

## 类场矩诱导的可调零场自旋转移力矩纳米振荡器\*

郭晓庆<sup>1)2)</sup> 王强<sup>3)</sup> 薛海斌<sup>1)2)†</sup>

1) (太原理工大学物理学院, 太原 030024)

2) (太原理工大学, 新材料界面科学与工程教育部重点实验室, 太原 030024)

3) (太原师范学院物理系, 晋中 030619)

(2023年4月18日收到; 2023年6月1日收到修改稿)

自旋转移力矩纳米振荡器是一种直流驱动的新型纳米微波振荡器, 因其易集成、尺寸小、频率调制范围宽等优点, 成为未来射频收发器的理想器件. 但是, 自旋转移力矩纳米振荡器的稳定自激振荡需要外加磁场的条件限制了其应用. 基于宏自旋模型 (又称单自旋或单畴模型), 利用 Landau-Lifshitz-Gilbert-Slonczewski 方程, 理论上研究了类场矩和电流强度对垂直磁化的自由层磁矩的零场稳定自激振荡特性的影响. 研究表明, 当类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值为负值且其绝对值大于某一数值时, 自旋转移力矩纳米振荡器可以实现零场自激振荡, 其物理机制可以通过能量平衡方程解释, 并且这一临界比值依赖于该系统的阻尼系数和电流强度. 尤其是, 自旋转移力矩纳米振荡器的稳定自激振荡频率可以通过类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值和电流强度的大小来调节, 并且其类场矩的绝对值越大, 施加的电流强度越小 (大于临界电流强度), 则越有利于抑制二次和三次自激振荡频率的形成, 从而提高自旋转移力矩纳米振荡器的“单频”性. 上述结果提供了一种实现频率可调的零场自旋转移力矩纳米振荡器的理论方案.

**关键词:** 自旋转移力矩纳米振荡器, 类场矩, 零场稳定振荡**PACS:** 75.78.-n, 85.75.-d**DOI:** 10.7498/aps.72.20230628

## 1 引言

磁性隧道结中的自旋转移力矩效应<sup>[1,2]</sup>和隧道磁电阻效应<sup>[3-5]</sup>提供了一种在纳米磁性系统中产生微波振荡的新方法, 并导致一种新型微波振荡器件, 即自旋转移力矩纳米振荡器的产生和发展<sup>[6-11]</sup>. 尤其是, 自旋转移力矩纳米振荡器与传统的半导体微波振荡器相比, 具有结构简单、尺寸小、低功耗、振荡频率调制范围宽, 以及与互补金属氧化物半导体 (complementary metal oxide semiconductor, CMOS) 工艺完全兼容等特点, 因而, 其成为未来射频收发器的理想器件<sup>[12]</sup>. 目前, 对于基于磁矩垂直

磁化的 FeB 自由层和磁矩面内磁化的 CoFeB 固定层组成的 MgO 磁性隧道结, 已在实验上实现了输出功率为 0.55  $\mu\text{W}$ , 频率为 6.3 GHz,  $Q$  因子为 135 的微波信号<sup>[10]</sup>. 但是, 在上面的 FeB/MgO/CoFeB 磁性隧道结, 自由层磁矩的稳定自激振荡需要施加一个与膜面垂直的磁场<sup>[13-15]</sup>, 从而限制了其应用. 因此, 如何实现零场的自旋转移力矩纳米振荡器成为人们关注的重点研究领域之一.

在理论上, 要实现自旋转移力矩纳米振荡器的零场稳定自激振荡, 就需要引入新的物理效应, 例如类场矩<sup>[16-18]</sup>、层间交换耦合作用<sup>[19]</sup>、二阶磁各向异性<sup>[20-23]</sup>以及面内形状各向异性<sup>[24-27]</sup>. 这些效应的共同特点是可以产生一个等效的磁场, 因而,

\* 山西省应用基础研究计划 (批准号: 20210302123184, 201901D211425, 201601D011015) 和山西省高等学校优秀青年学术带头人支持计划 (批准号: 163220120-S) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xuehaibin@tyut.edu.cn

可以使其产生稳定的自激振荡. 其中, 对于引入类场矩的情形, 理论研究已经证明类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值为负值时, 自由层的磁矩可以产生稳定的自激振荡<sup>[16–18]</sup>. 但是, 对于该比值为负值时, 自由层磁矩是否一定能产生稳定自激振荡; 若不能, 其产生稳定自激振荡的条件与哪些因素相关, 均尚未被揭示. 另外, 如何调节自由层磁矩的稳定自激振荡频率, 以及如何抑制自由层磁矩在稳定自激振荡中产生的二次和三次振荡频率, 都依然是开放的问题.

本文理论上研究了类场矩对垂直膜面磁化的自由层磁矩的零场稳定自激振荡特性的影响, 固定层的磁矩沿膜面, 即平行于膜面磁化. 研究结果表明, 只有当类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值为负值, 且其绝对值大于某一数值时, 自由层的磁矩才可以实现稳定的零场自激振荡, 并且这一临界比值依赖于该系统的阻尼系数和施加的电流强度. 当阻尼系数增大时, 随着类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值和电流强度的变化, 自由层磁矩稳定自激振荡的区域在逐渐减小. 此外, 对于自由层磁矩可以产生稳定自激振荡的情形, 类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值的绝对值越大, 施加的电流强度越小 (大于临界电流强度), 越有利于抑制二次和三次自激振荡频率的形成, 从而提高自旋转移力矩纳米振荡器的“单频”性. 上述结果可以为频率可调的零场自旋转移力矩纳米振荡器的实现提供理论指导.

## 2 理论模型

本文考虑的自旋转移力矩纳米振荡器由三个圆形薄膜组成, 其结构示意图如图 1 所示, 最上面和最下面分别为磁矩垂直于圆形膜面的自由层和磁矩平行于圆形膜面的固定层, 其单位磁矩分别用  $\mathbf{m}$  和  $\mathbf{m}_p$  表示; 中间为隧道势垒层, 其由 1 nm 厚度的非磁性材料形成. 这里, 自由层的厚度  $d$  和截面半径  $r$  分别选取为 2 nm 和 60 nm; 并选取  $x$ - $y$  平面平行于膜面,  $z$  轴垂直于膜面向上, 相应地, 自由层的易磁化轴沿着  $z$  轴方向, 固定层的磁矩沿着  $x$  轴的正方向. 此外, 在球坐标系中,  $\varphi$  和  $\theta$  分别为自由层磁矩  $\mathbf{m}$  的方位角和极角.

自由层的磁矩动力学方程通过 Landau-Lifshitz-Gilbert-Slonczewski (LLGS) 方程描述<sup>[1,28,29]</sup>:

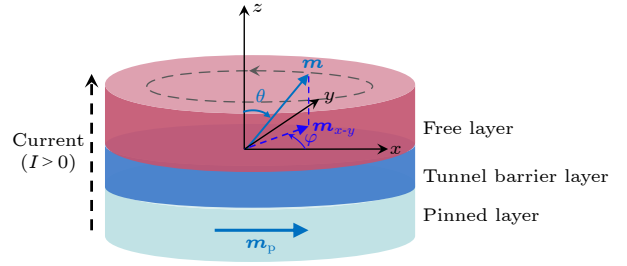


图 1 由三个圆形薄膜组成的自旋转移力矩纳米振荡器的示意图. 该结构上面为厚度  $d$  和截面半径  $r$  分别为 2 nm 和 60 nm 的自由层, 且其磁矩垂直于膜面; 中间为 1 nm 厚度非磁性材料形成的隧道势垒层; 下面为磁矩平行于膜面的极化层. 在笛卡尔坐标系中,  $x$ - $y$  平面和  $z$  轴分别平行和垂直于膜面, 而在球坐标系中  $\varphi$  和  $\theta$  分别为自由层磁矩的方位角和极角

Fig. 1. Schematic diagram for the considered spin-transfer torque nano-oscillator consisting of the trilayer circular thin films. Here, the top, middle and bottom layers are the 2 nm-thick perpendicular magnetized free layer with a radius of 60 nm, the 1 nm-thick tunnel barrier layer formed by non-magnetic material and the in-plane polarizer pinned layer, respectively. Moreover, in the Cartesian coordinate system, the  $x$ - $y$  plane and  $z$ -axis are parallel and perpendicular to the free layer, respectively; while the  $\varphi$  and  $\theta$  in the spherical coordinate system are the azimuth and polar angles of the magnetization of the free layer, respectively.

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma\mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \alpha\mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} - \gamma H_S \mathbf{m} \times (\mathbf{m}_p \times \mathbf{m}) - \gamma\beta H_S \mathbf{m} \times \mathbf{m}_p, \quad (1)$$

其中  $\gamma$  是旋磁比;  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  是自由层受到的有效场;  $\alpha$  是 Gilbert 阻尼系数;  $H_S$  是自旋转移力矩参数, 其数值依赖于自由层磁矩  $\mathbf{m}$  与固定层磁矩  $\mathbf{m}_p$  之间的夹角, 这也是自由层磁矩  $\mathbf{m}$  能产生稳定振荡的重要因素, 其表达式可以写为<sup>[16–18,20]</sup>

$$H_S = \frac{\hbar\eta I}{2eM_S V [1 + \lambda(\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_p)]}, \quad (2)$$

其中  $\hbar$  为约化普朗克常数;  $\eta$  为自旋极化率;  $I$  为施加的电流强度;  $e$  为电子的电量;  $M_S$  为饱和磁化强度;  $V = Sd$  ( $S = \pi r^2$  为自由层膜面的截面面积) 为自由层体积;  $\lambda$  为无量纲的参数, 其大小与自由层磁矩和固定层磁矩有关. 需要特别说明的是, (1) 式右边的第四项即为本文重点考虑的一类场矩项, 其中  $\beta$  是类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值. 另外, 为讨论方便, 自旋转移力矩纳米振荡器的膜面形状选取为圆形, 并且自由层为单轴各向异性的磁性材料. 此时, 自由层的膜内形状各向异性场为 0, 仅剩垂直膜面的形状各向异性场, 即退磁场:

$$\mathbf{H}_{\text{demag}} = -\mu_0 H_d m_z \mathbf{z},$$

其中  $\mu_0$  表示真空磁导率; 而自由层的磁晶各向异性场可以表示为<sup>[18]</sup>

$$\mathbf{H}_{\text{cry-anis}} = \mu_0 H_k m_z \mathbf{z}.$$

相应地, 自由层磁矩受到的有效磁场为

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{demag}} + \mathbf{H}_{\text{cry-anis}},$$

其可以进一步写为

$$H_{\text{eff},z} = \mu_0 (H_k - H_d) m_z.$$

为求解磁矩  $\mathbf{m}$  的动力学问题, 将 (1) 式两边同时左叉乘磁矩  $\mathbf{m}$ , 可得

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} = & -\gamma \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times H_{\text{eff}}) + \alpha \mathbf{m} \left( \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right) \\ & - \gamma H_S \mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times (\mathbf{m}_p \times \mathbf{m})] \\ & - \gamma \beta H_S \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mathbf{m}_p). \end{aligned} \quad (3)$$

利用矢量的叉乘性质  $\mathbf{c} \times (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = (\mathbf{c} \cdot \mathbf{b}) \mathbf{a} - (\mathbf{c} \cdot \mathbf{a}) \mathbf{b}$ , 可进一步将 (3) 式简化为

$$\begin{aligned} \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} = & -\gamma \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times H_{\text{eff}}) - \alpha \frac{d\mathbf{m}}{dt} \\ & - \gamma H_S (\mathbf{m} \times \mathbf{m}_p) \\ & + \gamma \beta H_S \mathbf{m} \times (\mathbf{m}_p \times \mathbf{m}). \end{aligned} \quad (4)$$

将 (4) 式代入 (1) 式可得

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{d\mathbf{m}}{dt} = & -\mathbf{m} \times \mu_0 H_{\text{eff}} - \alpha \mathbf{m} \times (\mathbf{m} \times \mu_0 H_{\text{eff}}) \\ & - (1 - \alpha \beta) H_S \mathbf{m} \times (\mathbf{m}_p \times \mathbf{m}) \\ & - (\alpha + \beta) H_S \mathbf{m} \times \mathbf{m}_p, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\Gamma = (1 + \alpha^2)/\gamma$ . 由 (5) 式可知, 在笛卡尔坐标系下, 磁矩  $\mathbf{m}$  的三个分量  $m_x$ ,  $m_y$  和  $m_z$  遵循的运动方程可表示为

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{dm_x}{dt} = & \alpha(m_y^2 + m_z^2) H_{\text{eff},x} + (m_z - \alpha m_x m_y) H_{\text{eff},y} \\ & - (m_y + \alpha m_x m_z) H_{\text{eff},z} \\ & - (1 - \alpha \beta) H_S (m_y^2 + m_z^2), \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{dm_y}{dt} = & -(m_z + \alpha m_y m_x) H_{\text{eff},x} + \alpha(m_x^2 + m_z^2) H_{\text{eff},y} \\ & + (m_x - \alpha m_y m_z) H_{\text{eff},z} + (1 - \alpha \beta) H_S m_x m_y \\ & - (\alpha + \beta) H_S m_z, \end{aligned} \quad (6b)$$

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{dm_z}{dt} = & (m_y - \alpha m_z m_x) H_{\text{eff},x} \\ & - (m_x + \alpha m_z m_y) H_{\text{eff},y} + \alpha(m_x^2 + m_y^2) H_{\text{eff},z} \\ & + (1 - \alpha \beta) H_S m_x m_z + (\alpha + \beta) H_S m_y, \end{aligned} \quad (6c)$$

其中  $H_{\text{eff},i}$  表示自由层磁矩受到的有效磁场  $\mathbf{H}_{\text{eff}}$  在  $i$

轴方向的分量. 这里, 自由层磁矩  $m_x$ ,  $m_y$  和  $m_z$  三个分量的动力学可以通过四阶 Runge-Kutta 方法数值求解上面的三个关联方程获得.

### 3 结果与讨论

在下面的数值计算中, 自旋转移力矩纳米振荡器的相关参数<sup>[16-18,22]</sup> 选取为: 阻尼系数  $\alpha = 0.005$  (除非特殊说明), 旋磁比  $\gamma = 1.761 \times 10^{11} \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{kg}^{-1}$ , 饱和磁化强度  $M_s = (4\pi)^{-1} \times 1.82 \times 10^7 \text{ A/m}$ , 固定层极化率  $\eta = 0.54$ , 无量纲参数  $\lambda = \eta^2$ , 自由层圆形薄膜的厚度和半径分别为  $d = 2 \times 10^{-9} \text{ m}$  和  $r = 60 \times 10^{-9} \text{ m}$ , 自由层的界面垂直各向异性场和退磁场分别为  $\mu_0 H_k = 1.86 \text{ T}$  和  $\mu_0 H_d = 1.68 \text{ T}$ .

#### 3.1 零场振荡条件

对于本文考虑的自旋转移力矩纳米振荡器, 其固定层的磁矩沿着  $x$  轴的正方向, 由巨磁阻效应可知, 器件的电阻变化与自由层磁矩  $x$  轴分量的大小变化相关. 因而, 对于一个可以通过磁输运实验探测的稳定进动磁矩, 其  $x$  轴分量  $m_x$  相对其平均值的均方根:

$$m_{x-\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (m_{xi} - \bar{m}_x)^2}. \quad (7)$$

(7) 式可以用来判断其磁矩能否产生稳定的自激振荡, 其中  $m_{xi}$  是时间序列中磁矩  $x$  轴分量的第  $i$  个值,  $\bar{m}_x$  是其相应的平均值. 当  $m_{x-\text{rms}} \neq 0$  时, 自由层磁矩  $\mathbf{m}$  能够产生稳定自激振荡<sup>[30]</sup>. 为了研究类场矩对自旋转移力矩纳米振荡器零场振荡条件的影响, 图 2 给出了自由层磁矩稳定自激振荡在不同阻尼系数情形下随类场矩参数与自旋转移力矩参数比值  $\beta$  和电流强度  $I$  变化的相图. 当  $\beta \geq 0$  时, 自由层的磁矩将趋向于固定层磁矩  $\mathbf{m}_p$  的反方向, 最后停留在  $-\mathbf{m}_p$  方向<sup>[16]</sup>. 尤其是, 对于给定的阻尼系数  $\alpha$ , 当  $\beta < 0$  且其绝对值  $|\beta|$  较小时, 自由层磁矩依然不能产生稳定的自激振荡, 并且该  $|\beta|$  的最小临界值随着电流强度增大而逐渐增大, 如图 2 相图右侧的分界线所示.

事实上, 仅当  $\beta < 0$  且其绝对值  $|\beta|$  大于某一临界值时, 自由层磁矩才能产生稳定的自激振荡, 如图 2 所示. 但是, 当  $\beta < 0$  且其绝对值  $|\beta|$  足够大

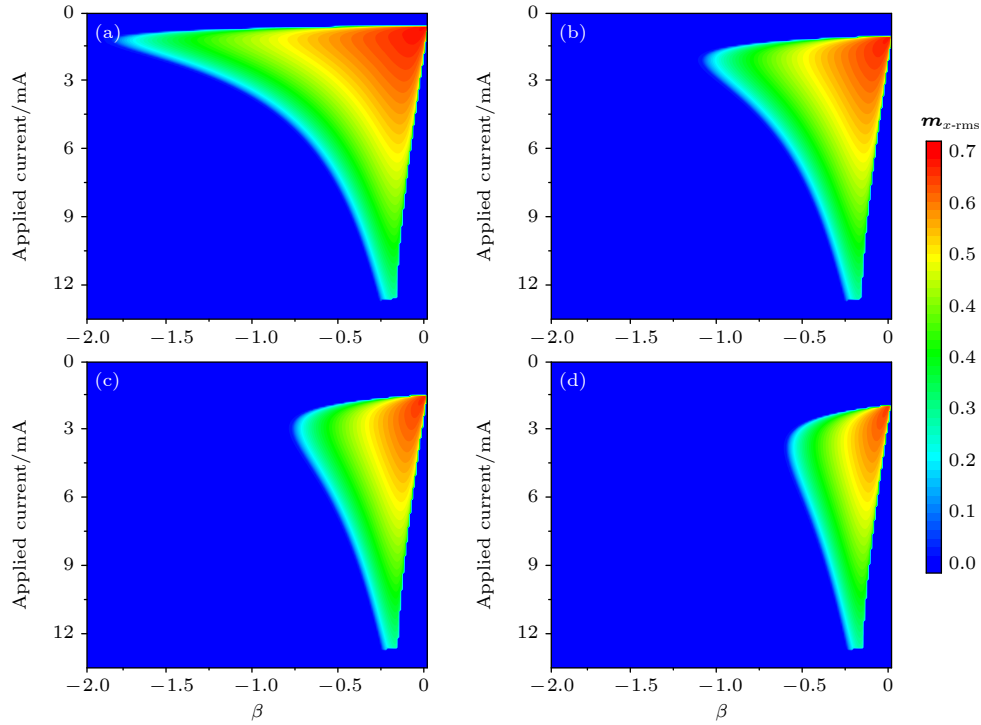


图 2 自由层磁矩  $m_x$  的均方根  $m_{x-rms}$  在不同阻尼系数下随  $\beta$  和  $I$  变化的相图 (a)  $\alpha = 0.003$ ; (b)  $\alpha = 0.005$ ; (c)  $\alpha = 0.007$ ; (d)  $\alpha = 0.009$

Fig. 2. Phase diagrams of the root-mean-square value of  $m_{x-rms}$  of the  $m_x$  component of the free layer as a function of  $\beta$  and  $I$  with different Gilbert damping constants: (a)  $\alpha = 0.003$ ; (b)  $\alpha = 0.005$ ; (c)  $\alpha = 0.007$ ; (d)  $\alpha = 0.009$ .

时,自由层磁矩的稳定自激振荡将消失,但是该 $|\beta|$ 的最大临界值随着电流强度增大而逐渐减小,如图2相图左侧的分界线所示.因此,对于 $\beta < 0$ 的情形,仅是自由层磁矩产生稳定振荡的必要条件.另外,系统的阻尼系数 $\alpha$ 与施加的电流强度 $I$ 一样,同样会影响 $|\beta|$ 的临界值.例如,对于给定的电流强度,随着阻尼系数 $\alpha$ 的增大,能够使自由层磁矩产生稳定自激振荡的 $|\beta|$ 值范围在逐渐减小,如图2所示.

为了分析磁矩稳定自激振荡的物理机制.下面,考虑磁矩产生稳定自激振荡的条件.在一个进动周期内,自旋转移力矩纳米振荡器的系统总能量 $E$ 对时间的变化率可表示为

$$\frac{dE}{dt} = -M_s \mathbf{H}_{\text{eff,total}} \cdot \frac{d\mathbf{m}}{dt}, \quad (8)$$

其中 $\mathbf{H}_{\text{eff,total}}$ 表示系统受到的总有效场.由于(1)式可重新写为

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{m}}{dt} = & -\gamma \mathbf{m} \times (\mathbf{H}_{\text{eff}} + \beta H_S \mathbf{m}_p) + \alpha \mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \\ & - \gamma H_S \mathbf{m} \times (\mathbf{m}_p \times \mathbf{m}). \end{aligned} \quad (9)$$

因此,考虑类场矩情形时,系统的总有效场表示为 $\mathbf{H}_{\text{eff,total}} = \mathbf{H}_{\text{eff}} + \beta H_S \mathbf{m}_p$ .相应地,在一个周期的

振荡过程中,自旋转移力矩做功提供的能量 $W_s$ 和阻尼导致的能量耗散 $W_\alpha$ 可分别表示为[13,17,22,24,31–33]:

$$W_\alpha = \frac{\alpha \gamma M_s}{1 + \alpha^2} [(\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff,total}}) (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff,total}}) - \mathbf{H}_{\text{eff,total}} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff,total}}], \quad (10a)$$

$$W_s = \frac{\gamma M_s H_S}{1 + \alpha^2} [\mathbf{m}_p \cdot \mathbf{H}_{\text{eff,total}} - (\mathbf{m} \cdot \mathbf{m}_p) (\mathbf{m} \cdot \mathbf{H}_{\text{eff,total}}) - \alpha (\mathbf{m}_p \cdot \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{\text{eff,total}})]. \quad (10b)$$

在理想情形下,自旋转移力矩纳米振荡器产生稳定的振荡时,其磁矩将沿着固定的倾角 $\theta$ 转动.这里, $\theta$ 表示磁矩与垂直膜面方向 $z$ 轴的夹角.因此,磁矩进动一个周期,其能量对时间变化率的平均值可表示为

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dE}{dt}} &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{dE}{dt} \Big|_{\theta=\text{constant}} dt = \int_0^\tau \frac{dE}{dt} \Big|_{\theta=\text{constant}} \\ \frac{d\varphi}{2\pi} &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{dE}{dt} \Big|_{\theta=\text{constant}} d\varphi. \end{aligned} \quad (11)$$

此时,在一个进动周期内,自旋转移力矩做功提供的平均能量 $\bar{W}_s$ 和阻尼导致的平均能量耗散 $\bar{W}_\alpha$ 可分别表示为[17]

$$\begin{aligned} \bar{W}_s = & \frac{\beta\gamma M_s}{1+\alpha^2} \left( \frac{\hbar I \eta}{2e\lambda M_s V} \right)^2 \left[ \frac{1+\lambda^2 \cos 2\theta}{(1-\lambda^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} - 1 \right] \\ & + \frac{\gamma M_s}{1+\alpha^2} \frac{\hbar I \eta}{2e\lambda M_s V} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta}} - 1 \right) \\ & \times [\mu_0 (H_{k\perp} - H_d) \cos \theta] \cos \theta, \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_\alpha = & -\alpha\beta^2 \frac{\gamma M_s}{1+\alpha^2} \left( \frac{\hbar I \eta}{2e\lambda M_s S d} \right)^2 \\ & \times \left[ \frac{1+\lambda^2 \cos 2\theta}{(1-\lambda^2 \sin^2 \theta)^{3/2}} - 1 \right] \\ & - 2\alpha\beta \frac{\gamma M_s}{1+\alpha^2} \frac{\hbar I \eta}{2e\lambda M_s S d} \left( \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2 \sin^2 \theta}} - 1 \right) \\ & \times [\mu_0 (H_{k\perp} - H_d) \cos \theta] \cos \theta \\ & - \alpha \frac{\gamma M_s}{1+\alpha^2} [\mu_0 (H_{k\perp} - H_d) \cos \theta]^2 \sin^2 \theta. \end{aligned} \quad (12b)$$

相应地, 自旋转移力矩纳米振荡器产生稳定振荡的条件为  $\bar{W}_s + \bar{W}_\alpha = 0$ .

图 3 给出了在一个进动周期内自旋转移力矩提供的平均能量  $\bar{W}_s$ , 阻尼导致的平均能量耗散  $\bar{W}_\alpha$ , 以及其平均能量之差  $\bar{W}_s - \bar{W}_\alpha$  随自由层磁矩  $z$  分量的变化. 当  $\beta = 0$  时, 对于施加的电流强度大于其临界值的情形, 自旋转移力矩提供的能量总是能克服阻尼力矩导致的损耗, 使自由层磁矩从  $m_z = 1$  翻转到  $m_z = 0$ , 从而导致磁矩不能产生自激振荡. 当  $\beta > 0$  时, 类场矩实际上可以等效为一个沿着固定层磁矩  $\mathbf{m}_p$  方向的磁场, 他将使磁矩进动轨迹的轴线偏离  $z$  轴, 向  $x$  轴靠近. 此时, 自旋转移力矩提供的能量总是大于阻尼导致的能量耗散, 因而, 磁矩快速地趋向于  $-\mathbf{m}_p$  的方向. 对于  $\beta < 0$  的情形,

类场矩则等效为一个沿着固定层磁矩  $\mathbf{m}_p$  反方向的磁场, 它将使磁矩进动轨迹的轴线偏离  $z$  轴, 向  $x$  轴的负方向靠近. 相应地, 自旋转移力矩提供的能量减少, 从而使其与阻尼导致的能量耗散平衡. 因而, 可以实现磁矩的稳定自激振荡.

另外, 由于磁矩稳定自激振荡轨迹的轴线实际上偏离  $z$  轴, 向  $x$  轴的负方向靠近, 因而, 磁矩  $z$  分量的数值在一个稳定自激振荡周期内同样是周期性变化的. 需要说明的是, 在推导磁矩稳定自激振荡的条件时, 假设磁矩与  $z$  轴的夹角  $\theta$  不变, 因而, 在定量上, (12a) 式和 (12b) 式确定的磁矩稳定自激振荡条件与数值模拟结果之间有一定的偏差, 尤其是对于  $\beta$  值足够大时的情形.

### 3.2 类场矩对零场自激振荡频率和振幅(功率)的影响

首先讨论自旋转移力矩纳米振荡器在理想情形下产生稳定振荡的频率. 在球坐标下, 决定自由层磁矩含时演化的 LLGS 方程可以表示为

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{d\theta}{dt} = & -\alpha \sin \theta H_{\text{eff},z} - (1-\alpha\beta) H_S \cos \theta \cos \varphi \\ & - (\alpha + \beta) H_S \sin \varphi, \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \Gamma \frac{d\varphi}{dt} = & H_{\text{eff},z} + (1-\alpha\beta) H_S \frac{\sin \varphi}{\sin \theta} \\ & - (\alpha + \beta) H_S \frac{\cos \theta \cos \varphi}{\sin \theta}. \end{aligned} \quad (13b)$$

当自由层的磁矩  $\mathbf{m}$  产生稳定振荡时, 其磁矩  $\mathbf{m}$  与  $z$  轴的夹角  $\theta$  保持不变, 则有  $d\theta/dt = 0$ , 由 (13a) 式可得自旋转移力矩参数  $H_S$  有如下形式:

$$H_S = -\frac{\alpha \sin \theta H_{\text{eff},z}}{(1-\alpha\beta) \cos \theta \cos \varphi + (\alpha + \beta) \sin \varphi}. \quad (14)$$

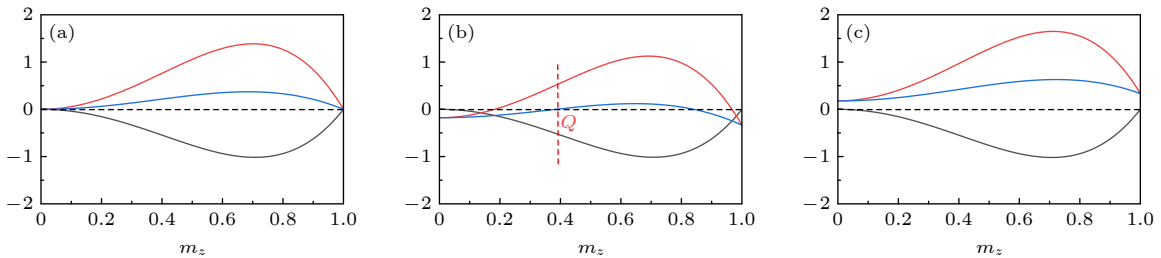


图 3 当电流为 1.5 mA 时, 在一个周期内, 自旋转移力矩提供的平均能量  $\bar{W}_s$ , 阻尼消耗的平均能量  $\bar{W}_\alpha$ , 以及其平均能量之差  $\bar{W}_s - \bar{W}_\alpha$  随自由层磁矩  $z$  分量的变化 (a)  $\beta = 0$ ; (b)  $\beta = -0.2$ ; (c)  $\beta = 0.2$

Fig. 3. In a precession period, the average work done by the spin-transfer torque  $\bar{W}_s$ , the average energy dissipation due to the damping  $\bar{W}_\alpha$ , and the energy difference between  $\bar{W}_s$  and  $\bar{W}_\alpha$  as a function of the  $z$  component of the free layer magnetization at given current intensity  $I = 1.5$  Ma: (a)  $\beta = 0$ ; (b)  $\beta = -0.2$ ; (c)  $\beta = 0.2$ .

然后, 将上面的 (14) 式代入 (13b) 式可得

$$\frac{d\varphi}{dt} = \gamma H_{\text{eff},z} \frac{\cos\theta \cos\varphi + \beta \sin\varphi}{(1 - \alpha\beta) \cos\theta \cos\varphi + (\alpha + \beta) \sin\varphi}. \quad (15)$$

自由层磁矩的一个进动周期可以表示为

$$T = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\omega_\varphi} = \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{d\varphi/dt}. \quad (16)$$

将 (15) 式代入上面的 (16) 式可得

$$T = \frac{2\pi}{\gamma H_{\text{eff},z}} \frac{(1 - \alpha\beta) (\cos^2\theta + \beta^2) + \alpha\beta (1 + \beta^2)}{\cos^2\theta + \beta^2}. \quad (17)$$

因而, 在理想情形下, 自旋转移力矩纳米振荡器产生稳定振荡的频率可以表示为

$$f(\theta) = \frac{\gamma}{2\pi} \frac{\cos^2\theta + \beta^2}{(1 - \alpha\beta) (\cos^2\theta + \beta^2) + \alpha\beta (1 + \beta^2)} H_{\text{eff},z}. \quad (18)$$

相应地, 其起振频率为

$$f_c = \lim_{\theta \rightarrow 0} f(\theta) = \frac{\gamma}{2\pi} H_{\text{eff},z}. \quad (19)$$

由 (18) 式代入上面的 (16) 式可得, 自旋转移力矩纳米振荡器产生稳定振荡的频率依赖于其稳定振荡时自由层磁矩  $m$  与  $z$  轴的夹角  $\theta$  和类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值  $\beta$ . 下面分别讨论类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值  $\beta$ , 以及施加的电流强度  $I$  对自旋转移力矩纳米振荡器稳定振荡频率和振幅的影响.

对于本文考虑的自旋转移力矩纳米振荡器, 其固定层的磁矩  $m_p$  沿着  $x$  轴的方向, 因而要研究类场矩参数  $\beta$  对自旋转移力矩纳米振荡器稳定振荡频率的影响, 就需要对时域的自由层磁矩  $x$  轴分量  $m_x(t)$  做分离傅里叶变换, 将其变换到频域  $m_x(f)$ . 其中, 磁矩稳定自激振荡的功率定义为  $\int_0^\infty |m_x(f)|^2 \cdot df$  [10]. 为准确给出磁矩稳定自激振荡的频率性质,  $m_x(t)$  的数据选取其产生稳定振荡之后的时间区域. 对于给定的电流强度  $I = 1.5 \text{ mA}$ , 图 4 给出了磁矩在稳定自激振荡情形下, 其频率和振幅对类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值  $\beta$  的依赖关系. 这里, 需要说明的是, 当磁矩产生稳定的自激振荡时, 将其  $z$  轴分量  $m_z(t)$  的最大值  $m_{z,\text{max}}$  和最小值  $m_{z,\text{min}}$  分别作为  $\cos\theta$  和相应的类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值  $\beta$  代入 (18) 式, 得到的磁矩自激振荡频率范围均包含数值结果给出的自激振荡频率, 如图 4(a) 中第一个峰值对应的频率为

1.54 GHz, 在其解析频率 1.29—1.80 GHz 范围内. 对于磁矩可以产生稳定自激振荡的  $\beta$  范围, 绝对值  $|\beta|$  越大, 其稳定自激振荡的频率就越大, 如图 4(a) 中  $\beta = -0.6$  的情形和图 5(a) 的相图所示. 尤其是, 其振幅  $m_x(f)$  还可以保持一个较大的值, 如图 4(a) 中  $\beta = -0.6$  的情形和图 5(b) 的相图所示. 另外, 类场矩参数与自旋转移力矩参数比值的绝对值  $|\beta|$  越大, 其产生稳定自激振荡所需要的时间就越长, 如图 4(b) 所示, 并且其磁矩越趋向于  $z$  轴方向, 即  $z$  轴分量  $m_z(t)$  的平均值  $\bar{m}_z$  就越大, 如图 4(c) 所示. 此外, 对于磁矩在  $|\beta|$  绝对值较小情形下产生的稳

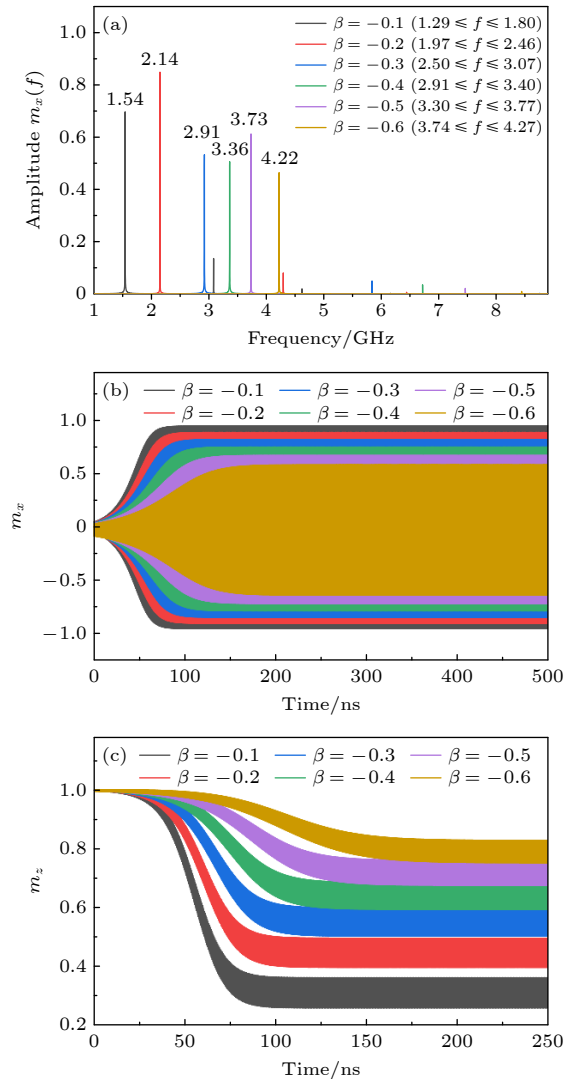


图 4 (a) 自旋转移力矩纳米振荡器的振幅和频率对  $\beta$  的依赖关系; (b), (c) 自由层磁矩的  $x$  分量和  $z$  分量在不同类场矩  $\beta$  情形下的稳态振荡情况 ( $I = 1.5 \text{ mA}$ )

Fig. 4. (a) Dependences of the amplitude and frequency of spin-transfer torque nano-oscillator on the  $\beta$ ; (b), (c) the  $x$  and the  $z$  components of the free layer magnetization as a function of time for the different ratios between the spin-transfer torque and the field-like torque  $\beta$  ( $I = 1.5 \text{ mA}$ ).

定自激振荡, 其二次自激振荡频率的振幅将非常明显, 如图 4(a) 中  $\beta = -0.1$  和  $\beta = -0.2$  的情形, 此性质将影响自旋转移力矩纳米振荡器的“单频”性. 因此, 当电流强度不变 (大于临界电流强度) 时, 对于一个可以产生稳定自激振荡的负类场矩参数, 类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值的绝对值  $|\beta|$  越大, 越有利于抑制二次自激振荡的形成.

另外, 为提高自旋转移力矩纳米振荡器的输出功率, 可以设计具有相互作用的自旋转移力矩纳米振荡器阵列 [34–36], 然后通过锁相同步技术 [37–41], 即使多个互联的自旋转移力矩纳米振荡器在同一偏置电流下产生同步自激振荡, 或给自旋转移力矩纳米振荡器阵列施加相同的激励信号, 使其发生同步自激振荡, 从而将其自激振荡的相位与激励信号的相位锁定在一起. 因而, 通过锁相同步技术对自旋转移力矩纳米振荡器阵列的自激振荡相位的束缚, 不仅可以减少振荡噪音, 而且可以获得线宽更窄的优质微波信号. 在理想情况下, 对于  $N$  个互联并同步的自旋转移力矩纳米振荡器阵列, 其输出功率为单个自旋转移力矩纳米振荡器的  $N^2$  倍.

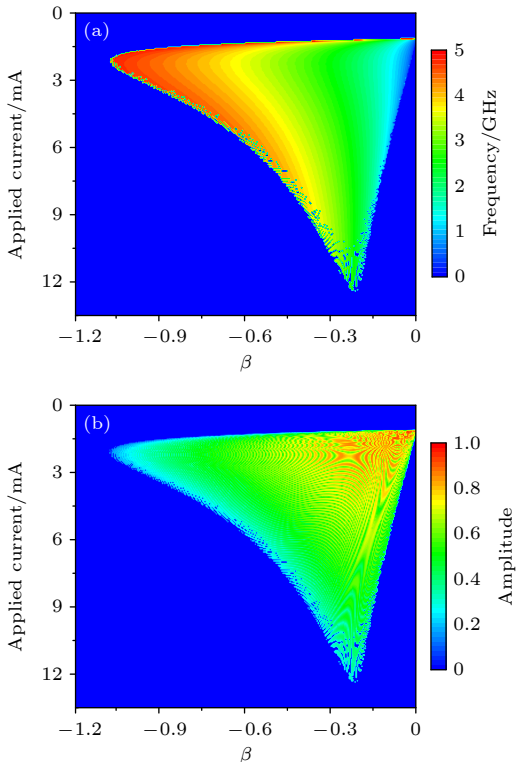


图 5  $\alpha = 0.005$  时, 自旋转移力矩纳米振荡器稳定自激振荡的频率 (a) 和振幅 (b) 随  $\beta$  和  $I$  变化的相图  
Fig. 5. Phase diagrams of the frequency (a) and amplitude (b) of stable oscillation of spin-transfer torque nano-oscillator as a function of the  $\beta$  and the  $I$  at  $\alpha = 0.005$ .

### 3.3 电流强度对零场自激振荡频率和幅值 (功率) 的影响

图 6 给出了磁矩在稳定自激振荡情形下, 施加的电流强度对其稳定自激振荡频率和振幅的影响. 对于固定的类场矩参数, 例如  $\beta = -0.2$ , 随着施加的电流逐渐增大, 磁矩稳定自激振荡的一阶频率有一个最小值, 如图 6(a) 所示, 并且该频率的最小值随着  $\beta$  绝对值的越大而增大, 如图 5(a) 的相图所示. 但是, 随着电流强度的增大, 例如,  $I = 4.0$  mA, 磁矩稳定自激振荡的二次, 甚至三次频率对应的幅

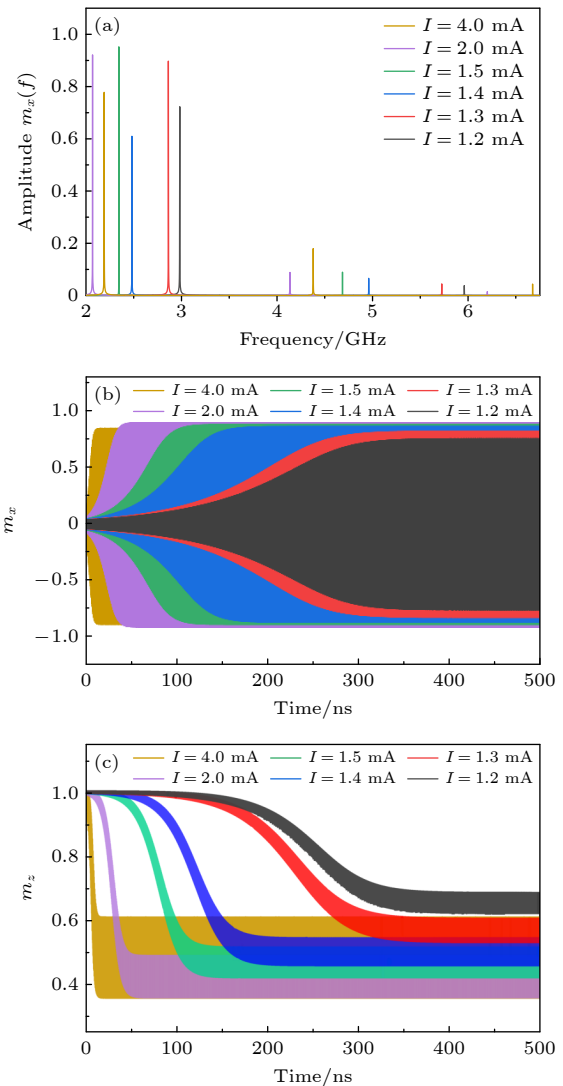


图 6 (a) 自旋转移力矩纳米振荡器的振幅和频率对施加电流强度  $I$  的依赖关系; (b), (c) 自由层磁矩的  $x$  分量和  $z$  分量在不同电流强度情形下的稳态振荡情况 ( $\beta = -0.2$ )  
Fig. 6. (a) Dependences of the amplitude and frequency of spin-transfer torque nano-oscillator on the applied current intensity  $I$ ; (b), (c) the  $x$  and the  $z$  components of the free layer magnetization as a function of time for the different values of current intensity ( $\beta = -0.2$ ).

值将变得非常明显,如图 6(a) 所示. 因而,为了提高自旋转移力矩纳米振荡器的“单频”性,对于一个可以产生稳定自激振荡的负类场矩参数,其施加的电流强度较小(大于临界电流强度)时,将有利于抑制二次和三次自激振荡频率的形成,并且此时不仅稳定自激振荡的频率会相应增大,而且其振幅  $m_x(f)$  也有一个较大的值,如图 5(b) 的相图所示. 另外,施加的电流强度越大,磁矩产生稳定自激振荡所需的时间越短,如图 6(b) 所示. 此外,由图 6(c) 可知,对于磁矩可以产生稳定自激振荡的电流强度范围,电流强度的值越大,磁矩在一个稳定自激振荡周期内的  $z$  轴分量  $m_z(t)$  的变化范围就越大. 相应地,磁矩进动轨迹的轴线越趋近于  $x$  轴方向.

## 4 结 论

基于 LLGS 方程,研究了自旋转移力矩纳米振荡器的自由层类场矩和外加电流强度对其磁矩稳定自激振荡特性的影响. 数值结果表明,当自由层的类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值为负值,且其绝对值大于某一数值时,自旋转移力矩纳米振荡器可以实现零场自激振荡,其物理机制可以通过能量平衡方程解释. 尤其是,自旋转移力矩纳米振荡器的稳定自激振荡频率,可以通过类场矩参数与自旋转移力矩参数的比值和施加的电流强度来调节. 例如,对于一个可以产生稳定自激振荡的负类场矩参数,类场矩参数与自旋转移力矩参数比值的绝对值越大,稳定自激振荡的频率也越大,并且对于二次、三次自激振荡频率的抑制也更有利,从而可以提高自旋转移力矩纳米振荡器的“单频”性. 另外,对于一个确定的可以产生稳定自激振荡的负类场矩参数,施加的电流强度越小(大于临界电流强度),其自激振荡的频率反而越大,并且更有利于抑制二次和三次自激振荡频率的形成. 上述结果为频率可调的零场自旋转移力矩纳米振荡器的实现提供了一种可选择的理论方案.

## 参考文献

- [1] Slonczewski J C 1996 *J. Magn. Magn. Mater.* **159** L1
- [2] Berger L 1996 *Phys. Rev. B* **54** 9353
- [3] Julliere M 1975 *Phys. Lett. A* **54** 225
- [4] Miyazaki T, Tezuka N 1995 *J. Magn. Magn. Mater.* **139** L231
- [5] Moodera J S, Kinder L R, Wong T M, Meservey R 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 3273
- [6] Kiselev S I, Sankey J C, Krivorotov I N, Emley N C, Schoelkopf R J, Buhrman R A, Ralph D C 2003 *Nature* **425** 380
- [7] Houssameddine D, Ebels U, Delaet B, Rodmacq B, Firastrau I, Ponthenier F, Brunet M, Thirion C, Michel J P, Prejbeanu-Buda L, Cyrille M C, Redon O, Dieny B 2007 *Nat. Mater.* **6** 447
- [8] Georges B, Grollier J, Cros V, Fert A 2008 *Appl. Phys. Lett.* **92** 232504
- [9] Ranjbar M, Drrenfeld P, Haidar M, Iacocca E, Balinskiy M, Le T Q, Fazlali M, Houshang A, Awad A A, Dumas R K, Kerman J 2014 *IEEE Magn. Lett.* **5** 3000504
- [10] Kubota H, Yakushiji K, Fukushima A, Tamaru S, Konoto M, Nozaki T, Ishibashi S, Saruya T, Yuasa S, Taniguchi T, Arai H, Imamura H 2013 *Appl. Phys. Express* **6** 103003
- [11] Litvinenko A, Iurchuk V, Sethi P, Louis S, Tyberkevych V, Li J, Jenkins A, Ferreira R, Dieny B, Slavin A, Ebels U 2020 *Nano Lett.* **20** 6104
- [12] Fang B, Zeng Z M 2014 *Chin. Sci. Bull.* **59** 1804 (in Chinese) [方彬, 曾中明 2014 *科学通报* **59** 1804]
- [13] Taniguchi T, Arai H, Tsunegi S, Tamaru S, Kubota H, Imamura H 2013 *Appl. Phys. Express* **6** 123003
- [14] Awad A A, Houshang A, Zahedinejad M, Khymyn R, Åkerman J 2020 *Appl. Phys. Lett.* **116** 232401
- [15] Arun R, Gopal R, Chandrasekar V K, Lakshmanan M 2022 *J. Phys. Condens. Matter* **34** 125803
- [16] Taniguchi T, Tsunegi S, Kubota H, Imamura H 2014 *Appl. Phys. Lett.* **104** 152411
- [17] Taniguchi T, Arai H, Kubota H, Imamura H 2014 *IEEE Trans. Magn.* **50** 1400404
- [18] Guo Y Y, Xue H B, Liu Z J 2015 *AIP Adv.* **5** 057114
- [19] Arun R, Gopal R, Chandrasekar V K, Lakshmanan M 2022 *J. Appl. Phys.* **132** 094301
- [20] Arai H, Matsumoto R, Yuasa S, Imamura H 2015 *Appl. Phys. Express* **8** 083005
- [21] Arai H, Matsumoto R, Yuasa S, Imamura H 2016 *J. Phys. Soc. Jpn.* **85** 063802
- [22] Guo Y Y, Zhao F F, Xue H B, Liu Z J 2016 *Chin. Phys. Lett.* **33** 037501
- [23] Zhao C P, Ma X Q, Huang H B, Liu Z H, Jafri H M, Wang J J, Wang X Y, Chen L Q 2017 *Appl. Phys. Lett.* **111** 082406
- [24] Guo Y Y, Hao J L, Xue H B, Liu Z J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 198502 (in Chinese) [郭圆圆, 蒿建龙, 薛海斌, 刘喆颀 2015 *物理学报* **64** 198502]
- [25] Kowalska E, Kákay A, Fowley C, Sluka V, Lindner J, Fassbender J, Deac A M 2019 *J. Appl. Phys.* **125** 083902
- [26] Shirokura T, Hai P N 2020 *J. Appl. Phys.* **127** 103904
- [27] Zhang W, Zhang Y, Jiang B, Fang B, Zhong H, Li H, Zeng Z M, Yan S S, Han G, Liu G, Yu S, Kang S 2021 *Appl. Phys. Lett.* **118** 012405
- [28] Slonczewski J C 1989 *Phys. Rev. B* **39** 6995
- [29] Slonczewski J C 2005 *Phys. Rev. B* **71** 024411
- [30] Fowley C, Sluka V, Berent K, Lindner J, Fassbender J, Rippard W H, Pufall M R, Russek S E, Deac A M 2014 *Appl. Phys. Express* **7** 043001
- [31] Taniguchi T, Kubota H 2016 *Phys. Rev. B* **93** 174401
- [32] Taniguchi T, Ito T, Tsunegi S, Kubota H, Utsumi Y 2017 *Phys. Rev. B* **96** 024406
- [33] Taniguchi T, Isogami S, Shiokawa Y, Ishitani Y, Komura E, Sasaki T, Mitani S, Hayashi M 2022 *Phys. Rev. B* **106** 104431
- [34] Mancilla-Almonacid D, Arias R E, Escobar R A, Altbir D, Allende S 2018 *J. Appl. Phys.* **124** 162102
- [35] Talatchian P, Romera M, Araujo F A, Bortolotti P, Cros V, Vodenicarevic D, Locatelli N, Querlioz D, Grollier J 2020

- Phys. Rev. Appl.* **13** 024073
- [36] Zeng L, Xu X J, Chen H H, Zhou Y, Zhang D M, Wang Y J, Zhang Y G, Zhao W S *2020 Appl. Phys. Lett.* **117** 082404
- [37] Kaka S, Pufall M R, Rippard W H, Silva T J, Russek S E, Katine J A *2005 Nature* **437** 389
- [38] Mancoff F B, Rizzo N D, Engel B N, Tehrani S *2005 Nature* **437** 393
- [39] Singh H, Konishi K, Bhuktare S, Bose A, Miwa S, Fukushima A, Yakushiji K, Yuasa S, Kubota H, Suzuki Y, Tulapurkar A A *2017 Phys. Rev. Appl.* **8** 064011
- [40] Singh H, Bose A, Bhuktare S, Fukushima A, Yakushiji K, Yuasa S, Kubota H, Tulapurkar A A *2018 Phys. Rev. Appl.* **10** 024001
- [41] Zeng L, Liu Y, Chen H H, Zhou Y, Zhang D M, Zhang Y G, Zhao W S *2020 Nanotechnology* **31** 375205

## Field-like torque-induced tunable zero-field spin-torque nano-oscillator\*

Guo Xiao-Qing<sup>1)2)</sup> Wang Qiang<sup>3)</sup> Xue Hai-Bin<sup>1)2)†</sup>

1) (*College of Physics, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

2) (*Key Laboratory of Interface Science and Engineering in Advanced Materials of Ministry of Education, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China*)

3) (*Department of Physics, Taiyuan Normal University, Jinzhong 030619, China*)

( Received 18 April 2023; revised manuscript received 1 June 2023 )

### Abstract

The spin-torque nano-oscillator (STNO), which is a novel type of nano-sized microwave oscillator driven by direct current, is considered as a promising candidate for future radio frequency (RF) transceivers owing to its scalability, nanoscale size and high frequency tunability. However, the potential application of STNO is limited because its stable oscillation requires an external magnetic field. In this work, the influences of the field-like torque and applied current intensity on the stable oscillation of STNO with a perpendicularly magnetized free layer are studied theoretically based on the macrospin model (also known as the single-spin or single-domain model) and the Landau-Lifshitz-Gilbert-Slonczewski (LLGS) equation in the absence of magnetic field. It is demonstrated numerically that a stable oscillation of STNO can be observed when the ratio between the field-like torque and the spin torque is a negative value and larger than a certain value that depends on the damping coefficient and the current intensity, whose physical mechanism can be understood by the energy balance equation. Moreover, the frequency of stable oscillation of STNO can be modulated by the ratio between the field-like torque and the spin torque and also by the current intensity. Particularly, the larger the absolute value of the ratio between the field-like torque and the spin torque and the smaller the applied current intensity (above the critical current intensity), the more conducive it is to suppressing the formation of second and third oscillation frequencies, thereby enhancing the STNO's "single-frequency" feature. Our findings provide a theoretical scheme for realizing a frequency tunable zero-field STNO, which may be useful for designing future RF transceivers.

**Keywords:** spin-torque nano-oscillator, field-like torque, zero-field stable oscillations

**PACS:** 75.78.-n, 85.75.-d

**DOI:** 10.7498/aps.72.20230628

\* Project supported by the Applied Basic Research Program of Shanxi Province, China (Grant Nos. 20210302123184, 201901D211425, 201601D011015) and the Outstanding Innovative Academic Leader of Higher Learning Institutions of Shanxi Province, China (Grant No. 163220120-S).

† Corresponding author. E-mail: [xuehaibin@tyut.edu.cn](mailto:xuehaibin@tyut.edu.cn)

## 类场矩诱导的可调零场自旋转移力矩纳米振荡器

郭晓庆 王强 薛海斌

### Field-like torque-induced tunable zero-field spin-torque nano-oscillator

Guo Xiao-Qing Wang Qiang Xue Hai-Bin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 167501 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230628

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230628>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 零阶Bessel驻波场中任意粒子声辐射力和力矩的Born近似

Born approximation of acoustic radiation force and torque for an arbitrary particle in a zero-order standing Bessel beam

物理学报. 2022, 71(10): 104302 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20212251>

#### 基于金刚石固态单自旋的纳米尺度零场探测

Nanoscale zero-field detection based on single solid-state spins in diamond

物理学报. 2021, 70(21): 213301 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20211363>

#### 基于工艺偏差的自旋转移矩辅助压控磁各向异性磁隧道结电学模型及其应用研究

Process deviation based electrical model of spin transfer torque assisted voltage controlled magnetic anisotropy magnetic tunnel junction and its application

物理学报. 2022, 71(10): 107501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211700>

#### 自旋轨道矩调控的垂直磁各向异性四态存储器结构

Demonstration of four-state memory structure with perpendicular magnetic anisotropy by spin-orbit torque

物理学报. 2018, 67(11): 117501 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180216>

#### 一种新型的三壁碳纳米管螺旋振荡器:分子动力学模拟

A novel triple-walled carbon nanotube screwing oscillator: a molecular dynamics simulation

物理学报. 2020, 69(22): 228801 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200821>

#### 基于中红外光参量振荡器光束质量优化的90°像旋转四镜非平面环形谐振腔型设计与分析

Design and analysis of 90° image rotating four-mirror non-planar ring resonator based on mid-infrared optical parametric oscillator beam quality optimization

物理学报. 2019, 68(17): 174201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182001>