

专题: 非线性系统理论及其前沿应用

光晶格作用下里德伯冷原子系统中的 二维空间光孤子*

廖秋雨¹⁾²⁾ 胡恒洁²⁾³⁾ 陈懋薇¹⁾²⁾ 石逸²⁾³⁾ 赵元¹⁾²⁾ 花春波²⁾³⁾
徐四六^{1)2)†} 傅其栋⁴⁾ 叶芳伟⁴⁾ 周勤^{5)‡}

1) (湖北科技学院生物医学工程与医学影像学院, 咸宁 437100)

2) (湖北科技学院, 光电信息与智能制造重点实验室, 咸宁 437100)

3) (湖北科技学院电子信息与工程学院, 咸宁 437100)

4) (上海交通大学物理与天文学院, 上海 200240)

5) (武汉纺织大学数理科学学院, 非线性光科学与技术研究中心, 武汉 430200)

(2023年1月19日收到; 2023年3月16日收到修改稿)

实现高维光孤子是非线性光学研究中一个长期的目标. 本文设计了一个里德伯冷原子与贝塞尔晶格势耦合的系统, 发现了一系列稳定的二维空间光孤子簇, 包括基极孤子、二级孤子、四级孤子和涡旋孤子. 研究表明, 光传播系数、非局域非线性系数、贝塞尔晶格常数可以用来调控光孤子的产生、空间分布及演化; 在系统参数的调控下, 该光孤子簇具备空间稳定性, 能够在一定距离内稳定传播. 本研究为高维空间光孤子的产生和调控提供了一种新的思路.

关键词: 里德伯冷原子, 贝塞尔晶格, 空间光孤子**PACS:** 42.50.Md, 32.80.Ee, 02.40.Xx**DOI:** 10.7498/aps.72.20230096

1 引言

光场在空间传播时不可避免地会发生衍射从而造成畸变, 降低了信息载体的鲁棒性, 严重制约了光场在可集成光学功能器件中的应用. 如何有效地克服衍射效应, 实现光场的空间局域化和稳定性, 获得稳定传播的光孤子是当前非线性光学研究的焦点, 是国际前沿重点研究课题.

光孤子是由衍射和介质非线性的相互作用维持的自捕获波包^[1,2], 在光学领域具有广泛的潜在应用, 如光开关、光学波导、光学放大器等^[3]. 一维

孤子的产生比较容易, 但是如何产生稳定的高维孤子是一个巨大的挑战性, 因为在高维空间系统中, 通常的克尔自聚焦会引起临界和超临界坍塌, 使得这些简单模型中的高维孤子不稳定^[4,5]. 尤其是对于高维涡旋孤子, 由于嵌入涡旋, 其自发分裂导致涡旋孤子更加不稳定^[6,7]. 因此, 得到光场局域和非局域非线性效应, 实现稳定的二维光孤子, 特别是多极孤子和涡旋孤子存在诸多困难. 近年来, 国内外学者在从理论上提出了一系列可能产生高维孤子的方案, 在不同的物理系统中陆续发现了稳定的高维光孤子^[8-23]. 已有的研究表明, 稳定的高维孤子可以由以下物理系统产生: 具有可饱和^[8]和二次

* 国家自然科学基金(批准号: 62275075, 11975172, 12261131495)和上海市杰出学术带头人计划(批准号: 20XD1402000)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xusiliu1968@163.com

‡ 通信作者. E-mail: qinzhou@whu.edu.cn

型的非线性介质^[9,10], 具有竞争^[11,12] 或非局域^[13,14] 非线性的材料, 失谐振两能级系统^[15], 光晶格系统^[16], 非均匀光钎^[17], 以及里德伯电磁感应透明 (Rydberg-EIT) 原子系统^[18–23] 等.

实验上, 人们在三阶—五阶光学非线性介质中已经发现了稳定传播的二维空间孤子^[24], 并且在玻色爱因斯坦凝聚体 (BECs) 中得到了多种形式的准孤子“量子液滴”^[25–27]. 另外, 人们发现在具有饱和自聚焦和三光子吸收的光学材料中, 带有嵌入式涡度的二维孤子仅以瞬态形式存在^[28].

非线性介质中光晶格的选择有很多, 常用的是贝塞尔晶格^[29]. 如何将贝塞尔光晶格引入里德伯冷原子系统, 获得稳定的二维光孤子, 特别是涡旋光孤子^[30,31], 国内外相关的研究较少. 本文研究的目的是在 EIT 条件下^[32,33], 结合贝塞尔晶格势对空间光场的囚禁作用, 在里德伯冷原子气体中产生稳定的二维空间光孤子簇, 包括基极孤子、二级孤子、四级孤子和涡旋孤子. 研究结果发现, 光传播系数、非局域非线性系数、贝塞尔晶格势强度可以调控光孤子的产生和空间分布及演化. 该光孤子簇的稳定性区间通过虚时间演化法和傅里叶配点法确定. 该研究为属于量子非线性光学研究前沿, 其不仅对冷原子系统中量子多体问题的研究和高维光场的稳定传输的研究有重要意义, 也为弱光条件下实

实验室制作新型光学器件和量子器件提供理论依据.

2 模型

本文研究了一个里德伯缀饰三能级梯形原子系统, 如图 1(a) 所示. 每个里德伯原子有三个能级 |1⟩, |2⟩ 和 |3⟩, 其中一束弱的探测光 (频率 ω_p , 半拉比频率 Ω_p) 耦合能级 |1⟩ 和 |2⟩, 一束控制光 (频率 ω_c , 半拉比频率 Ω_c) 耦合能级 |2⟩ 和 |3⟩, Γ_{12} 和 Γ_{23} 分别是能级 |2⟩ → |1⟩ 和 |3⟩ → |2⟩ 的自发辐射率. 能级 |3⟩ = $|60S_{1/2}\rangle$ 是里德伯态, 如图 1(b) 所示. 里德伯原子之间存在长程相互作用力, 可以阻碍阻塞球内其他原子的激发, 且存在阻塞边界, 其阻塞半径 (里德伯半径) 为 R_b . 每个阻塞球内只有一个里德伯原子被激发到里德伯态. 位矢分别是 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 的两个里德伯原子间的相互作用势用 $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') = C_6/|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^6$. 由于里德伯原子处于高激发态, 原子之间存在很强的偶极相互作用, 其主要表现为范德瓦耳斯相互作用, 其中原子相互作用的色散系数 C_6 和主量子数 n^{11} 成正比, 当原子被激发到主量子数很高的态上时, 相互作用对原子体系的影响就变得非常重要^[34].

假设构成光子晶格的是贝塞尔晶格势, 由远失谐电场 $E_{\text{Bessel}} = \mathbf{e}_y p J_n(\omega \sqrt{x^2 + y^2})$ 激发, 其中 n 是

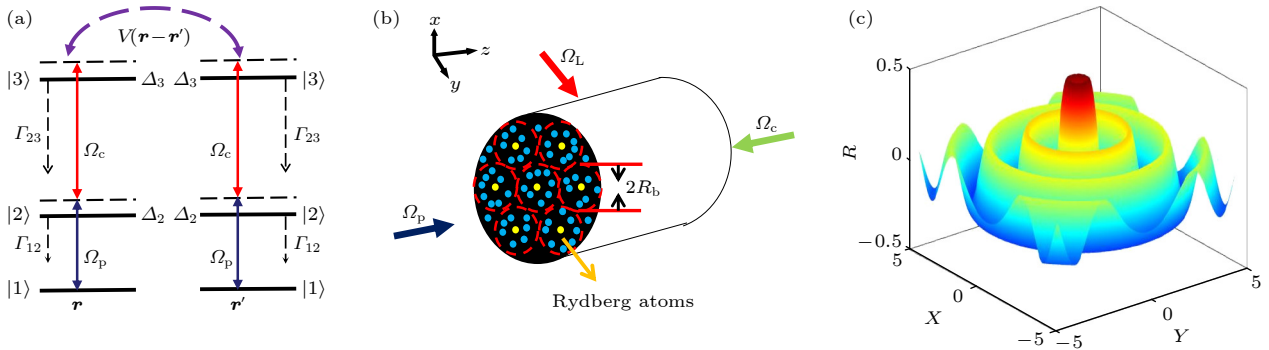


图 1 里德伯原子与贝塞尔晶格相互作用模型 (a) 三能级里德伯原子能级结构. 探测光 (半拉比频率 Ω_p) 耦合能级 |1⟩ 和 |2⟩, 控制光 (半拉比频率 Ω_c) 耦合能级 |2⟩ 和 |3⟩, Δ_2 和 Δ_3 分别是单光子失谐量和双光子失谐量, Γ_{12} 和 Γ_{23} 分别是能级 |2⟩ → |1⟩ 和 |3⟩ → |2⟩ 的自发辐射率, $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ 表示两个位矢分别是 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}' 的里德伯原子之间的长程相互作用势. (b) 里德伯阻塞效应示意图. 里德伯原子之间的长程相互作用阻碍了阻塞球内原子的激发, 其阻塞边界用红色虚线表示, 阻塞半径 (里德伯半径) 为 R_b . 每个阻塞球内只有一个原子 (黄色球) 被激发到里德伯态. (c) 贝塞尔晶格势的空间分布, 本文采用一阶贝塞尔函数

Fig. 1. Model of Rydberg atomic system with Bessel optical lattices. (a) Atomic level structures of three-level Rydberg atoms. One probe field (half-Rabi frequency Ω_p) couples states |1⟩ and |2⟩. One control field (half-Rabi frequency Ω_c) couples states |2⟩ and |3⟩. Δ_2 and Δ_3 are the single-photon and two-photon detunings, respectively. Γ_{12} and Γ_{23} are the spontaneous emission decay rates from |2⟩ → |1⟩ and |3⟩ → |2⟩ respectively. $V(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$ is the interaction potential of two Rydberg atoms. (b) Schematic diagram of Rydberg blockade effect. The long-range interaction between Rydberg atoms blocks the the excitation of atom in the blockade sphere (with radius R_b). Only one atom (yellow) in the blockade sphere can be excited to Rydberg state. (c) Spatial distribution of Bessel lattice potential. The one-order Bessel function is adopted in this work.

贝塞尔函数的阶数, p 和 ϖ 是贝塞尔晶格势的强度系数. 该光场为远失谐 Stark 光子晶格场, 其频率为 ω_L , 半拉比频率 Ω_L . 在 Stark 场作用下, 能态 $|j\rangle$ 上的能量 $E_j = \hbar\omega_j$ 产生一个横向 Stark 位移, 即 $E_j \rightarrow E_j + \Delta E_j$, 其中位移量 $\Delta E_j = -\gamma_j p^2 J_n^2(\varpi\sqrt{x^2+y^2})$, 系数 γ_j 是能级 $|j\rangle$ 的极化率标量.

在电偶极子和旋波近似下, 里德伯冷原子与贝塞尔晶格系统相互作用哈密顿量表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_H(\mathbf{r}, t) = & \sum_{j=1}^3 \hbar \Delta'_j \mathbf{S}_{jj}(\mathbf{r}, t) \\ & - \hbar[\Omega_p \mathbf{S}_{12}(\mathbf{r}, t) + \Omega_c \mathbf{S}_{23}(\mathbf{r}, t) + \text{H.c.}] \\ & + N_a \int d^2\mathbf{r}' \mathbf{S}_{33}(\mathbf{r}', t) \hbar V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \mathbf{S}_{33}(\mathbf{r}, t), \quad (1) \end{aligned}$$

其中, $\mathbf{S}_{jl} = |l\rangle\langle j| \exp i[(k_l - k_j) \cdot \mathbf{r} - (\omega_l - \omega_j + \Delta_l - \Delta_j)t]$ 是跃迁矩阵算符, 描述的是原子在能级 $|l\rangle$ 与 $|j\rangle$ 之间的跃迁概率, $k_{j/l}$ 表示对应能态的波数. $\Delta'_j = \Delta_j + \alpha_j p^2 J_n^2(kr_\perp)/\hbar$ 表示系统的失谐频率, $\Delta_2 = (\omega_2 - \omega_1) - \omega_p$ 是单光子失谐量, $\Delta_3 = \omega_p - \omega_c - (\omega_3 - \omega_1)$ 是双光子失谐量. 探测光和控制光的半拉比频率分别表示为 $\Omega_p = (\mathbf{e}_p \cdot \mathbf{P}_{21}) \varepsilon_p/\hbar$ 和 $\Omega_c = (\mathbf{e}_c \cdot \mathbf{P}_{32}) \varepsilon_c/\hbar$, 其中 P_{jl} 是电偶极矩的矩阵元. N_a 是平均原子密度.

在相互作用绘景中, 系统哈密顿量与密度矩阵满足布洛赫方程 (Bloch equation):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} [\mathbf{H}_H, \rho] - \Gamma[\rho], \quad (2)$$

其中密度矩阵元 ρ_{jl} 可以通过跃迁算符得到 $\rho_{jl} \equiv \langle \mathbf{S}_{jl} \rangle$, Γ 是自发辐射率矩阵, 其矩阵元 Γ_{jl} 表示从 $|l\rangle$ 态到 $|j\rangle$ 态自发辐射跃迁引起的退相干. 在慢波近似下, 探测场的波函数的麦克斯韦方程表示为^[35]

$$\begin{aligned} i \left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \Omega_p + \frac{c}{2\omega_p} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \Omega_p \\ + \frac{\omega_p}{2c} \chi_p \Omega_p = 0, \quad (3) \end{aligned}$$

其中, $\chi_p = \chi_p^{(1)} + \chi_p^{(3)} |\Omega_p|^2 + \chi_p^{(5)} |\Omega_p|^4 + \int d^3\mathbf{r}' \chi_{p,2}^{(3)}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) |\Omega_p|^2 + \int d^3\mathbf{r}' \chi_{p,2}^{(5)}(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) |\Omega_p|^4$ 表示探测场的极化率, $\chi^{(1)}$ 为线性极化率, 其相关于贝塞尔晶格势, $\chi_{p,1}^{(3)}$ 和 $\chi_{p,2}^{(3)}$ 为局域和非局域三阶非线性极化率, $\chi_{p,1}^{(5)}$ 和 $\chi_{p,2}^{(5)}$ 为局域和非局域五阶非线性极化率, $\chi_{p,1}^{(3)}$ 和 $\chi_{p,1}^{(5)}$ 依赖于光与原子间的作用, $\chi_{p,2}^{(3)}$ 和 $\chi_{p,2}^{(5)}$ 则依赖于里德伯原子间相互作用. z 是传播方向, c 是真空

中的光速. 在稳态解情况下, 探测光对时间的导数为零, 故第二项 $\partial/\partial t = 0$.

假设探测场足够弱, 则探测场和密度矩阵元可以进行如下的展开: $\Omega_p = \varepsilon \Omega_p^{(1)} + \varepsilon^2 \Omega_p^{(2)} + \varepsilon^3 \Omega_p^{(3)} + \dots$, $\rho_{jl} = \rho_{jl}^{(0)} + \varepsilon \rho_{jl}^{(1)} + \varepsilon^2 \rho_{jl}^{(2)} + \dots$, 其中 ε 是小量. 将它们代入 (2) 式和 (3) 式中, 密度矩阵元 $\rho_{jl}^{(m)}$ 可以通过比较同阶 ε^m 的系数得到, 具体过程如下.

一阶近似条件下, 密度矩阵元的表达式是 $\rho_{21}^{(1)} = (\omega + d_{31}) \Omega_p^{(1)}/D$, $\rho_{31}^{(1)} = -\Omega_c \Omega_p^{(1)}/D$, 其中 $D = |\Omega_c|^2 - (\omega + d_{21})(\omega + d_{31})$, 其他密度矩阵元 $\rho_{\alpha\beta}^{(1)}$ 的值为零. 探测场的一阶近似结果是 $\Omega_p^{(1)} = F \exp[i(Kz_0 - \omega t_0)]$, 其中线性色散率 $K(\omega) = \omega/c + \kappa_{12}(\omega + d_{31})/D$, F 探测场波函数的包络函数, 需要通过二阶近似进一步求解.

二阶近似下, 包络函数 F 满足条件 $i(\partial F/\partial z_1 + \partial F/\partial t_1 V_g) = 0$, 其中 $V_g = (\partial K/\partial \omega)^{-1}$ 是包络函数的群速度. 二阶密度矩阵元 $\rho_{\alpha\beta}^{(2)}$ 的具体表达式为 $\rho_{\alpha 1}^{(2)} = a_{\alpha 1}^{(2)} \partial F/\partial t_1 \exp(i\theta)$, $\rho_{32}^{(2)} = a_{32}^{(2)} |F|^2 \exp(-2\bar{\alpha}z_2)$, 以及 $\rho_{\beta\beta}^{(2)} = a_{\beta\beta}^{(2)} |F|^2 \exp(-2\bar{\alpha}z_2)$, 其中在推导过程中出现的参量如下:

$$\begin{aligned} a_{21}^{(2)} &= \frac{i}{\kappa_{13}} \left(\frac{1}{V_g} - \frac{1}{c} \right), \\ a_{31}^{(2)} &= -i \frac{\omega + d_{31}}{\Omega_c^* D} - \frac{(\omega + d_{21})}{\Omega_c^*} a_{21}^{(2)}, \\ a_{33}^{(2)} &= \frac{(M_2 - i\Gamma_{12} a_{11}^{(2)})}{i\Gamma_{12}}, \\ a_{11}^{(2)} &= \frac{[i\Gamma_{23} - 2|\Omega_c|^2 M_1] M_2 - i\Gamma_{12} |\Omega_c|^2 M_3}{-\Gamma_{12} \Gamma_{23} - i\Gamma_{12} |\Omega_c|^2 M_1}, \\ a_{32}^{(2)} &= \frac{1}{d_{32}} \left(-\frac{\Omega_c}{D} + 2\Omega_c a_{33}^{(2)} + \Omega_c a_{11}^{(2)} \right), \\ \theta &= Kz_0 - \omega t_0, \quad \bar{\alpha} = \varepsilon^{-2} \text{Im}(K), \\ M_1 &= 1/d_{32} - 1/d_{32}^*, \\ M_2 &= (\omega + d_{31}^*)/D^* - (\omega + d_{31})/D, \\ M_3 &= 1/(D^* d_{32}^*) - 1/(D d_{32}). \quad (4) \end{aligned}$$

结合 (2) 式和 (3) 式得到麦克斯韦-布洛赫方程组, 随后利用微扰展开法推导到三阶近似可获得描述系统的非线性薛定谔方程 (NLSE). 最后采用无量纲化变换, 可以得到如下的探测光场的 NLSE 的无量纲表达形式^[35]:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial \psi}{\partial s} + \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} \right) - V_B \psi + |\psi|^2 \psi \\ + \alpha \int d^2\mathbf{r}'_\perp W_2(\mathbf{r}'_\perp - \mathbf{r}_\perp) |\psi|^2 \psi = 0, \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $\psi = F \exp(-\alpha_0 z) = \Omega_p \Omega_{p0}$ 是无量纲化探测光波函数; Ω_{p0} 是典型的拉比频率. 坐标的无量纲化变换为 $s = z/(2L_{\text{diff}})$, $(\xi, \eta) = (x, y)/R_0$, $\mathbf{r}_\perp = (x, y)$, 其中 $L_{\text{diff}} = 2\omega_p R_0^2/c$ 是衍射长度, R_0 是探测光的照射半径. $\alpha = 2N_a R_0^2 |\Omega_{p0}|^2 L_{\text{diff}}/D(w)$ 是非局域非线性系数, $W_2(\mathbf{r}_\perp - \mathbf{r}'_\perp) = \kappa_{12} \Omega_c^* \int_{-\infty}^{+\infty} a_{33,31}^{(3)} V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) dz'$ 是里德伯相互作用势. $V_B = L_{\text{diff}} p^2 J_n^2(\varpi \sqrt{\eta^2 + \xi^2})$ 是贝塞尔晶格势, 本文中贝塞尔阶数取 $n = 1$, 强度系数取 $\varpi = 2$, p 是可调节量.

3 结果和讨论

对于方程 (4), 采用虚时间演化和傅里叶配点数值模拟的方法进行求解. 探测光波函数的稳态解可以表示为 $\psi = qe^{ib s}$, 其中 q 是波函数的幅值, b 是传播系数, s 是传播距离. 研究发现, 里德伯原子与贝塞尔晶格相互作用系统中存在稳定的光孤子簇, 包括基极孤子、二极孤子、四极孤子和涡旋孤子, 其中基极孤子、二极孤子和四极孤子的形态不具有涡旋性质, 统称非涡旋孤子. 这些光孤子在系统参

数的调制下, 具有不同的响应曲线和稳定区间, 其稳定性通过 anti-Vakhitov-Kolokolov (anti-VK) 判据进行验证 [36], 并运用傅里叶配点法求解本征值问题, 本征值实部 $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ 时光孤子是稳定的, 进一步得到光孤子稳定存在区间 [6,37].

3.1 非涡旋光孤子

图 2 描述的是基极孤子形态及其调制过程中的响应曲线. 图 2 中用实线表示稳定的数值解, 用虚线表示不稳定的解. 基极孤子在形态上的表现如图 2(a) 所示, 其光强在空间中的分布是一个单峰模式, 能量集中分布在一个点. 基极孤子的光强 $U = \int |\psi|^2 d\mathbf{r}$ 与传播系数 b 的关系见图 2(b). 由图可知, U - b 曲线实线部分的斜率为正, 满足 anti-VK 判据, 即 $dU/db > 0$ 是自散焦非线性系统中光孤子稳定的必要非充分条件 [36]. 该图中调制传播系数 b 能够获得稳定基极孤子的区间是 $0.6 < b < 5$. 该稳定性区间在稳定性分析中得到确认, 即微扰条件下, 只有波函数本征值的实部小于等于零的情况下, $\text{Re}(\lambda) \leq 0$, 光孤子才能保持稳定, 如图 2(c) 所

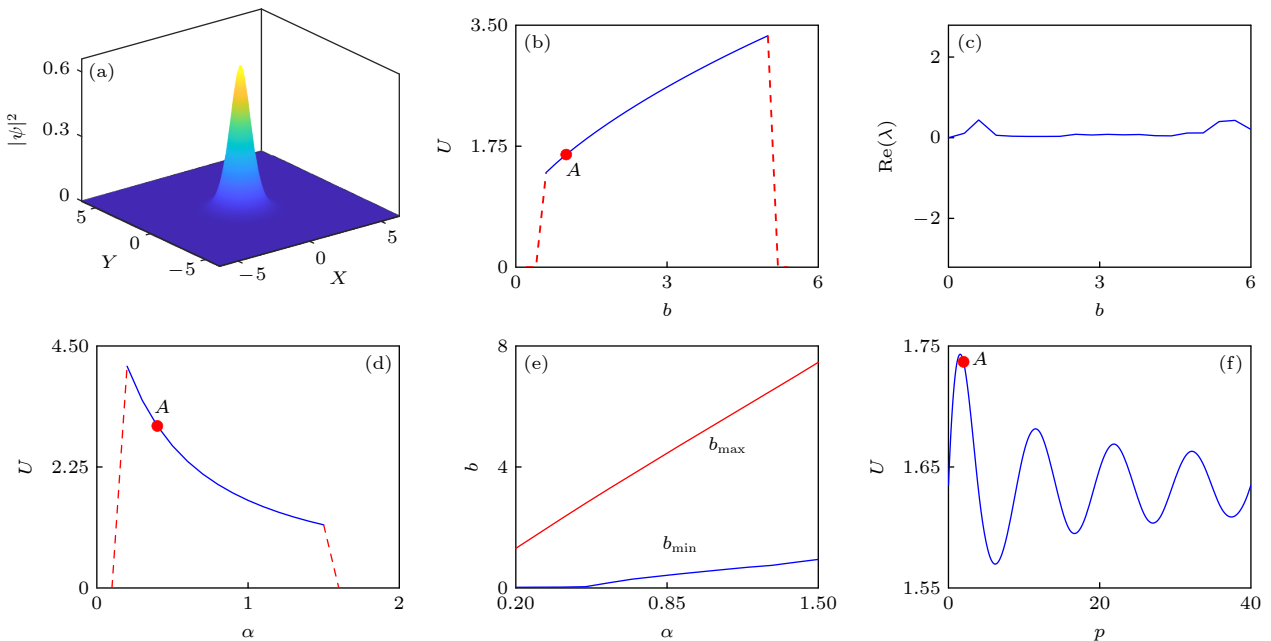


图 2 基极孤子调制及稳定性分析 (a) 孤子的空间强度分布; (b) 光强随传播系数的变化; (c) 本征值实部及稳定性; (d) 光强随非局域非线性系数的变化; (e) 非局域非线性系数调制下传播系数稳定性区间; (f) 光强随贝塞尔晶格强度的变化. 图中实线表示光孤子稳定存在, 虚线表示光孤子形态不稳定, 点 A 对应图 (a) 基极孤子的参数取值, 即 $b = 1, \alpha = 1, p = 4$

Fig. 2. Modulation of fundamental solitons and their stability: (a) Intensity distribution of fundamental solitons; (b) light intensity of probe field with respect to transport coefficient b ; (c) stability analysis of fundamental solitons; (d) light intensity vs. nonlocal nonlinear coefficient α ; (e) stable zone with respect to b and α ; (f) light intensity as a function of Bessel lattice strength p . The solid and dash lines represent the stable and unstable state, respectively. Point A is the state of profile panel (a) with system parameters: $b = 1, \alpha = 1, p = 4$.

示. 克尔介质中非线性的主要来源是非局域非线性项, 其系数为 α . 研究发现, α 可以很好地用来调制基极孤子的产生和强度. 如图 2(d) 所示, 在稳定区间内, 光孤子的强度随着 α 的增加而单调降低, 其幅值变化非常显著. 通过传播系数 b 和非局域非线性系数 α 共同调制光孤子, 可以得到稳定光孤子区域, 该区域由 $0.2 < \alpha < 1.5$, b_{\min} 和 b_{\max} 所围区间构成, 如图 2(e) 所示. 图 2(f) 显示了基极孤子的强度随着贝塞尔晶格势强度 p 的变化. 研究发现随着调制贝塞尔晶格势强度 p , 基极孤子的强度呈现周期性的变化, 其变化周期为 $T_p = 8.9$, 起因在于贝塞尔晶格势的准周期性. 随着 p 的增加, 基极孤子强度周期性振动的幅值逐渐减小, 但是 p 的改变并不会影响到基极孤子的稳定性.

二极孤子和四极光孤子的形态和调制分别在图 3 和图 4 中展示. 与基极孤子类似, 二极孤子和四极光孤子同样表现为非涡旋孤子, 光强主要集中在两个以及四个中心, 如图 3(a) 和图 4(a) 所示. 图 3(b) 显示 $U \sim b$ 关系曲线中实线部分的斜率呈现两种分布, 由 anti-VK 判据得到: 光孤子稳定区

间 $0.4 < b < 7.2$ ($dU/db > 0$), 不稳定区间 $7.2 < b < 11$ ($dU/db < 0$). 需要说明的是, 这里的虚线表示相应的参数下, 光强的数值模拟结果在精度允许范围内不能收敛; 实线表示相应参数下可以得到稳定的数值解, 但是该状态下光孤子的稳定性仍然需要通过 anti-VK 判据以及 $\text{Re}(\lambda)$ 进行评价. 图 3(b) 显示的结果表明, 孤子的稳定性存在一个截止的传播系数 b_{co} , 只有当传播系数小于 b_{co} 时, 光孤子才有可能稳定. 对二极孤子而言, $b_{\text{co}} = 7.2$. 如图 4(b), 在四极孤子中同样存在这个现象, 其截止传播系数 $b_{\text{co}} = 7.3$. 光孤子稳定性需要进一步通过稳定性分析 ($\text{Re}(\lambda) \leq 0$) 进行评价, 见图 3(c) 和图 4(c). 在这两个子图中, 二极孤子波函数本征值 $\text{Re}(\lambda) \leq 0$ 的取值区间是 $0.4 < b < 7.2$, 四极孤子则是 $0.8 < b < 7.3$, 其结果与 anti-VK 判据的结果一致.

二极和四极光孤子的光强对非局域非线性系数 α 的响应曲线与基极孤子类似, 均是随着 α 单调降低, 如图 3(d) 和图 4(d). 受制于传播系数的影响, α 的稳定性区间取值不尽相同; 为此, 本文在图 3(e) 和图 4(e) 中分别给出了传播系数和非局域

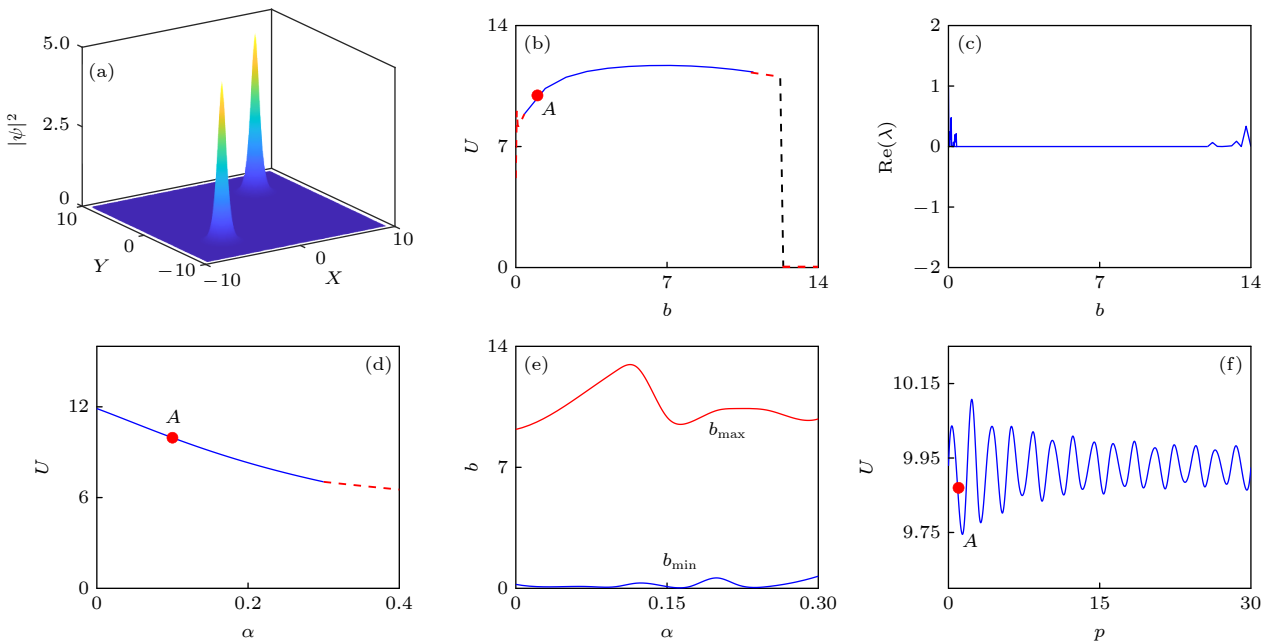


图 3 二极孤子调制及其稳定性 (a) 孤子的空间强度分布; (b) 光强随传播系数的变化; (c) 本征值实部与传播系数的关系; (d) 光强随非局域非线性系数的变化; (e) 非局域非线性系数调制下传播系数稳定性区间; (f) 光强随贝塞尔晶格强度的变化. 图中点 A 表示图 (a) 二极孤子的参数取值, 即 $b = 1$, $\alpha = 0.1$, $p = 1$

Fig. 3. Modulation of two-pole solitons and their stability: (a) Profile of two-pole solitons; (b) light intensity of probe field with respect to transport coefficient b ; (d) nonlocal nonlinear coefficient α ; (f) Bessel lattice strength p ; (c) stability analysis of fundamental solitons; (e) stable zone with respect to b and α . The solid and dash lines represent the stable and unstable state, respectively. Point A is the state of profile panel (a) with system parameters: $b = 1$, $\alpha = 0.1$, $p = 1$.

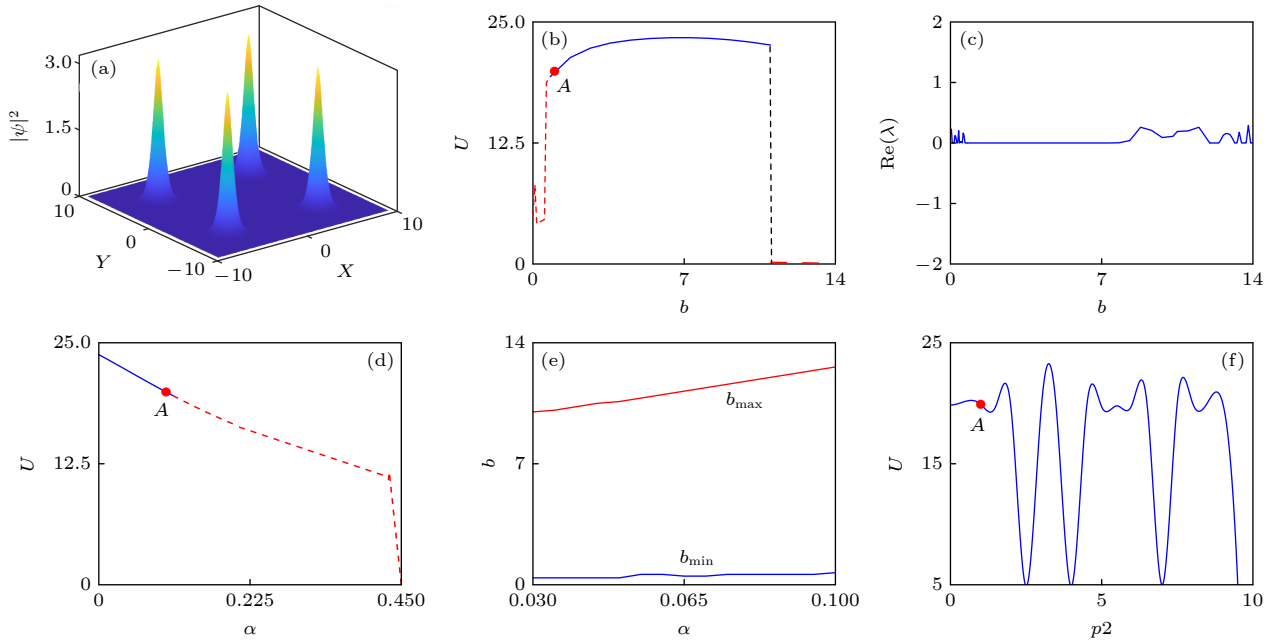


图 4 四极孤子调制及其稳定性 (a) 孤子的空间强度分布; (b) 光强随传播系数的变化; (c) 本征值实部随传播系数的变化关系; (d) 光强随非局域非线性系数的变化; (e) 非局域非线性系数调制下传播系数稳定性区间; (f) 光强随贝塞尔晶格强度的变化. 图 (d) 中点 A 表示图 (a) 中四极孤子的参数取值, 即 $b = 1, \alpha = 0.1, p = 1$

Fig. 4. Modulation of quadrupole solitons and their stability: (a) Profile of quadrupole solitons; (b) light intensity of probe field with respect to transport coefficient b ; (c) stability analysis of quadrupole solitons; (d) light intensity vs. nonlocal nonlinear coefficient α ; (e) stable zone with respect to b and α ; (f) light intensity as a function of Bessel lattice strength p . The solid and dash lines represent the stable and unstable state, respectively. Point A in panel (d) is the state of profile panel (a) with system parameters: $b = 1, \alpha = 0.1, p = 1$.

非线性系数共同调制下, 二极孤子和四极孤子的稳定范围. 调制贝塞尔晶格强度时, 光孤子的强度呈现出不规则周期性波动, 在二极光孤子中体现为波动周期显著变小, 波动幅度不规则变化, 如图 3(f) 所示; 在四极光孤子中体现为混频现象, 如图 4(f) 所示. 二极和四极光孤子可以看作是由两个或四个基极孤子相互耦合而成, 多个基极孤子的干涉叠加导致了各个光强中心的强度随贝塞尔晶格强度的分布产生近似周期性变化.

3.2 涡旋光孤子

通过改变系统参数, 在里德伯冷原子与贝塞尔晶格系统中可以观察到涡旋孤子, 如图 5 所示. 涡旋孤子的光强在空间中的分布及其投影分别显示在图 5(a) 和图 5(b) 中. 结果表明, 该涡旋孤子的光强呈现环状分布, 在中心点光强为零. 该孤子的相位分布呈现出绕着中心点梯度改变, 符合涡旋孤子的特征, 如图 5(c) 所示.

图 6 是涡旋孤子的调制, 通过改变系统参数, 如传播系数 b 、非局域非线性系数 α 、贝塞尔晶格

强度 p , 从而得到涡旋孤子的形成及稳定区间. 图 6(a) 给出的是涡旋孤子 $U(b)$ 曲线, 内置图是相应的 $\text{Re}(\lambda)$ 分布情况. 从图 6(a) 中可以看出, 涡旋孤子在实线范围内 $dU/db > 0$, 满足 anti-VK 判据, 该区间的 $\text{Re}(\lambda) = 0$, 同样证实了涡旋孤子在 $0.2 < b < 4.2$ 区间是稳定的. 图 6(b) 是非局域非线性系数 α 调制下涡旋孤子强度的变化曲线, 在稳定区间内, 光强随 α 呈单调下降趋势. 该趋势与其他非涡旋孤子相似. 图 6(c) 给出了 b 与 α 共同调制下的涡旋孤子稳定区间, 我们发现 $\alpha < 0.12$ 时, 涡旋孤子稳定区间 (包括 b_{\max} 和 b_{\min}) 几乎不随 α 变化, 具有很好的鲁棒性. 当 $\alpha > 0.12$ 时, 涡旋孤子的稳定范围显著缩小. 涡旋孤子强度随着贝塞尔晶格强度 p 的变化曲线如图 6(d) 所示. 图中显示涡旋孤子的光强随着 p^2 以周期性降低, 变化周期 ($T_p \approx 4.2$) 小于单极孤子, 且振动幅度逐渐降低.

为了进一步研究里德伯冷原子与贝塞尔晶格相互作用系统中光孤子簇的传播特性, 图 7 展示了光孤子强度的空间分布随传播距离的变化规律, 其中第一到第四行分别表示基极孤子、二极孤子、四极孤子和涡旋孤子. 从图 7 中发现, 在光孤子传播

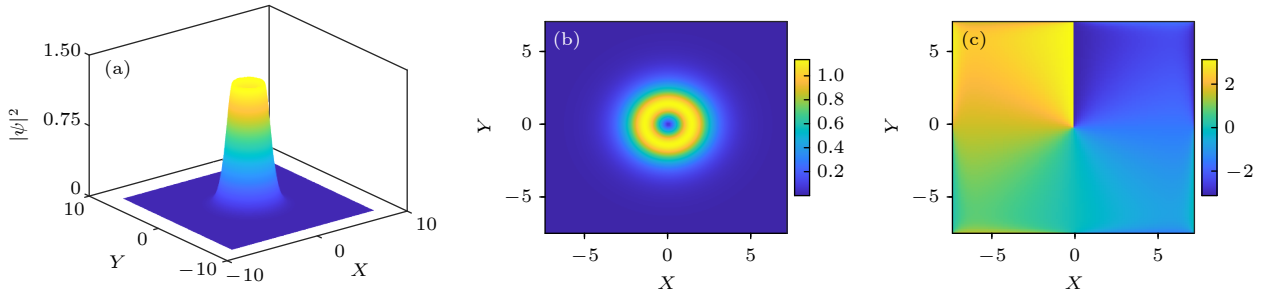


图5 涡旋孤子的形态及相位分布 (a), (b) 涡旋孤子强度的空间分布及平面投影; (c) 涡旋孤子的相位分布. 图中涡旋孤子的参数取值: $b = 0.5, \alpha = 0.1, p = 1$

Fig. 5. Profile of vortex solitons and their phase structure: (a), (b) Intensity distribution of vortices and its projection in (x, y) plane; (c) phase distribution of vortex solitons. The parameters of vortices here are $b = 0.5, \alpha = 0.1, p = 1$.

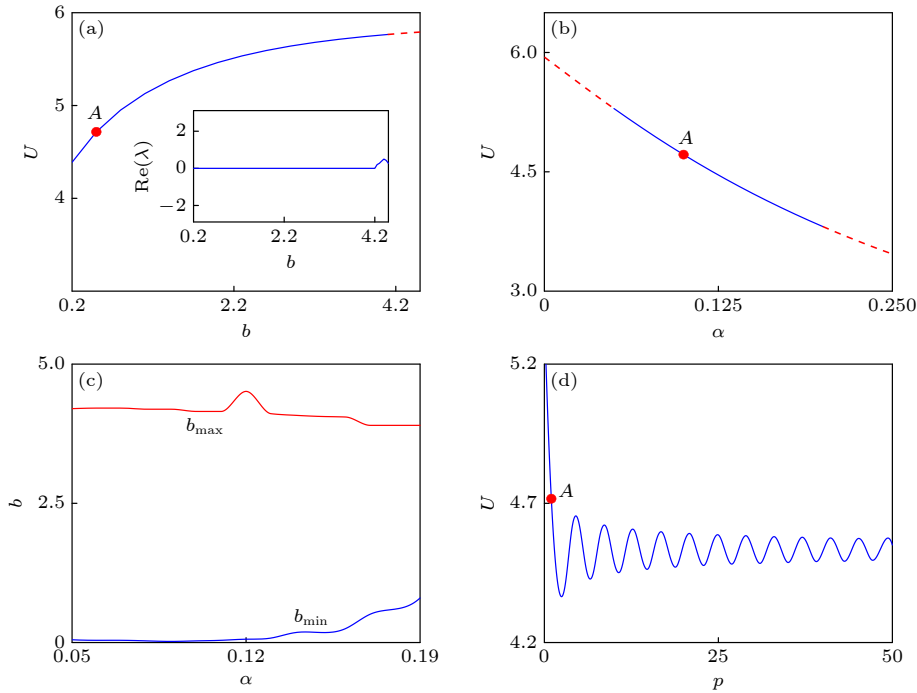


图6 涡旋孤子的调制 (a) 光强随传播系数的变化, 内置图表示本征值实部随传播系数的关系; (b) 光强随非局域非线性系数的变化; (c) 非局域非线性系数调制下传播系数的取值范围; (d) 光强随贝塞尔晶格强度的变化. 图中点 A 的参数与图5相同

Fig. 6. Modulation of vortex solitons: (a) Light intensity *vs.* transport coefficient, and the illustration shows relationship between the real part of eigenvalue and propagation coefficient; (b) light intensity *vs.* nonlocal nonlinear coefficient; (c) value range of propagation coefficient under non-local nonlinear coefficient modulation; (d) light intensity *vs.* Bessel lattice strength. Point A has the same parameters with Fig. 5.

的早期 ($s = 100$), 四种空间光孤子的能量分布呈现局域分布状态, 没有出现明显变形. 随着传播距离的增加, 四种光孤子呈现了不同程度的变形, 其中基极孤子和涡旋孤子强度的空间分布变化不明显, 孤子的形状分布几乎保持不变, 展现出了相当强的鲁棒性; 而二极孤子和四极孤子形变较为明显, 尤其是当传播距离足够远时 ($s = 300$), 四极孤子的四个极之间的分界线已经模糊, 孤子形态也出现了明显的变形, 接下来难以继续维持稳定传播的

状态. 二极孤子和四极孤子变形的原因是孤子间存在着较强的排斥力, 当传播距离增加时, 排斥力逐渐增加, 因而出现明显的体积增加.

4 结 论

本文设计了一个产生稳定二维光孤子的方案, 采用了里德伯缀饰三能级原子与贝塞尔晶格势相互作用系统, 其中一束弱的探测光、强控制光和 Stark 光与该原子系统耦合. 研究发现, 该系统可以

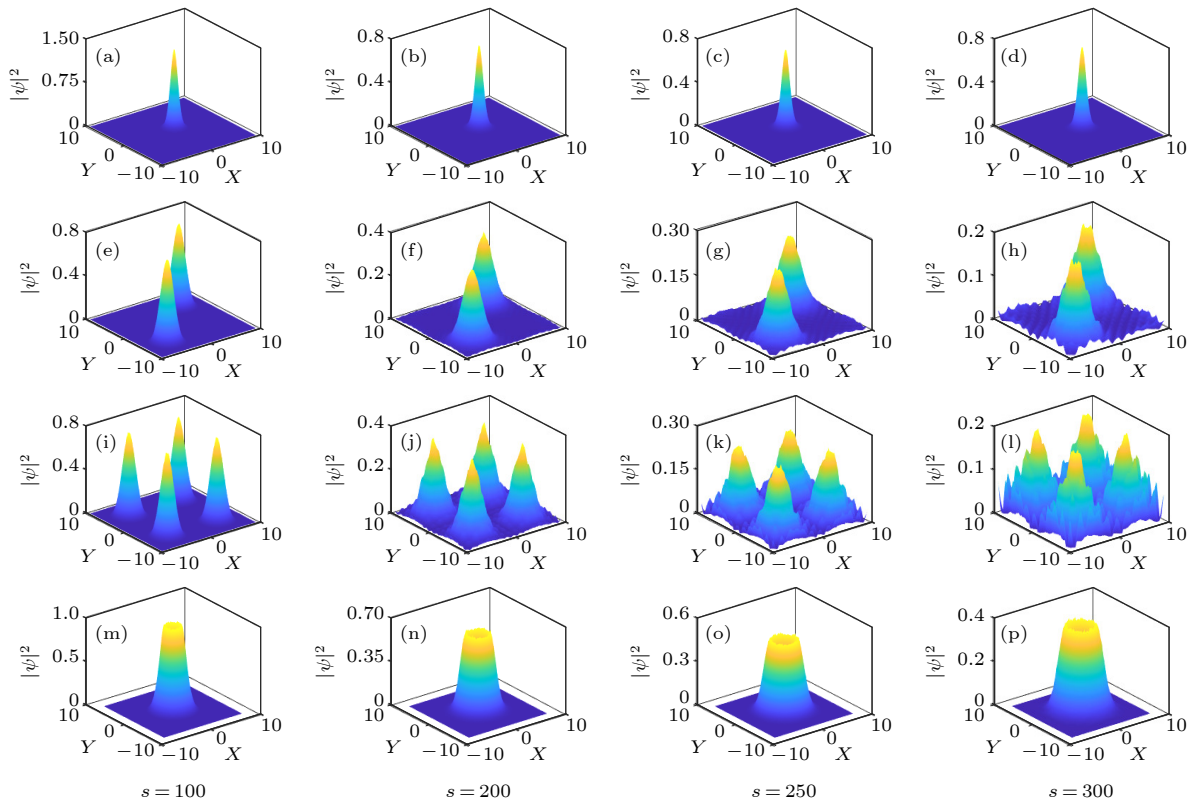


图 7 光孤子簇的光强随传播距离的演化, 传播距离取 $s = 100, 200, 250, 300$ (a)—(d) 基极孤子; (e)—(h) 二极孤子; (i)—(l) 四极孤子; (m)—(p) 涡旋孤子

Fig. 7. Evolution of four kinds of solitons with propagation distances $s = 100, 200, 250, 300$: (a)—(d) fundamental solitons; (e)—(h) two-pole solitons; (i)—(l) quadrupole solitons; (m)—(p) vortex solitons.

调制产生稳定的光孤子簇, 包括基极孤子、二级孤子、四级孤子和涡旋孤子. 该光孤子簇的稳定性通过虚时间演化法和傅里叶配点法得到确定, 并详细计算得到了这些光孤子稳定区间. 研究发现基极孤子和涡旋孤子的稳定性范围大于二极孤子和四极孤子. 对光孤子的调制发现, 光传播系数、非局域非线性系数、贝塞尔晶格势强度可以用来调控光孤子的产生和空间分布及演化, 其中贝塞尔晶格势强度主要调控光孤子强度的周期性变化. 本研究为高维空间光孤子的产生和调控提供了一种新思路.

参考文献

[1] Zakharov V E, Manakov S V, Novikov S P, Pitaevskii L P 1980 *Theory of Solitons: The Inverse Problem Method* (Moscow: Nauka Publishers) p256
 [2] Ablowitz M J, Segur H 1981 *Solitons and the Inverse Scattering Transform* (Philadelphia: SIAM) p1
 [3] Bludov Y V, Hang C, Huang G, Konotop V V 2014 *Opt. Lett.* **39** 3382
 [4] Bergé L 1998 *Phys. Rep.* **303** 259
 [5] Fibich G 2015 *The Nonlinear Schrödinger Equation: Singular Solutions and Optical Collapse* (Berlin: Springer) p1

[6] Li B B, Zhao Y, Xu S L, Zhou Q, Fu Q D, Ye F W, Hua C B, Chen M W, Hu H J, Zhou Q Q, Qiu Z C 2023 *Chin. Phys. Lett.* **40** 044201
 [7] Malomed B A 2019 *Physica D* **399** 108
 [8] Edmundson D E, Enns R H 1992 *Opt. Lett.* **17** 586
 [9] Kanashov A A, Rubenchik A M 1981 *Physica D* **4** 122
 [10] Liu X, Qian L J, Wise F W 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 4631
 [11] Quiroga-Teixeiro M, Michinel H 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 2004
 [12] Mihalache D, Mazilu D, Crasovan L C, Towers I, Buryak A V, Malomed B A, Torner L, Torres J P, Lederer F 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 073902
 [13] Bang O, Krolikowski W, Wyller J, Rasmussen J J 2002 *Phys. Rev. E* **66** 046619
 [14] Qin X J, Guo Q, Hu W, Lan S 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1237 (in Chinese) [秦晓娟, 郭旗, 胡巍, 兰胜 2006 *物理学报* **55** 1237]
 [15] Burgess I B, Peccianti M, Assanto G, Morandotti R 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 203903
 [16] Mandel O, Greiner M, Widera A, Rom T, Hänsch T W, Bloch I 2003 *Nature* **425** 937
 [17] Pan N, Huang P, Huang L G, Lei M, Liu W J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 090504 (in Chinese) [潘楠, 黄平, 黄龙刚, 雷鸣, 刘文军 2015 *物理学报* **64** 090504]
 [18] Zhao Y, Lei Y B, Xu Y X, Xu S L, Triki H, Biswas A, Zhou Q 2022 *Chin. Phys. Lett.* **39** 034202
 [19] Skupin S, Saffman M, Królikowski W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 263902
 [20] Sevinçli S, Henkel N, Ates C, Pohl T 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 153001

- [21] Horikis T P, Frantzeskakis D J 2017 *Phys. Rev. Lett.* **118** 243903
- [22] Wilson K E, Westerberg N, Valiente M, Duncan C W, Wright E M, Öhberg P, Faccio D 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 133903
- [23] Gao J, Hang C 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 133202 (in Chinese) [高洁, 杭超 2022 物理学报 **71** 133202]
- [24] Falcao-Filho E L, de Araújo C B, Boudebs G, Leblond H, Skarka V 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 013901
- [25] Cabrera C R, Tanzi L, Sanz J, Naylor B, Thomas P, Cheiney P, Tarruell L 2018 *Science* **359** 301
- [26] Cheiney P, Cabrera C R, Sanz J, Naylor B, Tanzi L, Tarruell L 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 135301
- [27] Semeghini G, Ferioli G, Masi L, Mazzinghi C, Wolswijk L, Minardi F, Modugno M, Modugno G, Inguscio M, Fattori M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 235301
- [28] Reyna A S, Boudebs G, Malomed B A, de Araújo C B 2016 *Phys. Rev. A* **93** 013840
- [29] Li H, Xu S L, Belić M R, Cheng J X 2018 *Phys. Rev. A* **98** 033827
- [30] Qin J, Dong G, Malomed B A 2016 *Phys. Rev. A* **94** 053611
- [31] Qin J, Liang Z, Malomed B A, Dong G 2019 *Phys. Rev. A* **99** 023610
- [32] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2005 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [33] Busche H, Huillery P, Ball S W, Ilieva T, Jones M P A, Adams C S 2017 *Nat. Phys.* **13** 655
- [34] Singer K, Stanojevic J, Weidemüller M, Côté R 2005 *J. Phys. B* **38** S295
- [35] Guo Y W, Xu S L, He J R, Deng P, Belić M R, Zhao Y 2020 *Phys. Rev. A* **101** 023806
- [36] Sakaguchi H, Malomed B A 2010 *Phys. Rev. A* **81** 013624
- [37] Huang K Y, Zhao Y, Wu S Q, Xu S L, Belić M R, Malomed B A 2022 *Chaos, Solitons and Fractals* **163** 112557

SPECIAL TOPIC—Nonlinear system theory and its frontier applications

Two-dimensional spatial optical solitons in Rydberg cold atomic system under the action of optical lattice*

Liao Qiu-Yu¹⁾²⁾ Hu Heng-Jie²⁾³⁾ Chen Mao-Wei¹⁾²⁾ Shi Yi²⁾³⁾

Zhao Yuan¹⁾²⁾ Hua Chun-Bo²⁾³⁾ Xu Si-Liu^{1)2)†}

Fu Qi-Dong⁴⁾ Ye Fang-Wei⁴⁾ Zhou Qin^{5)‡}

1) (School of Biomedical Engineering and Medical Imaging,

Hubei University of Science and Technology, Xianning 437100, China)

2) (Laboratory of Optoelectronic Information and Intelligent Control, Hubei University of Science and Technology, Xianning 437100, China)

3) (School of Electronic and Information Engineering, Hubei University of Science and Technology, Xianning 437100, China)

4) (School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

5) (Research Group of Nonlinear Optical Science and Technology, School of Mathematical and Physical Sciences, Wuhan Textile University, Wuhan 430200, China)

(Received 19 January 2023; revised manuscript received 16 March 2023)

Abstract

Realizing stable high-dimensional light solitons is a long-standing goal in the study of nonlinear optical physics. However, in high-dimensional space, the light field will inevitably be distorted due to diffraction. In order to solve the diffraction effect in nonlinear Kerr media and achieve the spatial localization of light fields, we propose a scheme to generate stable two-dimensional (2D) solitons in a cold Rydberg atomic system with a Bessel optical lattice, where a three-level atomic structure, a weak probe laser field, and a strong control field constitute the Rydberg-dressed atomic system. When the local nonlinearity, Bessel potential, and nonlocal

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62275075, 11975172, 12261131495) and the Shanghai Outstanding Academic Leaders Plan, China (Grant No. 20XD1402000).

† Corresponding author. E-mail: xusiliu1968@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: qin Zhou@whu.edu.cn

nonlinearity which is caused by the long-range Rydberg-Rydberg interaction (RRI) between Rydberg atoms are balanced, the probe field can be localized. Under the approximation of electric dipole and rotating wave, the stable solution of probe field is obtained by solving Maxwell-Bloch equations numerically. A cluster of 2D spatial solitons, including fundamental, two-pole, quadrupole and vortex solitons, is found in this system. Among them, the fundamental, dipole and quadrupole have, one, two, and four intensity centers, respectively. Vortex solitons, on the other hand, exhibit vertical characters in profiles and phase structures. The formation and transmission of these solitons can be controlled by system parameters, such as the propagation coefficient, the degree of nonlocal nonlinearity, and Bessel lattice strength. The stable regions of these solitons are determined by anti Vakhitov Kolokolov (anti-VK) criterion and linear stability analysis method. It is found that four kinds of solitons can be generated and stably propagate in space with proper parameters. Owing to the different structures of the poles, the fundamental state and vortex state remain stable, while the quadrupole ones are unstable. In the modulation of solitons, there is a cutoff value of propagation constant b_{co} , only below which value, the solitons can propagate stably. The light intensity of soliton shows a periodic behavior by tuning Bessel lattice strength. The period of the intensity decreases with the order of the solitons as a result of the interaction between the poles. It is also found that the solitons are more stable with weak nonlocal nonlinearity coefficient. This study provides a new idea for the generation and regulation of optical solitons in high dimensional space.

Keywords: Rydberg cold atomic atoms, Bessel optical lattice, spatial solitons

PACS: 42.50.Md, 32.80.Ee, 02.40.Xx

DOI: [10.7498/aps.72.20230096](https://doi.org/10.7498/aps.72.20230096)



光晶格作用下里德伯冷原子系统中的二维空间光孤子

廖秋雨 胡恒洁 陈懋薇 石逸 赵元 花春波 徐四六 傅其栋 叶芳伟 周勤

Two-dimensional spatial optical solitons in Rydberg cold atomic system under the action of optical lattice

Liao Qiu-Yu Hu Heng-Jie Chen Mao-Wei Shi Yi Zhao Yuan Hua Chun-Bo Xu Si-Liu Fu Qi-Dong
Ye Fang-Wei Zhou Qin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 104202 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230096

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230096>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

光晶格中超冷原子系统的磁激发

Magnetic excitation of ultra-cold atoms trapped in optical lattice

物理学报. 2019, 68(4): 043703 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190153>

超冷⁸⁷Rb原子在二维光晶格中Mott绝缘态的实验实现

Experimental realization of Mott insulator of ultracold ⁸⁷Rb atoms in two-dimensional optical lattice

物理学报. 2020, 69(19): 193201 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200513>

里德伯原子中非厄米电磁诱导光栅引起的弱光孤子偏折及其操控

Deflection and manipulation of weak optical solitons by non-Hermitian electromagnetically induced gratings in Rydberg atoms

物理学报. 2022, 71(13): 133202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220456>

基于里德伯原子电磁诱导透明效应的光脉冲减速

Deceleration of optical pulses based on electromagnetically induced transparency of Rydberg atoms

物理学报. 2021, 70(10): 103201 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210102>

里德堡原子多体相互作用的研究进展

Research progress of Rydberg many-body interaction

物理学报. 2020, 69(18): 180301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200649>

三体里德堡超级原子的关联动力学研究

Correlated dynamics of three-body Rydberg superatoms

物理学报. 2022, 71(1): 014202 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211284>