their stabilities in a quasi one-dimensional Bose-Einstein condensate under three-body interaction

物理学报. 2020, 69(1): 010301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191278>