

专题: 高能重离子碰撞过程的自旋与手征效应

## 高能重离子超边缘碰撞中极化光致反应\*

浦实<sup>1)†</sup> 肖博文<sup>2)‡</sup> 周剑<sup>3)††</sup> 周雅瑾<sup>3)‡‡</sup>

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥 230026)

2) (香港中文大学(深圳)理工学院, 深圳 518172)

3) (山东大学前沿交叉科学青岛研究院, 粒子物理与粒子辐照教育部重点实验室, 青岛 266237)

(2023年1月15日收到; 2023年2月5日收到修改稿)

本文旨在对近期高能重离子超边缘碰撞中光致产生过程的研究做一个简要综述. 相对论性重离子激发的超强电磁场可以被近似认为是一束极高亮度的等效相干光子束流. 本文主要讨论两类等效光子参与的高能产生过程: 准实光子融合产生轻子对即 Breit-Wheeler 过程, 以及等效光子与原子核内的胶子物质相互作用导致的矢量介子衍射产生过程. 这两类过程是研究重离子超边缘碰撞的传统课题, 本文主要侧重于讨论碰撞参数依赖效应与末态软光子重求和效应. 另一方面, 最近一系列研究揭示了相对论重离子所激发的准实光子是高度线性极化的, 其极化方向平行于光子横动量方向; 并指出可以通过重离子超边缘碰撞中轻子对产生过程的  $\cos 4\phi$  方位角不对称来测量光子的线偏振度. 这一理论预言随后被 SATR 合作组的测量所证实. 伴随这一新的理论与实验进展, 线性极化光子束流同时也给我们提供了一种新颖的实验手段, 用来研究量子色动力学唯象学. 如线偏振准实光子可导致矢量介子衍射产生过程的各种方位角不对称, 通过研究这些方位角不对称可以让我们更深入地理解高能散射过程的双缝干涉效应、库仑-核反应的干涉过程, 以及抽取光子维格纳函数等. 本文将详述这些效应并讨论未来的理论与实验发展.

**关键词:** 重离子对撞, 等效光子近似, 极化效应, 矢量介子衍射产生**PACS:** 25.75.-q, 25.20.-x, 21.10.Hw**DOI:** 10.7498/aps.72.20230074

## 1 引言

在相对论重离子碰撞中, 两个带电重离子发生碰撞而产生高达  $10^{15}$  T 的极强电磁场<sup>[1-5]</sup>. 从量子场论的角度来看, 相对论性重离子所激发的超强电磁场可以等效地视为一束准实光子束流. 当被探测的光子波长远远长于原子核半径, 即光子动量远小于原子核半径  $R$  的倒数时 (对于金核来说  $1/R \approx 30$  MeV), 准实光子与原子核中的电荷源整体地耦合在一起. 相应的准实光子的数密度正比于重离子

的核电数平方  $Z^2$ , 并被称为相干光子. 对于重离子来说,  $Z$  通常是一个相当大的数, 因此其伴随的相干光子束流有着极高亮度. 本文主要讨论在重离子超边缘碰撞中相干光子参与的各种高能散射过程.

重离子超边缘碰撞中的超强电磁场为研究极端条件下的量子电动力学效应提供了一个良好的实验平台. 如在欧洲核子中心 CERN 的 ATLAS 实验中人们首次观测到了理论上早已预言的光光散射<sup>[6]</sup>. 同时, 在美国相对论重离子对撞机 RHIC 的 STAR 实验中<sup>[7,8]</sup> 人们观测到了光致物质产生的 Breit-Wheeler 过程<sup>[9]</sup> 及真空双折射等效效应的间

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12175118, 12075235, 12135011) 和山东省自然科学基金 (批准号: ZR2020MA098) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: shipu@ustc.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xiaobowen@cuhk.edu.cn

†† 通信作者. E-mail: jzhou@sdu.edu.cn

‡‡ 通信作者. E-mail: zhouyj@sdu.edu.cn

接证据<sup>[7,10-14]</sup>. 当轻子对从硬碰撞点产生后, 它们会与重离子产生的背景电磁场发生多重电磁散射, 通常被称为库仑修正. 由于微扰级数以  $Z\alpha$  展开, 对于重离子, 即  $Z \gg 1$ , 多重散射效应较为显著, 因此重离子超边缘碰撞中的轻子对产生过程也提供了研究极强电场下库仑修正效应的一个理想场所<sup>[15-22]</sup> (近期的一项这方面研究可以参考文献<sup>[23]</sup>). 另一方面, 超强相干光子束流也为在超边缘重离子碰撞中探索超出标准模型之外的新物理提供了独特的机会, 如通过光光散射探测轴子<sup>[24]</sup>, 利用轻子对产生中的方位角不对称来约束暗光子的各项参数<sup>[25]</sup>, 以及其他新物理迹象<sup>[26-29]</sup>.

对重离子超边缘碰撞中的纯电磁产生过程的细致理论和实验研究也为利用电磁探针研究夸克胶子等离子体性质设立了重要的比较基线. 如在轻子对的纯电磁产生过程中, 在 STAR<sup>[30]</sup>, ATLAS<sup>[31]</sup>, 以及 CERN 上的 CMS 实验中<sup>[32]</sup>, 人们都发现了偏心碰撞中的展宽效应 (broadening effects), 即偏心碰撞中轻子对总横动量要显著大于超边缘碰撞中观测到的轻子对总横动量. 这一意外发现促使人们对光致双轻子过程进行了大量理论和实验方面的探索. 人们早期采用基于等效光子法 (EPA) 的程序包 STARlight<sup>[33]</sup> 来进行研究. 等效光子法由于缺少必要的光子横动量及碰撞参数等信息, 无法准确地描述这些实验结果. 为此人们进行了一系列新的探索, 如利用定背景电磁场下量子电动力学<sup>[34-36]</sup>, 即扩展的等效光子法来研究实验结果<sup>[8,37-41]</sup>; 在原子核波包假设下推导出量子电动力学截面<sup>[42-44]</sup>; 基于量子色动力学因子化方案得到截面<sup>[40,45-48]</sup> 等. 这些方法的共同特征是需要建立一个对碰撞参数与横动量联合依赖的截面公式. 利用这样一个截面公式, 可以自然地推导出轻子对平均横动量对碰撞参数的依赖关系. 本文第 2 节将详述这方面的近期研究. 另一方面, 部分研究者认为<sup>[45,46]</sup> 这一展宽效应也有可能是因为轻子对穿越夸克胶子等离子体时与媒介物质相互作用获得的额外横动量. 因而横动量展宽的测量可以提供研究夸克胶子等离子体性质的一种新途径.

高阶 QED 修正在轻子对产生过程中的某些特定的运动学区域具有对数增强的贡献<sup>[45,46,49,50]</sup>. 如当末态一个软光子从产生的轻子对辐射出去时, 高阶修正项会包含一个大大对数项的增强. 此类大大对数项通常可以在微扰 QCD 重求和理论框架下被

求和到无穷阶. 理论计算表明, 正确地求和这一类大大对数项对于正确描述实验中观测到的轻子对间的角关联至关重要. 由于 QED 过程具有背景干净和无非微扰区贡献等特征, 轻子对产生过程的不同物理观测量提供了一个测试与发展微扰 QCD 重求和理论工具的理想场所.

另一方面, 最近的理论工作<sup>[40,47]</sup> 揭示了由相对论性重离子所激发的相干光子是百分之百线性极化的. 相干光子极化矢量平行于其横动量方向. 当然, 如果对整个横动量相空间做积分, 那么光子的平均极化度为零. 理论计算进一步预言线偏振光子可以导致轻子对产生过程中的  $\cos 4\phi$  方位角调制行为, 这里  $\phi$  角定义为轻子横动量与轻子对总横动量之间的夹角. 这一理论预言很快被 STAR 的实验测量所证实<sup>[7]</sup>. 由于轻子对产生的总截面可以通过光学定理与光-光向前散射振幅的虚部联系起来, 部分研究者<sup>[51]</sup> 论证极化依赖轻子对产生过程可以与真空双折射现象<sup>[52]</sup> 联系起来. 因此从某种意义上说, 轻子对产生过程中的  $\cos 4\phi$  方位角不对称的测量可以被视为首次在地面实验中间接观测到了真空双折射效应. 如果轻子的质量与轻子对不变质量相差不大, 如 RHIC 上的  $\mu^+\mu^-$  产生, 那么线偏振光子会导致一个  $\cos(2\phi)$  的方位角调制行为<sup>[43,53]</sup>. 光光相互作用的相关研究近期<sup>[44]</sup> 也被拓展到相对论同量异位素碰撞过程中<sup>[54]</sup>.

伴随着这一新的理论实验进展, 人们很快开始对如何利用线偏振光子束流研究 QCD 唯象做了一系列探索<sup>[55-61]</sup>. 在重离子超边缘碰撞中, 相干光子参与的另外一类主要过程是矢量介子的光致衍射产生. 在流行的偶极子模型中<sup>[62]</sup>, 相干光子首先劈裂为夸克与反夸克, 随后夸克对与原子核中的胶子物质发生相互作用, 最后重新组合形成矢量介子. 衍射矢量介子产生过程其实是重离子超边缘碰撞研究中的一个传统课题, 在饱和物理研究以及原子核的胶子物质三维成像方面都扮演了重要角色. 如果考虑初态入射相干光子的极化, 那么末态产生的矢量介子也会极化. 矢量介子的极化状态可以通过其末态衰变产物的方位角分布来重建. 理论计算表明线偏振光子可以导致多种多样的矢量介子产生过程中的方位角不对称性分布. 这些方位角不对称截面有着独特的衍射干涉条纹, 包含了原子核内部胶子物质分布丰富的信息. 因此, 相干光子极化自由度的引入开辟了一条通过矢量介子衍射产生

研究原子核内部结构的全新路径。

本文结构规划如下: 第 2 节首先在横动量依赖因子化框架下介绍等效光子近似及其扩展, 接着评述轻子对产生的碰撞参数依赖截面的推导, 并通过此截面公式计算横动量展宽效应并与实验数据对比. 第 3 节主要介绍相干光子的线性极化相关物理, 包括线性极化的物理直觉解释、以及轻子对产生过程中的  $\cos 4\phi$  方位角不对称截面的推导等. 第 4 节主要介绍极化依赖矢量介子光致产生过程的近期研究, 并讨论其对研究原子核三维成像的意义. 第 5 节总结本文内容.

## 2 非极化光子分布

### 2.1 Weizsäcker-Williams 虚量子方法及等效光子近似

Weizsäcker-Williams 虚量子方法<sup>[63,64]</sup>提供了一种简单有效的处理高能带电粒子碰撞的重要理论计算手段. 在经典电动力学中, 通常使用电磁场来计算带电粒子的相互作用, 然而在量子电动力学中光子交换则能提供更加方便地描述碰撞的方法和途径. Weizsäcker-Williams 虚量子方法指出这两种物理的描述方式是等效的. 这种方法用等效的光子光谱 (即光子的概率分布) 来取代碰撞中的带电粒子的电磁场, 让我们得以从经典电动力学自然地过渡到量子电动力学. 需要特别指出的是, 这些等效的光子虽然虚度很小, 但是本质上不是完全在壳的实光子. 从量子场论的角度来说, 他们实际上是带电粒子的波函数的一部分, 是伴随着带电粒子一起运动的通过量子涨落产生的虚光子. 在高能散射的过程中, 这些虚光子可以被释放出来, 也可以与其他带电粒子发生散射. 当散射过程的硬度远远大于这些等效光子的虚度时, 可以将其等效成实光子, 将散射截面表达成实光子的数密度与硬散射截面的卷积. 因此, 该方法又被称为等效光子近似 (equivalent photon approximation, EPA).

该方法不仅对量子电动力学的早期发展起到了重要的推动作用, 并且在高能碰撞的计算中得到了广泛的应用. Jackson<sup>[65]</sup>撰写的电动力学的经典教科书对此做了大量篇幅的详细介绍. 此外, 理论物理学家还将这种方法背后的思想应用到高量子色动力学和引力场理论中, 分别用以计算等效胶子谱<sup>[66,67]</sup>和引力波能谱<sup>[68]</sup>.

有趣的是, 如科学史上偶有发生的事例一样<sup>[69]</sup>,

以 Weizsäcker 和 Williams 命名的 Weizsäcker-Williams 虚量子方法的最初提出者并非他们两位, 而是著名物理学家费米 (Enrico Fermi). 早在 1924 年<sup>[70]</sup>, 当时年轻的费米刚刚博士毕业, 他就十分敏锐地发现“带电粒子经过原子的电场, 当被分解成简谐波时, 与适当的频率分布的光等价”. 也就是说, 费米首先提出可以用等效的光谱来替代运动电荷的电磁场. 近十年后, Weizsäcker 和 Williams 分别独立地将费米的光量子的思想发展并推广到了相对论极限下的物理情形. 随后, Weizsäcker-Williams 虚量子方法得到了广泛的接受并被频繁地应用到各种计算当中.

下面详细介绍如何基于 Weizsäcker-Williams 虚量子方法从电磁场出发推导等效光子分布. 这里计划从经典电动力学出发, 逐渐过渡到规范场论的常用语言和方法.

在直角坐标系  $(x, y, z)$  中, 可以先考虑一个电荷量为  $e$  的静止粒子. 该粒子产生的静电场和电势如下:

$$\mathbf{E} = \frac{e}{4\pi r^3} \mathbf{r}, \quad V(r) = \frac{e}{4\pi r}, \quad (1)$$

其中  $r = \sqrt{b_{\perp}^2 + z^2}$ , 同时  $b_{\perp}^2 \equiv x^2 + y^2$ . 接下来, 将此粒子加速至速度  $v$ . 此时, 可以通过洛伦兹变换得到描述相对应的电磁场的四维矢量势

$$A^{\mu} = (\gamma\phi, 0, 0, \gamma v\phi),$$

$$\gamma\phi = \frac{e}{4\pi} \frac{\gamma}{\sqrt{b_{\perp}^2 + \gamma^2(z-vt)^2}} = \frac{e}{4\pi R_v}. \quad (2)$$

为了方便起见, 这里定义  $R_v \equiv \sqrt{b_{\perp}^2(1-v^2) + (z-vt)^2}$ . 由此可以计算得出以速度  $v$  运动的带电粒子的电磁场如下:

$$\mathbf{E}_v = \frac{e(1-v^2)}{4\pi R_v^3} (\mathbf{b}_{\perp}, z-vt), \quad (3)$$

$$\mathbf{B}_v = \frac{e(1-v^2)}{4\pi R_v^3} (v\hat{z} \times \mathbf{b}_{\perp}, 0) = v\hat{z} \times \mathbf{E}_v. \quad (4)$$

高能极限下, 带电粒子的运动速度趋近于光速, 即  $v \rightarrow 1$ , 通过积分不难证明以下等式:

$$\lim_{v \rightarrow 1} \frac{(1-v^2)}{R_v^3} = \frac{2}{b_{\perp}^2} \delta(z-t). \quad (5)$$

使用该等式可以将电磁场非零部分写成以下形式:

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{e}{2\pi} \frac{\mathbf{b}_{\perp}}{b_{\perp}^2} \delta(z-t), \quad (6)$$

$$\mathbf{B}_{\perp} = \frac{e}{2\pi} \frac{\hat{z} \times \mathbf{b}_{\perp}}{b_{\perp}^2} \delta(z-t) = \hat{z} \times \mathbf{E}_{\perp}. \quad (7)$$

在该情况下, 电磁场由于其纵向分量完全消失, 从

而变成完全的横向场。

从经典电动力学的角度来看, 电磁场  $F_{\mu\nu}$  被视为真正的物理可观测量, 而与此同时矢量势  $A_\mu$  只是辅助计算的变量. 矢量势的选择并不唯一, 不同的  $A_\mu$  可以给出相同的电磁场. 然而在量子场论中,  $A_\mu$  的作用变得不可或缺. 这是因为场论中被量子化的对象是  $A_\mu$  而非电磁场强  $F_{\mu\nu}$ . 所以, 下面考虑对应上面推导出来的电磁场的矢量势的表达式.

采用类似的技巧<sup>[15,68]</sup>, 可以从 (2) 式出发推导出  $v \rightarrow 1$  极限下的规范矢量势的结果:

$$A^0 = A^z = \frac{e}{4\pi} \ln \frac{1}{\mu^2 r_\perp^2} \delta(t-z), \quad A^\perp = 0, \quad (8)$$

其中  $\mu$  是量纲为  $L^{-1}$  的辅助变量. 很容易可以验证, 以上的  $A^\mu$  可以给出光速极限下的电磁场, 而且结果与辅助变量  $\mu$  无关. 在场论的语言中, 以上的矢量势实际上是协变规范下的结果. 通过与电磁场比较, 可以发现协变规范下的矢量势对电磁场物理的描述是有些尴尬的. 在光速极限下, 物理的电磁场只有横向分量, 然后协变矢量势的横向分量正好为零. 相比之下, 更加适合的规范是光锥规范. 在光锥规范下, 通过规范变换<sup>[15,65]</sup>, 可以得到对应的矢量势为

$$A^0 = A^z = 0, \quad A^\perp = \frac{e}{4\pi} \nabla_\perp \ln \frac{1}{\mu^2 b_\perp^2} \theta(t-z). \quad (9)$$

其非零的分量也正好是横向分量, 与电磁场的情况一致. 在场论中, 通过对规范矢量场  $A^\mu$  进行量子化, 而得到光子场.

接下来, 可以通过以上的矢量势来计算光速运动的带电点粒子的光子的动量分布函数:

$$\begin{aligned} & x f_1(x, \mathbf{k}_\perp) \\ &= \int \frac{d\xi^- d^2 \xi_\perp}{(2\pi)^3} e^{-ixP^+} \xi^- e^{-ik_\perp \cdot \xi_\perp} \\ & \times \left\langle A \left| F^{+i} \left( \frac{\xi}{2} \right) F^{+i} \left( -\frac{\xi}{2} \right) \right| A \right\rangle \end{aligned} \quad (10)$$

$$= \frac{\alpha}{\pi^2} \frac{1}{k_\perp^2}. \quad (11)$$

将以上方法推广, 对于一个高速运动带电量为  $Ze$  的重原子核, 其光子的分布函数可以写成

$$x f_1^A(x, k_T) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2} \frac{k_\perp^2}{(k_\perp^2 + x^2 M_p^2)^2} F_A^2(k^2), \quad (12)$$

其中  $M_p$  是质子质量, 根据 STARlight<sup>[33]</sup> 的参数化形式, 一种常用的原子核的电荷形状因子是

$$F_A(k^2) = \frac{4\pi\rho^0}{k^3 A} \frac{1}{a^2 k^2 + 1} [\sin(kR_A) - kR_A \cos(kR_A)], \quad (13)$$

其中  $R_A = 1.1A^{1/3}$  fm,  $a = 0.7$  fm. 这种参数化在数值上非常接近 Woods-Saxon 分布. 这里  $x$  代表的是光子相对于源电荷所携带的纵向动量的分数,  $k^2 = x^2 M_p^2 + k_\perp^2$  与光子的离壳度有关. 由 (12) 式和 (13) 式给出的等效光子分布在重离子超边缘碰撞中的相关唯象研究中有着非常广泛的应用. 但是光子分布对碰撞参数的依赖行为并未包含在横动量依赖光子分布函数中. 为了正确解释实验上观测到的横动量展宽效应, 人们发现有必要引入光子的横动量与碰撞参数联合依赖分布, 即光子的维格纳函数分布<sup>[46]</sup>. 作为分布函数的母函数<sup>[71]</sup>, 维格纳分布是一种准概率分布函数, 同时包含了横动量和碰撞参数依赖的分布信息. 若对维格纳分布的动量或者碰撞参数进行积分, 它们可以分别回归到碰撞参数和动量分布函数. 下一小节将简述如何推导一个对碰撞参数与光子横动量联合依赖的截面公式.

## 2.2 利用波包假设下的 QED 推导等效光子近似及其推广

本节将利用波包模型结合量子场论的方法, 来探讨光致双轻子产生过程. 考虑两个分别沿  $\pm z$  方向高速运动的原子核  $A_1$  与  $A_2$  发生碰撞并产生轻子对  $l$  和  $\bar{l}$  及其他可能粒子  $X_1, \dots, X_f$  的过程,

$$A_1(P_{A1}) + A_2(P_{A2}) \rightarrow l(k_1) + \bar{l}(k_2) + \sum_f X_f(K_f), \quad (14)$$

如图 1 所示. 在 (14) 式中, 括号里是各粒子的四动量, 均满足质壳条件, 即  $P_{A_i}^\mu = (E_{A_i}, \mathbf{P}_{A_i})$ ,  $E_{A_i} = \sqrt{\mathbf{P}_{A_i}^2 + M_i^2}$ ,  $k_i = (E_{k_i}, \mathbf{k}_i)$ ,  $k_i^2 = m^2$ , 其中  $M_i$  和  $m$

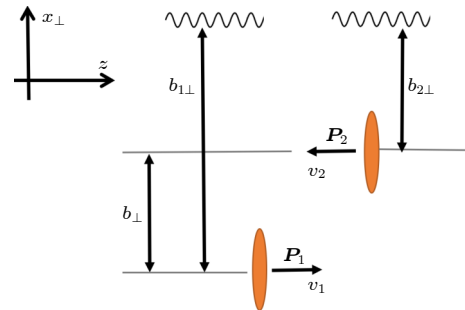


图 1 重离子对撞中的光致双轻子产生示意图. 图片取自文献<sup>[42]</sup>

Fig. 1. Illustration for the dilepton photoproduction in the heavy ion collisions<sup>[42]</sup>.

分别代表原子核  $A_i$  ( $i = 1, 2$ ) 的质量和轻子质量.

不同于标准的散射截面, 在重离子对撞过程中, 两个原子核不仅可以发生对心碰撞, 也可以发生偏心碰撞, 甚至超边缘碰撞. 因此, 需要考虑碰撞参数  $\mathbf{b}_\perp$  依赖的光致双轻子产生截面. 类比量子力学中的波包模型, 我们把原子核初态写成波包的形式 [42]:

$$\begin{aligned} |A_1\rangle &= \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_1}}} \phi(P_1) e^{i\mathbf{b} \cdot P_1} |P_1\rangle, \\ |A_2\rangle &= \int \frac{d^3 P_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_2}}} \phi(P_2) |P_2\rangle, \end{aligned} \quad (15)$$

式中  $P_i^\mu = (E_{P_i}, \mathbf{P}_i)$ ,  $E_{P_i} = \sqrt{\mathbf{P}_i^2 + M_i^2}$ ,  $\phi(P_i) \equiv$

$\phi(\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_{A_i})$  为  $|P_i\rangle$  的振幅, 且满足归一化条件  $\int \frac{d^3 P_i}{(2\pi)^3} |\phi(P_i)|^2 = 1$ . 可以类似地将过程 (14) 中的末态写为

$$\left| \bar{l} \sum_f X_f \right\rangle_{\text{out}} = \left| k_1 k_2 \sum_f K_f \right\rangle_{\text{out}}. \quad (16)$$

初态至末态的转移振幅可以写为

$$\begin{aligned} & \text{out} \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | P_1 P_2 \rangle_{\text{in}} \\ & \equiv \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | 1 + iT | P_1 P_2 \rangle. \end{aligned} \quad (17)$$

可以将转移振幅参数写为

$$\langle k_1 k_2 \sum_f K_f | iT | P_1 P_2 \rangle \equiv (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - k_1 - k_2 - \sum_f K_f) \times i\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}, \quad (18)$$

其中,  $\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}$  是散射不变矩阵元.

过程 (14) 式的总截面则可以写为

$$\sigma = \int d^2 \mathbf{b}_\perp \sum_{\{f\}} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \prod_f \frac{d^3 K_f}{(2\pi)^3 2E_{K_f}} \times \left| \text{out} \langle k_1 k_2 \sum_f K_f | A_1 A_2 \rangle_{\text{in}} \right|^2. \quad (19)$$

将初末态表达式代入后可得:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int d^2 \mathbf{b}_\perp \sum_{\{f\}} \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \prod_f \frac{d^3 K_f}{(2\pi)^3 2E_{K_f}} \\ &\times \int \frac{d^3 P_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_1}}} \frac{d^3 P_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P_2}}} \frac{d^3 P'_1}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P'_1}}} \frac{d^3 P'_2}{(2\pi)^3 \sqrt{2E_{P'_2}}} \times \phi(P_1) \phi(P_2) \phi^*(P'_1) \phi^*(P'_2) e^{-i\mathbf{b}_\perp \cdot \Delta_{1\perp}} \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - k_1 - k_2 - \sum_f K_f) (2\pi)^4 \delta^4(P_1 + P_2 - P'_1 - P'_2) \\ &\times \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} \mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f} \mathcal{M}_{P'_1+P'_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f}^*, \end{aligned} \quad (20)$$

其中  $\Delta_{1\perp} \equiv \mathbf{P}'_{1\perp} - \mathbf{P}_{1\perp}$ .

考虑 (14) 式表示的过程中双光子融合子过程:

$$\gamma(p_1) + \gamma(p_2) \rightarrow l(k_1) + \bar{l}(k_2), \quad (21)$$

其中  $p_i$  为两个光子的四动量. 不变矩阵元在波恩近似下可以写成:

$$\mathcal{M}_{P_1+P_2 \rightarrow k_1+k_2+\sum_f K_f} = \int \frac{d^4 p_1}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 p_2}{(2\pi)^4} L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) \times \left\langle \sum_f K_f | A_\mu(p_1) A_\nu(p_2) | P_1 P_2 \right\rangle, \quad (22)$$

其中

$$L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = -e^2 \bar{u}(k_1) \left[ \gamma^\mu \frac{\gamma \cdot (k_1 - p_1) + m}{(k_1 - p_1)^2 - m^2 + i\epsilon} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{\gamma \cdot (p_1 - k_2) + m}{(p_1 - k_2)^2 - m^2 + i\epsilon} \gamma^\mu \right] v(k_2) \quad (23)$$

是轻子张量, 且满足 Ward 恒等式:

$$p_{1\mu}L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = p_{2\nu}L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) = 0. \quad (24)$$

如图 1 所示, 在真实的散射过程中, 光子可以从原子核的各个地方中心发出, 因此需要在截面中加入描述光子横向位置的信息. 此外, 可以将原子核的波包因子化为纵向与横向部分, 并对纵向波包做窄波包近似, 再积掉  $P_i^z$  与  $P_i'^z$  变量, 并利用完备性条件对其他粒子  $X_1, \dots, X_f$  的相空间进行积分, 最终得到<sup>[42]</sup>:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{1}{8(2\pi)^8} \int d^2\mathbf{b}_\perp d^2\mathbf{b}_{1\perp} d^2\mathbf{b}_{2\perp} \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3 2E_{k_1}} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3 2E_{k_2}} \times \int d^2\mathbf{p}_{1\perp} d^2\mathbf{p}_{2\perp} d^2\mathbf{p}'_{1\perp} d^2\mathbf{p}'_{2\perp} \frac{1}{v\sqrt{E_{P_1}E_{P_2}E_{P_1'}E_{P_2'}}} \\ & \times \phi_T(\mathbf{p}_{1\perp})\phi_T(\mathbf{p}_{2\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{1\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{2\perp})G^2[(P_1^z - P_{A1}^z)^2] \times e^{-i\mathbf{b}_{1\perp}\cdot\Delta_{1\perp}}e^{-i\mathbf{b}_{2\perp}\cdot\Delta_{2\perp}}\delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \\ & \times (2\pi)^4\delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \times I, \end{aligned} \quad (25)$$

其中  $\Delta_{2\perp} \equiv \mathbf{P}'_{2\perp} - \mathbf{P}_{2\perp}$ ,  $v$  是质心系下一个原子核的速度大小,

$$\begin{aligned} I \equiv & \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \frac{d^4p'_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p'_2}{(2\pi)^4} L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p'_1, p'_2; k_1, k_2) \times \langle P'_1 | A_\sigma^\dagger(p'_1) A_\mu(p_1) | P_1 \rangle \langle P'_2 | A_\rho^\dagger(p'_2) A_\nu(p_2) | P_2 \rangle \\ = & \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} \int d^4y_1 d^4y_2 \exp(ip_1 \cdot y_1 + ip_2 \cdot y_2) \times L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p_1 - P_1 + P'_1, p_2 - P_2 + P'_2; k_1, k_2) \\ & \times \langle P'_1 | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_1) | P_1 \rangle \langle P'_2 | A_\rho^\dagger(0) A_\nu(y_2) | P_2 \rangle, \end{aligned} \quad (26)$$

而  $L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p'_1, p'_2; k_1, k_2) \equiv \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} L^{\mu\nu}(p_1, p_2; k_1, k_2) L^{\sigma\rho*}(p'_1, p'_2; k_1, k_2)$ . 形式上可以将截面 (25) 式写为类似因子化的形式:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d^3k_1 d^3k_2} \approx & \frac{1}{32(2\pi)^6} \frac{1}{E_{k_1} E_{k_2}} \int d^2\mathbf{b}_\perp d^2\mathbf{b}_{1\perp} d^2\mathbf{b}_{2\perp} \int d^4p_1 d^4p_2 \times (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_1 + p_2 - k_1 - k_2) \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \\ & \times \int \frac{d^2\mathbf{p}_{1\perp}}{(2\pi)^2} \frac{d^2\mathbf{p}_{2\perp}}{(2\pi)^2} \frac{1}{v\sqrt{E_{P_1}E_{P_2}E_{P_1'}E_{P_2'}}} \times G^2[(P_1^z - P_{A1}^z)^2] \phi_T(\mathbf{p}_{1\perp})\phi_T(\mathbf{p}_{2\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{1\perp})\phi_T^*(\mathbf{p}'_{2\perp}) \\ & \times \mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_1, \mathbf{b}_{1\perp})\mathcal{S}_{\rho\nu}(p_2, \mathbf{b}_{2\perp}) \times L^{\mu\nu;\sigma\rho}(p_1, p_2; p_1 - P_1 + P'_1, p_2 - P_2 + P'_2; k_1, k_2), \end{aligned} \quad (27)$$

其中,

$$\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp}) \equiv \int \frac{d^2\Delta_{i\perp}}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4y_i}{(2\pi)^4} e^{ip_i \cdot y_i} \langle P'_i | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_i) | P_i \rangle e^{-i\mathbf{b}_{i\perp}\cdot\Delta_{i\perp}}. \quad (28)$$

我们发现  $\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp})$  与光子 Wigner 函数相关联<sup>[46]</sup>, 它们都包含了光子的动量及横向位置信息. 将其对  $\mathbf{b}_{i\perp}$  积分则可得:

$$S_{\sigma\mu}(P_i, p_i) \equiv \int \frac{d^4y_i}{(2\pi)^4} e^{ip_i \cdot y_i} \langle P_i | A_\sigma^\dagger(0) A_\mu(y_i) | P_i \rangle. \quad (29)$$

$S_{\sigma\mu}(P_i, p_i)$  与光子的横动量依赖分布函数 (TMD) 也有所关联 (规范不变且归一化的横动量依赖分布函数, 将在下一节中引入并详细讨论, 参见 (41) 式). 无论是 Wigner 函数或 TMD 关联函数, 还是  $\mathcal{S}_{\sigma\mu}(p_i, \mathbf{b}_{i\perp})$ , 都是非微扰的. 因此在具体的运算中, 仍需要仔细考虑如何处理这些函数.

在相对论重离子超边缘碰撞中, 即碰撞参数  $b_\perp$  大于两倍原子核半径, 两个原子核几乎不发生接触, 所以强相互作用被压制. 这时, 可以采取经典

场近似来化简上述公式里的光子场  $A^\mu$ , 如取洛伦兹规范可得<sup>[34]</sup>:

$$A^\mu(p_i) = Z_i e \delta(p_i \cdot u_i) \frac{F(-p_i^2)}{-p_i^2} u_i^\mu, \quad (30)$$

其中  $Z_i$  是原子核  $A_i$  的电荷数,  $F(-p^2)$  是核形状因子,  $u_i^\mu = \gamma_i(1, 0, 0, \pm v_i)$  是原子核的四速度,  $\gamma_i = 1/\sqrt{1-v_i^2}$ , 且  $\bar{p}_i \cdot u_i = 0$ . 在经典场极限下, 可以进一步化简:

$$\begin{aligned} & \langle P'_i | A_\sigma^\dagger(p'_i) A_\mu(p_i) | P_i \rangle \\ & \approx A_\sigma^*(p'_i) A_\mu(p_i) 2\sqrt{(P_i \cdot u_i)(P'_i \cdot u_i)} \\ & \times (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\bar{p}_i - \bar{p}'_i - \bar{P}_i + \bar{P}'_i). \end{aligned} \quad (31)$$

最终得到在经典场近似下的截面:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{Z^4 e^4}{2\gamma^4 v^3} \int d^2 \mathbf{b}_\perp d^2 \mathbf{b}_{1\perp} d^2 \mathbf{b}_{2\perp} \int \frac{d\omega_1 d^2 \mathbf{p}_{1\perp}}{(2\pi)^3} \frac{d\omega_2 d^2 \mathbf{p}_{2\perp}}{(2\pi)^3} \times \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{1\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{b}_{1\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{1\perp} - \mathbf{p}_{1\perp})} \frac{F^*(-\bar{p}'_1)}{-\bar{p}'_1} \frac{F(-\bar{p}_1)}{-\bar{p}_1} \\ & \times \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{2\perp}}{(2\pi)^2} e^{-i\mathbf{b}_{2\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{2\perp} - \mathbf{p}_{2\perp})} \frac{F^*(-\bar{p}'_2)}{-\bar{p}'_2} \frac{F(-\bar{p}_2)}{-\bar{p}_2} \times \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3 2E_{k1}} \frac{d^3 k_2}{(2\pi)^3 2E_{k2}} \sum_{\text{spin of } l, \bar{l}} [u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu}(\bar{p}_1, \bar{p}_2; k_1, k_2)] \\ & \times [u_{1\sigma} u_{2\rho} L^{\sigma\rho*}(\bar{p}'_1, \bar{p}'_2; k_1, k_2)] (2\pi)^4 \delta^{(4)}(\bar{p}_1 + \bar{p}_2 - k_1 - k_2) \times \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}), \end{aligned} \quad (32)$$

其中, 假设  $v_1 = v_2 = v$ ,  $\omega_i$  代表光子能量.

### 2.2.1 等效光子近似

从方程 (30) 发现, 经典光子动量需要满足  $\mathbf{p} \cdot \mathbf{u} = 0$ , 利用该条件可以发现<sup>[42]</sup>:

$$\begin{aligned} \frac{p_1^+}{\omega_1}, \frac{p_2^-}{\omega_2} & \sim \mathcal{O}(1), \frac{p_1^-}{\omega_1}, \frac{p_2^+}{\omega_2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}), \\ \frac{p_{1\perp}}{\omega_1} & \sim \mathcal{O}(\gamma^{-1}), \frac{p_{2\perp}}{\omega_2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-1}), \end{aligned} \quad (33)$$

其中  $p^\pm \equiv (p^0 \pm p^3)/\sqrt{2}$ . 进一步计算表明:

$$\begin{aligned} \frac{p_1^2}{\omega_1^2} & = \frac{p_{1\perp}^2}{\omega_1^2} + \frac{1}{\gamma^2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}), \\ \frac{p_2^2}{\omega_2^2} & = \frac{p_{2\perp}^2}{\omega_2^2} + \frac{1}{\gamma^2} \sim \mathcal{O}(\gamma^{-2}). \end{aligned} \quad (34)$$

这表明在极端相对论情形下光子是近实的, 这与等效光子法里的物理图像是一致的. 还可以利用 Ward 恒等式 ((24) 式) 将截面中的轻子部分进行展开:

$$\begin{aligned} & u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu} \\ & = \gamma^2 v^2 \frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{ij} - 2\gamma^2 v^2 \left( \frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^+}{\omega_2} L^{i-} + \frac{p_1^-}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{+j} \right) \\ & \quad + 4\gamma^2 v^2 \frac{p_1^-}{\omega_1} \frac{p_2^+}{\omega_2} L^{+-}, \end{aligned} \quad (35)$$

其中  $i, j$  指横向指标. 不难看出, 在极端相对论情形下, 有  $u_{1\mu} u_{2\nu} L^{\mu\nu} \approx \gamma^2 v^2 \frac{p_1^i}{\omega_1} \frac{p_2^j}{\omega_2} L^{ij}$ .

截面 (32) 在相对论极限下的领头阶可以写成:

$$\begin{aligned} \sigma_0 = & \int d^2 \mathbf{b}_\perp \int d\omega_1 d^2 \mathbf{p}_{1\perp} d^2 \mathbf{b}_{1\perp} d\omega_2 d^2 \mathbf{p}_{2\perp} d^2 \mathbf{b}_{2\perp} \\ & \times n_{A1}(\omega_1, \mathbf{b}_{1\perp}, \mathbf{p}_{1\perp}) n_{A2}(\omega_2, \mathbf{b}_{2\perp}, \mathbf{p}_{2\perp}) \\ & \times \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow l\bar{l}} \delta^{(2)}(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}), \end{aligned} \quad (36)$$

其中  $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow l\bar{l}}$  是光子光子截面,  $n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp})$  是光子相空间分布函数,

$$\begin{aligned} & n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp}) \\ & = \frac{Z^2 \alpha}{\omega_i \pi^2} \int \frac{d^2 \mathbf{p}'_{i\perp}}{(2\pi)^2} |\mathbf{p}_{i\perp}| |\mathbf{p}'_{i\perp}| e^{-i\mathbf{b}_{i\perp} \cdot (\mathbf{p}'_{i\perp} - \mathbf{p}_{i\perp})} \\ & \quad \times \frac{F^*(-p'_i)}{-p'_i} \frac{F(-p_i)}{-p_i}. \end{aligned} \quad (37)$$

如果将领头阶截面 (36) 式中的  $\mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp}$  积掉, 则可以得到两束能量密度为  $n_{A1}(\omega_1), n_{A2}(\omega_2)$  的光子流发生散射产生双轻子过程的截面, 这就是等效光子近似法得到的光致双轻子产生截面. 在领头阶截面中的  $n_{Ai}(\omega_i, \mathbf{b}_{i\perp}, \mathbf{p}_{i\perp})$  包含有光子流动量和横向位置信息, 因此被称为推广的等效光子法<sup>[8,37]</sup>.

### 2.2.2 与重离子对撞 STAR 实验部分结果比较

本节讨论截面 (32) 式及其他模型的数值计算结果以及重离子对撞 STAR 实验数据的比较.

图 2(a) 和 (b) 分别给出了  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 碰撞能量 60%—80% 中心度下电子对光产生的光致电子对产生的截面关于横动量分布和横动量关于不变质量的分布.  $q_\perp$  和  $M_{ee}$  代表末态双轻子的总横动量和不变质量. 本文统一使用自然单位制, 图中标注出现的光速为无量纲常数  $c = 1$ .

从图 2(a) 可以看出, 利用截面 (32) 式和背景场 QED 计算结果<sup>[8,39]</sup> 均可以描述 RHIC-STAR 实验数据<sup>[30]</sup>, 而基于等效光子法近似的 STARlight 和推广的等效光子法<sup>[8]</sup> 则在小动量  $q_\perp$  明显偏离实验数据. 从图 2(b) 也发现基于等效光子法 STARlight 所得到的  $\sqrt{\langle q_\perp^2 \rangle}$  关于不变质量  $M_{ee}$  的分布明显低于实验数据点<sup>[30,33]</sup>, 利用截面 (32) 式和背景场 QED 计算结果<sup>[8,39]</sup> 则可以在实验误差范围内与实验数据相符合. 图 2(a) 和图 2(b) 都表明, 等效光子法得到的结果与重离子对撞实验结果不太符合. 光子动量、横向位置信息以及极化信息, 对描述实验非常重要.

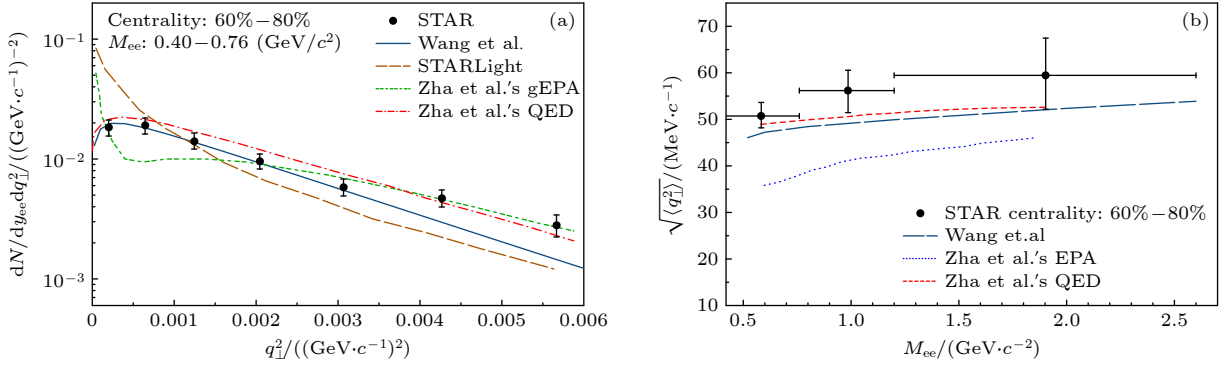


图 2  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 碰撞能量 60%—80% 中心度下金碰撞中光致电子对产生过程 (a) 截面关于横动量分布; (b) 横动量关于不变质量的分布. 图片取自文献 [43]

Fig. 2. (a) Differential cross section as a function of transverse momentum; (b) transverse momentum distributions for dilepton photoproduction at 60%–80% centrality in  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV Au-Au collisions [43].

另一方面, 实验也发现  $\sqrt{\langle q_{\perp}^2 \rangle}$  随中心度的减小而增大 [8,31,32,43], 这种现象被称为  $q_{\perp}$  谱的展宽现象, 它反映了初态光子横动量分布具有碰撞参数依赖性. 本节所讨论的截面或分布, 都是在玻恩近似下的结果, 图 2(b) 也反映出, 这些理论模型计算结果低于实验数据中心点, 这种偏差可能来自末态轻子辐射软光子带来的 Sudakov 因子 [40,45–47,50], 或者是末态轻子与介质之间的多重散射 [30] 等.

图 3 为碰撞能量下金碰撞中光致电子对产生的辐角分布. 基于截面 (32) 式、背景场 QED 和 SuperChic 程序的计算 [7,8] 均与 RHIC-STAR 实验数据 [7] 相符合, 并呈现出  $\cos(4\phi)$  的调制行为. 而基于等效光子法的 STARlight 计算结果 [7,33] 与实验数据相差较大, 且没有呈现出关于角度的调制行为.

总之, 图 2 和图 3 均表明, 等效光子法或者不含有光子极化信息的截面无法准确地描述重离子对撞实验数据. 此外, 实验数据进一步表明, 为

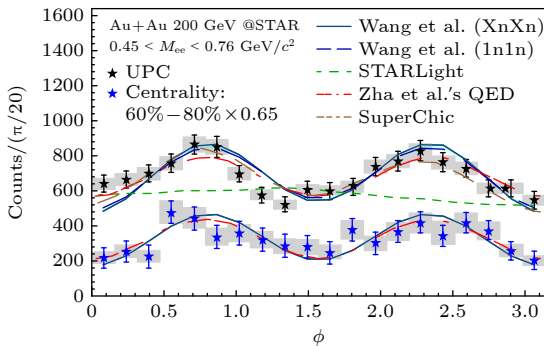


图 3  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV 碰撞能量下 Au-Au 碰撞中光致电子对产生的辐角分布. 图片取自文献 [43]

Fig. 3. Azimuthal angle distribution for dilepton photoproduction in  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV Au-Au collisions [43].

了更准确地描述  $q_{\perp}$  谱的展宽现象, 需要考虑 Sudakov 因子对截面的影响.

### 3 相干光子的线性极化

当带电粒子高速运动时 (如相对论性重离子), 其周围的电场由于相对论效应会压缩到粒子所处的横向平面, 电场矢量在横向平面内以轮辐状向外延展. 同时, 运动的电场激发出磁场, 磁场矢量方向沿以粒子为中心的同心圆排列. 当荷电粒子运动速度接近光速时, 磁场强度与电场强度相同. 因此可以将这样以接近光速运动的电磁场近似地看作一系列电磁波, 并进一步和等效光子联系起来. 如果只观测横向平面上的一部分电磁场, 可以近似将其看作具有明确偏振方向的电磁波, 或具有特定极化方向的等效光子. 如果将这样的电磁场分布傅里叶变换到动量空间, 可以发现相应的等效光子极化方向与其横动量方向平行, 即等效光子是百分百线偏振的 [40,47].

也可以换一种视角分析这一现象. 在协变规范中, 伴随荷电粒子高速运动的规范势  $A$  的主要分量为沿荷电粒子运动方向的光锥分量:  $+$  分量. 电磁场场强张量的主要分量因此可以写为

$$F_{+}^{\mu} = \partial_{+} A^{\mu} - \partial^{\mu} A_{+}, \quad (38)$$

这里  $\mu$  为横向指标. 对于具有给定动量的光子, 相应的场强张量正比于

$$F_{+}^{\mu} \propto k_{+} A^{\mu} - k_{\perp}^{\mu} A_{+}. \quad (39)$$

对于携带较小纵向动量  $k_{+}$  的光子, 其对应的电磁

场强可进一步化简:

$$F_{+\nu} \propto -k_{\perp} A_{+}. \quad (40)$$

因此, 场强张量的横向分量平行于光子横动量方向. 即在小  $x$  区光子是百分百线性极化的. 在 TMD 因子化框架内, 此极化现象由线性极化光子横动量依赖分布函数 (TMD) 所描述. 它的算符定义由下式给出 [72]:

$$\begin{aligned} & \int \frac{2dy^- d^2y_{\perp}}{xP^+(2\pi)^3} e^{ik \cdot y} \langle P | F_{+\perp}^{\mu}(0) F_{+\perp}^{\nu}(y) | P \rangle \Big|_{y^+=0} \\ &= \delta_{\perp}^{\mu\nu} f_1^{\gamma}(x, k_{\perp}^2) + \left( \frac{2k_{\perp}^{\mu} k_{\perp}^{\nu}}{k_{\perp}^2} - \delta_{\perp}^{\mu\nu} \right) h_1^{\perp\gamma}(x, k_{\perp}^2), \end{aligned} \quad (41)$$

因为光子不携带电荷, 因此并不需要在算符定义中引入规范链以确保规范不变性. 但是如果在这个算符定义中插入一个闭合回路的规范链, 也可以定义新的一类规范不变的光子 TMD 函数, 通常被称为偶极矩类型光子 TMD 函数.

小  $x$  区的线偏振现象其实是规范理论的普遍特性. 例如, 研究发现 QCD 中的规范粒子——胶子在小  $x$  区也是高度线偏振的 [73,74]. 当然, 作为非阿贝尔规范理论, 胶子的线性极化分布有其区别于 QED 情形的独特方面. 和 QED 情形对比, 我们需要在胶子 TMD 函数中引入一个过程依赖的规范链以确保算符定义的规范不变性. 在小横动量区域, 规范链会显著影响胶子的横动量分布和极化分布. 对于拥有一个回形针式规范链的偶极子类型胶子 TMD 函数, 胶子总是百分百线性极化的. 对于拥有一个订书针式规范链的 WW 类型胶子 TMD 函数, 只有大横动量胶子才是完全线性极化的, 而小横动量区的胶子线性极化会被饱和效应抑制. 偶极矩类型与 WW 类型胶子线性极化分布函数可以分别通过质子质子对撞中光子-喷注产生和虚光子质子对撞中的双喷注产生过程中的方位角不对称

来探测 [73,75,76].

既然理论分析表明相对论重离子所激发的相干光子是高度线偏振的, 那么接下来一个自然的问题是如何在实验上去验证这一理论预测. 近期的研究发现, 线偏振光子可以诱导轻子对产生截面中的  $\cos 4\phi$  方位角不对称 [40,47,77]. 下面简要介绍这一计算. 为了排除强相互作用背景的干扰, 这里聚焦于重离子超边缘碰撞中的轻子对产生过程. 在超边缘重离子碰撞中产生的轻子对主要来源于双光子融合过程. 在领头 QED 阶, 这一过程可以表示为

$$\gamma_1(x_1 P + k_{1\perp}) + \gamma_2(x_2 \bar{P} + k_{2\perp}) \rightarrow l^+(p_1) + l^-(p_2). \quad (42)$$

在 RHIC 和 LHC 上产生的末态单个轻子的横动量通常远大于轻子对的总横动量, 即  $q_{\perp} \equiv p_{1\perp} + p_{2\perp} = k_{1\perp} + k_{2\perp}$  远小于  $P_{\perp} = (p_{1\perp} - p_{2\perp})/2$ . 在领头阶计算中, 由于横动量守恒, 轻子对总横动量等于入射光子的总横动量. 为了将 UPC 事例从所有碰撞事例中区别出来, 必须在截面计算中包含碰撞参数的依赖, 然后对碰撞参数从  $2R$  到  $\infty$  积分. 如果固定了碰撞重离子中心的横向距离, 那么入射的相干光子就不再处于横动量的本征态上. 相应地, 出现在振幅与共轭振幅中的光子横动量不再相同. 碰撞参数依赖截面的计算程式首先在文献 [34, 78] 中得到发展. 很容易将这一计算推广到方位角依赖情形. 在领头 QED 阶, 碰撞参数与横动量联合依赖截面可以表达为下面的形式 [40,47]:

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma_0}{d^2p_{1\perp} d^2p_{2\perp} dy_1 dy_2 d^2b_{\perp}} \\ &= \frac{2\alpha_e^2}{Q^4} \frac{1}{(2\pi)^2} [\mathcal{A} + \mathcal{B} \cos 2\phi + \mathcal{C} \cos 4\phi], \end{aligned} \quad (43)$$

其中  $Q$  为轻子对的不变质量.  $y_1, y_2$  分别为轻子和反轻子的快度.  $\phi$  方位角定义为  $q_{\perp}$  与  $P_{\perp}$  之间的夹角. 硬系数可以表示为光子横动量分布几率幅的卷积. 通过 QED 树图计算, 得到硬系数  $\mathcal{A}$  和  $\mathcal{C}$  为

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{Q^2 - 2P_{\perp}^2}{P_{\perp}^2} \frac{Z^4 \alpha_e^2}{\pi^4} \int d^2k_{1\perp} d^2k_{2\perp} d^2\Delta_{\perp} \delta^2(q_{\perp} - k_{1\perp} - k_{2\perp}) e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \\ & \times [(k_{1\perp} \cdot k'_{1\perp})(k_{2\perp} \cdot k'_{2\perp}) + (k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}) \Delta_{\perp}^2 - (k_{1\perp} \cdot \Delta_{\perp})(k_{2\perp} \cdot \Delta_{\perp})] \\ & \times \mathcal{F}(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_1, k'_{1\perp}{}^2) \mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_2, k'_{2\perp}{}^2), \end{aligned} \quad (44)$$

以及

$$\begin{aligned}
 C = & -2 \frac{Z^4 \alpha_e^2}{\pi^4} \int d^2 k_{1\perp} d^2 k_{2\perp} d^2 \Delta_{\perp} \delta^2(q_{\perp} - k_{1\perp} - k_{2\perp}) e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \\
 & \times \{2 [2(k_{2\perp} \cdot \hat{q}_{\perp})(k_{1\perp} \cdot \hat{q}_{\perp}) - k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}] [2(k'_{2\perp} \cdot \hat{q}_{\perp})(k'_{1\perp} \cdot \hat{q}_{\perp}) - k'_{1\perp} \cdot k'_{2\perp}] \\
 & - [(k_{1\perp} \cdot k'_{1\perp})(k_{2\perp} \cdot k'_{2\perp}) + (k_{1\perp} \cdot k_{2\perp}) \Delta_{\perp}^2 - (k_{1\perp} \cdot \Delta_{\perp})(k_{2\perp} \cdot \Delta_{\perp})] \} \\
 & \times \mathcal{F}(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_1, k_{1\perp}^2) \mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2) \mathcal{F}^*(x_2, k_{2\perp}^2), \quad (45)
 \end{aligned}$$

其中,  $k_{1\perp}$  和  $k'_{1\perp}$  为光子在振幅与共轭振幅中出现的横动量. 横动量守恒施加了限制  $\Delta_{\perp} = k_{1\perp} - k'_{1\perp} = k'_{2\perp} - k_{2\perp}$ . 这里需要注意的是  $\mathcal{F}(x_2, k_{2\perp}^2)$  代表的是光子的几率幅分布.  $\mathcal{F}$  的模平方正比于光子横动量的几率分布, 即光子 TMD 分布, 由 (12) 式给出. 单位矢量  $\hat{q}_{\perp}$  定义为  $\hat{q}_{\perp} = q_{\perp}/|q_{\perp}|$ . 根据四动量守恒与在壳条件, 计算得到入射光子的纵向动量分数  $x_1 = \sqrt{\frac{P_{\perp}^2 + m^2}{s}}(e^{y_1} + e^{y_2})$  和  $x_2 = \sqrt{\frac{P_{\perp}^2 + m^2}{s}}(e^{-y_1} + e^{-y_2})$ , 其中  $m$  是轻子质量,  $s$  为质心能. 领头阶 QED 计算表明系数  $\mathcal{B}$  是  $m^2/Q^2$  阶压低的贡献, 这里已忽略此项贡献.

在上面的计算中, 已经利用了非极化光子 TMD 等于线性极化光子 TMD 这一关系. 如果相干光子是非极化的, 那么系数  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$  都将完全消失. 这里提供一种轻子对产生过程中的  $\cos 4\phi$  方位角的物理直觉理解. 线偏振光子可以被认为是处在自旋为 +1 与 -1 的叠加态上. 假设在振幅中, 两个自旋为 +1 的光子融合形成轻子对, 而在共轭振幅中两个自旋为 -1 的光子融合形成轻子对. 那么振幅中的轻子对携带的轨道角动量为 +2, 而共轭振幅中的轻子对携带的轨道角动量为 -2. 两种具有不同轨道角动量的轻子对波函数的叠加自然而然地导致了  $\cos 4\phi$  方位角不对称分布. 在以上的计算中, 忽略了轻子质量. 如果考虑轻子质量, 那么这个质量项将提供一个螺旋度翻转机制. 通过这一机制, 非极化光子 TMD 与线性极化光子 TMD 的耦合将会导致  $\cos 2\phi$  方位角不对称分布.

如果考虑更高阶 QED 贡献, 轻子对可以通过末态软光子辐射效应获得一个反冲横动量. 在单圈阶, 辐射修正贡献会包含一个大对数项  $\ln(Q^2/m^2)$ . 为了改善微扰系数的收敛性, 需要将这些大对数项求和到无穷阶. 目前已发展出一套系统的重求和程式 [49,50,79,80] 来处理这一问题. 将这样的程式应用到当前研究的问题中, 可以得到重求和后的截面公式:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\sigma(q_{\perp})}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} = & \int \frac{d^2 r_{\perp}}{(2\pi)^2} e^{ir_{\perp} \cdot q_{\perp}} e^{-\text{Sud}(r_{\perp})} \\
 & \times \int d^2 q'_{\perp} e^{ir_{\perp} \cdot q'_{\perp}} \frac{d\sigma(q'_{\perp})}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}. \quad (46)
 \end{aligned}$$

单圈阶的 Sudakov 因子已在文献 [49,50] 中给出:

$$\text{Sud}(r_{\perp}) = \frac{\alpha_e}{\pi} \ln \frac{Q^2}{m^2} \ln \frac{P_{\perp}^2}{\mu_r^2}, \quad (47)$$

其中  $\mu_r$  定义为  $\mu_r = 2e^{-\gamma_E}/|r_{\perp}|$ . 末态软光子辐射也会诱导出相同的  $\cos 2\phi$ ,  $\cos 4\phi$  方位角不对称分布. 但是这一效应只有在较大的轻子对横动量区域比较显著, 在低横动量区域产生方位角不对称分布的主导机制仍然是光子的线性极化. 下面的数值计算只针对低横动量区做了预言, 因此末态软光子辐射效应对方位角不对称性的贡献未包含进来.

下面介绍数值计算结果.  $\cos(n\phi)$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) 方位角不对称度以如下方式定义:

$$\langle \cos(n\phi) \rangle = \frac{\int \frac{d\sigma}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} \cos(n\phi) d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}{\int \frac{d\sigma}{d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}} d\mathcal{P} \cdot \mathcal{S}}. \quad (48)$$

利用以上解析结果, 在 RHIC 运动学区域, 计算得到 UPC 事例中  $\cos 4\phi$  方位角不对称度为 16.5%. 对比 STAR 实验测量结果  $16.8\% \pm 2.5\%$  [7], 理论预言以相当高的精度得到证实. 对中心度较大的偏心碰撞, 大部分轻子对仍由光子-光子融合产生. 对于中心度为 60%—80% 的偏心碰撞, 在 RHIC 运动学区域, 理论计算给出 34.5% 的  $\cos 4\phi$  方位角不对称. 作为对比, 实验测量得到的不对称度为  $27\% \pm 6\%$ . 在实验数据分析中包含了所有的轻子对产生. 实验观测的不对称度小于理论计算值, 导致这一差别的来源仍需进一步的研究.

图 4 给出了在不同中心度区域以及未标记 UPC 和中子标记的 UPC 事例中的轻子对产生的  $\cos 4\phi$  方位角不对称度对轻子对总横动量  $q_{\perp}$  的依赖. 对于未标记 UPC 事例, 我们在碰撞参数范围  $[2R, \infty)$  内对  $\cos 4\phi$  方位角不对称度做平均. 对于标记的 UPC 事例, 截面表达式为

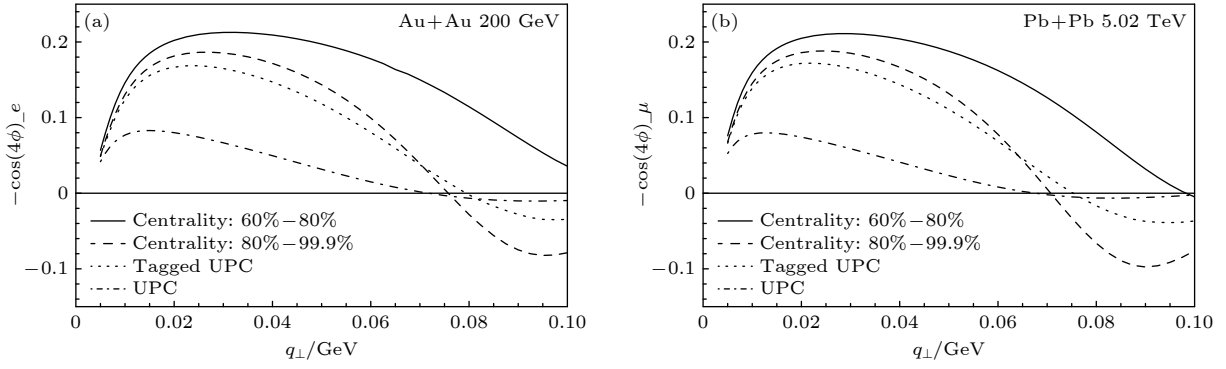


图 4 (a) RHIC 能区 ( $\sqrt{s} = 200$  GeV) 金-金碰撞中电子对产生的  $\cos 4\phi$  方位角不对称度, 电子和反电子的速度和横动量积分区间分别为  $[-1, 1]$  和  $[0.2$  GeV,  $0.4$  GeV]; (b) LHC 能区 ( $\sqrt{s} = 5.02$  TeV) 铅核-铅核碰撞中缪子对产生中的  $\cos 4\phi$  方位角不对称度. 缪子和反缪子的速度和横动量积分区间分别为  $[-1, 1]$  和  $[4$  GeV,  $45$  GeV]. 两个图中的横轴都为轻子对的总横动量. 图片取自文献 [47]

Fig. 4. (a)  $\cos(4\phi)$  azimuthal asymmetry in dielectron production in Au-Au collisions at RHIC energy ( $\sqrt{s} = 200$  GeV). The rapidity and transverse momentum integration regions for  $e^+e^-$  are  $[-1, 1]$  and  $[0.2$  GeV,  $0.4$  GeV], respectively. (b)  $\cos(4\phi)$  azimuthal asymmetry in dimuon production in Pb-Pb collisions at LHC energy ( $\sqrt{s} = 5.02$  TeV). The rapidity and transverse momentum integration regions for  $\mu^+\mu^-$  are  $[-1, 1]$  and  $[4$  GeV,  $45$  GeV], respectively. The horizontal axis in both figures represents the total transverse momentum of the lepton pair. The figures are taken from Ref. [47].

$$2\pi \int_{2R}^{\infty} b_{\perp} db_{\perp} P^2(b_{\perp}) d\sigma(b_{\perp}, \dots), \quad (49)$$

其中  $P(b_{\perp})$  描述一个中子在硬散射后从重离子前向方向辐射出去的几率. 这个几率分布对碰撞参数的依赖通常参数化为如下形式 [81]:

$$P(b_{\perp}) = 5.45 \times 10^{-5} \frac{Z^3(A-Z)}{A^{2/3}b_{\perp}^2} \times \exp \left[ -5.45 \times 10^{-5} \frac{Z^3(A-Z)}{A^{2/3}b_{\perp}^2} \right], \quad (50)$$

从 (50) 式可以看出, 中子标记 UPC 事例中的平均碰撞参数要远远小于未标记 UPC 事例中的碰撞参数平均值. 利用以上模型输入结果, 数值计算了中子标记 UPC 事例中的  $\cos 4\phi$  方位角不对称度. 从图 4 可以看出, 方位角不对称度随着碰撞参数的减小而增大. 在  $q_{\perp} \approx 30$  MeV 和中心度 60%–80% 时, 方位角不对称度达到最大, 在 17%–22% 之间. 标记 UPC 事例中的不对称度大约是未标记 UPC 事例中的 2 倍.

对于 UPC 中的缪子对产生, 由于在 RHIC 能区轻子质量不可忽略, 理论计算预言线偏振光子会诱导一个显著的  $\cos 2\phi$  方位角不对称. 目前 STAR 的初步测量结果也观察到了  $\cos 2\phi$  方位角不为零的迹象 [53]. 另外, 值得一提的是, 由于轻子对产生的截面可以通过光学定理与双光子散射的向前散射振幅的虚部联系起来, 文献 [51] 论证了轻子对产生中观测到的  $\cos 4\phi$  方位角不对称, 被认为是首次在地面实验中间接验证了理论预言的光在强磁场中

的双折射现象. 此前, 真空双折射现象只在天文观测中得到间接验证 [82].

线偏振光子也会导致另外一种类型的  $\cos 4\phi$  方位角不对称, 即碰撞参数与轻子 (或反轻子) 横动量之间的方位角不对称分布. 可以在共线因子化框架下进行这个计算. 截面公式可整理为如下形式 [48]:

$$\frac{d\sigma}{d^2P_{\perp} dy_1 dy_2 d^2b_{\perp}} = \frac{2\alpha_e^2}{Q^4} [A + C \cos 4\phi], \quad (51)$$

其中  $\phi$  角为  $b_{\perp}$  与  $P_{\perp}$  之间的夹角. 系数  $A$  和  $C$  可以表示为光子在横向坐标空间分布函数的卷积:

$$A = \frac{Q^2 - 2P_{\perp}^2}{P_{\perp}^2} \int d^2b_{1\perp} d^2b_{2\perp} \delta^2(\mathbf{b}_{\perp} - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \times x_1 f_{\gamma}(x_1, b_{1\perp}^2) x_2 f_{\gamma}(x_2, b_{2\perp}^2), \quad (52)$$

以及

$$C = -2 \int d^2b_{1\perp} d^2b_{2\perp} \delta^2(\mathbf{b}_{\perp} - \mathbf{b}_{1\perp} + \mathbf{b}_{2\perp}) \times \left[ 2 \left( 2(\hat{b}_{2\perp} \cdot \hat{b}_{\perp})(\hat{b}_{1\perp} \cdot \hat{b}_{\perp}) - \hat{b}_{1\perp} \cdot \hat{b}_{2\perp} \right)^2 - 1 \right] \times x_1 f_1^{\gamma}(x_1, b_{1\perp}^2) x_2 f_1^{\gamma}(x_2, b_{2\perp}^2), \quad (53)$$

其中  $f_1^{\gamma}(x, b_{\perp}^2)$  是光子的横向坐标依赖函数,

$$x f_1^{\gamma}(x, b_{\perp}^2) = 4Z^2 \alpha_e \int \frac{d^2k_{\perp} d^2k'_{\perp}}{(2\pi)^4} e^{i(k_{\perp} - k'_{\perp}) \cdot b_{\perp}} \times (k'_{\perp} \cdot k_{1\perp}) \mathcal{F}(x, k_{\perp}^2) \mathcal{F}^*(x, k'_{\perp}^2). \quad (54)$$

如果将其傅里叶变换到横向动量 ( $\Delta_{\perp}$ ) 空间, 将得到广义光子分布函数. 在横向坐标空间, 光子的线

性极化矢量平行于  $b_{\perp}$ . 这一光子线偏振效应诱导了  $C$  项所代表的  $\cos 4\phi$  方位角不对称. 利用以上结果, 通过数值计算<sup>[48]</sup> (见图 5), 我们发现线偏振光子诱导了相当强的  $\cos 4\phi$  方位角关联. 偏心重离子碰撞中观测到的椭圆流 (或四极矩流) 也是描述碰撞参数与末态强子横动量之间关联的物理量. 主要不同在于这里研究的方位角关联完全来自于初态电磁相互作用效应, 而椭圆流和四极矩流来自于复杂的末态夸克胶子等离子体相互作用效应. 因此, 将初态电磁相互作用导致的方位角不对称分布从实验测量的本底中扣除对于从四极矩流中抽取夸克胶子等离子体性质有重要意义. 同时, 该方位角不对称也提供了一种新的确定偏心重离子碰撞参数的实验方法.

下面讨论末态荷电粒子穿越重离子所激发的超强电磁场时的多重电磁散射效应, 及其对光子线性极化的影响. 末态单光子交换的散射振幅正比于  $Z\alpha$ . 对于重离子来说,  $Z$  是一个很大的数值, 因此有必要将多重光子散射求和到无穷阶. 在轻子对产生过程中, 末态轻子也会经历这样的多重电磁散射. 但以上的讨论聚焦于一个特殊的运动学区域——关联区域, 轻子或反轻子的横动量远大于轻子对总横动量, 即轻子对是几乎背对背产生的. 在这样一个特殊的运动学区域, 根据测不准原理, 轻子对在横向坐标空间的距离非常小. 而相干光子的波长较长, 不能辨识轻子对的内部结构. 换句话说, 对于一个长波光子来说, 轻子对近乎是电中性的. 因此, 在关联区域, 轻子对与重离子之间的多重电磁散射在领头幂次阶可以忽略. 当然, 在其他运动学区域, 多重电磁散射效应不一定受到压低. 事实上, 多重

电磁散射效应会对轻子对产生的总截面贡献一个显著的修正项. 这一效应通常被称为库仑修正, 文献中对此已有详尽的研究<sup>[15-21]</sup>.

然而在 Bethe-Heitler 过程中  $e + A \rightarrow e' + A + \gamma$ , 入射电子与重离子之间的多重电磁散射并没有类似的压低机制. 在 TMD 因子化框架内可以将多重电磁散射求和到无穷阶, 并可将其吸收到光子 TMD 函数算符定义的规范链中<sup>[83]</sup>:

$$\int \frac{dy^- d^2 y_{\perp}}{P^+ (2\pi)^3} e^{ik \cdot y} \langle P | F_{+\perp}^{\mu} (0) U^{\dagger} (0_{\perp}) \times U(y_{\perp}) F_{+\perp}^{\nu} (y) | P \rangle \Big|_{y^+ = 0}. \quad (55)$$

规范链  $U^{\dagger}(0_{\perp})U(y_{\perp})$  形成了一个从光锥负无穷延伸到正无穷再返回到负无穷的闭合回路. 拥有这样闭合回路规范链的 TMD 分布函数通常被称为偶极矩类型分布函数. 通过将光子极化张量分别投影到  $\frac{\delta_{\perp}^{\mu\nu}}{2} x f_1^{\gamma} + \left( \frac{k_{\perp}^{\mu} k_{\perp}^{\nu}}{k_{\perp}^2} - \frac{\delta_{\perp}^{\mu\nu}}{2} \right) x h_1^{\perp\gamma}$  张量结构上去, 可以分别定义非极化偶极矩类型光子 TMD 函数和线性极化偶极矩类型光子 TMD 函数. 规范链的具体表达式由下式给出:

$$U(y_{\perp}) = \mathcal{P} e^{ie \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- A^+(z^-, y_{\perp})}, \quad (56)$$

其中规范势可由最低阶 QED 计算得到:

$$\begin{aligned} \mathcal{V}(y_{\perp}) &\equiv e \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- A^+(z^-, y_{\perp}) \\ &= \frac{\alpha Z}{\pi} \int d^2 q_{\perp} e^{-iy_{\perp} \cdot q_{\perp}} \frac{F(q_{\perp}^2)}{q_{\perp}^2 + \delta^2}, \end{aligned} \quad (57)$$

式中,  $F(q_{\perp}^2)$  是电磁形式因子. 多重散射交换的光子纵向动量分数已被近似取为 0.  $\delta^2$  是一个红外正

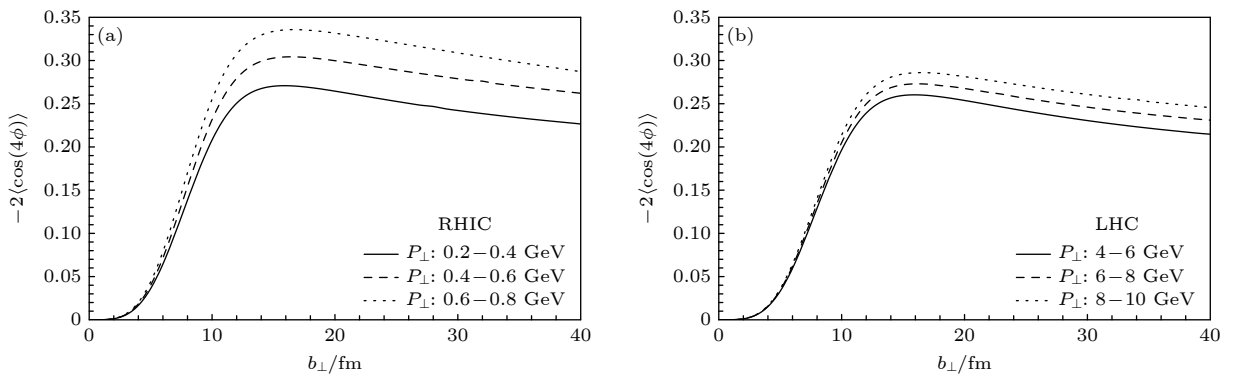


图 5 (a) 金-金对撞中 (质心能  $\sqrt{s} = 200$  GeV) 轻子对产生过程中的  $b_{\perp}$  与  $P_{\perp}$  之间的  $\cos 4\phi$  方位角关联, 横轴为  $b_{\perp}$ ; (b) 铅-铅对撞中 (质心能  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV) 的轻子对  $\cos 4\phi$  方位角不对称, 轻子对快度的积分区间为  $[-1, 1]$ . 图片取自文献<sup>[48]</sup>

Fig. 5. (a)  $\cos 4\phi$  azimuthal correlation between the impact parameter  $b_{\perp}$  and the transverse momentum  $P_{\perp}$  of the lepton pair produced in Au-Au collisions at  $\sqrt{s} = 200$  GeV. The horizontal axis represents  $b_{\perp}$ . (b)  $\cos 4\phi$  azimuthal asymmetry of lepton pairs produced in Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV. The rapidity integration range is  $[-1, 1]$ . The figures are taken from Ref. <sup>[48]</sup>.

规范化子, 对它的依赖性在最终结果中将抵消掉. 出现在光子 TMD 矩阵元定义中的光子场强张量可

由类似计算得出:

$$\mathcal{F}^\mu(x, y_\perp) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dy^- e^{ixP^+y^-} F_{+\perp}^\mu(y^-, y_\perp) = \frac{Ze}{4\pi^2} \int d^2q_\perp e^{-iy_\perp \cdot q_\perp} (iq_\perp^\mu) \frac{F(q_\perp^2 + x^2 M_p^2)}{q_\perp^2 + x^2 M_p^2}, \quad (58)$$

$x$  是光子的纵向动量分数. 将规范链与电磁场强张量结合, 得到完整的包含了规范链贡献的光子 TMD 矩阵元表达式:

$$\int \frac{d^2y_\perp d^2y'_\perp}{4\pi^3} e^{-ik_\perp \cdot (y_\perp - y'_\perp)} \mathcal{F}^\nu(x, y_\perp) \mathcal{F}^{*\mu}(x, y'_\perp) e^{i[\nu(y_\perp) - \nu(y'_\perp)]}. \quad (59)$$

如果电磁场的源是一个点状荷电粒子, 则 (59) 式存在解析解. 首先, 将点状荷电粒子的电磁形式因子设为  $F(q_\perp^2) = 1$  以及  $F(q_\perp^2 + x^2 M_p^2) = 1$ , 规范链与电磁场强张量的表达式约化为

$$\nu(y_\perp) = 2Z\alpha \lim_{\delta \rightarrow 0} K_0(|y_\perp| \delta) \approx Z\alpha \left( -2\gamma_E + \ln \frac{4}{y_\perp^2 \delta^2} \right), \quad (60)$$

$$\mathcal{F}^\mu(x, y_\perp) = \frac{Ze}{2\pi} \frac{y_\perp^\mu}{|y_\perp|} x M_p K_1(|y_\perp| x M_p). \quad (61)$$

相应地得到:

$$\begin{aligned} & Z^2 \alpha \int \frac{d^2y_\perp d^2y'_\perp}{4\pi^4} e^{-i(y_\perp - y'_\perp) \cdot k_\perp} \frac{y_\perp^\nu y'_\perp{}^\mu}{|y_\perp| |y'_\perp|} x^2 M_p^2 K_1(|y_\perp| x M_p) K_1(|y'_\perp| x M_p) \left( \frac{y'_\perp{}^2}{y_\perp^2} \right)^{iZ\alpha} \\ &= \frac{\delta^{\mu\nu}}{2} x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) + \left( \frac{k_\perp^\mu k_\perp^\nu}{k_\perp^2} - \frac{\delta^{\mu\nu}}{2} \right) x h_1^{\perp\gamma}(x, k_\perp^2). \end{aligned} \quad (62)$$

注意到红外正规子  $\delta$  的依赖在这一步计算中消失了. 在对  $y_\perp$  和  $y'_\perp$  积分后, 点电荷靶的光子 TMD 分布函数可以整理为如下形式 [83]:

$$\begin{aligned} x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) &= x h_1^{\perp\gamma}(x, k_\perp^2) = \frac{Z^4 \alpha^3 (1 + Z^2 \alpha^2) k_\perp^2}{M_p^4 x^4} {}_2F_1 \left[ 1 - iZ\alpha, 2 - iZ\alpha, 2, \frac{-k_\perp^2}{M_p^2 x^2} \right] \\ &\times {}_2F_1 \left[ 1 + iZ\alpha, 2 + iZ\alpha, 2, \frac{-k_\perp^2}{M_p^2 x^2} \right] \left( \frac{2}{e^{Z\alpha\pi} - e^{-Z\alpha\pi}} \right)^2, \end{aligned} \quad (63)$$

式中,  ${}_2F_1$  是合流超几何函数. 可以发现, 对于点电荷来说, 在考虑末态相互作用后, 非极化光子 TMD 与线性极化光子 TMD 仍然是完全相同的. 对于点电荷靶, 另外一个有趣的性质是  $k_\perp^2 x f_1^\gamma(x, k_\perp^2)$  仅依赖于单个变量  $\frac{|k_\perp|}{x M_p}$ , 而不是两个变量  $|k_\perp|$  和  $x$ . 图 6 给出了比值  $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$  对变量  $\frac{|k_\perp|}{x M_p}$  以及各种不同  $Z$  值的依赖.  $f_{1,0}^\gamma$  代表上文中介绍过的 WW 类型光子 TMD 分布函数, 即不包含任何末态相互作用的光子 TMD 分布函数. 很容易看出, 末态多重散射大幅压低了光子在低横动量区的分布. 同时发现, 库仑修正也导致了  $k_\perp$  积分的光子分布函数的压低.  $k_\perp$  积分的偶极矩类型与 WW 类型光子 TMD 分布函数之间的差值由下式

给出:

$$\int d^2k_\perp [x f_1^\gamma(x, k_\perp^2) - x f_{1,0}^\gamma(x, k_\perp^2)] = -\frac{2Z^2 \alpha}{\pi} f(Z\alpha), \quad (64)$$

其中,  $f(Z\alpha) \equiv \text{Re}\psi(1 + iZ\alpha) + \gamma_E$  以及  $\psi(x) = d \ln \Gamma(x) / dx$ . 这一结果和文献 [21] 中用 Bethe-Maximon 理论框架 [16] 计算得到的结果一致.

对于一个电荷弥散分布的靶源, 如铅原子核, 库仑修正对光子 TMD 分布的贡献只能数值求解. 对于铅核, 图 6(b) 给出了库仑修正对光子 TMD 分布的低横动量区域的压低效应. 研究发现可以利用电子-重离子对撞中的 Bethe-Heitler 过程研究库仑修正效应 [83]. 可以利用末态散射的电子和辐射出去的光子横动量重建交换的光子横动量分布. 针

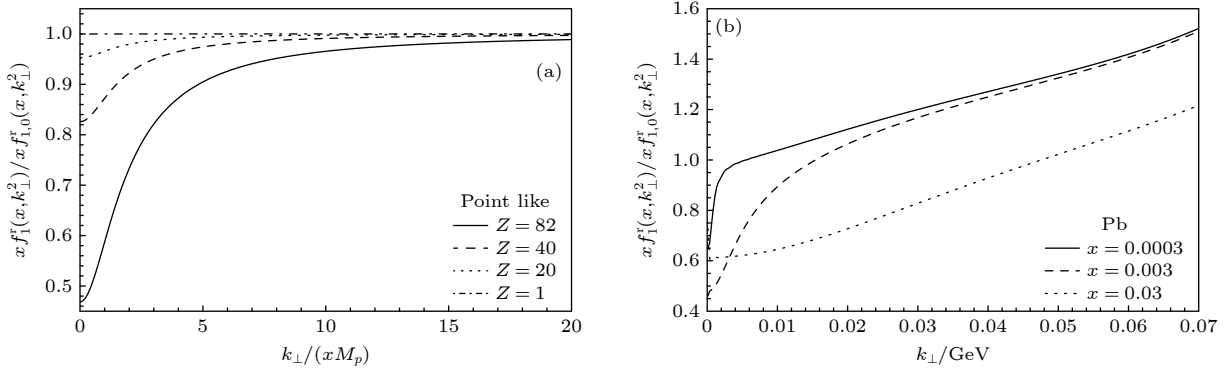


图 6 偶极矩类型光子 TMD 与 WW 类型光子 TMD 之间的比值  $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$ : (a) 点电荷源的光子 TMD 函数的比值, 横轴为  $\frac{k_\perp}{xM_p}$ ; (b) 铅核的相干光子 TMD 函数的比值, 横轴为  $k_\perp$ . 图片取自文献 [83]  
 Fig. 6. Ratio  $R = f_1^\gamma / f_{1,0}^\gamma$  between the dipole-type photon TMD  $f_1^\gamma$  and the WW-type photon TMD  $f_{1,0}^\gamma$ : (a)  $R$  as a function of  $\frac{k_\perp}{xM_p}$  for a point like charged particle; (b)  $R$  as a function of  $k_\perp$  for lead. The figures are taken from Ref. [83].

对 EIC 与 EicC 能区的数值计算表明, 有望通过这一产生道首次观测到库仑修正效应。

综上所述, 近年来的这一系列理论与实验进展推动了人们对重离子对撞中极强电磁场极化性质的理解. 一方面, 此类研究打开了研究强场 QED 的新思路, 各种高度成熟复杂的微扰 QCD 理论工具可以用来研究电磁效应, 从而提供了干净且可控的环境去测试发展 QCD 理论工具. 另一方面, 重离子对撞中的线偏振光子束流也可以用来探索超出标准模型之外的物理. 如最近的一个工作 [25] 研究了暗光子与光子干涉振幅对轻子对方位角不对称的影响, 并利用 RHIC 实验数据给出了新的暗光子各参数取值范围的约束. 最后, 高亮度线偏振光子束流也可以与重离子中的冷核物质发生相互作用. 极化光-核反应中产生的末态粒子的方位角不对称分布提供了一个新颖的实验渠道研究冷核物质的性质. 这方面的进展将在下一节中详述.

## 4 光-核反应

在超边缘重离子碰撞中, 由其中一个重离子辐射出来的相干光子可以与另外一个入射重离子直接发生相互作用, 这一类过程被称为光-核反应. 近期的许多研究也建议利用相干光子的极高亮度在质子-重离子对撞中研究质子质量、自旋、部分子三维分布结构 [84–87]. 处理高能光-核反应过程的主要理论工具是色偶极子模型和色玻璃凝聚态有效理论. 在这些理论框架内, 光子首先劈裂为正反夸克对, 形成一个色偶极矩. 色偶极矩随后与重离子中的核物质发生反应, 形成两个喷注, 被称为双喷注

的衍射产生, 或者重新结合形成一个矢量介子. 本节主要聚焦于矢量介子在光-核反应中的衍射产生, 特别是探讨如何利用线偏振光子这一新的自由度研究冷核物质性质, 以及胶子物质在原子核中的三维分布等重要物理.

在领头幂次阶近似下/Eikonal 近似下, 相干光子的极化状态会完整地传递到末态矢量介子. 因此矢量介子的衰变产物不再是各向同性, 而是会有方位角不对称的分布. 事实上, STAR 合作组确实观测到了 UPC 产生  $\rho^0$  过程非常可观的  $\cos 2\phi$  与  $\cos 4\phi$  方位角不对称效应 [55, 88]. 因此我们在文献 [56–59] 中做了详尽的理论分析, 给出了  $\rho^0$  产生过程的  $\cos n\phi$  ( $n = 1, 2, 3, 4$ ) 不对称性产生机制和  $J/\psi$  产生过程的  $\cos 2\phi$  产生机制, 并数值计算了这些方位角的分布. 下面给出详细的分析计算.

在色偶极矩模型中, UPC 准实光子被看作由夸克-反夸克对组成的色偶极矩, 与来自另一个重离子的 CGC 背景胶子场发生多重散射, 从而产生矢量介子, 实验上通过测量矢量介子的衰变产物来重建事例. 以  $\rho^0$  为例, 图示如图 7 所示.

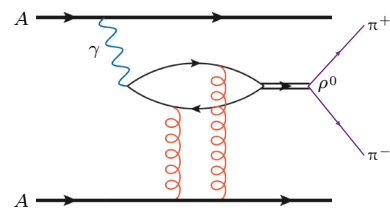


图 7 UPC 过程中  $\rho^0$  介子衍射产生示意图

Fig. 7. A schematic diagram for diffractive  $\rho^0$  meson production in ultraperipheral heavy ion collisions.

文献 [62, 89] 中给出了在偶极矩模型下计算 UPC 过程的非极化截面方法, 现在着重介绍如何把计算推广到极化依赖的情形, 即考虑 UPC 光子为线性极化时的计算框架. 在这里, 偶极矩图像中的 Eikonal 近似将发挥很重要的作用, 因为在此近似下夸克与反夸克不仅相对横向位置不变而且它们的自旋状态不发生改变, 所以色偶极矩与 CGC 胶子发生多重散射之后极化状态不变, 从而传递给末态矢量介子. 因此光-核反应过程的振幅可表示为光子光锥波函数 (描述光子振荡为正反夸克对的振幅) 和矢量介子波函数 (描述矢量介子振荡为正反夸克对的振幅) 的重叠部分与偶极子的散射振幅在坐标空间的卷积:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(\Delta_{\perp}) = & i \int d^2 b_{\perp} e^{i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \int_0^1 dz \\ & \times \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) N(r_{\perp}, b_{\perp}) \\ & \times \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}^*}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V), \end{aligned} \quad (65)$$

其中  $-\Delta_{\perp}$  是核的反冲横动量,  $z$  是夸克所携带的沿

光锥正方向的光子动量分数,  $\epsilon_{\perp}^{\gamma}$  和  $\epsilon_{\perp}^V$  分别是类实光子与末态矢量介子的极化矢量.  $N(r_{\perp}, b_{\perp})$  是光核碰撞中尺度为  $r_{\perp}$  的色偶极子与靶原子核的散射振幅, 其中碰撞参数为  $b_{\perp}$ . 光核反应衍射过程根据靶是否被打碎区分为两种情况. 如果没有被打碎, 靶原子核作为一个整体与色偶极子相互作用, 作用后原子核仍处于基态, 此时需要对原子核内所有核子的振幅做位置平均再模方 ( $|\langle \mathcal{A} \rangle_N|^2$ ), 以得到反应截面, 这种情况称为相干产生. 通常当核靶反冲横动量较小时, 交换的胶子对应的康普顿波长长, 因此与整个核靶中的色核物质耦合在一起, 此时主要是相干产生. 对于金核, 典型的相干反应横动量区域为  $\Delta_{\perp} \sim 1/R \approx 30$  MeV. 如果原子核被打碎但仍然是类弹性散射, 反应后原子核处于激发态, 称为非相干产生. 考虑原子核允许被打碎的情形, 计算截面时需要先对原子核内所有核子振幅先求模方再求位置平均  $\langle |\mathcal{A}|^2 \rangle_N$ , 这包含了相干和非相干的总贡献, 因此非相干部分的贡献为  $\langle |\mathcal{A}|^2 \rangle_N - |\langle \mathcal{A} \rangle_N|^2$ . 非相干产生部分的矩阵元平方具体可写为 [90,91]

$$\begin{aligned} |\mathcal{A}(\Delta_{\perp})|_{\text{in}}^2 \approx & A(2\pi B_p)^2 e^{-B_p \Delta_{\perp}^2} \\ & \times \int d^2 b_{\perp} T_A(b_{\perp}) \left| \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \int_0^1 dz \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}^*}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V) \mathcal{N}(r_{\perp}) e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})} \right|^2, \end{aligned} \quad (66)$$

(66) 式描述的物理过程为: 色偶极子与原子核内的一个核子散射, 散射振幅为  $\mathcal{N}(r_{\perp})$ , 核子在横平面的分布由原子核厚度函数 (thickness function)  $T_A(b_{\perp})$  描述. 然后色偶极子再与剩下的  $A-1$  个核子散射, 因子  $e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})}$  用来描述不发生非弹性散射的几率, 其中参数  $B_p$  在 IPsat 模型中 [92,93] 取为  $4 \text{ GeV}^{-2}$ .

如第 3 节所述, 相干光子是完全线偏振的, 其电矢量偏振方向平行于光子的横动量方向. 通过领头阶 QED 的计算, 得到光子的波函数如下:

$$\Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^{\gamma}) = \frac{ee_q}{2\pi} \delta_{aa'} \left\{ \delta_{\sigma, -\sigma'} [(1-2z)i\epsilon_{\perp}^{\gamma} \cdot r_{\perp} + \sigma\epsilon_{\perp}^{\gamma} \times r_{\perp}] \frac{-1}{|r_{\perp}|} \frac{\partial}{\partial |r_{\perp}|} + \delta_{\sigma\sigma'} m_q (\epsilon_{\perp}^{\gamma, 1} + i\sigma\epsilon_{\perp}^{\gamma, 2}) \right\} K_0(|r_{\perp}|e_f), \quad (67)$$

其中  $\epsilon_{\perp}^{\gamma} = \hat{k}_{\perp} \equiv k_{\perp}/|k_{\perp}|$ ,  $k_{\perp}$  是光子的横动量,  $\sigma$  和  $\sigma'$  分别是夸克与反夸克的螺旋度,  $a$  和  $a'$  是它们的色指标.  $m_q$  和  $e_q$  是味道为  $q$  的夸克的质量和电荷.  $K_0$  是第二类贝塞尔函数,  $e_f^2 = Q^2 z(1-z) + m_q^2$ ,  $Q^2 = k_{\perp}^2 + x^2 M_p^2$ .

由于  $\rho^0$  介子质量较轻, 不可能通过微扰 QCD 算出它的波函数. 但是考虑到矢量介子与光子有相同的量子数 (除质量不同外), 通过与光子波函数的形式作类比, 可以将横向极化的  $\rho^0$  介子波函数参数化为如下形式 [92,93]:

$$\Psi^{V \rightarrow q\bar{q}}(r_{\perp}, z, \epsilon_{\perp}^V) = \delta_{aa'} \left\{ \delta_{\sigma, -\sigma'} [(2z-1)i\epsilon_{\perp}^V \cdot r_{\perp} + \sigma\epsilon_{\perp}^V \times r_{\perp}] \frac{-1}{|r_{\perp}|} \frac{\partial}{\partial |r_{\perp}|} + \delta_{\sigma\sigma'} m_q (\epsilon_{\perp}^{V, 1} + i\sigma\epsilon_{\perp}^{V, 2}) \right\} \Phi(|r_{\perp}|, z). \quad (68)$$

波函数的标量部分  $\Phi(|r_{\perp}|, z)$  可通过 HERA 数据抽取. 其中一种较为流行的参数化形式为“Gaus-LC”波函数 [92,93]:  $\Phi(|r_{\perp}|, z) = \beta z(1-z) \exp\left(-\frac{r_{\perp}^2}{2R_{\perp}^2}\right)$ , 对于  $\rho^0$  介子,  $\beta = 4.47$ ,  $R_{\perp}^2 = 21.9 \text{ GeV}^{-2}$ . 后面数值计算时使用这一参数化形式.

结合以上两式并对夸克与反夸克的色因子与螺旋度求和,再考虑一个非前向修正因子  $e^{i(z-\frac{1}{2})\Delta_{\perp}\cdot r_{\perp}}$  [94,95],就可得到光子与矢量介子波函数的卷积重叠贡献.在这里因为我们所关注的是低横动量区域,  $\Delta_{\perp} \ll 1/r_{\perp}$ ,因此可以忽略非前向因子,于是光子与矢量介子波函数的卷积可化简为如下形式:

$$\sum_{a,a',\sigma,\sigma'} \Psi^{\gamma \rightarrow q\bar{q}} \Psi^{V \rightarrow q\bar{q}} = (\epsilon_{\perp}^{V*} \cdot \epsilon_{\perp}^{\gamma}) \frac{ee_q}{2\pi} 2N_c \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \frac{\partial \Phi^*(|r_{\perp}|, z)}{\partial |r_{\perp}|} \frac{\partial K_0(|r_{\perp}|e_f)}{\partial |r_{\perp}|} + m_q^2 \Phi^*(|r_{\perp}|, z) K_0(|r_{\perp}|e_f) \right\}, \quad (69)$$

式中可以很明显地看出光子极化矢量与介子极化矢量的耦合  $\epsilon_{\perp}^{V*} \cdot \epsilon_{\perp}^{\gamma}$ ,如前所述,这是 Eikonal 近似的结果.因此,矢量介子的相干产生振幅  $\mathcal{A}_{\text{co}}(\Delta_{\perp})$  与非相干产生振幅  $\mathcal{A}_{\text{in}}(\Delta_{\perp})$  可分别表示如下:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_g, \Delta_{\perp}) &= \int d^2 b_{\perp} e^{-i\Delta_{\perp} \cdot b_{\perp}} \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} N(r_{\perp}, b_{\perp}) [\Phi^* K](r_{\perp}) \\ \mathcal{A}_{\text{in}}(x_g, \Delta_{\perp}) &= \sqrt{A} 2\pi B_p e^{-B_p \Delta_{\perp}^2 / 2} \left[ \int \frac{d^2 r_{\perp}}{4\pi} \mathcal{N}(r_{\perp}) e^{-2\pi(A-1)B_p T_A(b_{\perp}) \mathcal{N}(r_{\perp})} [\Phi^* K](r_{\perp}) \right], \end{aligned} \quad (70)$$

其中  $[\Phi^* K]$  记号表示虚光子波函数与矢量介子波函数的重叠,其表达式为

$$[\Phi^* K](r_{\perp}) = \frac{N_c ee_q}{\pi} \int_0^1 dz \left\{ m_q^2 \Phi^*(|r_{\perp}|, z) K_0(|r_{\perp}|e_f) + [z^2 + (1-z)^2] \frac{\partial \Phi^*(|r_{\perp}|, z)}{\partial |r_{\perp}|} \frac{\partial K_0(|r_{\perp}|e_f)}{\partial |r_{\perp}|} \right\}. \quad (71)$$

对于重离子对撞中的矢量介子衍射产生,最为独特的一点是双缝干涉效应.当矢量介子质量远大于核靶半径的倒数时,矢量介子可以近似地被认为是在核靶的横向平面中定域产生的.这一点很容易满足,因为矢量介子的质量(如  $M_{\rho} \sim 770$  MeV,  $M_{J/\psi} \sim 3.1$  GeV)远大于  $1/R$ .在一个给定的横向位置  $b_{\perp}$ ,矢量介子的产生振幅正比于在这一横向位置由碰撞核子之一激发的电磁势和另外一个碰撞核靶在此产生的胶子物质密度.参与碰撞的两个重离子轮流扮演核靶与电磁势源的角色.矢量介子可以从两个不同核靶横向平面产生,我们不能通过

测量末态介子分布来区分这两种不同情形.因此,应先将这两个振幅相加再模方,这就会有干涉项.这个干涉效应非常类似杨氏双缝干涉效应,对于正确描述实验现象至关重要.最终的截面形式将同时依赖于横动量和碰撞参数.注意这并不违反不确定性原理,因为碰撞参数指的是两个原子核的横向相对位置,而横动量对应的是矢量介子产生的相对位置.关于这一课题的最新评论文章请见文献 [96].

先考虑矢量介子为  $\rho^0$  的情况,综合以上讨论,并简单地用 Breit-Wigner 形式来描述  $\rho^0$  到  $\pi$  介子对的衰变,得到微分截面如下:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{\rho \rightarrow \pi\pi}}{d^2 p_{1\perp} d^2 p_{2\perp} dy_1 dy_2 d^2 \tilde{b}_{\perp}} &= \frac{1}{2(2\pi)^7} \frac{P_{\perp}^2}{(Q^2 - M_{\rho}^2)^2 + M_{\rho}^2 \Gamma_{\rho}^2} f_{\rho\pi\pi}^2 \\ &\times \int d^2 \Delta_{\perp} d^2 k_{\perp} d^2 k'_{\perp} \delta^2(k_{\perp} + \Delta_{\perp} - q_{\perp}) (\hat{P}_{\perp} \cdot \hat{k}_{\perp}) (\hat{P}_{\perp} \cdot \hat{k}'_{\perp}) \\ &\times \left\{ \int d^2 b_{\perp} e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - k_{\perp})} [T_A(b_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{in}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{in}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp}) + (A \leftrightarrow B)] \right. \\ &+ [e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - k_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp})] \\ &+ [e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (\Delta'_{\perp} - \Delta_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_1, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_1, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k'_{\perp})] \\ &+ [e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (\Delta'_{\perp} - k_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_2, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_1, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k'_{\perp})] \\ &\left. + [e^{i\tilde{b}_{\perp} \cdot (k'_{\perp} - \Delta_{\perp})} \mathcal{A}_{\text{co}}(x_1, \Delta_{\perp}) \mathcal{A}_{\text{co}}^*(x_2, \Delta'_{\perp}) \mathcal{F}(x_2, k_{\perp}) \mathcal{F}(x_1, k'_{\perp})] \right\}, \end{aligned} \quad (72)$$

其中  $y_1$  和  $y_2$  分别是末态  $\pi^+$  和  $\pi^-$  介子的快度,  $k_\perp$ ,  $-\Delta_\perp$  分别是幅度中入射光子的横动量和核的反冲横动量, 而  $k'_\perp$  和  $-\Delta'_\perp$  则是共轭幅度中的对应横动量, 满足动量守恒关系  $k_\perp + \Delta_\perp = k'_\perp + \Delta'_\perp$ .  $\tilde{b}_\perp$  是两个碰撞核之间的横向距离.  $\mathcal{F}(x, k_\perp)$  如第 3 节所述, 代表光子的几率幅分布. 所有干涉效应包含在 (72) 式最后四行前面的相因子中.

(72) 式中的  $(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}_\perp)(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp)$  项包含了衰变产物  $\pi$  介子对的方位角不对称信息. 光子的极化状态传递给矢量介子  $\rho^0$ , 它们的自旋关联  $(\epsilon_\perp^{V*} \cdot k_\perp)(\epsilon_\perp^V \cdot k'_\perp)$  转换为  $\rho^0$  的横向极化与横动量之间的关联  $2(\epsilon_\perp^{V*} \cdot \hat{q}_\perp)^2 - 1$ . 另一方面, 由于角动量守恒,  $\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$  的衰变振幅  $\mathcal{M} \propto e^{i\lambda\phi}$ , 其中  $\phi$  是  $\pi$  相对于  $\rho^0$  的方位角,  $\lambda$  表示  $\rho^0$  的自旋态, 因此截面对于方位角的依赖性反映了  $\rho^0$  的极化信息, 而  $\rho^0$  的极化来自于初态粒子. 例如, 若相干光子为非极化, 则  $\lambda = 0$ , 反应总截面各向同性; 若初态为线性极化的光子, 则可以将它们看作处在螺旋度为  $\lambda = 1$  和  $\lambda = -1$  的叠加态上. 在振幅中末态  $\pi$  介子对携带 1 单位的轨道角动量而在共轭振幅中介子对携带  $-1$  单位的轨道角动量, 两者之间的干涉形成了  $\cos 2\phi$  方位角不对称. 图 8 和图 9 给出了方位角不对称性的物理直观示意图, 其中图 8(a) 代表了上述  $\cos 2\phi$  例子的直观演示.

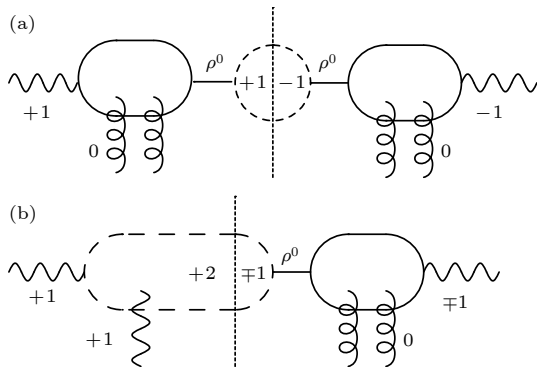


图 8 方位角不对称性示意图 (a)  $\langle +1 | -1 \rangle \sim \cos 2\phi$ ; (b)  $\langle +2 | \mp 1 \rangle \sim \cos 3\phi / \cos \phi$   
 Fig. 8. Illustration diagrams for azimuthal asymmetry: (a)  $\langle +1 | -1 \rangle \sim \cos 2\phi$ ; (b)  $\langle +2 | \mp 1 \rangle \sim \cos 3\phi / \cos \phi$ .

实验上是通过测量  $\rho^0$  介子的衰变产物  $\pi^+\pi^-$  来重建  $\rho^0$  事例的. 在  $\pi^+\pi^-$  的不变质量谱中, 除了  $\rho^0$  的 Breit-Wigner 共振峰, 还叠加了  $\pi^+\pi^-$  介子对直接产生的贡献, 大部分情况下  $\rho^0$  衰变是主要贡献, 但在极低横动量区, 直接电磁产生的截面可与衰变

相比拟, 这恰在我们所关心的 UPC 物理区间. 因此可以通过类实光子对撞直接 QED 作用产生  $\pi^+\pi^-$ , 假设两个光子都处在  $+1$  态或  $-1$  态, 那么与  $\rho^0$  衰变产生  $\pi^+\pi^-$  过程干涉, 就会导致  $\cos \phi$  或  $\cos 3\phi$  的方位角不对称性, 即图 8(b) 所示情形. 具体计算参见文献 [57].

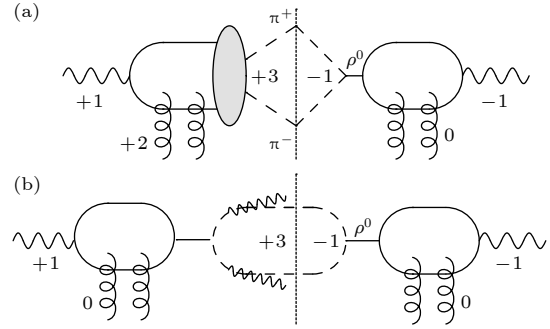


图 9  $\cos 4\phi$  方位角不对称性示意图,  $\langle +3 | -1 \rangle \sim \cos 4\phi$   
 (a) 椭圆胶子 Wigner 分布的贡献; (b) 末态软光子辐射的贡献

Fig. 9. Illustration diagrams for  $\cos 4\phi$  azimuthal asymmetry: (a) Contributions from elliptic gluon Wigner distribution; (b) contributions from final state soft photon radiation.

在此之前的讨论中, 一直考虑色偶极矩通过非极化依赖的 CGC 胶子与核子发生多重散射. 事实上, 在最低阶, 交换的两个胶子也可以携带 2 单位的轨道角动量, 这样的双胶子交换由椭圆胶子 Wigner 分布函数所描述. 这种情况下色偶极矩与核子通过 QCD 作用直接产生  $\pi^+\pi^-$ , 极化信息反映在  $\pi$  介子对系统的轨道角动量上. 这种直接产生的  $\pi$  介子对携带 3 单位的轨道角动量. 通过与  $\rho^0$  衰变产生  $\pi^+\pi^-$  过程干涉, 会导致  $\cos 4\phi$  的方位角不对称性, 即图 9(a) 所示情形.

另外, 考虑更高阶的 QED 贡献时, 从  $\pi$  介子对辐射出去的末态软光子对截面会有一个大的对数贡献. 为了改善微扰论计算的收敛性, 需要将这类大的对数项贡献求和到无穷阶. 同时, 由于软光子总是倾向于沿着  $\pi$  介子的方向辐射出去, 它们的贡献自然而然也会诱导一个相同的  $\cos 2\phi$  的方位角不对称. 叠加由线性光子极化引起的  $\cos 2\phi$  不对称, 结果会出现  $\cos 4\phi$  不对称性, 即图 9(b) 所示的情形. 关于这一部分内容后面会有详细介绍.

下面给出  $\rho^0$  介子方位角不对称性的计算. 为了验证理论的正确性, 首先计算了 UPC 非极化光子相干产生  $\rho^0$  介子的截面, 以与 STAR 合作组的实

验数据<sup>[97]</sup>作对比. 下面首先介绍数值计算所需的所有模型输入. 根据之前的分析, (72) 式中的  $(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}_\perp)(\hat{P}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp)$  项替换为

$$\left[ (\hat{k}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp) + \cos(2\phi) \left( 2(\hat{k}_\perp \cdot \hat{q}_\perp)(\hat{k}'_\perp \cdot \hat{q}_\perp) - \hat{k}_\perp \cdot \hat{k}'_\perp \right) \right], \quad (73)$$

$b_\perp$  依赖的偶极子振幅用一个唯象学参数化给出<sup>[92,93]</sup>:

$$N(b_\perp, r_\perp) = 1 - e^{-2\pi B_p A T_A(b_\perp) \mathcal{N}(r_\perp)}, \quad (74)$$

其中厚度函数  $T_A(b_\perp)$  用 Woods-Saxon 分布来计算, 偶极子-核子散射幅度  $\mathcal{N}(r_\perp)$  用修正的 IPsat 模型来计算<sup>[91]</sup>:

$$\mathcal{N}(r_\perp) = 1 - \exp[-r_\perp^2 G(x_g, r_\perp)], \quad (75)$$

采用一个简单的 GBW 参数化<sup>[98,99]</sup> 来计算  $G$ :

$$G(x_g) = \frac{1}{4} Q_s^2(x_g), \quad (76)$$

其中  $Q_s(x_g) = (x_0/x_g)^{\lambda_{\text{GBW}}/2}$  GeV 是饱和标度, 取  $x_0 = 3 \times 10^{-4}$ ,  $\lambda_{\text{GBW}} = 0.29$ <sup>[93]</sup>.

实验上探测任意中子数标记的 UPC 事例 (“Xn”事例) 的几率为

$$P(\tilde{b}_\perp) = 1 - \exp[-P_{1n}(\tilde{b}_\perp)], \quad (77)$$

其中  $P_{1n}$  由 (50) 式给出, 标记的 UPC 事例截面由 (49) 式计算.

图 10 给出了 UPC 中  $\rho^0$  相干产生过程的非极化微分截面, 用蓝色的实线表示, 红色点是 RHIC 的实验数据点. 从图中可见, 在跨越三个数量级的情况下, 计算结果与实验数据非常符合, 完美地重现了衍射的峰谷结构. 需要特别强调的是, 正如之前所说, 类“杨氏双缝”干涉效应对于正确描述实验现象起着举足轻重的作用. 如不包括双缝干涉效应, 则不可能得到实验中观察到的低横动量区的压低效应. 另外需要说明的是, 这个计算中给出的是  $\rho^0$  的产生截面, 不是衰变后  $\pi$  介子对的截面, 因此截面公式与 (72) 式相比没有衰变因子, 且相空间  $d^2p_{1\perp} d^2p_{2\perp} dy_1 dy_2$  需替换为  $d^2q_\perp dY$ , 其中  $Y$  为  $\rho^0$  介子的快度.

图 11 给出了 UPC 中  $\rho^0$  产生过程 XnXn 事例的  $\cos 2\phi$  不对称性, 包含了相干与非相干光致产生的贡献. 从图中明显可见, 理论计算也较好地解释了实验数据, 尤其是衍射的峰谷结构. 虽然相干和非相干的产生都对非极化产生截面有贡献,  $\cos 2\phi$  不对称性却几乎完全是在相干散射中产生的.

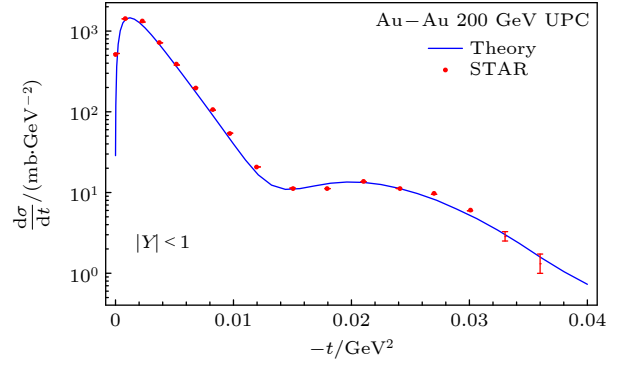


图 10 RHIC 能区非极化光致  $\rho^0$  相干产生过程的 XnXn 事例, 其中蓝色实线是数值计算结果, 红色的点取自文献<sup>[97]</sup> 中图 8 的数据. 图片取自文献<sup>[56]</sup>

Fig. 10. Unpolarized cross section for coherent  $\rho^0$  photo-production in XnXn events at RHIC energy. The red dots are experimental data points taken from Ref. [97]. The blue line shows our numerical result for this unpolarized cross section. The figure is taken from Ref. [56].

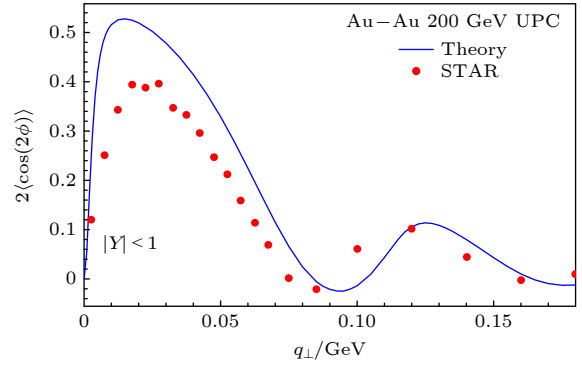


图 11 RHIC 能区光致  $\rho^0$  产生过程 XnXn 事例的  $\cos 2\phi$  方位角不对称性. 蓝色实线是数值计算结果, 红色点是 STAR 的实验结果<sup>[55]</sup>, 这里误差没有画出

Fig. 11. The  $\cos 2\phi$  azimuthal asymmetry of the XnXn events for the photoproduction of  $\rho^0$  at RHIC. The blue solid line represents the numerical calculation result, and the red dots represent the experimental result from STAR<sup>[55]</sup>, where the errors are not shown here.

下面介绍光致  $\pi^+\pi^-$  介子对产生的  $\cos 4\phi$  方位角不对称性. 前已提及,  $\cos 4\phi$  方位角不对称性可能来自末态  $\pi^+\pi^-$  的软光子辐射, 也可能来自  $\pi^+\pi^-$  直接 QCD 相互作用产生, 如图 9 所示. 直接产生的机制是: 来自一个原子核的类实光子产生夸克对形成一个色偶极矩, 这个色偶极矩通过椭圆极化的胶子 Wigner 分布与另一个原子核发生散射, 直接产生  $\pi^+\pi^-$ , 作为振幅; 另一方面, 色偶极矩通过非极化的 CGC 胶子与另一个原子核散射, 形成  $\rho^0$  介子, 再衰变为  $\pi^+\pi^-$ , 作为共轭振幅, 这样干涉效应就会给出  $\cos 4\phi$  不对称性. 通过胶子 Wigner 分布散射直接产生  $\pi^+\pi^-$  的振幅可表示为

$$\mathcal{M}_d = i\zeta(1-\zeta)\cos(2\phi_\Delta + \phi_k - 3\phi_P)\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp) + i\zeta(1-\zeta)\cos(\phi_k - \phi_P)\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp) + \dots, \quad (78)$$

其中只保留了对干涉后的非极化截面和  $\cos 4\phi$  方位角模式有贡献的项.  $\phi_k$ ,  $\phi_P$  和  $\phi_\Delta$  分别代表不同的横动量的方位角.  $\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp)$  和  $\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp)$  别为

$$\mathcal{E}(x_g, \Delta_\perp) = -\frac{ee_q N_c C E e^{i\delta\phi}}{2} \int \frac{db_\perp^2 dr_\perp^2}{4} \frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4} \exp\left(-\frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4}\right) \times J_2(|\Delta_\perp||b_\perp|) J_3(|r_\perp||P_\perp|) \frac{\partial K_0(|r_\perp|e_f)}{\partial|r_\perp|}, \quad (79)$$

$$\mathcal{A}_d(x_g, \Delta_\perp) = -ee_q N_c C \int \frac{db_\perp^2 dr_\perp^2}{4} \left[1 - \exp\left(-\frac{Q_s^2 r_\perp^2}{4}\right)\right] \times J_0(|\Delta_\perp||b_\perp|) J_1(|r_\perp||P_\perp|) \frac{\partial K_0(|r_\perp|e_f)}{\partial|r_\perp|}. \quad (80)$$

$\mathcal{A}_d$  对非极化截面有贡献, 因此通过对比  $\pi^+\pi^-$  不变质量谱的数值计算结果 (图 12) 与 STAR 的实验结果 (文献 [97] 的图 4) 可确定系数  $C$ , 在这里确定为  $C \approx -10$ . 系数确定之后就可以计算  $\cos 4\phi$  项了, 它来自  $\pi^+\pi^-$  直接产生与  $\rho^0$  衰变的贡献的干涉项, 其微分截面为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_I}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}} = & \frac{\zeta(1-\zeta)M_\rho\Gamma_\rho|P_\perp|f_{\rho\pi\pi}}{2(2\pi)^7[(Q^2-M_\rho^2)^2+M_\rho^2\Gamma_\rho^2]} \int d^2\Delta_\perp d^2k_\perp d^2k'_\perp \delta^2(k_\perp + \Delta_\perp - q_\perp) \cos(3\phi_P - \phi_k - 2\phi_\Delta) \cos(\phi_P - \phi_k) \\ & \left\{ e^{i\vec{b}_\perp\cdot(k'_\perp-k_\perp)} \mathcal{A}^*(x_2, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_2, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_1, k_\perp) \mathcal{F}(x_1, k'_\perp) + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(\Delta'_\perp-\Delta_\perp)} \mathcal{A}^*(x_1, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_1, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_2, k_\perp) \mathcal{F}(x_2, k'_\perp) \right. \\ & \left. + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(\Delta'_\perp-k_\perp)} \mathcal{A}^*(x_2, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_1, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_1, k_\perp) \mathcal{F}(x_2, k'_\perp) + e^{i\vec{b}_\perp\cdot(k'_\perp-\Delta'_\perp)} \mathcal{A}^*(x_1, \Delta'_\perp) \mathcal{E}(x_2, \Delta_\perp) \mathcal{F}(x_2, k_\perp) \mathcal{F}(x_1, k'_\perp) \right\} \\ & + \text{c.c.} \end{aligned} \quad (81)$$

注意在截面中包含了双缝干涉效应, 因为两个核子可轮流作为色偶极矩源. 在电子-重离子对撞机 (EIC) 上, 只能是由电子所激发的光子提供色偶极矩与原子核对撞, 不能反过来, 因此不再有双缝干涉效应, 所以利用 (81) 式计算时需要去掉大括号中的后三项.

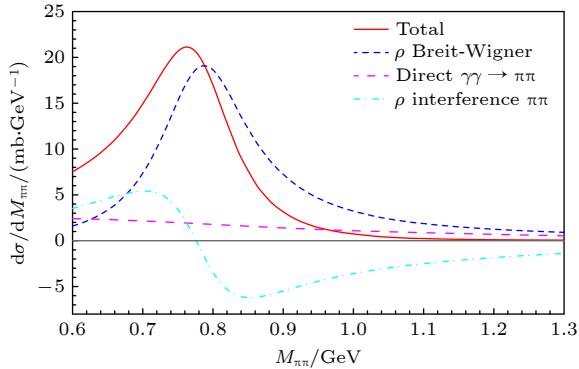


图 12  $\pi^+\pi^-$  非极化截面的不变质量分布. 其中蓝色虚线是  $\rho^0$  衰变的结果, 利用 (72) 式计算; 粉色点线是  $\pi^+\pi^-$  直接产生, 由 (80) 式的幅度  $\mathcal{A}_d$  计算得到; 蓝绿色点划线是他们的干涉项. 红色实线为总的结果

Fig. 12. Invariant mass distribution of the unpolarized cross section for  $\pi^+\pi^-$  production. The blue dashed line represents the decay of  $\rho^0$  mesons, which is calculated using formula (72). The magenta dotted line represents the direct production of  $\pi^+\pi^-$ , which is calculated using the amplitude  $\mathcal{A}_d$  from equation (80). The cyan dash-dotted line represents the interference term between them. The red solid line is the total result.

末态软光子辐射贡献的计算可参考文献 [49, 50, 79, 80], 重求和后的微分截面形式为

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(q_\perp)}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}} = & \int \frac{d^2r_\perp}{(2\pi)^2} \left[1 - \frac{2\alpha_e c_2}{\pi} \cos 2\phi_r + \frac{\alpha_e c_4}{\pi} \cos 4\phi_r\right] \\ & \times e^{i\vec{r}_\perp\cdot q_\perp} e^{-\text{Sud}(r_\perp)} \int d^2q'_\perp e^{-i\vec{r}_\perp\cdot q'_\perp} \frac{d\sigma(q'_\perp)}{d\mathcal{P}\cdot\mathcal{S}}, \end{aligned} \quad (82)$$

其中  $\phi_r$  是  $r_\perp$  与  $P_\perp$  的夹角. 单圈阶的 Sudakov 因子见 (47) 式.

根据上面介绍的公式, 可以数值计算出  $\cos 4\phi$  不对称性的结果. 计算中取  $\delta\phi = \pi/2$ ,  $E = 0.4$ . 计算结果如图 13. 从图 13(a) 可见, RHIC 上  $\cos 4\phi$  不对称性在  $\pi^+\pi^-$  总横动量约 130 MeV 处有一个峰, 与实验结果 [55] 符合. 实验数据的最大 ( $2\cos 4\phi$ ) 值约为 10%, 而软光子辐射的贡献仅仅为 2%, 因此考虑椭圆胶子 Wigner 分布的贡献也是很有必要的, 虽然计入其贡献后总的  $\langle 2\cos 4\phi \rangle$  峰值为约 5% 仍比实验数据要小.

图 13(b) 给出了 EIC 上  $\langle 2\cos 4\phi \rangle$  随  $\pi^+\pi^-$  横动量变化的曲线. 与原子核-原子核对撞相比, 电子-原子核对撞产生  $\pi^+\pi^-$  过程软光子辐射贡献有类似的行为, 但椭圆胶子分布的贡献因为缺少了双缝干涉效应, 其不对称性的衍射峰谷结构有很大不同, 在这里是反了符号的, 因此总的贡献 (蓝色实线) 峰值处为负值. 在未来的 EIC 上检验这一行为

无疑是非常有趣的.  $\cos 4\phi$  不对称性也很可能是在 EIC 上探测胶子 Wigner 函数的唯一干净可观测量.

用同样的方法, 也可以计算  $J/\psi$  衍射产生的方位角不对称性. 由于粲夸克的质量可以作为硬标度, 因此对  $J/\psi$  的微扰计算比  $\rho^0$  的更为可靠, 并且实验上甄别  $J/\psi$  相对比较容易, 产生截面也很大, 因此研究  $J/\psi$  过程就非常有意义. 为了正确地重建截面的分布和方位角不对称性的分布, 之前所强调的双缝干涉效应、相干光子的线性极化、末态软光子辐射等因素缺一不可, 都在计算中发挥着重要作用. 在 RHIC 上的实验,  $J/\psi$  主要由其衰变产物——正负电子对的不变质量谱来重建, 而在 LHC 上的

实验,  $J/\psi$  主要由其衰变产物  $\mu^+\mu^-$  来重建.  $J/\psi$  衍射产生中的  $\cos 2\phi$  不对称性产生机制类似图 8(a) 所示: 线性极化的光子产生一个色偶极矩, 与另一个核子通过非极化 CGC 胶子发生散射, 形成矢量介子  $J/\psi$ , 进一步衰变为  $e^+e^-/\mu^+\mu^-$ . 光子的极化状态传递给  $J/\psi$ , 反映在衰变产物的方位角各向异性上.

数值计算时, 为了检验理论的正确性, 首先计算了 RHIC 和 LHC 上 UPC 相干产生  $J/\psi$  的极化平均的截面, 并把结果与实验测量相对比 [100–102], 这里是未标记的 UPC 情形, 即不用中子标记来判断 UPC 事例, 而是直接对碰撞参数从  $2R$  积分到  $\infty$ . 计算结果如图 14 所示, 我们的计算从曲线形

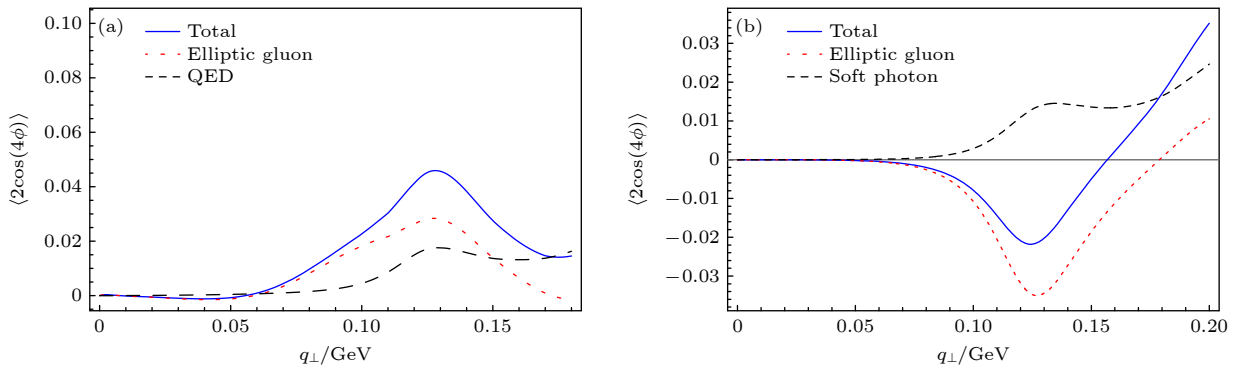


图 13 (a) RHIC Au-Au 200 GeV 上  $\pi^+\pi^-$  光致产生过程的  $\cos 4\phi$  不对称性随  $q_{\perp}$  变化的曲线, 其中  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  介子快度  $y_1, y_2$  的积分区间为  $[-1, 1]$ , 它们的不变质量  $Q$  的积分区间为  $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$ ; (b) EIC 上质心能量 100 GeV 的电子-原子核对撞产生  $\pi^+\pi^-$  过程的  $\cos 4\phi$  不对称性随  $q_{\perp}$  变化的曲线,  $y_1, y_2$  的积分区间为  $[2, 3]$ ,  $Q$  的积分区间为  $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$ . 图中蓝色的实线为总的结果, 黑色的虚线来自末态软光子辐射的贡献, 红色的点线为椭圆胶子 Wigner 分布的贡献. 图片取自文献 [58]

Fig. 13. (a)  $\cos 4\phi$  asymmetry as a function of  $q_{\perp}$  for the  $\pi^+\pi^-$  photoproduction process for RHIC Au-Au collision at 200 GeV, where the integration range of the rapidity  $y_1, y_2$  of  $\pi^+$  and  $\pi^-$  mesons is  $[-1, 1]$ , and the integration range of the invariant mass  $Q$  is  $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$ ; (b)  $\cos 4\phi$  asymmetry as a function of  $q_{\perp}$  for the  $\pi^+\pi^-$  process in electron-nucleus collisions at a center-of-mass energy of 100 GeV at EIC, where  $y_1, y_2$  is integrated over  $[2, 3]$ , and  $Q$  is integrated over  $[0.6\text{GeV}, 1\text{GeV}]$ . The blue solid line in the figure represents the total result, the black dashed line is from the contribution of final state radiation, and the red dotted line is from the contribution of the elliptic gluon Wigner distribution. The figures are taken from Ref. [58].

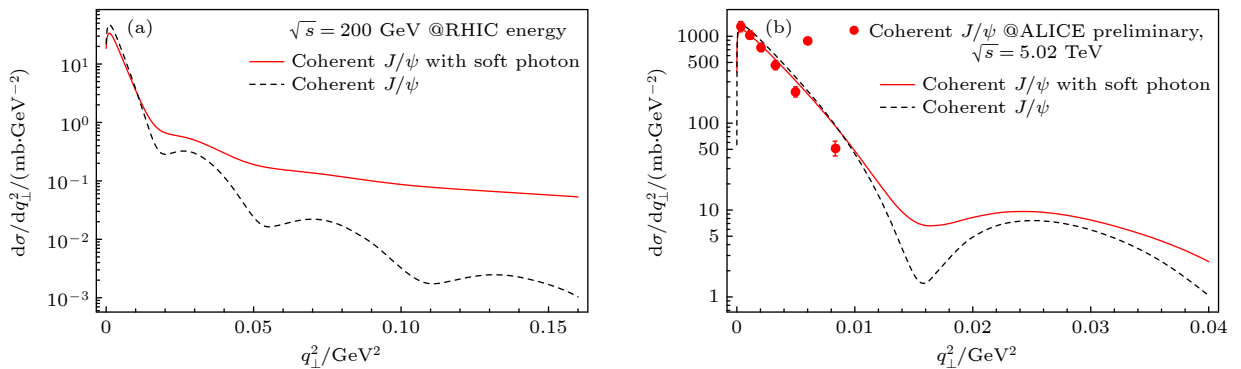


图 14 RHIC 和 LHC 能区 UPC 相干产生  $J/\psi$  过程的非极化截面随  $t$  变化的曲线 (a) RHIC 能区,  $J/\psi$  的快度积分区间为  $[-1, 1]$ ; (b) LHC 能区;  $J/\psi$  的快度积分区间为  $[-0.8, 0.8]$ ; 图片取自文献 [59]

Fig. 14. Azimuthal averaged cross section of coherent  $J/\psi$  production as a function of  $t$  in unrestricted UPCs at RHIC and LHC energies: (a) For RHIC kinematics, the rapidity of the  $J/\psi$  is integrated over the range  $[-1, 1]$ ; (b) for LHC kinematics, the rapidity is integrated over  $[-0.8, 0.8]$ . The figures are taken from Ref. [59].

状和低 $q_{\perp}$ 区的数值上都非常好地描述了实验数据. 在大 $q_{\perp}$ 区域, 末态软光子辐射产生的微扰尾巴远大于原先由核结构所决定的分布. 为了与实验数据对比, 图 15 还给出了 LHC 上  $J/\psi$  衍射产生的非极化 UPC 产生截面随快度变化的曲线, 结果再次表明, 为了描述实验数据, 双缝干涉效应必不可少. 另外, 考虑软光子辐射的贡献后, 计算结果与实验数据符合得更好.

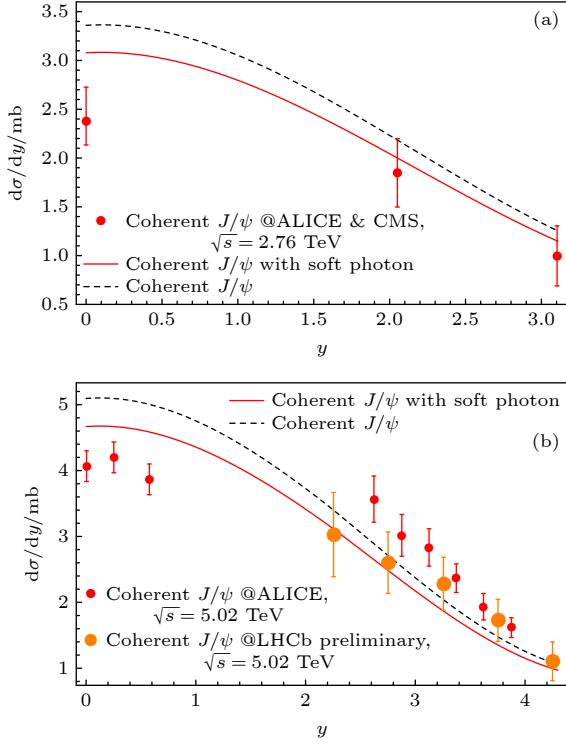


图 15 LHC 能区 UPC 相干产生  $J/\psi$  过程的非极化截面随快度变化的曲线, 其中  $J/\psi$  的横动量在  $[0, 0.2]$  GeV 区间积分. (a) ALICE&CMS  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV; (b) ALICE&LHCb  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV. 图片取自文章 [59]

Fig. 15. Azimuthal averaged cross section of coherent  $J/\psi$  production in unrestricted UPCs at LHC energy. The transverse momentum of the  $J/\psi$  is integrated over the range  $[0, 0.2]$  GeV. (a) ALICE&CMS  $\sqrt{s} = 2.76$  TeV; (b) ALICE&LHCb  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV. The figures are taken from Ref.[59].

RHIC, LHC 以及 EIC 上  $J/\psi$  相干产生过程的  $\cos 2\phi$  方位角不对称性结果如图 16 所示. 在低横动量区, 不对称性的主要来源是相干光子的线性极化和双缝干涉效应, 因此 RHIC 和 LHC 上都能预见低 $q_{\perp}$ 区的峰, 而 EIC 上由于缺少了双缝干涉效应, 不存在低横动量区的峰. LHC 运动学区间的峰值在极低横动量处, 要求探测器有很高的能量分

辨率, 因此实验上探测这个峰有一定的困难. 在相对高的横动量区间, 软光子辐射的贡献占据了绝对的优势, 这个峰的探测在 RHIC, LHC 以及 EIC 上

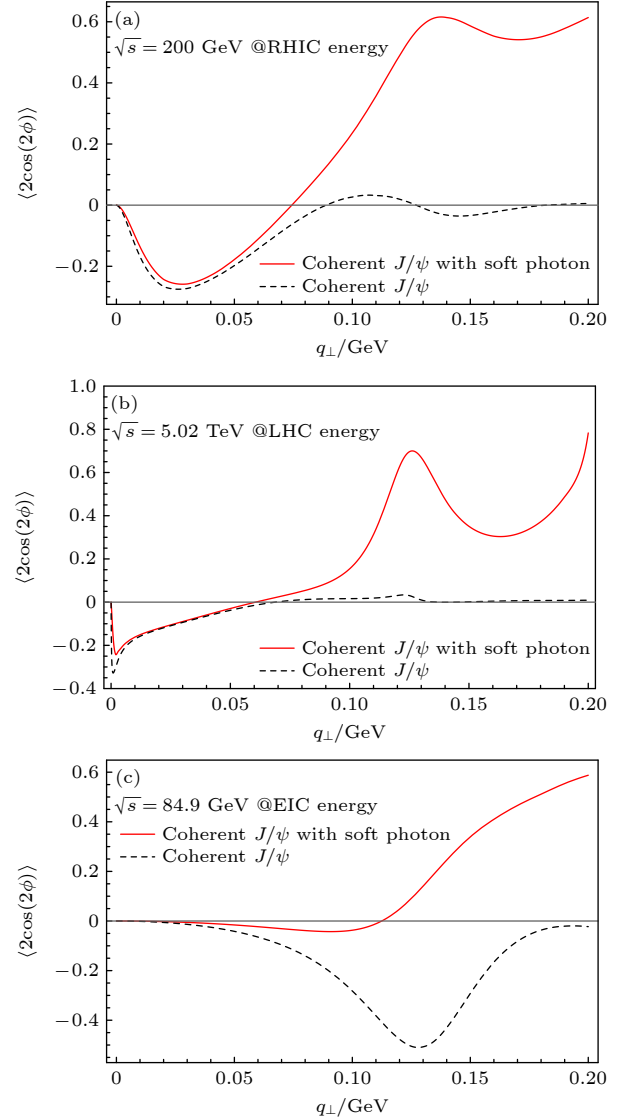


图 16 在 RHIC, LHC 和 EIC 能区  $J/\psi$  相干产生的  $\cos 2\phi$  方位角不对称性 (a) RHIC 能区, 双轻子对的快度积分区间为  $[-1, 1]$ ; (b) LHC 能区, 双轻子对的快度积分区间为  $[-0.8, 0.8]$ ; (c) EIC 能区, 双轻子对的快度积分区间为  $[2, 3]$ (实验室系). 在 RHIC 和 EIC 上,  $J/\psi$  通过  $J/\psi \rightarrow e^+e^-$  衰变模式重建, 在 LHC 上通过  $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$  重建. 图片取自文献 [59]

Fig. 16.  $\cos 2\phi$  azimuthal asymmetry in coherent  $J/\psi$  production at RHIC, LHC and EIC energies: (a) At RHIC kinematics, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range  $[-1, 1]$ ; (b) at LHC kinematics, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range  $[-0.8, 0.8]$ ; (c) at EIC kinematica region, the rapidity of the di-lepton pair is integrated over the range  $[2, 3]$  in the Lab frame. The  $J/\psi$  is reconstructed via the decay mode  $J/\psi \rightarrow e^+e^-$  at RHIC and EIC, and  $J/\psi \rightarrow \mu^+\mu^-$  at LHC, respectively. The figures are taken from Ref. [59].

都是可能的. 另外, 与图 11 相比可以发现,  $J/\psi$  产生过程的  $\cos 2\phi$  不对称性与  $\rho^0$  产生相比翻转了符号, 这是因为  $J/\psi$  的衰变产物轻子是自旋 1/2 粒子, 而  $\rho^0$  的衰变产物是标量粒子.

综上所述, 本文研究了 RHIC, LHC 和 EIC 能区光-核反应衍射产生矢量介子过程, 计算所得的非极化产生截面与 RHIC 和 LHC 实验上的测量结果符合得很好, 证明了我们关于原子核-原子核碰撞反应时的双缝干涉效应的处理是非常关键的. 不管在 RHIC 和 LHC 上, 还是在未来的电子-重离子对撞机 EIC 上, 理论计算都给出了明显的矢量介子产生的方位角不对称性, 并且在 EIC 上的不对称行为由于双缝干涉效应的缺失而与原子核-原子核碰撞机上明显不同, 在未来的 EIC 上检验这一点无疑是非常有趣的. RHIC 上  $\rho^0$  产生过程的  $\cos 2\phi$  方位角不对称性计算结果与实验符合得很好,  $\cos 4\phi$  不对称性的理论来源除了末态软光子辐射, 还必须考虑椭圆胶子 Wigner 分布才能更好地解释实验数据, 这很可能预示着椭圆胶子分布存在的实验证据. 由于这些自旋依赖的可观测量对于原子核的结构很敏感, 因此它们为原子核的多维成像研究开辟了一条全新理论与实验路径.

## 5 结 论

本文对近期重离子超边缘碰撞中的光致反应过程相关研究做了简要综述. 相对论性重离子所激发的超强电磁场可以等效视为一束相干光子束流. 相干光子的数密度正比于重离子的核电数平方  $Z^2$ . 由于其极高的光子束流亮度, 重离子超边缘碰撞是研究光-光反应过程与光-核反应过程的理想场所. 对于光-光对撞中轻子对产生过程, 最近的理论研究聚焦于理解实验中观测到的轻子对的总横动量展宽效应, 即偏心碰撞中测到的轻子对总横动量要显著大于超边缘碰撞中测到的轻子对总横动量. 这一意外发现促使人们进行了大量理论方面的探索. 本文详述了如何通过建立一个碰撞参数与横动量联合依赖的截面公式, 使得理论计算基本成功地描述了实验数据. 目前领域内达成的共识是: 横动量展宽主要来源于初态电磁场空间分布位形的不同所导致, 媒介效应则扮演了一个相对次要的角色.

本文也综述了重离子超边缘碰撞研究领域近期的另外一项进展, 即相干光子线性极化的发现.

最近的理论分析表明, 相对性重离子所激发的相干光子百分百极化, 且光子的极化矢量平行于其横动量方向. 线性相干光子可以导致超边缘碰撞中轻子对产生截面的  $\cos 4\phi$  方位角调制行为. 这一理论预言很快被 STAR 的测量所验证. 随着相干光子的线性极化这一特征得到证实, 理论研究逐渐聚焦于如何利用线偏振光子束流去研究 QCD 唯象学. 例如, STAR 合作组发现在重离子超边缘碰撞中的光致矢量介子衍射产生过程中存在一个明显的  $\cos 2\phi$  方位角调制行为. 理论分析表明这一方位角调制行为正是由相干光子的线偏振所诱导的. STAR 实验测量的  $\cos 2\phi$  方位角不对称性的横动量分布展示了独特的衍射模式. 理论计算表明这一独特衍射模式由类双缝干涉效应所导致. 因此极化自由度的引入开辟了一条研究高能散射中双缝反射效应的新途径. 另一方面, 理论分析表明, 如果同时考虑核靶中的椭圆胶子维格纳函数与相干光子的线偏振效应那么就可以解释 STAR 实验上观测到双  $\pi$  介子对产生过程中的  $\cos 4\phi$  方位角调制行为. 因此观测到的  $\cos 4\phi$  可以视为非平庸胶子维格纳函数存在的首个实验迹象. 初步的探索性研究已经展示了利用线偏振光子研究 QCD 唯象的潜力, 我们期望未来这方面的研究有更多更丰富的进展. 最后特别值得指出的一点是, 在电子-重离子对撞中, 由电子辐射出去的准实光子也是高度线偏振的. 因此, 依托未来的电子-重离子对撞机<sup>[103,104]</sup>, 可以利用线偏振光子束流进一步探索原子核内的强相互作用的物质性质及其三维分布.

## 参考文献

- [1] Skokov V, Illarionov A Y, Toneev V 2009 *Int. J. Mod. Phys. A* **24** 5925
- [2] Bzdak A, Skokov V 2012 *Phys. Lett. B* **710** 171
- [3] Deng W T, Huang X G 2012 *Phys. Rev. C* **85** 044907
- [4] Roy V, Pu S 2015 *Phys. Rev. C* **92** 064902
- [5] Pu S, Roy V, Rezzolla L, Rischke D H 2016 *Phys. Rev. D* **93** 074022
- [6] ATLAS Collaboration 2017 *Nature Phys.* **13** 852
- [7] STAR Collaboration 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 052302
- [8] Zha W M, Brandenburg J D, Tang Z B, Xu Z B 2020 *Phys. Lett. B* **800** 135089
- [9] Breit G, Wheeler J A 1934 *Phys. Rev.* **46** 1087
- [10] Hattori K, Itakura K 2013 *Annals Phys.* **330** 23
- [11] Hattori K, Itakura K 2013 *Annals Phys.* **334** 58
- [12] Hattori K, Taya H, Yoshida S 2021 *JHEP* **01** 093
- [13] Hattori K, Itakura K 2022 *Annals Phys.* **446** 169114
- [14] Adler S L 1971 *Annals Phys.* **67** 599
- [15] Jackiw R, Kabat D N, Ortiz M 1992 *Phys. Lett. B* **277** 148

- [16] Bethe H A, Maximon L C 1954 *Phys. Rev.* **93** 768
- [17] Ivanov D, Melnikov K 1998 *Phys. Rev. D* **57** 4025
- [18] Tuchin K 2009 *Phys. Rev. D* **80** 093006
- [19] Baltz A J, McLerran L D 1998 *Phys. Rev. C* **58** 1679
- [20] Baltz A J 2003 *Phys. Rev. C* **68** 034906
- [21] Lee R N, Milstein A I 2000 *Phys. Rev. A* **61** 032103
- [22] Baltz A J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 062302
- [23] Zha W M, Tang Z B 2021 *JHEP* **08** 083
- [24] Knapen S, Lin T Y and Lou H K, Melia T 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 171801
- [25] Xu I, Lewis N, Wang X F, Brandenburg J D, Ruan L J 2022 arXiv: 2211.02132[hep-ex]
- [26] The DELPHI Collaboration 2004 *Eur. Phys. J. C* **35** 159
- [27] ATLAS Collaboration 2022 arXiv: 2204.13478[hep-ex]
- [28] The CMS Collaboration 2019 *Phys. Lett. B* **797** 134826
- [29] Ellis J, Mavromatos N E, You T 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 261802
- [30] STAR Collaboration 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 132301
- [31] ATLAS Collaboration 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 212301
- [32] CMS Collaboration 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 122001
- [33] Klein S R, Nystrand J, Seger J, Gorbunov Y, Butterworth J 2017 *Comput. Phys. Commun.* **212** 258
- [34] Vidovic M, Greiner M, Best C, Soff G 1993 *Phys. Rev. C* **47** 2308
- [35] Hencken K, Trautmann D, Baur G 1995 *Phys. Rev. A* **51** 1874
- [36] Hencken K, Baur G, Trautmann D 2004 *Phys. Rev. C* **69** 054902
- [37] Zha W, Ruan L, Tang Z, Xu Z, Yang S 2018 *Phys. Lett. B* **781** 182
- [38] Brandenburg J D, Li W, Ruan L J, Tang Z B, Xu Z B, Yang S, Zha W M 2020 arXiv: 2006.07365 [hep-ph]
- [39] Brandenburg J D, Zha W M, Xu Z B 2021 *Eur. Phys. J. A* **57** 299
- [40] Li C, Zhou J, Zhou, Y J 2020 *Phys. Rev. D* **101** 034015
- [41] Wang X F, Brandenburg J D, Ruan L J, Shao F L, Xu Z B, Yang C, Zha W M 2022 arXiv: 2207.05595 [nucl-th]
- [42] Wang R J, Pu S, Wang Q 2021 *Phys. Rev. D* **104** 056011
- [43] Wang R J, Lin S, Pu S, Zhang Y F, Wang Q 2022 *Phys. Rev. D* **106** 034025
- [44] Lin S, Wang R J, Wang J F, Xu H J, Pu S, Wang Q 2023 *Phys. Rev. D* **107** 054004
- [45] Klein S, Mueller A H, Xiao B W, Yuan F 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 132301
- [46] Klein S, Mueller A H, Xiao B W, Yuan F 2020 *Phys. Rev. D* **102** 094013
- [47] Li C, Zhou J, Zhou Y J 2019 *Phys. Lett. B* **795** 576
- [48] Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 232301
- [49] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2021 *Phys. Rev. Lett.* **126** 142001
- [50] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F, Zhou J 2021 *Phys. Rev. D* **104** 054037
- [51] Brandenburg J D, Seger J, Xu Z B, Zha W M 2022 arXiv: 2208.14943 [hep-ph]
- [52] Heisenberg W, Euler H 1936 *Z. Phys.* **98** 714
- [53] Zhou J 2022 *EPJ Web Conf.* **259** 13014
- [54] STAR Collaboration 2022 *Phys. Rev. C* **105** 014901
- [55] STAR Collaboration 2023 *Sci. Adv.* **9** 3903
- [56] Xing H X, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2020 *JHEP* **10** 064
- [57] Hagiwara Y, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2021 *Phys. Rev. D* **103** 074013
- [58] Hagiwara Y, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2021 *Phys. Rev. D* **104** 094021
- [59] Brandenburg J D, Xu Z B, Zha W M, Zhang C, Zhou J, Zhou Y J 2022 *Phys. Rev. D* **106** 074008
- [60] Zha W M, Brandenburg J D, Ruan L J, Tang Z B, Xu Z B 2021 *Phys. Rev. D* **103** 033007
- [61] Wu X, Li X B, Tang Z B, Wang P F, Zha W M 2022 *Phys. Rev. Res.* **4** L042048
- [62] Brodsky S J, Frankfurt L, Gunion J F, Mueller A H, Strikman M 1994 *Phys. Rev. D* **50** 3134
- [63] Weizsäcker von C F 1934 *Z. Phys.* **88** 612
- [64] Williams E J 1934 *Phys. Rev.* **45** 729
- [65] Jackson J D 1998 *Classical Electrodynamics* (State of New Jersey: Wiley)
- [66] McLerran L D, Venugopalan R 1994 *Phys. Rev. D* **49** 3352
- [67] Kovchegov Y V 1996 *Phys. Rev. D* **54** 5463
- [68] Aichelburg P C, Sexl R U 1971 *Gen. Rel. Grav.* **2** 303
- [69] Jackson J D 2008 *Am. J. Phys.* **76** 704
- [70] Fermi E 1924 *Z. Phys.* **29** 315
- [71] Belitsky A V, Ji X D, Yuan F 2004 *Phys. Rev. D* **69** 074014
- [72] Mulders P J, Rodrigues J 2001 *Phys. Rev. D* **63** 094021
- [73] Metz A, Zhou J 2011 *Phys. Rev. D* **84** 051503
- [74] Dominguez F, Qiu J W, Xiao B W, Yuan F 2012 *Phys. Rev. D* **85** 045003
- [75] Boer D, Hagiwara Y, Zhou J, Zhou Y J 2022 *Phys. Rev. D* **105** 096017
- [76] Boer D, Mulders P J, Pisano C, Zhou J 2016 *JHEP* **08** 001
- [77] Pisano C, Boer D, Brodsky S J, Buffing M G A, Mulders P J 2013 *JHEP* **10** 024
- [78] Hencken Kai, Trautmann D, Baur G 1994 *Phys. Rev. A* **49** 1584
- [79] Catani S, Grazzini M, Torre A 2014 *Nucl. Phys. B* **890** 518
- [80] Catani S, Grazzini M, Sargsyan H 2017 *JHEP* **06** 017
- [81] Baur G, Hencken K, Trautmann D 1998 *J. Phys. G* **24** 1657
- [82] Mignani R P, Testa V, Caniulef D G, Taverna R, Turolla R, Zane S, Wu K 2017 *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **465** 492
- [83] Sun Z H, Zheng D X, Zhou J, Zhou Y J 2020 *Phys. Lett. B* **808** 135679
- [84] Dilks C 2016 *PoS DIS2016* 212
- [85] PHENIX Collaboration 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 122001
- [86] Lansberg J P, Massacrier L, Szymanowski L, Wagner J 2019 *Phys. Lett. B* **793** 33
- [87] Hatta Y, Rajan A, Yang D L 2019 *Phys. Rev. D* **100** 014032
- [88] ALICE, ATLAS, CMS, LHCb and STAR Collaborations 2021 *Nucl. Phys. A* **1005** 122007
- [89] Ryskin M G 1993 *Z. Phys. C* **57** 89
- [90] Kopeliovich B Z, Nemchik J, Schafer A, Tarasov A V 2002 *Phys. Rev. C* **65** 035201
- [91] Lappi T, Mantysaari H 2011 *Phys. Rev. C* **83** 065202
- [92] Kowalski H, Teaney D 2003 *Phys. Rev. D* **68** 114005
- [93] Kowalski H, Motyka L, Watt G 2006 *Phys. Rev. D* **74** 074016
- [94] Bartels J, Golec-Biernat K J, Peters K 2003 *Acta Phys. Polon. B* **34** 3051
- [95] Hatta Y, Xiao B W, Yuan F 2017 *Phys. Rev. D* **95** 114026
- [96] Ma Y G 2023 *Nucl. Sci. Technol.* **34** 16
- [97] STAR Collaboration 2017 *Phys. Rev. C* **96** 054904
- [98] Golec-Biernat K J, Wusthoff M 1998 *Phys. Rev. D* **59** 014017
- [99] Golec-Biernat K J, Wusthoff M 1999 *Phys. Rev. D* **60** 114023
- [100] STAR Collaboration 2022 *Phys. Rev. Lett.* **128** 122303
- [101] Schmidke W 2021 talk presented in DIS 2021, NY, US
- [102] ALICE Collaboration 2021 *Phys. Lett. B* **817** 136280

- [103] Anderle P D, Bertone V, Cao X, Chang L, Chang N B, Chen G, Chen X R, Chen Z J, Cui Z F, Dai L Y, Deng W T, Ding M H, Feng X, Gong C, Gui L C, Guo F K, Han C D, He J, Hou T J, Huang H X, Huang Y, Kumerički K, Kaptari L P, Li D M, Li H N, Li M X, Li X Q, Liang Y T, Liang Z T, Liu C, Liu C, Liu G M, Liu J, Liu L M, Liu X, Liu T B, Luo X F, Lyu Z, Ma B Q, Ma F, Ma J P, Ma Y G, Mao L J, Mezrag C, Moutarde H, Ping J L, Qin S X, Ren H, Roberts C D, Rojo J, Shen G D, Shi C, Song Q T, Sun H, Sznajder P, Wang E K, Wang F, Wang Q, Wang R, Wang R R, Wang T F, Wang W, Wang X Y, Wang X Y, Wu J J, Wu X G, Xia L, Xia L, Xiao B W, Xiao G Q, Xie J J, Xie Y P, Xing H X, Xu H S, Xu N, Xu S S, Yan W B, Yan W C, Yan X H, Yang J C, Yang Y B, Yang Z, Yao D L, Yin P L, Zhan W L, Zhang J H, Zhang J L, Zhang P M, Zhang Z X, Zhang Z Y, Zhao H W, Zhao G D, Zhao Q, Zhao Y X, Zhao Z G, Zheng L, Zhou J, Zhou X, Zhou X R, Zhou B S, Zhou L P *2021 Front. Phys.* **16** 64701
- [104] Cao X, Chang L, Chang N B, Chen X R, Chen Z J, Cui Z F, Dai L Y, Deng W T, Ding M H, Gong C, Gui L C, Guo F K, Han C D, He J, Huang H X, Huang Y, Kaptari L P, Li D M, Li H N, Li M X, Li X Q, Liang Y T, Liang Z T, Liu G M, Liu J, Liu L M, Liu X, Luo X F, Lv Z, Ma B Q, Ma F, Ma J P, Ma Y G, Mao L J, Mezrag C, Ping J L, Qin S X, Ren H, Roberts C D, Shen G D, Shi C, Song Q T, Sun H, Wang E K, Wang F, Wang Q, Wang R, Wang R R, Wang T F, Wang W, Wang X Y, Wang X Y, Wu J J, Wu X G, Xia L, Xiao B W, Xiao G Q, Xie J J, Xie Y P, Xing H X, Xu H S, Xu N, Xu S H, Yan M S, Yan W B, Yan W C, Yan X H, Yang J C, Yang Y B, Yang Z, Yao D L, Ye Z H, Yin P L, Yuan C P, Zhan W L, Zhang J H, Zhang J L, Zhang P M, Zhang Y F, Chang C H, Zhang Z Y, Zhao H W, Zhao K T, Zhao Q, Zhao Y X, Zhao Z G, Zheng L, Zhou J, Zhou X, Zhou X R, Zou B S, Zou L P *2020 Nucl. Sci. Tech.* **43** 20001 (in Chinese) [曹须, 常雷, 畅宁波, 陈旭荣, 陈卓俊, 崔著钊, 戴凌云, 邓维天, 丁明慧, 龚畅, 桂龙成, 郭奉坤, 韩成栋, 何军, 黄虹霞, 黄银, Kaptari L P, 李德民, 李衡讷, 李民祥, 李学潜, 梁羽铁, 梁作堂, 刘国明, 刘杰, 刘柳明, 刘翔, 罗晓峰, 吕准, 马伯强, 马伏, 马建平, 马余刚, 冒立军, Mezrag C, 平加伦, 秦思学, 任航, Roberts C D, 申国栋, 史潮, 宋勤涛, 孙昊, 王恩科, 王凡, 王倩, 王荣, 王睿儒, 王涛峰, 王伟, 王晓玉, 王晓云, 吴佳俊, 吴兴刚, 肖博文, 肖国青, 谢聚军, 谢亚平, 邢宏喜, 徐瑚珊, 许怒, 徐书生, 鄢文标, 闫文成, 闫新虎, 杨建成, 杨一玻, 杨智, 姚德良, 尹佩林, 詹文龙, 张建辉, 张金龙, 张鹏鸣, 张肇西, 张振宇, 赵红卫, 赵光达, 赵强, 赵宇翔, 赵政国, 郑亮, 周剑, 周详, 周小蓉, 邹冰松, 邹丽平 *2020 核技术* **43** 20001]

SPECIAL TOPIC—Spin and chiral effects in high energy heavy ion collisions

# Coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions\*

Pu Shi<sup>1)†</sup> Xiao Bo-Wen<sup>2)‡</sup> Zhou Jian<sup>3)††</sup> Zhou Ya-Jin<sup>3)‡‡</sup>1) (*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)2) (*School of Science and Engineering, The Chinese University of Hong Kong, Shenzhen 518172, China*)3) (*Key Laboratory of Particle Physics and Particle Irradiation, Ministry of Education, Institute of Frontier and Interdisciplinary Science, Shandong University, Qingdao 266237, China*)

( Received 15 January 2023; revised manuscript received 5 February 2023 )

## Abstract

We review the recent progress in the studies of coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions. The strong electromagnetic field created by a fast moving charged heavy ion can be effectively viewed as a flux of quasi-real coherent photons. In this paper, we mainly discuss two different type processes that coherent photons take part in: lepton pair production via photon fusion and diffractive vector meson production in UPCs. We focus on investigating the impact parameter dependent effect and the final state soft radiation effect. On the other hand, a series of recent work have revealed that coherent photons are highly linearly polarized with its polarization vector being parallel to its transverse momentum. It has been shown that the linearly polarized photons can lead to  $\cos 4\phi$  azimuthal asymmetries in di-lepton production. This theoretical predication soon has been confirmed by the STAR measurement. With this new development from both theory and experiment sides, the linearly polarized photons provide a new experimental avenue to explore novel QCD phenomenology. For example, the linearly polarized photons can give rise to various different azimuthal asymmetries in diffractive vector meson production. These observables provide us unique chance to study two source interference effect in high energy scatterings, Coulomb-Nuclear interference effect as well as extracting gluon Wigner distribution. We will discuss these novel phenomenology studies and the possible future developments.

**Keywords:** relativistic heavy ion collisions, equivalent photon approximation, polarization effect, diffractive vector meson production

**PACS:** 25.75.-q, 25.20.-x, 21.10.Hw

**DOI:** 10.7498/aps.72.20230074

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12175118, 12075235, 12135011) and the Natural Science Foundation of Shandong Province, China (Grant No. ZR2020MA098).

† Corresponding author. E-mail: [shipu@ustc.edu.cn](mailto:shipu@ustc.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [xiaobowen@cuhk.edu.cn](mailto:xiaobowen@cuhk.edu.cn)

†† Corresponding author. E-mail: [jzhou@sdu.edu.cn](mailto:jzhou@sdu.edu.cn)

‡‡ Corresponding author. E-mail: [zhouyj@sdu.edu.cn](mailto:zhouyj@sdu.edu.cn)

## 高能重离子超边缘碰撞中极化光致反应

浦实 肖博文 周剑 周雅瑾

### Coherent photons induced high energy reactions in ultraperipheral heavy ion collisions

Pu Shi Xiao Bo-Wen Zhou Jian Zhou Ya-Jin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 072503 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230074

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230074>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 空间重离子入射磷化铟的位移损伤模拟

Simulation of displacement damage in indium phosphide induced by space heavy ions

物理学报. 2021, 70(17): 172401 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210303>

#### 基于重离子试验数据预测纳米加固静态随机存储器质子单粒子效应敏感性

Prediction of proton single event upset sensitivity based on heavy ion test data in nanometer hardened static random access memory

物理学报. 2020, 69(1): 018501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190878>

#### 0.7BiFeO<sub>3</sub>-0.3BaTiO<sub>3</sub>陶瓷中极化翻转产生的巨电卡效应增加及Mn<sup>4+</sup>离子掺杂对其介电、铁电性能的影响

Giant electrocaloric effect enhancement due to the polarization flip and influence of Mn<sup>4+</sup> doping on the dielectric, ferroelectric properties in 0.7BiFeO<sub>3</sub>-0.3BaTiO<sub>3</sub> ceramics

物理学报. 2022, 71(14): 147701 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220280>

#### 高密度等离子体喷流高速对撞的二维辐射流体模拟研究

Two-dimensional radiation hydrodynamic simulations of high-speed head-on collisions between high-density plasma jets

物理学报. 2022, 71(22): 225202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220948>

#### 夸克介子模型的相图和表面张力

Phase structure and surface tension in quark meson model

物理学报. 2019, 68(18): 181101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798>

#### 纯红荧烯器件中极化子对的系间窜越与高能三重态激子的反向系间窜越过程“消失”的原因

Reasons for “disappearance” phenomenon of both intersystem crossing of polaron-pair states and reverse intersystem crossing of high-lying triplet excitons in pure Rubrene-based OLEDs

物理学报. 2022, 71(21): 217201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221060>