

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

重离子碰撞中的矢量介子自旋排列*

盛欣力^{1)†} 梁作堂²⁾ 王群³⁾

1) (INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy)

2) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 青岛 266237)

3) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

(2023 年 1 月 14 日收到; 2023 年 2 月 13 日收到修改稿)

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的系统具有巨大的轨道角动量, 从而使产生的夸克胶子等离子体具有极强涡旋场, 并通过自旋-轨道相互作用导致部分子的自旋极化, 经过强子化导致重子的自旋极化以及矢量介子的自旋排列等可观测效应. 矢量介子的自旋排列是指其自旋密度矩阵的 00 元素 ρ_{00} 偏离 $1/3$. 在矢量介子衰变到两个赝标介子的过程中, 衰变产物的极角分布只与 ρ_{00} 有关, 以此可以对自旋排列进行测量. 理论研究表明, 重离子碰撞过程中, 重子的自旋极化反映了夸克自旋极化的时空平均效应, 而矢量介子自旋排列则反映了夸克反夸克自旋极化的局域相空间关联. 本文回顾了相对论重离子碰撞中矢量介子自旋排列的相关理论工作. 重点以非相对论夸克融合模型为例, 明确地计入夸克极化的相空间依赖性, 展示了矢量介子自旋排列与夸克反夸克自旋极化特别是它们之间相空间关联的关系. 本文还讨论了涡旋、电磁场、有效 ϕ 介子场以及它们的局域涨落对 ϕ 介子自旋排列的贡献, 结果显示强作用场的时空关联效应是导致 ϕ 介子自旋排列的主要因素. 矢量介子自旋排列为探索强相互作用物质和强相互作用场的性质提供了新途径.

关键词: 整体极化效应, 矢量介子自旋排列, 自旋轨道耦合, 夸克融合模型, 重离子碰撞**PACS:** 25.75.-q, 24.70.+s, 13.88.+e**DOI:** 10.7498/aps.72.20230071

1 引言

在非对心相对论重离子碰撞中, 参与反应的原子核物质系统具有巨大的沿碰撞平面法线方向的轨道角动量^[1-4]. 这一巨大轨道角动量不仅可以在原子核在碰撞中心区域产生极强磁场, 而且可以在夸克物质系统中转化为涡旋场^[3], 并使夸克反夸克产生沿磁场与涡旋场方向的自旋极化. 这一自旋极化现象的根源就是强相互作用中的自旋轨道耦合, 在夸克物质系统中则可以等效地看作是自旋涡旋耦合^[1,4,5](参见最近的综述文章^[6-9]及文献^[10]). 我国理论学者最早发现这一极化现象, 并称之为夸克胶子等离子体的整体极化效应^[1]. 夸克物质系统

最终会强子化形成强子系统, 夸克与反夸克整体极化最终将反映在末态强子极化上, 表现为超子的整体极化效应^[1]和矢量介子整体自旋排列 (spin alignment)^[11,12]. 整体极化效应的理论预言^[1-3]迅速得到实验家的重视. 在美国布鲁克海文国家实验室的相对论重离子对撞机 (relativistic heavy ion collider, RHIC) 上的 STAR (solenoidal tracker at RHIC) 实验组首先观测到了 Λ 超子的整体极化效应^[13,14], 随后观测到了其他超子的整体极化效应^[15]. 在非常低的碰撞能量下也观测到了 Λ 超子的整体极化^[15,16](这时基本物质结构单元是强子而不是夸克). 对矢量介子自旋排列的测量也一直在进行, 欧洲核子研究中心大型强子对撞机上的 ALICE (a large ion collider experiment) 实验组^[17]首先正式

* 国家自然科学基金 (批准号: 12135011, 11890713) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sheng@fi.infn.it

发表了他们的测量结果, 但是他们的实验结果统计误差比较大. STAR 实验组经过多年反复验证, 最终于今年年初在 Nature 杂志发表了在 RHIC 能区 ϕ 介子与 K^*0 介子的自旋排列的实验测量结果^[18]. 对于 ϕ 介子, STAR 实验结果显示在碰撞平面法向上存在 ρ_{00} 明显大于 $1/3$, 而对于 K^*0 , ρ_{00} 在误差范围内几乎与 $1/3$ 相符合. 与超子整体极化测量结果相比^[13–15], 对 ϕ 介子自旋排列的实验测量结果^[18] 远高于理论预期^[11,12], 文献^[11] 最早对矢量介子自旋排列的计算没有考虑夸克反夸克极化的相空间依赖, 只给出了平均的结果, 文献^[11, 12] 考虑了涡旋场和磁场的贡献, 这些贡献都很小. 文献^[19] 提出了基于有效 ϕ 介子场的奇异夸克极化机制及其局域时空关联效应是导致 ϕ 介子的 ρ_{00} 远高于 $1/3$ 的主要原因. 文献^[19] 指出, 超子整体极化反映了夸克极化的时空平均结果, 而矢量介子自旋排列则反映了夸克反夸克极化中的各种场的局域时空关联^[19]. STAR 的实验测量结果^[18] 支持文献^[19] 提出的机制.

本文旨在对矢量介子自旋排列的相关理论工作^[19–27] 进行简单回顾和总结. 将着重以非相对论夸克融合模型为例, 考虑夸克极化的相空间依赖性, 展示矢量介子自旋排列与夸克反夸克自旋极化, 特别是它们之间的相空间关联的关系. 本文还将讨论涡旋场、电磁场、有效 ϕ 介子场等各种因素对 ϕ 介子自旋排列的影响. 关于整体极化的实验测量综述参见文献^[28], 超子极化的理论研究参见文献^[10]. 重离子碰撞中的涡旋场、电磁场还可以导致手征磁效应 (chiral magnetic effect)、手征磁波 (chiral magnetic wave)、手征涡旋效应 (chiral vortical effect) 等手征效应, 相应的实验测量与理论综述参见文献^[29,30], 描述自旋演化的自旋动力学以及自旋流体力学的理论研究参见文献^[31,32].

2 自旋密度矩阵

一个粒子系统的自旋状态可以用自旋密度矩阵描述, 其定义为

$$\rho = \sum_i \mathcal{P}_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (1)$$

其中 $|\psi_i\rangle$ 是正交归一的自旋态, $\mathcal{P}_i$ 是系统处在自旋态 $|\psi_i\rangle$ 上的几率且 $\sum_i \mathcal{P}_i = 1$. 一般来说, 对于一个自旋为 S 的粒子, 其自旋密度矩阵是一个 $(2S+1) \times$

$(2S+1)$ 的厄米矩阵, 有正定的本征值, 迹为 1. 根据这些条件可以确定自旋密度矩阵的独立实参量的个数是 $4S(S+1) = 2S(2S+1) + 2S$. 对于自旋 $1/2$ 和自旋为 1 的粒子, 自旋密度矩阵分别有 3 个和 8 个实参量.

对于自旋为 $1/2$ 的粒子, 自旋密度矩阵可以表示为

$$\rho = \frac{1}{2}(1 + \mathbf{P} \cdot \boldsymbol{\sigma}), \quad (2)$$

其中 $\boldsymbol{\sigma}$ 为泡利矩阵, $\mathbf{P}$ 为粒子的自旋极化矢量 (三个实参量). 类似地, 自旋为 1 的矢量介子的自旋密度矩阵是 3×3 的迹为 1 的厄米矩阵:

$$\rho = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{10} & \rho_{1,-1} \\ \rho_{01} & \rho_{00} & \rho_{0,-1} \\ \rho_{-1,1} & \rho_{-1,0} & \rho_{-1,-1} \end{pmatrix}, \quad (3)$$

它满足 $\rho = \rho^\dagger$ 和 $\text{Tr} \rho = 1$, 后者显式的表达为 $\rho_{11} + \rho_{00} + \rho_{-1,-1} = 1$, 且对角元 ρ_{11} , ρ_{00} 和 $\rho_{-1,-1}$ 都是实数. 矢量介子的自旋密度矩阵的参数化形式为^[33]

$$\rho = \frac{1}{3} \left(1 + \frac{3}{2} P_i \boldsymbol{\Sigma}_i + 3 T_{ij} \boldsymbol{\Sigma}_{ij} \right), \quad (4)$$

其中 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ ($i = 1, 2, 3$) 是 3 个自旋矩阵, P_i 是其对应的展开系数, 它对应于自旋密度矩阵的矢量极化部分, $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$ 是 5 个无迹矩阵 (对称 2 阶张量), T_{ij} 是其展开系数, 也是 2 阶对称无迹张量, 它对应于自旋密度矩阵的张量极化部分. $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 和 $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$ 的定义为

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\Sigma}_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \\ \boldsymbol{\Sigma}_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\Sigma}_{ij} = \frac{1}{2} (\boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{\Sigma}_j + \boldsymbol{\Sigma}_j \boldsymbol{\Sigma}_i) - \frac{2}{3} \mathbf{1} \delta_{ij}. \quad (6)$$

矢量极化部分的展开系数 P_i 可以通过把密度矩阵投影到 $\boldsymbol{\Sigma}_i$ 得到:

$$P_i = \text{Tr}(\rho \boldsymbol{\Sigma}_i), \quad P_1 = \sqrt{2} \text{Re}(\rho_{-1,0} + \rho_{01}),$$

$$P_2 = \sqrt{2} \text{Im}(\rho_{-1,0} + \rho_{01}), \quad P_3 = \rho_{11} - \rho_{-1,-1}, \quad (7)$$

这里用到了迹性质 $\text{Tr}(\boldsymbol{\Sigma}_i \boldsymbol{\Sigma}_{jk}) = 0$. 可以用类似方法抽取张量极化部分的展开系数 T_{ij} ($i \neq j$):

$$\begin{aligned} T_{ij} &= \text{Tr}(\rho \Sigma_{ij}), \quad T_{12} = \text{Im} \rho_{-1,1}, \\ T_{23} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Im}(\rho_{01} - \rho_{-1,0}), \\ T_{31} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{Re}(\rho_{01} - \rho_{-1,0}). \end{aligned} \quad (8)$$

但是不能同样方法抽取 T_{11} , T_{22} 和 T_{33} (其中只有两个是独立的, $T_{11} + T_{22} + T_{33} = 0$), 因为 $\text{Tr}(\Sigma_{ii} \Sigma_{jj}) \neq 0 (i \neq j)$. 这两个独立参量与 $\rho_{00} = 1 - (\rho_{11} + \rho_{-1,-1})$ 和 $\text{Re} \rho_{-1,1}$ 有关.

我们知道矢量介子的主要衰变方式是保持宇称不变的强衰变, 如 K^{*0} 和 ϕ 介子主要衰变到两个赝标量介子:

$$\begin{aligned} K^{*0} &\rightarrow K^+ + \pi^-, \quad (\sim 100\%), \\ \phi &\rightarrow K^+ + K^-, \quad (\sim 49\%), \end{aligned} \quad (9)$$

其中括号里的数字是衰变分支比. 由于初态矢量介子带有 1 个单位的自旋, 末态粒子不带自旋, 所以末态粒子的动量角分布属于 $L = 1$ 分波. 以 ϕ 介子为例, 其衰变振幅为

$$\langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_z \rangle = Y_{1,S_z}(\theta, \phi), \quad (10)$$

这里 $S_z = -1, 0, 1$ 标记沿着自旋量子化方向 z 的 ϕ 介子自旋态, (θ, ϕ) 标记末态粒子 K^+ 或 K^- 在 ϕ 介子质心系的动量方向 (极角和方位角). 如果 ϕ 介子处于自旋态 $(S, S_z) = (1, S_z)$, 其衰变末态粒子的立体角分布为^[12]

$$\frac{dN}{d\Omega} = |\langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_z \rangle|^2 = |Y_{1,S_z}(\theta, \phi)|^2, \quad (11)$$

现在假设 ϕ 介子以某个几率 $\mathcal{P}_i$ 处于自旋态 $|\psi_i\rangle$, 则 (11) 式的立体角分布变为^[12]

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\Omega} &= \sum_i \mathcal{P}_i \left| \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \psi_i \rangle \right|^2 \\ &= \sum_i \mathcal{P}_i \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \psi_i \rangle \langle \psi_i | \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle \\ &= \langle K^+, K^- | \mathcal{S} \rho \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle, \end{aligned} \quad (12)$$

其中 ρ 是 (1) 式定义的自旋密度矩阵. 在 (12) 式中插入完备性关系 $\sum_{S_z} |\phi; S_z\rangle \langle \phi; S_z| = 1$, 可以得到^[12]:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\Omega} &= \sum_{S_{z1}, S_{z2}} \langle K^+, K^- | \mathcal{S} | \phi; S_{z1} \rangle \langle \phi; S_{z1} | \rho | \phi; S_{z2} \rangle \\ &\quad \times \langle \phi; S_{z2} | \mathcal{S}^\dagger | K^+, K^- \rangle \\ &= \sum_{S_{z1}, S_{z2}} \rho_{S_{z1}, S_{z2}} Y_{1,S_{z1}}(\theta, \phi) Y_{1,S_{z2}}^*(\theta, \phi) \\ &= \frac{3}{8\pi} [(1 - \rho_{00}) + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta \\ &\quad - 2\text{Re} \rho_{-1,1} \sin^2 \theta \cos(2\phi) - 2\text{Im} \rho_{-1,1} \sin^2 \theta \sin(2\phi) \\ &\quad + \sqrt{2}\text{Re}(\rho_{-1,0} - \rho_{01}) \sin(2\theta) \cos \phi \\ &\quad + \sqrt{2}\text{Im}(\rho_{-1,0} - \rho_{01}) \sin(2\theta) \sin \phi], \end{aligned} \quad (13)$$

这里使用了球谐函数的定义 $Y_{1,\pm 1} = \mp \sqrt{3/8\pi} \sin \theta \times e^{\pm i\phi}$, $Y_{10} = \sqrt{3/4\pi} \cos \theta$. (13) 式的立体角分布是归一的, 即 $\int d\Omega (dN/d\Omega) = 1$. 可以看到该立体角分布只与张量极化部分 T_{ij} 有关, 与矢量极化部分 P_i 无关, 这其实就是强衰变保持宇称守恒的反映. 所以通过测量末态粒子的立体角分布可以确定自旋密度矩阵的张量极化部分的 5 个系数, 这在实验上是有难度的, 因为这些衰变实验的统计性不高. 为了提高统计性, 在实验上往往把方位角积掉得到极角分布:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\cos \theta} &= \int_0^{2\pi} d\phi \frac{dN}{d\Omega} \\ &= (3/4)[(1 - \rho_{00}) + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta]. \end{aligned} \quad (14)$$

可以看到极角分布只与 ρ_{00} 有关, 这个参数也叫作矢量介子的自旋排列. 如果 $\rho_{00} = 1/3$, 末态粒子的角分布是常数 (各向同性的), 这表明矢量介子没有自旋排列. 如果 $\rho_{00} \neq 1/3$, 末态粒子的角分布不是各向同性的, 表明矢量介子有自旋排列. 如果 $\rho_{00} > 1/3$ 或 $\rho_{00} < 1/3$, 表明矢量介子处于 $S_z = 0$ 自旋态的几率要大于或小于 $S_z = \pm 1$ 自旋态的几率. 因此通过测量衰变粒子的极角分布就可以确定矢量介子的自旋排列.

以上讨论的是矢量介子衰变到两个赝标量介子的情形. 矢量介子也可以衰变到两个自旋 1/2 粒子, 比如双轻子的情形, 这时末态粒子的角分布与赝标量介子是不同的. 这里把两种衰变方式末态粒子的极角分布放在一起做比较^[12,34]:

$$W(\theta) = \begin{cases} \frac{3}{4} [(1 - \rho_{00} + (3\rho_{00} - 1) \cos^2 \theta)], & \text{矢量介子} \rightarrow \text{赝标量介子}, \\ \frac{3}{8} [(1 + \rho_{00} + (1 - 3\rho_{00}) \cos^2 \theta)], & \text{矢量介子} \rightarrow \text{双轻子}. \end{cases} \quad (15)$$

在矢量介子衰变到赝标量介子的过程中, 衰变产物的总自旋角动量为零, 因此矢量介子的自旋角动量完全转化为衰变产物的轨道角动量, 末态的方位角分布依赖于轨道波函数的模平方. 而在矢量介子衰变到双轻子的过程中, 矢量介子的自旋角动量完全转换为双轻子的自旋角动量, 末态的方位角分布由螺旋度守恒决定, 代表性过程有 $J/\psi \rightarrow l^+l^-$ 以及 $\phi \rightarrow l^+l^-$. 在 J/ψ 自旋排列的相关研究中, 常用 λ_θ 衡量自旋排列偏离 $1/3$ 的程度, 它与 ρ_{00} 的关系为

$$\lambda_\theta = \frac{1-3\rho_{00}}{1+\rho_{00}} \approx -\frac{9}{4} \left(\rho_{00} - \frac{1}{3} \right), \quad (16)$$

最后的近似式是假设 ρ_{00} 与 $1/3$ 相差不大.

3 非相对论夸克融合模型

使用非相对论的夸克融合模型来计算矢量介子的自旋排列是非常直观的^[20]. 夸克自旋和动量密度矩阵定义为

$$\rho_q \equiv \sum_{rs} \int d^3x \int [d^3p][d^3q] e^{-iq \cdot x} f_{rs}^q(x, p) \left| r, p + \frac{q}{2} \right\rangle \left\langle s, p - \frac{q}{2} \right|, \quad (17)$$

其中 $|r, p\rangle$ 表示自旋为 $r = \pm 1/2$, 动量为 p 的夸克态, $[d^3p] \equiv d^3p/(2\pi)^3$, $[d^3q] \equiv d^3q/(2\pi)^3$. 自旋分布函数 $f_{rs}^q(x, p)$ 其实正比于自旋密度矩阵:

$$f_{rs}^q(x, p) = f_q(x, p) \rho_{rs}^q(x, p) = \frac{1}{2} f_q(x, p) [\delta_{rs} + \sigma_{rs} \cdot P_q(x, p)] = \frac{1}{2} f_q(x, p) \begin{pmatrix} 1 + P_q^z & P_q^x + iP_q^y \\ P_q^x - iP_q^y & 1 - P_q^z \end{pmatrix}, \quad (18)$$

其中 $\rho_{rs}^q(x, p)$ 为归一化的夸克相空间中的自旋密度矩阵的 rs 矩阵元, 满足 $\text{Tr} \rho^q(x, p) = \sum_s \rho_{ss}^q(x, p) = 1$, 而 $f_q(x, p)$ 是自旋无关 (非极化) 的夸克分布函数, σ 是自旋空间中的泡利矩阵, $f_q(x, p)$ 为相空间中的极化密度. 反夸克的密度矩阵 $\rho_{\bar{q}}$ 与 ρ_q 类似, 可以类比 (17) 式与 (18) 式得到. 在非相对论夸克融合模型中, 矢量介子自旋和动量密度矩阵由夸克与反夸克的自旋和动量密度矩阵的直积给出^[20], 即 $\rho_M = \rho_q \otimes \rho_{\bar{q}}$

$$\begin{aligned} \rho_q \otimes \rho_{\bar{q}} = & \sum_{r_1, s_1, r_2, s_2} \sum_{q_1, \bar{q}_2} \int d^3x_1 d^3x_2 \int [d^3p_1][d^3p_2] \int [d^3q_1][d^3q_2] f_{r_1 s_1}^{q_1}(x_1, p_1) f_{r_2 s_2}^{\bar{q}_2}(x_2, p_2) e^{-iq_1 \cdot x_1} e^{-iq_2 \cdot x_2} \\ & \times \left| r_1, r_2; p_1 + \frac{q_1}{2}, p_2 + \frac{q_2}{2} \right\rangle \left\langle s_1, s_2; p_1 - \frac{q_1}{2}, p_2 - \frac{q_2}{2} \right|, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $q_1 = u, d, s$ 和 $\bar{q}_2 = \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}$ 是带有味道的夸克和反夸克. 矢量介子自旋和动量密度矩阵的矩阵元为^[20]

$$\rho_{S_{z1} S_{z2}}^M(x, p) = \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} e^{iq \cdot x} \left\langle M; S, S_{z1}; p + \frac{q}{2} \right| \rho_q \otimes \rho_{\bar{q}} \left| M; S, S_{z2}; p - \frac{q}{2} \right\rangle \quad (20)$$

其中 M, S, S_z 分别表示矢量介子的种类、自旋量子数以及磁量子数. 将 (19) 式的 $\rho_q \otimes \rho_{\bar{q}}$ 代入 (20) 式得到^[20]:

$$\begin{aligned} \rho_{S_{z1} S_{z2}}^M(x, p) = & \int [d^3q] \int d^3x_1 d^3x_2 \int [d^3p_1][d^3p_2][d^3q_1][d^3q_2] e^{iq \cdot x - iq_1 \cdot x_1 - iq_2 \cdot x_2} \\ & \times \left\langle M; p + \frac{q}{2} \right| p_1 + \frac{q_1}{2}, p_2 + \frac{q_2}{2} \rangle \left\langle p_1 - \frac{q_1}{2}, p_2 - \frac{q_2}{2} \right| M; p - \frac{q}{2} \rangle \\ & \times \sum_{r_1, s_1, r_2, s_2} f_{r_1 s_1}^{q_1}(x_1, p_1) f_{r_2 s_2}^{\bar{q}_2}(x_2, p_2) \langle S, S_{z1} | r_1, r_2 \rangle \langle s_1, s_2 | S, S_{z2} \rangle, \end{aligned} \quad (21)$$

式中夸克和反夸克各有一个坐标和两个动量积分, 可以把坐标变量变换为夸克与反夸克的坐标中心点和坐标之差, 把动量变换为夸克与反夸克动量之和与动量之差, 如下所示^[20]:

$$p_a = p_1 + p_2, \quad p_b = \frac{1}{2}(p_1 - p_2), \quad q_a = q_1 + q_2, \quad q_b = \frac{1}{2}(q_1 - q_2), \quad x_a = \frac{1}{2}(x_1 + x_2), \quad x_b = x_1 - x_2, \quad (22)$$

积分变量 $x_{1,2}, p_{1,2}, q_{1,2}$ 分别变成了 $x_{a,b}, p_{a,b}, q_{a,b}$, 且雅克比变换行列式为 1. 在 (21) 式中, 夸克、反夸克的动量态与介子动量态的内积与矢量介子波函数 φ_M 成正比:

$$\langle q, \bar{q}; p_1, p_2 | M; p \rangle = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(p_1 + p_2 - p) \varphi_M \left(\frac{p_1 - p_2}{2} \right), \quad (23)$$

其中 $\mathbf{p}_{1,2}$ 分别为夸克和反夸克的动量, 由于动量守恒, 介子动量等于夸克与反夸克动量之和, $\mathbf{p} = \mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$, 而介子波函数 φ_M 只依赖于夸克与反夸克的相对动量 $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$, 其最简单的形式可以取为高斯分布:

$$\varphi_M(\mathbf{k}) = \left(\frac{2\sqrt{\pi}}{a_M} \right)^{3/2} \exp \left(-\frac{\mathbf{k}^2}{2a_M^2} \right), \quad (24)$$

其中 a_M 表示该波函数在动量空间中的展宽, (24) 式的介子波函数满足归一条件 $\int [\mathrm{d}^3\mathbf{k}] |\varphi_M(\mathbf{k})|^2 = 1$. 根据 (22) 式和 (23) 式, (21) 式中两个夸克反夸克动量态与介子动量态的内积为 [20]

$$\begin{aligned} & \left\langle M; \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}}{2} \left| \mathbf{p}_1 + \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 + \frac{\mathbf{q}_2}{2} \right\rangle \left\langle \mathbf{p}_1 - \frac{\mathbf{q}_1}{2}, \mathbf{p}_2 - \frac{\mathbf{q}_2}{2} \left| M; \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right\rangle \right. \\ &= (2\pi)^6 \delta^{(3)} \left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p} - \frac{\mathbf{q}_a}{2} + \frac{\mathbf{q}}{2} \right) \delta^{(3)} \left(\mathbf{p}_a - \mathbf{p} + \frac{\mathbf{q}_a}{2} - \frac{\mathbf{q}}{2} \right) \varphi_M \left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \varphi_M^* \left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \\ &= (2\pi)^6 \delta^{(3)} (\mathbf{p}_a - \mathbf{p}) \delta^{(3)} (\mathbf{q}_a - \mathbf{q}) \varphi_M \left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \varphi_M^* \left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right). \end{aligned} \quad (25)$$

(21) 式中的积分次序如下: 先把 $\mathbf{p}_a$ 和 $\mathbf{q}_a$ 积掉, 这样就去掉了 (25) 式中的两个动量 δ 函数, 且在被积函数中设置 $\mathbf{p}_a = \mathbf{p}$ 和 $\mathbf{q}_a = \mathbf{q}$, 然后利用 $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} - \mathrm{i}\mathbf{q}_1 \cdot \mathbf{x}_1 - \mathrm{i}\mathbf{q}_2 \cdot \mathbf{x}_2} = \mathrm{e}^{\mathrm{i}\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} - \mathrm{i}\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}_a - \mathrm{i}\mathbf{q}_b \cdot \mathbf{x}_b}$, 再把 $\mathbf{q}$ 积掉, 得到 $\delta^{(3)}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_a)$, 最后把 $\mathbf{x}_a$ 积掉去掉这个坐标 δ 函数, 且在被积函数中设置 $\mathbf{x}_a = \mathbf{x}$. 最后得到 [20]:

$$\begin{aligned} \rho_{S_{z1}S_{z2}}^M(\mathbf{x}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{N_M} \int \mathrm{d}^3\mathbf{x}_b \int [\mathrm{d}^3\mathbf{p}_b] [\mathrm{d}^3\mathbf{q}_b] \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\mathbf{q}_b \cdot \mathbf{x}_b} \varphi_M^* \left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \varphi_M \left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) f_q \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}_b \right) \\ &\times f_{\bar{q}} \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}_b \right) \sum_{r_1 r_2 s_1 s_2} \rho_{r_1 s_1}^q \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} + \mathbf{p}_b \right) \rho_{r_2 s_2}^{\bar{q}} \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \frac{\mathbf{p}}{2} - \mathbf{p}_b \right) [C_{r_1, r_2}^{S, S_{z1}}]^* C_{s_1, s_2}^{S, S_{z2}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中归一化因子 N_M 由归一条件 $\sum_{S_z=0, \pm 1} \rho_{S_z S_z}^{S=1} = 1$ 决定. 这里 $C_{r_1, r_2}^{S, S_{z1}} = \langle r_1, r_2 | S, S_{z1} \rangle$ 是自旋耦合的 Clebsch-Gordan (CG) 系数. 注意到在给定介子波函数 (24) 式的情况下, 可以完成 (26) 式中的 $\mathbf{q}_b$ 的积分 [20]:

$$\int [\mathrm{d}\mathbf{q}_b] \varphi_M \left(\mathbf{p}_b - \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \varphi_M^* \left(\mathbf{p}_b + \frac{\mathbf{q}_b}{2} \right) \exp(-\mathrm{i}\mathbf{q}_b \cdot \mathbf{x}_b) = 8 \exp \left(-\frac{1}{a_M^2} \mathbf{p}_b^2 - a_M^2 \mathbf{x}_b^2 \right), \quad (27)$$

这里用了高斯型积分公式.

在非相对论极限下, 粒子的自旋自由度与动量自由度完全解耦, 因此介子的自旋状态完全由其组分夸克与反夸克的自旋决定. 假设自旋量子化方向为 z 方向, 矢量介子的自旋态记作 $|S, S_z\rangle = (|1, 1\rangle, |1, 0\rangle, |1, -1\rangle)$, 用夸克反夸克自旋态分别表示为 $|+, +\rangle, (1/\sqrt{2})(|+, -\rangle + |-, +\rangle), |-, -\rangle$, 这里简化了夸克与反夸克的自旋态记号 $|r_1, r_2\rangle$, 其中 $r_1, r_2 = \pm 1/2 \equiv \pm$. 同理, 标量介子的自旋态记作 $|S, S_z\rangle = |0, 0\rangle$, 用夸克反夸克自旋态表示为 $(1/\sqrt{2})(|+, -\rangle - |-, +\rangle)$. 矢量介子和标量介子的自旋密度矩阵元对应的 (26) 式的最后一行可以简化为

$$\begin{aligned} \rho_{11}^{S=1} &\sim \rho_{++}^q \rho_{++}^{\bar{q}} = \frac{1}{4} (1 + P_q^z + P_{\bar{q}}^z + P_q^z P_{\bar{q}}^z), \quad \rho_{-1, -1}^{S=1} \sim \rho_{--}^q \rho_{--}^{\bar{q}} = \frac{1}{4} (1 - P_q^z - P_{\bar{q}}^z + P_q^z P_{\bar{q}}^z), \\ \rho_{00}^{S=1} &\sim \frac{1}{2} (\rho_{++}^q \rho_{--}^{\bar{q}} + \rho_{--}^q \rho_{++}^{\bar{q}} + \rho_{+-}^q \rho_{+-}^{\bar{q}} + \rho_{-+}^q \rho_{-+}^{\bar{q}}) = \frac{1}{4} (1 + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y - P_q^z P_{\bar{q}}^z), \\ \rho_{00}^{S=0} &\sim \frac{1}{2} (\rho_{++}^q \rho_{--}^{\bar{q}} + \rho_{--}^q \rho_{++}^{\bar{q}} - \rho_{+-}^q \rho_{+-}^{\bar{q}} - \rho_{-+}^q \rho_{-+}^{\bar{q}}) = \frac{1}{4} (1 - P_q^x P_{\bar{q}}^x - P_q^y P_{\bar{q}}^y - P_q^z P_{\bar{q}}^z). \end{aligned} \quad (28)$$

容易验证矢量介子和标量介子的总归一条件对应于 $\mathrm{Tr} \rho^{S=1} + \rho^{S=0} \sim 1$. 如果只考虑矢量介子, 归一条件对应的项是

$$\mathrm{Tr} \rho^{S=1} \sim \frac{1}{4} (3 + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y + P_q^z P_{\bar{q}}^z). \quad (29)$$

假设忽略夸克和反夸克的非极化分布函数 f_q 与 $f_{\bar{q}}$ 的相空间依赖性, 则在 (26) 式中可以把它作为常数提到坐标和动量积分之外. 根据 (28) 式和 (29) 式, 可以得到矢量介子归一化的矩阵元 $\rho_{00}^{S=1}$

$$\begin{aligned}\rho_{00}^{S=1} &= \frac{\langle 1 - P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M}{\langle 3 + P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M} \\ &\approx \frac{1}{3} - \frac{4}{9} \langle P_q^z P_{\bar{q}}^z \rangle_M + \frac{2}{9} \langle P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y \rangle_M, \quad (30)\end{aligned}$$

其中的近似式在 $|p_{q/\bar{q}}| \ll 1$ 的情况下成立. (30) 式中的夸克极化密度 $\mathbf{P}_q$ 定义在相空间位置 $(\mathbf{x} + \mathbf{x}_b/2, \mathbf{p}/2 + \mathbf{p}_b)$ 处, 反夸克极化密度 $\mathbf{P}_{\bar{q}}$ 定义在相空间位置 $(\mathbf{x} - \mathbf{x}_b/2, \mathbf{p}/2 - \mathbf{p}_b)$ 处, $\langle \cdots \rangle_M$ 为相空间平均值:

$$\begin{aligned}\langle \cdots \rangle_M &\equiv \frac{1}{\pi^3} \int d^3 \mathbf{x}_b \int d^3 \mathbf{p}_b \\ &\times \exp \left(-\frac{\mathbf{p}_b^2}{a_M^2} - a_M^2 \mathbf{x}_b^2 \right) (\cdots). \quad (31)\end{aligned}$$

从 (30) 式可知, 如果考虑夸克和反夸克的极化密度在相空间中的不均匀性, 那么矢量介子的自旋排列, 取决于夸克和反夸克极化密度之间在矢量介子尺寸内的平均关联值. 如果忽略介子波函数的影响以及夸克与反夸克极化的时空关联, 即只考虑夸克与反夸克极化的整体平均效应, (30) 式可以简化为^[21]

$$\rho_{00} = \frac{1 - P_q^y P_{\bar{q}}^y + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^z P_{\bar{q}}^z}{3 + P_q^z P_{\bar{q}}^z + P_q^x P_{\bar{q}}^x + P_q^y P_{\bar{q}}^y}, \quad (32)$$

这里隐含假设了 $P_q^i \sim \langle P_q^i \rangle$ 和 $P_{\bar{q}}^i \sim \langle P_{\bar{q}}^i \rangle$, 其中 i 表示三个基矢方向 $i = x, y, z$.

可以把 (30) 式的结果与早期结果比较一下. 梁作堂和王新年^[11]最先在 2005 年提出了在重离子碰撞中观测矢量介子沿碰撞平面法向的自旋排列的方案. 如果假设夸克和反夸克的极化方向只有沿碰撞平面法向的分量 $P_{q/\bar{q}}^y$ 那么由夸克和反夸克组成的矢量介子的自旋密度矩阵的 00 分量由以下表达式给出^[11]:

$$\rho_{00} = \frac{1 - P_q^y P_{\bar{q}}^y}{3 + P_q^y P_{\bar{q}}^y}, \quad (33)$$

其中 $P_q, P_{\bar{q}}$ 分别代表夸克、反夸克的极化率, q 和 $\bar{q}$ 代表组分夸克和反夸克的味. 如果考虑到介子的夸克动量波函数以及夸克极化对动量的依赖, 文献^[12]给出了 (33) 式的扩展:

$$\begin{aligned}\rho_{00}(\mathbf{p}) &= \frac{\int d^3 \mathbf{q} [1 - P_q^y(\mathbf{p}/2 + \mathbf{q}) P_{\bar{q}}^y(\mathbf{p}/2 - \mathbf{q})] |\varphi_M(\mathbf{q})|^2}{\int d^3 \mathbf{q} [3 + P_q^y(\mathbf{p}/2 + \mathbf{q}) P_{\bar{q}}^y(\mathbf{p}/2 - \mathbf{q})] |\varphi_M(\mathbf{q})|^2}, \quad (34)\end{aligned}$$

其中 $\mathbf{p}$ 为矢量介子的动量, $\mathbf{q}$ 为组成介子的夸克与反夸克之间的相对动量, $\varphi_M(\mathbf{q})$ 为介子的归一化的动量空间波函数. 可以看到在 (33) 式和 (34) 式中

只有沿着自旋量子化方向 (即 y 方向) 的极化分量, 没有垂直于量子化方向的极化分量, 而在 (30) 式中, 所有方向的极化分量都有. 如果在 (30) 式中去掉垂直于量子化方向的分量, 则回到了类似 (33) 式和 (34) 式的结果. 这个区别的根源在于 (33) 式和 (34) 式的结果隐含假设了对角的自旋密度矩阵, 而 (30) 式的结果则使用了一般形式的自旋密度矩阵, 自然包含了非对角元.

4 夸克的自旋极化机制——平均效应

文献^[12]讨论了夸克胶子等离子体中的涡旋场和磁场导致的 ϕ 介子自旋排列, 夸克沿碰撞平面法向 (y 方向) 的自旋极化有如下形式:

$$P_{q/\bar{q}}^y \approx \frac{\omega}{2} \pm \frac{\mu_q B_y}{T}, \quad (35)$$

其中 T 是局域温度, ω_y 是沿 y 方向的 (热) 涡旋场磁分量, B_y 是沿 y 方向的磁场, $\mu_q = Q_q/(2m_q)$ 为夸克的磁偶极矩, 由于夸克和反夸克带有相反电荷 $\pm Q_q$, 磁场导致的自旋极化方向相反, 而涡旋导致的夸克和反夸克的自旋极化方向相同, 因为自旋涡旋耦合与电荷无关. 文献^[12]忽略了整体极化对于夸克动量的依赖以及涡旋场和磁场的时空不均匀性. 将 (35) 式代入 (33) 式, 得到 ϕ 介子的自旋排列为^[12]

$$\rho_{00}^\phi \approx \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \langle \omega_y^2 \rangle + \frac{Q_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_y^2 \rangle, \quad (36)$$

其中 $Q_s = -(1/3)e$ 是 s 夸克的电荷. 可以看到涡旋场和磁场导致的夸克整体极化给出的贡献分别为负值和正值. 通过 STAR 测量的 Λ 与 $\bar{\Lambda}$ 的整体自旋极化值, 结合 Λ 的夸克味道自旋 $SU(6)$ 波函数给出的结果 $P_\Lambda^y = P_s^y, P_{\bar{\Lambda}}^y = P_{\bar{s}}^y$, 可以简单估计整体自旋极化度 P_s^y 和 $P_{\bar{s}}^y$ 的量级大约为 10^{-2} , 因此 $\rho_{00}^\phi - 1/3 \approx (4/9) P_s^y P_{\bar{s}}^y$ 大约为 10^{-4} 的量级, 远远不足以解释实验测量结果.

在文献^[19]中, 除了涡旋场磁分量和磁场, 作者还考虑了涡旋场电分量、电场以及有效 ϕ 介子场对 $s/\bar{s}$ 自旋极化的贡献:

$$\begin{aligned}P_{s/\bar{s}}^y(t, \mathbf{x}, \mathbf{p}) &= \frac{1}{2} \omega_y + \frac{1}{2m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon} \times \mathbf{p}) \\ &\pm \frac{Q_s}{2m_s T} \left[B_y + \frac{1}{m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{p}) \right] \\ &\pm \frac{g_s}{2m_s T} \left[B_{\phi, y} + \frac{1}{m_s} \hat{\mathbf{y}} \cdot (\mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p}) \right], \quad (37)\end{aligned}$$

其中 ω_y 和 B_y 分别表示涡旋场磁分量和磁场的 y 分量, ϵ 表示涡旋场电分量, $\mathbf{E}$ 表示电场, 而 $\mathbf{B}_\phi$ 与 $\mathbf{E}_\phi$ 分别是有效 ϕ 介子场的类磁场分量与类电场分量, g_s 为有效 ϕ 介子场与 s 夸克耦合的系数. 上述各种场都是时空的函数. 将夸克自旋极化代入 (34) 式中, 可以得到 ϕ 介子的自旋排列:

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi &\approx \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \langle \omega_y^2 \rangle + \frac{1}{27m_s^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle \epsilon_x^2 + \epsilon_z^2 \rangle \\ &+ \frac{Q_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_y^2 \rangle - \frac{Q_s^2}{27m_s^4 T^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle E_x^2 + E_z^2 \rangle \\ &+ \frac{g_s^2}{9m_s^2 T^2} \langle B_{\phi,y}^2 \rangle - \frac{Q_s^2}{27m_s^4 T^2} \langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi \langle E_{\phi,x}^2 + E_{\phi,z}^2 \rangle, \end{aligned} \quad (38)$$

其中 $\langle \mathbf{p}^2 \rangle_\phi$ 是 ϕ 介子波函数中组分夸克动量平方的平均值, $\langle \cdots \rangle$ 表示 ϕ 介子产生时的各种场平方的时空平均值. 文献 [19] 提出, 涡旋场磁分量、涡旋场电分量以及电磁场对自旋趋向的贡献为 10^{-4} — 10^{-5} 的量级, 这是因为在夸克胶子等离子体演化的中后期, 这些场的强度已经大大减弱了. 而有效 ϕ 介子场源自于奇异夸克流, 在演化的中后期依然可能存在较强的随机涨落. 需要注意的是, 文献 [19] 仅考虑了沿自旋量子化 y 方向的夸克极化对于矢量介子自旋排列的影响, 即隐含使用了对角化的自旋密度矩阵, 因此 (38) 式中只出现了电磁场的 B_y 和 $(\mathbf{E} \times \mathbf{p})_y$ 分量 (即 E_x 和 E_z 分量), 以及有效 ϕ 介

子场的 $B_{\phi,y}$ 和 $(\mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p})_y$ 分量 (即 $E_{\phi,x}$ 和 $E_{\phi,z}$ 分量).

5 夸克的自旋极化机制-相空间局域关联效应

在重离子碰撞中矢量介子形成时, 其组分夸克的自旋极化通过涡旋场和电磁场等局域场依赖于时空坐标和夸克动量, 因此在精确分析矢量介子自旋排列时, 需要考虑不同时空点和不同动量的夸克的局域极化. 考虑到有效 ϕ 介子场以及其他场的时空依赖性, 它们导致的夸克极化有可能沿空间的任意方向, 因此应当同时考虑 $P_{q/\bar{q}}^x$, $P_{q/\bar{q}}^y$ 与 $P_{q/\bar{q}}^z$ 三个分量, 这对应于具有非对角元的一般形式的自旋密度矩阵 (18), 相应的自旋排列由 (30) 式给出. 如果忽略电磁场的贡献, 仅考虑涡旋场和 ϕ 介子场, $s/\bar{s}$ 的极化度由下式给出:

$$\mathbf{p}_{q/\bar{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2m_s} \boldsymbol{\epsilon} \times \mathbf{p} \pm \frac{g_\phi}{2m_s T} \mathbf{B}_\phi \pm \frac{g_\phi}{2m_q E_p T} \mathbf{E}_\phi \times \mathbf{p}, \quad (39)$$

注意 (39) 式中的夸克反夸克极化度包含所有三个空间方向, 作为对照, (35) 式的夸克反夸克极化度只有 y 方向的分量. 先把 (30) 式中的自旋量子化方向从 z 方向改成 y 方向即做对换 $y \leftrightarrow z$, 然后将 (39) 式代入 (30) 式中, 就得到了自旋量子化方向为 y 方向的 ϕ 介子自旋排列:

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p}) &\approx \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \left\langle P_q^y \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_1 \right) P_{\bar{q}}^y \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_2 \right) \right\rangle + \frac{2}{9} \left\langle \mathbf{P}_q \left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_1 \right) \cdot \mathbf{P}_{\bar{q}} \left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}, \mathbf{p}_2 \right) \right\rangle \\ &\approx \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \left(\langle \omega_y^2 \rangle - \frac{\langle \boldsymbol{\omega}^2 \rangle}{3} \right) + \frac{1}{9m_s^2} \left(\frac{\langle \epsilon_x^2 + \epsilon_z^2 \rangle}{2} - \frac{\langle \boldsymbol{\epsilon}^2 \rangle}{3} \right) \langle \mathbf{p}_b^2 \rangle_\phi + \frac{g_\phi^2}{6m_s^2} \left[\left\langle (\beta B_\phi^y)^2 \right\rangle - \frac{\langle \beta^2 \mathbf{B}_\phi^2 \rangle}{3} \right] \\ &\quad - \frac{g_\phi^2}{6m_s^2} \left[\left\langle (\beta E_\phi^z)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi + \left\langle (\beta E_\phi^x)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,z}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \right] \\ &\quad + \frac{g_\phi^2}{18m_s^2} \left[\left\langle \beta^2 \mathbf{E}_\phi^2 \right\rangle \left\langle \frac{\mathbf{p}_b^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi - \sum_{i=x,y,z} \left\langle (\beta E_\phi^i)^2 \right\rangle \left\langle \frac{p_{b,i}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \right] \\ &\quad + \frac{1}{72m_s^2} \left[\langle \boldsymbol{\epsilon}^2 \rangle \mathbf{p}^2 - \sum_{i=x,y,z} \langle \epsilon_i^2 \rangle p_i^2 - 3 \langle \epsilon_z^2 \rangle p_x^2 - 3 \langle \epsilon_x^2 \rangle p_z^2 \right] \\ &\quad - \frac{g_\phi^2}{72m_s^2} \left[\left\langle \beta^2 \mathbf{E}_\phi^2 \right\rangle \mathbf{p}^2 - \sum_{i=x,y,z} \left\langle (\beta E_\phi^i)^2 \right\rangle p_i^2 - 3 \left\langle (\beta E_\phi^x)^2 \right\rangle p_z^2 - 3 \left\langle (\beta E_\phi^z)^2 \right\rangle p_x^2 \right] \left\langle \frac{1}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi, \end{aligned} \quad (40)$$

这里 $\beta = 1/T$ 为局域温度的倒数, $\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}/2 + \mathbf{p}_b$ 和 $\mathbf{p}_2 = \mathbf{p}/2 - \mathbf{p}_b$ 分别是夸克和反夸克的动量. (40) 式用到了两种平均值, 一种是场函数在 ϕ 介子空间波函数上的平均值, 比如

$$\langle (\beta E_\phi^z)^2 \rangle \equiv \frac{a_\phi^3}{\pi^{3/2}} \int d^3 \mathbf{x}_b \exp(-a_\phi^2 \mathbf{x}_b^2) \beta\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}\right) \beta\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}\right) E_\phi^z\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{x}_b}{2}\right) E_\phi^z\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{x}_b}{2}\right); \quad (41)$$

另外一种夸克动量函数在 ϕ 介子动量波函数上的平均值, 比如

$$\left\langle \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}} \right\rangle_\phi \equiv \frac{1}{\pi^{3/2} a_\phi^3} \int d^3 \mathbf{p}_b \exp\left(-\frac{\mathbf{p}_b^2}{a_\phi^2}\right) \frac{p_{b,x}^2}{E_{\mathbf{p}_1} E_{\mathbf{p}_2}}. \quad (42)$$

(40) 式忽略了不同种类的场之间以及同种场的不同分量之间的关联.

严格来说, 非相对论融合模型只能近似地描述静态矢量介子的性质, 它在 (40) 式给出的 $\rho_{00}^\phi(\mathbf{x}, \mathbf{p})$ 关于介子动量的依赖也只适用于小动量情形. 严格的夸克融合模型应该基于相对论量子场论和强子的协变 Bethe-Salpeter 波函数. 文献 [24, 25] 使用相对论自旋玻尔兹曼方程计算了 ϕ 介子的自旋排列, 该方程是基于相对论量子场论得到的, 结果为

$$\begin{aligned} \rho_{00}^\phi \approx & \frac{1}{3} + C_1 \left[\frac{1}{3} \boldsymbol{\omega}' \cdot \boldsymbol{\omega}' - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \boldsymbol{\omega}')^2 \right] \\ & + C_2 \left[\frac{1}{3} \boldsymbol{\epsilon}' \cdot \boldsymbol{\epsilon}' - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \boldsymbol{\epsilon}')^2 \right] \\ & - \frac{4g_\phi^2}{m_\phi^2 T^2} \left\{ C_1 \left[\frac{1}{3} \mathbf{B}'_\phi \cdot \mathbf{B}'_\phi - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{B}'_\phi)^2 \right] \right. \\ & \left. + C_2 \left[\frac{1}{3} \mathbf{E}'_\phi \cdot \mathbf{E}'_\phi - (\boldsymbol{\epsilon}_0 \cdot \mathbf{E}'_\phi)^2 \right] \right\}, \quad (43) \end{aligned}$$

其中 $\boldsymbol{\omega}'$, $\boldsymbol{\epsilon}'$, $\mathbf{B}'_\phi$, $\mathbf{E}'_\phi$ 分别表示在 ϕ 介子静止系中的涡旋场磁分量、涡旋场电分量、 ϕ 场的磁场分量和电场分量, 三维矢量 $\boldsymbol{\epsilon}_0$ 表示 ϕ 介子自旋排列的测量方向 (即自旋量子化方向). 系数 C_1 , C_2 是夸克质量 m_s 以及 ϕ 介子质量 m_ϕ 的函数. 为了得到 ρ_{00}^ϕ 关于实验室系和 ϕ 介子动量的依赖关系, 需要用洛伦兹变换把 ϕ 介子静止系中的场 $\boldsymbol{\omega}'$, $\boldsymbol{\epsilon}'$, $\mathbf{B}'_\phi$, $\mathbf{E}'_\phi$ 用实验室系场 $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\epsilon}$, $\mathbf{B}_\phi$, $\mathbf{E}_\phi$ 以及 ϕ 介子动量表示出来. 通过将 (43) 式中的 $\mathbf{B}_\phi$, $\mathbf{E}_\phi$ 替换为普通的电磁场 $\mathbf{B}$, $\mathbf{E}$, 并将 g_ϕ 替换为 $Q_s = -(1/3)e$, 即可得到电磁场对于 ρ_{00}^ϕ 的贡献. 在非相对论极限下, 结果 (43) 式与 (40) 式一致.

依据夸克融合模型给出的结果 ((30) 式), 矢量介子的自旋排列取决于夸克与反夸克极化之间的局域关联, 因此所有可能导致夸克和反夸克极化的因素都有可能对矢量介子的自旋排列有贡献, 这包括但不限于上文讨论的涡旋场、电磁场以及有效介

子场. 而由于组成 ϕ 介子的 s 与 $\bar{s}$ 互为反粒子, 因此 P_s 与 $P_{\bar{s}}$ 之间存在很强的关联, 一般地, 可以写出:

$$\rho_{00}^\phi \approx \frac{1}{3} + c_\omega + c_\epsilon + c_{\text{EM}} + c_\phi + c_{\text{LV}} + c_h + c_{\text{TC}} + c_{\text{shear}}, \quad (44)$$

其中 c_ω 与 c_ϵ 表示涡旋场磁分量和电分量的贡献. 使用 CLV_{isc} 进行流体力学模拟得到的结果显示 [19], 在 ϕ 介子产生的超曲面, 上述两项的贡献大约为 10^{-4} , 不足以解释 STAR 的测量结果. c_{EM} 表示电磁场的贡献, 输运模型 PHSD 的模拟结果 [19] 显示 $c_{\text{EM}} \approx 10^{-5}$. c_ϕ 为有效 ϕ 介子场的贡献 [19, 24, 25]. 目前缺乏相应的数值模拟. 文献 [24] 显示, 若 STAR 的测量结果完全来自于有效 ϕ 介子场, 那么与之对应的有效 ϕ 介子场的横向涨落 $\langle g_\phi^2 B_{\phi,x}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 B_{\phi,y}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 E_{\phi,y}^2 / T^2 \rangle \equiv F_T^2$ 与纵向涨落 $\langle g_\phi^2 B_{\phi,z}^2 / T^2 \rangle = \langle g_\phi^2 E_{\phi,z}^2 / T^2 \rangle \equiv F_z^2$ 可近似地由拟合函数 $\ln(F_T^2 / m_\pi^2) = (3.90 \pm 1.11) - (0.924 \pm 0.234) \ln(\sqrt{s_{\text{NN}}} / \text{GeV})$ 和 $\ln(F_z^2 / m_\pi^2) = (3.33 \pm 0.917) - (0.760 \pm 0.189) \ln(\sqrt{s_{\text{NN}}} / \text{GeV})$ 给出, 碰撞能量越低, 相应的涨落越大.

这里横向涨落与纵向涨落的差别有可能源于夸克胶子等离子体的纵向膨胀和横向膨胀的差别. (44) 式中的 c_{LV} 表示文献 [21] 中讨论的局域涡旋场的贡献, 这一局域涡旋场来自于夸克胶子等离子体膨胀的各向异性, 它对夸克极化的贡献依赖于夸克横向动量的方位角 $\Delta\psi$:

$$\begin{aligned} P_x(\Delta\psi) &= F_x \sin(\Delta\psi), \\ P_y(\Delta\psi) &= -F_y \cos(\Delta\psi), \\ P_z(\Delta\psi) &= F_z \sin(2\Delta\psi). \end{aligned} \quad (45)$$

在对心碰撞中, 系数 $F_z = 0$ 并且 $F_\perp \equiv F_x = F_y \neq 0$, 此时 c_{LV} 由以下结果给出 [21]:

$$\begin{aligned} c_{\text{LV}}(\Delta\psi) &= -\frac{F_\perp^2}{9} - \frac{F_\perp^2}{3} \cos(2\Delta\psi), \\ \langle c_{\text{LV}} \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\Delta\psi c_{\text{LV}}(\Delta\psi) = -\frac{F_\perp^2}{9} < 0, \end{aligned} \quad (46)$$

其对 ϕ 介子自旋排列的贡献为负值. (44) 式中的 c_h 是文献 [22] 提出的, 它来源于重离子碰撞早期拓扑荷涨落或者夸克净螺旋度非零的贡献,

$$c_h = -\frac{1}{9} (1 - 3v_2) P_q^h P_{\bar{q}}^h, \quad (47)$$

其中 $P_{q/\bar{q}}^h$ 为夸克和反夸克沿动量方向的极化(螺旋度), v_2 为椭圆流系数. (44) 式中的 c_{TC} 是指湍流色场(turbulent color fields)的贡献^[23], 作者讨论了色场涨落导致的手征荷局域涨落, 这使局域自旋极化正比于色场的拓扑荷 $E^a \cdot B^a$, 给出 $c_{TC} < 0$. (44) 式中的 c_{shear} 表示剪切张量的贡献^[26,27].

除了矢量介子的融合产生机制之外, 矢量介子还可能由部分子碎裂产生, 文献^[11] 讨论了碎裂过程 $q \rightarrow V + X$ 产生的矢量介子的自旋排列:

$$\rho_{00}^{\text{frag}} = \frac{1 + \beta P_q^2}{3 - \beta P_q^2}, \quad (48)$$

其中 $\beta = -P_q^{\text{frag}}/P_q$ 表示碎裂过程产生的反夸克的极化与初始夸克的极化之间的比值. 对于横向动量 p_T 较大或快度较大的矢量介子, 碎裂过程产生机制可能比融合产生机制更重要. 另外, 在夸克胶子等离子体演化过程中, 矢量介子的重散射也可能影响其自旋排列. 文献^[35] 使用 UrQMD (ultra relativistic quantum molecular dynamics) 模型对 K^{*0} 的自旋排列进行了数值模拟, 得到了 $\rho_{00}^{K^{*0}} - 1/3 \approx -0.008(0.03)$ 的结果.

6 总结与展望

本文对相对论重离子碰撞中矢量介子整体自旋排列的研究进行了简单的回顾与总结. 矢量介子极化与超子极化一直是高能自旋物理研究的两个方面. 自重离子碰撞中整体极化效应提出以来, 矢量介子整体自旋排列就一直是理论与实验研究的重要课题, STAR 实验结果已经在 Nature 正式发表, 也标志着实验研究取得了重要进展, 实验结果也展示了矢量介子极化效应可以揭示出比超子极化更为丰富的物理现象.

实验发现也促进了理论的发展. 本文首先总结了非相对论夸克融合模型的主要结果. 此模型清楚展示了矢量介子自旋排列与夸克反夸克极化之间的关系解析表达式, 在不考虑夸克极化的相空间依赖时, 矢量介子自旋排列与夸克极化的平方相关, 即 ρ_{00} 对 $1/3$ 的偏离由夸克极化的平方决定, 是一个二次方效应. 因此, 忽略夸克极化的相空间依赖, 在夸克极化很小时, 矢量介子自旋排列将会非常小. 但在考虑夸克极化的相空间依赖时, 矢量介子自旋排列很好地反映了夸克与反夸克极化的局

域相空间关联, 它的大小也主要由夸克与反夸克极化在矢量介子波函数尺度内的相空间关联强度来决定.

本文还简单总结了近期的理论进展, 这些进展是关于 ϕ 介子自旋排列中的涡旋、有效 ϕ 介子场以及它们的局域关联等诸多因素的贡献. 在考虑 ϕ 介子有效场时, 理论研究结果清楚地表明, 奇异夸克与其反夸克的极化可以有很强关联, 从而导致 ϕ 介子自旋排列与 $1/3$ 有很大的偏离, STAR 的实验数据支持这种机制. 对 ϕ 介子自旋排列的测量从更深层次反映了夸克物质系统中的强作用场的时空关联性质, 为认识强相互作用场提供了一个有效途径.

目前, 对相对论重离子碰撞过程中矢量介子整体自旋效应的研究正处在快速发展期, 实验与理论研究都取得了重要进展, 同时也揭示出很多亟待解决的重要课题. 首先, 矢量介子种类繁多, 目前的研究结果主要集中在 ϕ 介子等, 这些研究可以自然地推广到其他粒子, 包括重味介子等, 从而对理论提供新的检验, 也为重离子碰撞反应机制与强相互作用性质提供新的信息. 其次, 目前对矢量介子自旋效应的研究主要集中在矢量介子自旋排列, 即自旋密度矩阵的 ρ_{00} 分量. 实验上, 自旋密度矩阵的非对角元也可以通过衰变产物的角分布进行测量. 这些测量需要同时确定衰变产物极角和方位角分布, 对实验提出更高的要求.

另外, 由于矢量介子整体自旋效应能够反映强相互作用场的时空关联信息, 这为夸克胶子等离子体和强相互作用物质的研究提供了新窗口和新增长点. 目前, 美国布鲁克海文国家实验室相对论重离子碰撞机上能量扫描二期实验已经有了更加丰富的数据积累, 欧洲核子研究中心大型强子对撞上也可开展类似的测量, 我们期待近期会有更加精确和丰富的实验结果. 另外, 规划中俄罗斯杜布纳 NICA (nuclotron-based ion collider facility) 实验、德国重离子中心 GSI (gesellschaft für schwerionenforschung) 的 FAIR (facility for antiproton and ion research) 以及我国正在惠州建造的 HIAF (high intensity heavy-ion accelerator facility) 实验等都可以在此方面开展研究. 这些实验必将为重离子碰撞中矢量介子自旋效应的研究带来新机遇并促进强相互作用物理的发展.

参考文献

- [1] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 102301
- [2] Becattini F, Piccinini F, Rizzo J 2008 *Phys. Rev. C* **77** 024906
- [3] Betz B, Gyulassy M, Torrieri G 2007 *Phys. Rev. C* **76** 044901
- [4] Gao J H, Chen S W, Deng W T, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2008 *Phys. Rev. C* **77** 044902
- [5] Zhang J J, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2019 *Phys. Rev. C* **100** 064904
- [6] Wang Q 2017 *Nucl. Phys. A* **967** 225
- [7] Gao J H, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 195
- [8] Huang X G, Liao J, Wang Q, Xia X L 2021 *Lect. Notes Phys.* **987** 281
- [9] Gao J H, Ma G L, Pu S, Wang Q 2020 *Nucl. Sci. Technol.* **31** 90
- [10] Gao J H, Huang X G, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 072501 (in Chinese) [高建华, 黄旭光, 梁作堂, 王群, 王新年 2023 物理学报 **72** 072501]
- [11] Liang Z T, Wang X N 2005 *Phys. Lett. B* **629** 20
- [12] Yang Y G, Fang R H, Wang Q, Wang X N 2018 *Phys. Rev. C* **97** 034917
- [13] Adamczyk L, Adkins J K, Agakishiev G, et al. 2017 *Nature* **548** 62
- [14] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2018 *Phys. Rev. C* **98** 014910
- [15] Adam J, Adamczyk L, Adams J R, et al. 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 162301
- [16] Abou Yassine R, Adamczewski-Musch J, Asal C, et al. 2022 *Phys. Lett. B* **835** 137506
- [17] Acharya S, Adamova D, Adler A, et al. 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 012301
- [18] Abdallah M S, Aboona B E, Adam J, et al. 2022 *Nature* **614** 355
- [19] Sheng X L, Oliva L, Wang Q 2020 *Phys. Rev. D* **101** 096005
- [20] Sheng X L, Wang Q, Wang X N 2020 *Phys. Rev. D* **102** 056013
- [21] Xia X L, Li H, Huang X G, Huang H Z 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136325
- [22] Gao J H 2021 *Phys. Rev. D* **104** 076016
- [23] Mueller B, Yang D L 2022 *Phys. Rev. D* **105** 1
- [24] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 e-Print: 2205.15689
- [25] Sheng X L, Oliva L, Liang Z T, Wang Q, Wang X N 2022 e-Print: 2206.05868
- [26] Li F, Liu Y F S 2022 e-Print: 2206.11890
- [27] Wanger D, Weickgenannt N, Speranza E 2022 e-Print: 2207.01111
- [28] Sun X, Zhou C S, Chen J H, Chen Z Y, Ma Y G, Tang A H, Xu Q H 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 072401 (in Chinese) [孙旭, 周晨升, 陈金辉, 陈振宇, 马余刚, 唐爱洪, 徐庆华 2023 物理学报 **72** 072401]
- [29] Shou Q Y, Zhao J, Xu H J, Li W, Wang G, Tang A H, Wang F Q 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [寿齐烨, 赵杰, 徐浩洁, 李威, 王钢, 唐爱洪, 王福强 2023 物理学报 Accepted]
- [30] Hou D F, Huang M, Ma G L 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [侯德富, 黄梅, 马国亮 2023 物理学报 Accepted]
- [31] Gao J H, Sheng X L, Wang Q, Zhuang P F 2023 *Acta. Phys. Sin.* Accepted (in Chinese) [高建华, 盛欣力, 王群, 庄鹏飞 2023 物理学报 Accepted]
- [32] Huang X G, Pu S 2023 *Acta. Phys. Sin.* **72** 071202 (in Chinese) [黄旭光, 浦实 2023 物理学报 **72** 071202]
- [33] Bacchetta A, Mulders P J 2000 *Phys. Rev. D* **62** 114004
- [34] Faccioli P, Lourenco C, Seixas J, Wohri H K 2010 *Eur. Phys. J. C* **69** 657
- [35] Li Z, Zha W, Tang Z 2022 *Phys. Rev. C* **106** 064908

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

Global spin alignment of vector mesons in heavy ion collisions*

Sheng Xin-Li^{1)†} Liang Zuo-Tang²⁾ Wang Qun³⁾

¹⁾ (*INFN-Firenze, Via Giovanni Sansone, 1, 50019 Sesto Fiorentino FI, Italy*)

²⁾ (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation, Ministry of Education, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

³⁾ (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

(Received 14 January 2023; revised manuscript received 13 February 2023)

Abstract

In non-central relativistic heavy-ion collisions, the large initial orbital angular momentum results in strong vorticity fields in the quark-gluon plasma, which polarize partons through the spin-orbit coupling. The global polarization of quark matter will be converted to the global polarization of baryons and the global spin alignment of vector mesons. The spin alignment refers to the ρ_{00} element of the spin density matrix for vector mesons. When a vector meson decays to two pseudoscalar mesons, the polar angle distribution for the decay product depends on ρ_{00} , through which the spin alignment can be measured. Theoretical studies show that the global spin polarization of baryons reflects the space-time average of the quark polarization, while the spin alignment of vector mesons reflects the local phase space correlation between the polarization of quark and antiquark. In this article, we review recent theoretical works about the spin alignment of vector mesons. We consider a non-relativistic quark coalescence model in spin and phase space. Within this model, the spin alignment of the vector meson can be described through the phase space correlation of quark's and antiquark's polarization. The contributions to the spin alignment of ϕ mesons from vorticity fields, electromagnetic fields, and effective ϕ meson fields are discussed. The spin alignment of vector mesons opens a new window for the properties of strong interaction fields in heavy-ion collisions.

Keywords: global spin polarization, spin alignment of vector mesons, spin-orbit coupling, quark coalescence model, heavy ion collisions

PACS: 25.75.-q, 24.70.+s, 13.88.+e

DOI: 10.7498/aps.72.20230071

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12135011, 11890713).

† Corresponding author. E-mail: sheng@fi.infn.it

重离子碰撞中的矢量介子自旋排列

盛欣力 梁作堂 王群

Global spin alignment of vector mesons in heavy ion collisions

Sheng Xin-Li Liang Zuo-Tang Wang Qun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072502 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230071

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230071>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自旋轨道耦合量子点系统中的量子相干

Quantum coherence in spin-orbit coupled quantum dots system

物理学报. 2022, 71(7): 078502 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212111>

自旋轨道耦合量子气体中的一些新进展

Some recent progresses on the study of ultracold quantum gases with spin-orbit coupling

物理学报. 2020, 69(1): 016701 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191241>

自旋轨道耦合Su-Schrieffer-Heeger原子链系统的电子输运特性

Electron transport through Su-Schrieffer-Heeger chain with spin-orbit coupling

物理学报. 2021, 70(8): 087301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201742>

一维谐振子束缚的自旋轨道耦合玻色气体

One-dimensional spin-orbit coupling Bose gases with harmonic trapping

物理学报. 2019, 68(17): 173201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190143>

Rashba自旋轨道耦合下square-octagon晶格的拓扑相变

Topological phase transitions in square-octagon lattice with Rashba spin-orbit coupling

物理学报. 2018, 67(23): 237101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180624>

两体相互作用费米系统在自旋轨道耦合和塞曼场中的基态转变

Ground energy level transition for two-body interacting Fermionic system with spin-orbit coupling and Zeeman interaction

物理学报. 2021, 70(8): 083401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201456>