

专题: 华南师范大学建校暨物理学科建立 90 周年

正负电子对撞中类底夸克偶素的线形*

叶全兴¹⁾²⁾ 何广朝¹⁾²⁾ 王倩^{1)2)†}

1) (华南师范大学量子物质研究院, 原子亚原子结构与量子调控教育部重点实验室, 广东省高等学校
物质结构与相互作用基础研究卓越中心, 广州 510006)

2) (华南师范大学南方核科学计算中心, 粤港量子物质联合实验室, 广东省核物质科学与技术重点实验室, 广州 510006)

(2023 年 5 月 31 日收到; 2023 年 10 月 15 日收到修改稿)

在重夸克自旋对称性下构造量子数为 $J^{PC} = 1^{--}$ 的 P 波 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 有效相互作用势, 代入李普曼-史温格方程求得 $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的散射振幅, 发现对应的散射截面可以解释现有的实验数据. 研究发现底夸克偶素的质量移动很小, 主要是由于底夸克偶素和 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 道的有效耦合比较小. 因此, $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 截面上的峰结构主要是 $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$ 和 $\Upsilon(6S)$ 的贡献. 能量在 10.63 GeV 处的窄峰值结构需要实验上进一步细致扫描和理论上拟合公式的优化.

关键词: 重夸克偶素, 奇特介子, 重夸克有效理论

PACS: 14.40. Pq, 14.40. Rt, 12.39. Hg

DOI: 10.7498/aps.72.20230908

1 引言

强相互作用是自然界中四种基本相互作用之一, 是将夸克和胶子形成色单态强子的最主要相互作用. 描述强相互作用的基本理论是量子色动力学, 其低能色禁闭的性质决定实验上能直接观测到的粒子都是色单态的强子, 因此, 研究强子的内部结构和性质是理解强相互作用最重要的手段之一. 1964 年, 盖尔曼^[1]提出强子是由更基本粒子(称为夸克(quark))所组成. 同年, 茨威格^[2]在他的书中也提出相同的概念, 并将这种基本粒子命名为“aces”. 这些概念的提出也标志着夸克模型的建立.

夸克模型将强子分为介子和重子, 介子由夸克和反夸克构成, 重子由 3 个夸克构成. 另一方面, 量子力学色动力学的色禁闭性质允许除上述两种构型外的其他色单态强子(即多夸克态)的存在. 因此, 高能实验物理学家致力于寻找多夸克态. 直至 2003 年, 实验上发现第一个奇特强子态候选者

$X(3872)$ ^[3]的信号, 打开了实验上研究奇特强子态的大门. 迄今为止, 实验上发现了几十个超出传统夸克模型的奇特强子态候选者, 它们内部结构有多种解释: 强子分子态、三角奇异性带来的运动学效应、紧致多夸克态、混杂态等^[4–14]. 这些奇特强子态的候选者多数都有比较邻近的阈值, 因此, 有可能是强子分子态的候选者^[8], 或者是三角奇异性带来的运动学效应^[12], 例如正负电子对撞中发现的 $Y(4260)$ 与 $D_1\bar{D}$ 的阈值比较接近, 可以作为 $D_1\bar{D}$ 的强子分子态候选者. $Y(4260)$ 的 $D_1\bar{D}$ 的强子分子态图像可以很好地解释相关的实验数据^[15–28], 并且预言新的重夸克自旋对称性伴随态粒子^[29–33]. $D_1\bar{D}$ 阈值在正负电子对撞中有重要贡献, 主要是因为粲夸克系统具有明显的重夸克对称性破坏效应^[17,27]. 这也说明底夸克偶素能区正负电子对撞过程中, $B_1\bar{B}$ 阈值效应没有粲夸克偶素能区中 $D_1\bar{D}$ 阈值作用贡献重要. 另一方面, BelleII 实验组在正负电子对撞的底介子对产生截面中, 在 $B_1\bar{B}$ 阈下没有发现明显的共振态信号^[34]. 与粲偶素能区物理不同,

* 国家自然科学基金重点项目(批准号: 12035007)和广东省基金(批准号: 2019QN01X172)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: qianwang@m.scnu.edu.cn

底夸克偶素能区重夸克对称性比较好保持. 因此, $B_1\bar{B}$ 阈值在底夸克偶素能区正负电子对撞过程中产额不大, 所对应的阈值效应不重要. 阈值效应是否明显一方面取决于对应道在所研究过程中的产额是否足够大, 另一方面取决于阈值对应的两个或多个强子的总宽度是否足够小. 因此, 研究底夸克偶素能区正负电子对撞过程中的截面, 窄共振态 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的阈值效应起主要作用. 本文主要在重夸克对称性下研究底夸克偶素能区正负电子对撞过程中 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的阈值效应, 以及由于它们之间的相互作用是否可以形成对应的强子分子态.

2 理论框架

重夸克极限下, 量子色动力学拉氏量可以按照重夸克质量的倒数进行展开. 领头阶的拉氏量不依赖于重夸克的自旋和重夸克的质量, 即具有重夸克自旋对称性和重夸克味道对称性. 这两种对称性是研究含有重夸克系统的重要手段. 本文将利用重夸克自旋对称性, 研究底夸克偶素能区正负电子对撞到 B 介子对的产生截面, 以揭示可能的类底夸克偶素态.

2.1 有效势

重夸克自旋对称性下, 重轻介子的动力学性质取决于轻自由度. 因此, S 波的 $b\bar{q}$ (或 $\bar{B}q$) 介子的轻自由度完全由反轻夸克 (轻夸克) 承担, S 波赝标介子 B 和矢量介子 B^* 构成轻自由度 $s_l = 1/2^-$ 的重夸克自旋二重态 (B, B^*). 由于正负电子湮灭为一个虚光子, 具有 $J^{PC} = 1^{--}$ 量子数. 因此, 具有 $J^{PC} = 1^{--}$ 的量子数的 P 波 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 才能在正负电子对撞中产生. 为构造 P 波的有效相互作用势, 首先考虑 P 波 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的重轻分解,

$$|l([s_{l_1} s_{Q_1}]_{j_1} [s_{l_2} s_{Q_2}]_{j_2})_s\rangle_J = \sum_{s_l, s_Q, s_q} (-1)^{l+s_q+s_Q+J} \hat{s}_q \hat{s}_Q \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{s}_l \begin{Bmatrix} s_{l_1} & s_{Q_1} & j_1 \\ s_{l_2} & s_{Q_2} & j_2 \\ s_q & s_Q & s \end{Bmatrix} \times \begin{Bmatrix} l & s_q & s_l \\ s_Q & J & s \end{Bmatrix} |l([s_{l_1} s_{l_2}]_{s_q})_{s_l} [s_{Q_1} s_{Q_2}]_{s_Q}\rangle_J, \quad (1)$$

其中 $|l([s_{l_1} s_{Q_1}]_{j_1} [s_{l_2} s_{Q_2}]_{j_2})_s\rangle_J$ 代表的是强子基. s_{Q_i} 表示的是第 i 个强子中的重夸克自旋, s_{l_i} 代表的是第 i 个强子中的轻自由度, 即轻夸克自旋加上该

强子中夸克反夸克之间的相对轨道角动量. j_i 代表第 i 个强子的总自旋. l 表示的是强子基中两个强子间的相对轨道角动量, 两个强子系统的总角动量则用 J 来表示. s 代表两个强子的总自旋. (1) 式左侧的强子基分解为总的重自由度 s_Q 和总的轻自由度 s_l , 即用右侧的重轻基 $|l([s_{l_1} s_{l_2}]_{s_q})_{s_l} [s_{Q_1} s_{Q_2}]_{s_Q}\rangle_J$ 表示. 其中 s_q 是双强子系统中的轻夸克对的总自旋, $s_l = s_q + l$ 是双强子系统中的轻自由度, 即轻夸克对总自旋 s_q 和两强子间相对轨道角动量 l 之和. 由于重夸克极限下, 轻重自由度分别守恒, 重轻基 $|l([s_{l_1} s_{l_2}]_{s_q})_{s_l} [s_{Q_1} s_{Q_2}]_{s_Q}\rangle_J$ 可以化简为 $|s_Q \otimes s_l\rangle_J$ [35]. 针对本文所要研究的正负电子对撞过程, 相对轨道角动量 $l = 1$, 因此, 量子数 $J^{PC} = 1^{--}$ 的 P 波 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 重轻分解为

$$\begin{aligned} |B\bar{B}\rangle_{1^{--}} &= \frac{1}{2}|0 \otimes 1\rangle + \frac{1}{2\sqrt{3}}|1 \otimes 0\rangle \\ &\quad - \frac{1}{2}|1 \otimes 1\rangle + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}|1 \otimes 2\rangle, \\ |B\bar{B}^* + \text{c.c.}\rangle_{1^{--}} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}|1 \otimes 0\rangle + \frac{1}{2}|1 \otimes 1\rangle \\ &\quad + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}|1 \otimes 2\rangle, \\ |B^*\bar{B}^*\rangle_{1^{--}}^{s=0} &= \frac{1}{2}\sqrt{3}|0 \otimes 1\rangle - \frac{1}{6}|1 \otimes 0\rangle \\ &\quad + \frac{1}{2\sqrt{3}}|1 \otimes 1\rangle - \frac{\sqrt{5}}{6}|1 \otimes 2\rangle, \\ |B^*\bar{B}^*\rangle_{1^{--}}^{s=2} &= \frac{\sqrt{5}}{3}|1 \otimes 0\rangle + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}|1 \otimes 1\rangle + \frac{1}{6}|1 \otimes 2\rangle. \end{aligned}$$

为了简化式子, 上面等式右面省略了下角标 1^{--} . 由于重轻分解的变换是么正变换, 因此这些波函数是正交归一的 [36]. 下标 1^{--} 表示正负电子对撞中产生的 B 介子对的量子数 J^{PC} . 上标 $s = 0, s = 2$ 表示两强子系统的总自旋. 这四个道分别用拉丁指标 $i, j = 1, 2, 3, 4$ 表示.

重夸克极限下, 重夸克有效哈密顿量 $\hat{H}$ 保证重轻自由度分别守恒, 且相互作用形式只取决于轻自由度, 即

$$\langle s_Q \otimes s_l | \hat{H} | s_{Q'} s_{l'} \rangle = \delta_{s_{Q'} s_Q} \delta_{s_{l'} s_l} C_{s_l}, \quad (2)$$

其中 C_{s_l} 是接触势, 只依赖于轻自由度 s_l . 因此, 可以定义接触势:

$$\begin{aligned} C_1 &\equiv \langle 0 \otimes 1 | \hat{H} | 0 \otimes 1 \rangle = \langle 1 \otimes 1 | \hat{H} | 1 \otimes 1 \rangle, \\ C_0 &\equiv \langle 1 \otimes 0 | \hat{H} | 1 \otimes 0 \rangle, \quad C_2 \equiv \langle 1 \otimes 2 | \hat{H} | 1 \otimes 2 \rangle. \end{aligned}$$

低能情况下, C_0, C_1, C_2 视为常数. 根据上述定义, 双 B 介子系统在量子数为 1^{--} 的接触势为

$$\begin{aligned} V_{11}^o &= \frac{1}{12}C_0 + \frac{1}{2}C_1 + \frac{5}{12}C_2, \\ V_{12}^o &= -\frac{1}{6}C_0 - \frac{1}{4}C_1 + \frac{5}{12}C_2, \\ V_{13}^o &= -\frac{1}{12\sqrt{3}}C_0 + \frac{\sqrt{3}}{6}C_1 - \frac{5\sqrt{3}}{36}C_2, \\ V_{14}^o &= \frac{1}{6}\sqrt{\frac{5}{3}}C_0 - \frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{3}}C_1 + \frac{1}{12}\sqrt{\frac{5}{3}}C_2, \\ V_{22}^o &= \frac{1}{3}C_0 + \frac{1}{4}C_1 + \frac{5}{12}C_2, \\ V_{23}^o &= \frac{1}{6\sqrt{3}}C_0 + \frac{1}{4\sqrt{3}}C_1 - \frac{5}{12\sqrt{3}}C_2, \\ V_{24}^o &= -\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}C_0 + \frac{1}{4}\sqrt{\frac{5}{3}}C_1 + \frac{1}{12}\sqrt{\frac{5}{3}}C_2, \\ V_{33}^o &= \frac{C_0}{36} + \frac{5}{6}C_1 + \frac{5}{36}C_2, \\ V_{34}^o &= -\frac{\sqrt{5}}{18}C_0 + \frac{\sqrt{5}}{12}C_1 - \frac{\sqrt{5}}{36}C_2, \\ V_{44}^o &= \frac{5}{9}C_0 + \frac{5}{12}C_1 + \frac{1}{36}C_2. \end{aligned}$$

因为 4×4 的接触势是对称矩阵, 所以此处只给出上半对角的矩阵元. 原则上, 在能量区间比较大的情况下, 即动力学道对应的三动量可以和 π 介子质量相比时, 需要引入单 π 交换势. 但是文献 [37–40] 中对强子分子态的研究表明, 引入单 π 交换势时的

物理性质与只考虑接触势时的物理性质基本一致, 因此, 本文计算只考虑接触势的贡献.

实验上测量的质心系能量在 $[10.55, 11.03]$ GeV 之间, 夸克模型的计算表明此能量区间可能存在 4 个裸态^[41], 分别是 $\Upsilon(10580)$, $\Upsilon(10753)$, $\Upsilon(10860)$, $\Upsilon(11020)$. 目前这 4 个态的性质是 $\Upsilon(10580)$ 为 $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(10753)$ 看作 $\Upsilon(3D)$ 与 $\Upsilon(4S, 5S)$ 的混合^[42], $\Upsilon(10860)$ 和 $\Upsilon(11020)$ 则分别看作是 $\Upsilon(5S)$ 和 $\Upsilon(6S)$ ^[41,42]. 因此, 4 个裸态在本文中分别为 $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$, $\Upsilon(6S)$. 并用希腊指标 $\alpha, \beta=1, 2, 3, 4$ 来表示. 重夸克极限下 S 和 D 波的底夸克偶素分别耦合到 $|1 \otimes 0\rangle, |1 \otimes 2\rangle$ 的重轻基, 耦合强度分别定义为

$$\begin{aligned} g_{4S} &\equiv \langle 1 \otimes 0 | \hat{H}' | 1 \otimes 0 \rangle_{4S}, \\ g_{3D} &\equiv \langle 1 \otimes 2 | \hat{H}' | 1 \otimes 2 \rangle_{3D}, \\ g_{5S} &\equiv \langle 1 \otimes 0 | \hat{H}' | 1 \otimes 0 \rangle_{5S}, \\ g_{6S} &\equiv \langle 1 \otimes 0 | \hat{H}' | 1 \otimes 0 \rangle_{6S}. \end{aligned}$$

相应的势能矩阵元可以表示为 $v_{i\alpha} = \langle i | \hat{H}' | \alpha \rangle$, 其中 $|i\rangle$ 对应强子态 $|B^{(*)}\bar{B}^{(*)}\rangle_{1^{--}}$, 强子态 $|B\bar{B}\rangle_{1^{--}}$, $|B\bar{B}^* + B^*\bar{B}\rangle_{1^{--}}$, $|B^*\bar{B}^*\rangle_{1^{--}}^{S=0}$, $|B^*\bar{B}^*\rangle_{1^{--}}^{S=2}$ 分别对应 $i=1, 2, 3, 4$ 的情况; $|\alpha\rangle$ 对应裸态波函数, $\alpha=1, 2, 3, 4$ 分别对应 $|1 \otimes 0\rangle_{4S}$, $|1 \otimes 2\rangle_{3D}$, $|1 \otimes 0\rangle_{5S}$, $|1 \otimes 0\rangle_{6S}$, 将相应的波函数一一代入 $v_{i\alpha} = \langle i | \hat{H}' | \alpha \rangle$, 即可得出裸态与 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的耦合矩阵 $\mathbf{V}_{\text{open-bare}}$ (以下用 $\mathbf{V}^{\text{ob}}$ 来表示):

$$\mathbf{V}^{\text{ob}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2\sqrt{3}}g_{4S} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}g_{3D} & \frac{1}{2\sqrt{3}}g_{5S} & \frac{1}{2\sqrt{3}}g_{6S} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}}g_{4S} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}g_{3D} & -\frac{1}{\sqrt{3}}g_{5S} & -\frac{1}{\sqrt{3}}g_{6S} \\ -\frac{1}{6}g_{4S} & -\frac{\sqrt{5}}{6}g_{3D} & -\frac{1}{6}g_{5S} & -\frac{1}{6}g_{6S} \\ \frac{\sqrt{5}}{3}g_{4S} & \frac{1}{6}g_{3D} & \frac{\sqrt{5}}{3}g_{5S} & \frac{\sqrt{5}}{3}g_{6S} \end{pmatrix}.$$

综上所述, 以上 8 个衰变道的势能矩阵可以写成如下形式:

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}^o & \mathbf{V}^{\text{ob}} \\ \mathbf{V}^{\text{bo}} & 0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

其中 $\mathbf{V}^o$ 是 4 个开放道对应的势能矩阵, $\mathbf{V}^{\text{ob}}$ 是裸态与 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的耦合矩阵, $\mathbf{V}^{\text{bo}}$ 矩阵是 $\mathbf{V}^{\text{ob}}$ 矩阵的

转置.

2.2 李普曼-史温格方程

由于本文所考虑的有效势是常数, 因此李普曼-史温格方程可化简为矩阵形式的代数方程:

$$\mathbf{T} = \mathbf{V} - \mathbf{V}\mathbf{G}\mathbf{T}. \quad (4)$$

由于存在 8 个衰变道, 因此 $\mathbf{T}$, $\mathbf{V}$, $\mathbf{G}$ 均为 8×8 的矩阵, 不妨将 $\mathbf{T}$ 矩阵改写成四块 4×4 的矩阵, 表示为

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^{\text{oo}} & \mathbf{T}^{\text{ob}} \\ \mathbf{T}^{\text{bo}} & \mathbf{T}^{\text{bb}} \end{pmatrix}. \quad (5)$$

类似地, $\mathbf{G}$ 矩阵可以改写为两块对角矩阵:

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_p & \\ & \mathbf{S} \end{pmatrix}, \quad (6)$$

其中 $\mathbf{G}_p = \text{diag}(G_1, G_2, G_3, G_4)$, $\mathbf{S} = \text{diag}(S_1, S_2, S_3, S_4)$. 两体传播子

$$\begin{aligned} G_i(E) &= \int \frac{d^3q}{(2\pi)^3} \frac{q^2 f_\Lambda(q^2)}{E - m_{i1} - m_{i2} - q^2/(2\mu)} \\ &= -\frac{\mu\Lambda}{(2\pi)^{3/2}} \left(k^2 + \frac{\Lambda^2}{4} \right) \\ &\quad + \frac{\mu k^3}{2\pi} e^{-2k^2/\Lambda^2} \left[\text{erfi}\left(\frac{\sqrt{2}k}{\Lambda}\right) - i \right], \end{aligned} \quad (7)$$

式中, $k = \sqrt{2\mu_i(E - m_{i1} - m_{i2} + i\varepsilon)}$, 其中 m_{i1} , m_{i2} 是第 i 道中两个粒子的质量; μ_i 是第 i 道的约化质量. $f_\Lambda(q^2) = \exp(-2q^2/\Lambda^2)$ 是每个顶点的形状因子^①, 虚误差函数 $\text{erfi}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z e^{t^2} dt$; Λ 是适用能标, 在此处可以理解为一个待拟合参数. 4 个裸态的传播子为

$$S_\alpha = 1/(m_\alpha^2 - s - m_\alpha \Gamma_\alpha i), \quad (8)$$

其中 m_α 为第 α 个裸态的质量.

由于裸态间的跃迁势为零, 李普曼-史温格方程可以写为两组 4×4 维的方程组,

$$\mathbf{T}^{\text{oo}} = \mathbf{V}^{\text{oo}} - \mathbf{V}^{\text{oo}} \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{oo}} - \mathbf{V}^{\text{ob}} \mathbf{S} \mathbf{T}^{\text{bo}} \quad (9)$$

$$\mathbf{T}^{\text{bo}} = \mathbf{V}^{\text{bo}} - \mathbf{V}^{\text{bo}} \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{oo}}, \quad (10)$$

第二部分为

$$\mathbf{T}^{\text{ob}} = \mathbf{V}^{\text{ob}} - \mathbf{V}^{\text{oo}} \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{ob}} - \mathbf{V}^{\text{ob}} \mathbf{S} \mathbf{T}^{\text{bb}}, \quad (11)$$

$$\mathbf{T}^{\text{bb}} = -\mathbf{V}^{\text{bo}} \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{ob}}. \quad (12)$$

将 (10) 式代入 (9) 式得:

$$\mathbf{T}^{\text{oo}} = \mathbf{V}^{\text{oo}} - \mathbf{V}^{\text{ob}} \mathbf{S} \mathbf{V}^{\text{bo}} - (\mathbf{V}^{\text{oo}} - \mathbf{V}^{\text{ob}} \mathbf{S} \mathbf{V}^{\text{bo}}) \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{oo}}. \quad (13)$$

定义有效作用势为

$$\hat{\mathbf{V}}^{\text{oo}} = \mathbf{V}^{\text{oo}} - \mathbf{V}^{\text{ob}} \mathbf{S} \mathbf{V}^{\text{bo}}, \quad (14)$$

则

$$\mathbf{T}^{\text{oo}} = \hat{\mathbf{V}}^{\text{oo}} - \hat{\mathbf{V}}^{\text{oo}} \mathbf{G}_p \mathbf{T}^{\text{oo}}. \quad (15)$$

类似地, 可以得到其他的散射矩阵元.

2.3 物理产生振幅及散射截面

相关的 8 个道的裸顶点产生振幅定义为

$$\mathcal{F} = (F_1, F_2, F_3, F_4, f_1, f_2, f_3, f_4)^T, \quad (16)$$

其中 f_α ($\alpha = 1, 2, 3, 4$) 是虚光子和相应的底夸克偶素之间的耦合常数, 可以通过以下公式进行计算^[43]:

$$\frac{e}{f_V} = \left[\frac{3\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}}{2\alpha_e |\mathbf{p}_e|} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (17)$$

f_α 即为 (17) 式中的 e/f_V , $\alpha_e = 1/137$ 是精细结构常数, $\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-}$ 是矢量介子衰变到 e^+e^- 的衰变宽度, $\mathbf{p}_e$ 是末态电子的三动量. F_i 是虚光子和第 i 个开放道的耦合常数, 可以参数化为

$$F_i \equiv g_{i2}^{1--} f_S^0 + g_{i4}^{1--} f_D^0, \quad (18)$$

其中 f_S^0 和 f_D^0 分别为虚光子和重轻基 $|1 \otimes 0\rangle$ 和 $|1 \otimes 2\rangle$ 的耦合强度:

$$f_S^0 \equiv \langle 1 \otimes 0 | H_{\text{EM}} | \gamma^* \rangle, \quad (19)$$

$$f_D^0 \equiv \langle 1 \otimes 2 | H_{\text{EM}} | \gamma^* \rangle. \quad (20)$$

g_{i2}^{1--} 和 g_{i4}^{1--} 分别是 $|1 \otimes 0\rangle$ 和 $|1 \otimes 2\rangle$ 基在第 i 个动力学道中的占比. 它们的具体数值可以从 $|\mathbf{B}^{(*)}\bar{\mathbf{B}}^{(*)}\rangle$ 重轻分解后的系数矩阵:

$$g^{1--} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}} \\ \frac{1}{2}\sqrt{3} & -\frac{1}{6} & \frac{1}{2\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{5}}{6} \\ 0 & \frac{\sqrt{5}}{3} & \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}} & \frac{1}{6} \end{pmatrix} \quad (21)$$

中读出, 即 g_{i2}^{1--} 和 g_{i4}^{1--} 分别是矩阵 g^{1--} 的第 2 列

① 形状因子用来描述非点粒子的内部结构, 常用的形状因子除了指数形状因子外, 还有单极形状因子、偶极形状因子等. 这些形状因子在阈值附近的行为一致. 本文所用公式是在重夸克极限下推导的, 也适用于阈值附近, 为了最大程度压低远离阈值处的贡献, 我们采用指数形状因子.

和第 4 列.

物理产生振幅可以通过求解矩阵方程:

$$\mathcal{U} = \mathcal{F} - \mathcal{V}\mathcal{G}\mathcal{U} \quad (22)$$

获得. 将列矩阵 $\mathcal{F}$ 进行分块, 表示为

$$\mathcal{F} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}^0 \\ \mathcal{F}^b \end{pmatrix}. \quad (23)$$

相应地, 将列矩阵 $\mathcal{U}$ 进行分块, 表示为

$$\mathcal{U} = \begin{pmatrix} \mathcal{U}^0 \\ \mathcal{U}^b \end{pmatrix}. \quad (24)$$

求解上述方程可获得:

$$\mathcal{U}^0 = \hat{\mathcal{F}}^0 - \hat{\mathcal{V}}^0 \mathcal{G}_p \mathcal{U}^0, \quad (25)$$

式中的 $\hat{\mathcal{F}}^0$ 称为有效裸产生振幅:

$$\hat{\mathcal{F}}^0 = \mathcal{F}^0 - \mathcal{V}^{0b} \mathcal{S} \mathcal{F}^b. \quad (26)$$

将 (25) 式移项化简得:

$$\mathcal{U}^0 = (\mathbb{I} + \hat{\mathcal{V}}^0 \mathcal{G}_p)^{-1} \hat{\mathcal{F}}^0, \quad (27)$$

其中, $\mathbb{I}$ 为 4×4 的单位矩阵. 从 (27) 式可知, 只要知道有效作用势 $\hat{\mathcal{V}}^0$ 矩阵, 两体传播子 $\mathcal{G}_p$ 矩阵以及有效裸产生振幅 $\hat{\mathcal{F}}^0$, 就可以求解开放道 $B\bar{B}$, $B\bar{B}^*$, $B^*\bar{B}^*_{(S=0)}$, $B^*\bar{B}^*_{(S=2)}$ 的物理产生振幅.

因此, $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 过程中 4 个开放道的散射振幅为

$$\mathcal{M} = \bar{v}(\mathbf{p}^+) (-ie\gamma_\mu) u(\mathbf{p}^-) \frac{iP_{\gamma}^{\mu\nu}(\mathbf{p})}{s} \mathcal{T}_\nu, \quad (28)$$

其中 $\mathbf{p}^-$ ($\mathbf{p}^+$) 代表的是电子 (正电子) 的四动量, 而 $\mathbf{p}$ 是两者之和. $P_{\gamma}^{\mu\nu}(\mathbf{p}) = -g^{\mu\nu}$ 是光子传播子的分子. $\mathcal{T}_\nu$ 是从李普曼-史温格方程中得到的产生振幅. $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 这 4 个开放道的产生振幅为

$$\begin{aligned} \mathcal{T}_1^i &= \mathcal{U}_1 (p_B^i - p_{\bar{B}}^i), \\ \mathcal{T}_2^i &= \mathcal{U}_2 \varepsilon^{ijk} (p_B^j - p_{\bar{B}^*}^j) \varepsilon^{*k}, \\ \mathcal{T}_3^i &= \mathcal{U}_3 \frac{1}{\sqrt{3}} (p_{B^*}^i - p_{\bar{B}^*}^i) \varepsilon_{B^*}^* \cdot \varepsilon_{\bar{B}^*}^*, \\ \mathcal{T}_4^i &= \mathcal{U}_4 P_2^{ij,mn} \varepsilon_{B^*}^{*m} \varepsilon_{\bar{B}^*}^{*n} (p_{B^*}^j - p_{\bar{B}^*}^j). \end{aligned}$$

其中 $\mathcal{U}_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 是 4 个动力学道的裸产生强度, $p_{B^{(*)}}$ 和 $p_{\bar{B}^{(*)}}$ 是 $B^{(*)}$, $\bar{B}^{(*)}$ 介子质心系下的三动量, ε_{B^*} , $\varepsilon_{\bar{B}^*}$ 是 B^* , $\bar{B}^*$ 介子的极化矢量. $P_2^{ij,mn}$ 是自旋为 2 的投影算符, 其表达式为

$$P_2^{ij,mn} = \sqrt{\frac{3}{5}} \left(\frac{1}{2} \delta^{im} \delta^{jn} + \frac{1}{2} \delta^{in} \delta^{jm} - \frac{1}{3} \delta^{ij} \delta^{mn} \right),$$

相应的散射振幅的模方为

$$|\mathcal{M}_1|^2 = \mathcal{U}_1^2 \frac{32\pi\alpha_e}{s} |\mathbf{p}_B|^2 (1 - \cos^2 \theta), \quad (29)$$

$$|\mathcal{M}_2|^2 = \mathcal{U}_2^2 \frac{32\pi\alpha_e}{s} |\mathbf{p}_B|^2 (1 + \cos^2 \theta), \quad (30)$$

$$|\mathcal{M}_3|^2 = \mathcal{U}_3^2 \frac{32\pi\alpha_e}{s} |\mathbf{p}_{B^*}|^2 (1 - \cos^2 \theta), \quad (31)$$

$$|\mathcal{M}_4|^2 = \mathcal{U}_4^2 \frac{112\pi\alpha_e}{5s} |\mathbf{p}_{B^*}|^2 \left(1 - \frac{1}{7} \cos^2 \theta \right). \quad (32)$$

(29)–(32) 式中角度的贡献在文献 [36] 中有较为详细的讨论. 第 i 个开放道的微分散射截面为

$$\frac{d\sigma_i}{d\cos\theta} = \frac{|\mathbf{p}_{B^{(*)}}|}{64\pi s^{3/2}} |\mathcal{M}_i|^2. \quad (33)$$

将 (29)–(32) 式代入 (33) 式, 对 θ 从 0 到 π 积分, 即可得到相应开放道的散射截面:

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \int_{-1}^{+1} \frac{|\mathbf{p}_B|^3 \alpha_e}{2s^{5/2}} |\mathcal{U}_1|^2 (1 - \cos^2 \theta) d\cos\theta \\ &= \frac{2|\mathbf{p}_B|^3 \alpha_e}{3s^{5/2}} |\mathcal{U}_1|^2, \\ \sigma_2 &= \int_{-1}^{+1} \frac{|\mathbf{p}_B|^3 \alpha_e}{2s^{5/2}} |\mathcal{U}_2|^2 (1 + \cos^2 \theta) d\cos\theta \\ &= \frac{4|\mathbf{p}_B|^3 \alpha_e}{3s^{5/2}} |\mathcal{U}_2|^2, \\ \sigma_3 &= \int_{-1}^{+1} \frac{|\mathbf{p}_{B^*}|^3 \alpha_e}{2s^{5/2}} |\mathcal{U}_3|^2 (1 - \cos^2 \theta) d\cos\theta \\ &= \frac{2|\mathbf{p}_{B^*}|^3 \alpha_e}{3s^{5/2}} |\mathcal{U}_3|^2, \\ \sigma_4 &= \int_{-1}^{+1} \frac{7|\mathbf{p}_{B^*}|^3 \alpha_e}{20s^{5/2}} |\mathcal{U}_4|^2 \left(1 - \frac{1}{7} \cos^2 \theta \right) d\cos\theta \\ &= \frac{2|\mathbf{p}_{B^*}|^3 \alpha_e}{3s^{5/2}} |\mathcal{U}_4|^2. \end{aligned}$$

通过拟合实验上 $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 过程中的反应截面提取模型中的参数, 并进一步提取感兴趣的物理信息.

3 数值结果与讨论

具体的数值计算结果表明, 上一节的截面公式可以很好地解释 BelleII 合作组最新的截面数据 [34], 如图 1 所示. 理论计算结果 (图 1 中蓝色实线) 穿过大部分实验数据点, 证明此图像可以很好地解释实验数据. 拟合得到的模型参数如表 1 所列.

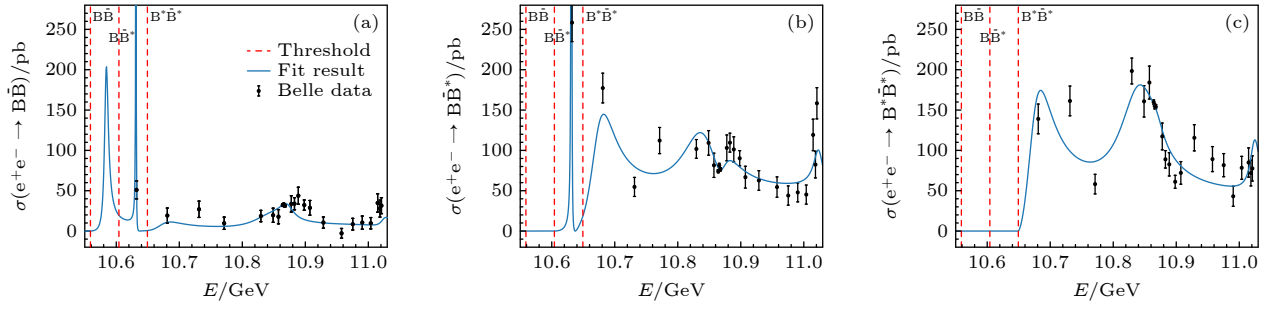


图 1 质心能量在 $[10.55, 11.03]$ GeV 之间 $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的散射截面. 实验数据点来自 BelleII 合作组 [34]. 蓝色实线是理论计算的截面. 3 条垂直的红色虚线从低到高分别是 $B\bar{B}$, $B\bar{B}^*$, $B^*\bar{B}^*$ 的阈值. 其中 $e^+e^- \rightarrow B^*\bar{B}^*$ 过程的截面是第 3 个道和第 4 个道贡献的总和

Fig. 1. The cross sections of the $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ in the center of mass energy region $[10.55, 11.03]$ GeV. The blue solid curves are the theoretical results. The vertical red dashed lines are the $B\bar{B}$, $B\bar{B}^*$, $B^*\bar{B}^*$ thresholds. The cross section of the $e^+e^- \rightarrow B^*\bar{B}^*$ process is the sum of that of the third and forth channels.

表 1 拟合参数和约化卡方

Table 1. Fitted parameters and the corresponding reduced χ^2 .

参数名	参数值	单位
C_0	0.160 ± 0.149	GeV^{-2}
C_1	1.669 ± 0.003	GeV^{-2}
C_2	-1.785 ± 2.677	GeV^{-2}
g_{4S}	-2.377 ± 0.180	GeV^0
g_{3D}	0.966 ± 0.430	GeV^0
g_{5S}	-0.571 ± 0.073	GeV^0
g_{6S}	0.252 ± 0.102	GeV^0
f_S^0	1.040 ± 0.097	GeV^0
f_D^0	-1.543 ± 1.535	GeV^0
m_{4S}	10.468 ± 0.043	GeV
m_{3D}	10.856 ± 0.004	GeV
m_{5S}	10.830 ± 0.011	GeV
m_{6S}	11.024 ± 0.008	GeV
Λ	2.448 ± 0.001	GeV
Γ_1	0.029 ± 0.017	GeV
Γ_2	0.033 ± 0.010	GeV
Γ_3	0.139 ± 0.025	GeV
Γ_4	0.027 ± 0.015	GeV
$\frac{\chi^2}{\text{d.o.f}}$	3.37	—

具体拟合过程中发现参数 C_0 与参数 g_{4S} , g_{5S} , g_{6S} , f_S^0 的关联性比较强. 这是由于上述参数都与重轻自由度 $|1 \otimes 0\rangle$ 耦合, 因此, 其中一个参数的变化可以被其他参数吸收. 同理, 由于参数 C_2 与参数 g_{3D} , f_D^0 都可以耦合到 $|1 \otimes 2\rangle$ 重轻自由度, 因此, 它们的关联性也比较强.

其中低能有效耦合常数 C_0 , C_1 , C_2 的数值大小处于同一个量级, 满足有效场论对同一阶参数的

要求. 4 个底夸克偶素的裸质量位置与截面上峰值的位置偏移较小, 他们的偏移是由耦合道效应导致的, 由于其耦合强度较小 (如表 2 所列), 导致偏移较小, 即 $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$, $\Upsilon(6S)$ 的裸质量分别是 (10.468 ± 0.043) GeV, (10.856 ± 0.004) GeV, (10.830 ± 0.011) GeV, (11.024 ± 0.008) GeV. 这 4 个裸态在图 1 的 3 个反应道的截面上都有所反应, 即在图 1(a) 中, 分别对应质心系能量在 10.58, 10.87 和 11.03 GeV 处的峰值. 其中 10.87 GeV 处的峰值是由 $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$ 共同效应导致的结构. 由于运动学相空间效应, 质心能量在 10.63 GeV 处的尖峰只在 $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}$, $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}^*$ 过程的截面中有

表 2 物理黎曼面 R_{+++} , 离物理黎曼面近的黎曼面 R_{-++} , R_{-+} , R_{---} 上的极点 (第 2 列) 和主要耦合道及其有效耦合常数 (第 3 列)

Table 2. Poles on the physical sheet R_{+++} , those R_{-++} , R_{-+} , R_{---} close to the physical one (the second column), the dominant channel with the corresponding effective coupling (the third column).

黎曼面	极点/GeV	D.C. ($g^{\text{eff}} / \text{MeV}^{-1/2}$)
R_{+++}	$10.638 - 0.000i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=0}$ [0.52]
	$10.871 - 0.014i$	$B\bar{B}^*$ [0.05]
	$11.024 - 0.009i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.06]
R_{-++}	$10.876 - 0.016i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.03]
	$11.024 - 0.008i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.05]
R_{-+}	$10.873 - 0.021i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.01]
	$11.018 - 0.008i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=0}$ [0.00]
R_{---}	$10.587 - 0.00i$	$B\bar{B}^*$ [0.01]
	$10.635 - 0.033i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.01]
	$10.846 - 0.090i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=0}$ [0.00]
	$10.871 - 0.020i$	$(B^*\bar{B}^*)^{s=2}$ [0.01]

所体现. 此尖峰结构主要由这两个反应过程中 10.63 GeV 附近两个实验数据点决定, 统计显著性不高. 当进一步考虑实验分辨率的效应, 上述尖峰将变得平滑. $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$, $\Upsilon(6S)$ 在 $e^+e^- \rightarrow B\bar{B}^*$ 和 $e^+e^- \rightarrow B^*\bar{B}^*$ 反应过程中均有所体现, 即对应 10.85 和 11.02 GeV 附近的峰. 拟合对应的极点位置和主要耦合道及其耦合强度列在表 2 中. 从表中可以看出, 所有极点与 B 介子对的耦合强度比较小, 截面上的峰值结果均是由重夸克偶素导致的.

4 总结与展望

BelleII 国际合作组测量了 $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 的散射截面实验数据, 并且通过高阶切比雪夫多项式对实验数据进行了拟合. 本文在重夸克自旋对称性下, 构造量子数为 $J^{PC} = 1^{--}$ 的 P 波 $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 散射势, 代入李普曼-史温格方程, 并通过代数求解李普曼-史温格方程得到物理散射振幅, 进而求出 $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ 过程的散射截面. 通过拟合 BelleII 的实验数据发现, 底夸克偶素 $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$ 和 $\Upsilon(6S)$ 在随质心能量依赖的线形中体现为 10.58, 10.87 和 11.03 GeV 处的峰值. 其中 10.87 GeV 峰值是由 $\Upsilon(3D)$ 和 $\Upsilon(5S)$ 两个底夸克偶素共同作用的结果. 质心能量在 10.63 GeV 处的峰值附近只有两个能量点, 此处峰值的性质一方面需要实验上进一步细致扫描, 另一方面需要理论公式中考虑实验上的分辨率并且做 Bin-by-Bin 拟合. 因此, 为进一步确定 10.63 GeV 附近底夸克偶素的性质, 需要实验上在此能区内做进一步细致扫描.

感谢电子科技大学杜孟林教授的早期工作和讨论.

参考文献

- [1] Gell-Mann M 1964 *Phys. Lett.* **8** 214
- [2] Zweig G 1964 *An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking* CM-P0004288
- [3] Choi S K, Olsen S L, Abe K, et al. 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 262001
- [4] Chen H X, Chen W, Liu X, Zhu S L 2016 *Phys. Rep.* **639** 1
- [5] Chen H X, Chen W, Liu X, Liu Y R, Zhu S L 2017 *Rep. Prog. Phys.* **80** 076201
- [6] Dong Y, Faessler A, Lyubovitskij V E 2017 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **94** 282

- [7] Lebed R F, Mitchell R E, Swanson E S 2017 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **93** 143
- [8] Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Wang Q, Zhao Q, Zou B S 2018 *Rev. Mod. Phys.* **90** 015004
- [9] Liu Y R, Chen H X, Chen W, Liu X, Zhu S L 2019 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **107** 237
- [10] Albuquerque R M, Dias J M, Khemchandani K P, Torres A M, Navarra F S, Nielsen M, Zanetti C M 2019 *J. Phys. G* **46** 093002
- [11] Yamaguchi Y, Hosaka A, Takeuchi S, Takizawa M 2020 *J. Phys. G* **47** 053001
- [12] Guo F K, Liu X H, Sakai S 2020 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **112** 103757
- [13] Brambilla N, Eidelman S, Hanhart C, Nefediev A, Shen C P, Thomas C E, Vairo A, Yuan C Z 2020 *Phys. Rep.* **873** 1
- [14] Zou B S 2021 *Sci. Bull.* **66** 1258
- [15] Wang Q, Hanhart C, Zhao Q 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 132003
- [16] Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Wang Q, Zhao Q 2013 *Phys. Lett. B* **725** 127
- [17] Cleven M, Wang Q, Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Zhao Q 2014 *Phys. Rev. D* **90** 074039
- [18] Wang Q, Cleven M, Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Wu X G, Zhao Q 2014 *Phys. Rev. D* **89** 034001
- [19] Wu X G, Hanhart C, Wang Q, Zhao Q 2014 *Phys. Rev. D* **89** 054038
- [20] Chen Y H, Dai L Y, Guo F K, Kubis B 2019 *Phys. Rev. D* **99** 074016
- [21] Xue S R, Jing H J, Guo F K, Zhao Q 2018 *Phys. Lett. B* **779** 402
- [22] Lu Y, Anwar M N, Zou B S 2017 *Phys. Rev. D* **96** 114022
- [23] Qin W, Xue S R, Zhao Q 2017 *JPS Conf. Proc.* **13** 020022
- [24] Cleven M, Zhao Q 2017 *Phys. Lett. B* **768** 52
- [25] Qin W, Xue S R, Zhao Q 2016 *Phys. Rev. D* **94** 054035
- [26] Li G, An C S, Li P Y, Liu D, Zhang X, Zhou Z 2015 *Chin. Phys. C* **39** 063102
- [27] Li G, Liu X H 2013 *Phys. Rev. D* **88** 094008
- [28] Li X, Voloshin M B 2013 *Phys. Rev. D* **88** 034012
- [29] Dong X K, Lin Y H, Zou B S 2020 *Phys. Rev. D* **101** 076003
- [30] Cao Z, Zhao Q 2019 *Phys. Rev. D* **99** 014016
- [31] Sanchez M, Geng L S, Lu J X, Hyodo T, Valderrama M P 2018 *Phys. Rev. D* **98** 054001
- [32] Wang Q 2014 *Phys. Rev. D* **89** 114013
- [33] Ji T, Dong X K, Guo F K, Zou B S 2022 *Phys. Rev. Lett.* **129** 102002
- [34] Mizuk R, Bondar A, Adachi I, et al. 2021 *JHEP* **06** 137
- [35] Du M L, Meißner U G, Wang Q 2016 *Phys. Rev. D* **94** 096006
- [36] Voloshin M B 2012 *Phys. Rev. D* **85** 034024
- [37] Du M L, Baru V, Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Oller J A, Wang Q 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 072001
- [38] Du M L, Baru V, Guo F K, Hanhart C, Meißner U G, Oller J A, Wang Q 2021 *JHEP* **08** 157
- [39] Baru V, Epelbaum E, Filin A A, Hanhart C, Nefediev A V, Wang Q 2019 *Phys. Rev. D* **99** 094013
- [40] Wang Q, Baru V, Filin A A, Hanhart C, Nefediev A V, Wynen J L 2018 *Phys. Rev. D* **98** 074023
- [41] Workman R L, Burkert V D, Crede V, et al. 2022 *PTEP* **2022** 083C
- [42] Mizuk R, Bondar A, Adachi I, et al. 2019 *JHEP* **10** 220
- [43] Wang Q, Liu X H, Zhao Q 2011 *Phys. Rev. D* **84** 014007

Bottomonium-like states in e^+e^- annihilation*

Ye Quan-Xing¹⁾²⁾ He Guang-Zhao¹⁾²⁾ Wang Qian^{1)2)†}

1) (*Guangdong Basic Research Center of Excellence for Structure and Fundamental Interactions of Matter, Key Laboratory of Atomic and Subatomic Structure and Quantum Control (Ministry of Education), Institute of Quantum Matter, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

2) (*Guangdong Provincial Key Laboratory of Nuclear Science, Guangdong-Hong Kong Joint Laboratory of Quantum Matter, Southern Nuclear Science Computing Center, South China Normal University, Guangzhou 510006, China*)

(Received 31 May 2023; revised manuscript received 15 October 2023)

Abstract

In the conventional quark model, meson is made of one quark and one antiquark, and baryon is made of three quarks. Since the observation of the $X(3872)$ in 2003 by Belle collaboration, numerous exotic candidates beyond the conventional quark model have been observed. Most of them are located in heavy quarkonium energy region. Several interpretations, e.g. compact multiquarks, hadronic molecules, hybrids, etc, are proposed to understand their internal structures. Hadronic molecules are based on the fact that most of exotic candidates have nearby thresholds, which makes them analogies of deuteron made of one proton and one neutron. Whether two or more hadrons can be form a hadronic molecule or not depends on their interactions. In this work, we study the P-wave $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ interactions based on the $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ cross sections from Belle-II experiment to study whether their interaction can form vector bottomonium-like states or not. As $B^{(*)}$ and $\bar{B}^{(*)}$ mesons have bottom and antibottom quark, respectively, we work in the heavy quark limit, which respects both heavy quark spin symmetry and heavy quark flavor symmetry. In this framework, we construct effective contact potentials for $J^{PC} = 1^{--}$ P-wave $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ interactions, by decomposing the $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ dynamic channels into heavy-light basis. That, in the heavy quark limit, heavy and light degrees of freedoms are conserved individually makes the contact potentials in a very simple form. After solving the corresponding Lippmann-Schwinger equation, one can obtain the $e^+e^- \rightarrow B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ scattering amplitudes. With these scattering amplitudes, we can deduce the corresponding cross sections, which can be compared with the experimental data directly. By fitting to the data, we find that the mass shifts of the considered bottomonia are small due to their small couplings to the $B^{(*)}\bar{B}^{(*)}$ continuum channels. As the result, the $\Upsilon(4S)$, $\Upsilon(3D)$, $\Upsilon(5S)$ and $\Upsilon(6S)$ vector bottomonia express themselves as peaks at 10.58 GeV, 10.87 GeV, 11.03 GeV. The peak at 10.87 GeV is the interference between $\Upsilon(3D)$ and $\Upsilon(5S)$. As there are only two data points around 10.63 GeV, we cannot obtain a very clear conclusion about the peak around this energy point. To further explore its nature, both detailed scan around this energy region in experiment and improved formula in theory are needed.

Keywords: heavy quarkonia, exotic mesons, heavy quark effective theory

PACS: 14.40. Pq, 14.40. Rt, 12.39. Hg

DOI: 10.7498/aps.72.20230908

* Project supported by the Key Program of the Natural Science Foundation of China (Grant No. 12035007) and the Guangdong Provincial Funding, China (Grant No. 2019QN01X172).

† Corresponding author. E-mail: qianwang@m.scnu.edu.cn

正负电子对撞中类底夸克偶素的线形

叶全兴 何广朝 王倩

Bottomonium-like states in e^+e^- annihilation

Ye Quan-Xing He Guang-Zhao Wang Qian

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 72, 201401 (2023) DOI: 10.7498/aps.72.20230908

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.72.20230908>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

坐标空间中构造的Breit夸克势与介子和夸克偶素的质量劈裂

Construction of Breit quark potential in coordinate space and mass splits of meson and quarkonium

物理学报. 2018, 67(9): 091201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172155>

频率啁啾对强场下真空正负电子对产生的增强效应

Enhancement effect of frequency chirp on vacuum electron-positron pair production in strong field

物理学报. 2022, 71(13): 131201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220148>

正负电子对产生过程中不同外场宽度下的多光子跃迁效应

Multi-photon transition effects under different external field widths in electron-positron-pair creation process

物理学报. 2021, 70(23): 231202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202101>

夸克介子模型的相图和表面张力

Phase structure and surface tension in quark meson model

物理学报. 2019, 68(18): 181101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190798>

外磁场中的粲偶素

Charmonia in an external magnetic field

物理学报. 2021, 70(17): 170302 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210262>

赝局域有效介质理论

Pseudo-local effect medium theory

物理学报. 2020, 69(15): 154203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200196>