

低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子在强子气体中的分布*丁慧强¹⁾ 戴婷婷¹⁾ 程鸾^{1)2)†} 张卫宁¹⁾ 王恩科²⁾

1) (大连理工大学物理学院, 大连 116024)

2) (华南师范大学量子物质研究院, 广州 510631)

(2023 年 6 月 15 日收到; 2023 年 7 月 9 日收到修改稿)

$\Upsilon(1S)$ 是高能重离子碰撞中的干净探针, 其研究具有重要意义. 强子气体中 $\Upsilon(1S)$ 的分布受到集体流、量子效应和强相互作用三种效应的影响. 此前的模型均只分析了其中一到两种效应而忽略了其他效应, 将忽略的效应放入了拟合参数中. 本文从新的视角提出了两体分形模型, 从物理计算而非参数拟合的方法开展研究. 本文认为 $\Upsilon(1S)$ 与最相近的介子形成两体结构, 与介子内部的两夸克结构具有自相似性. 引入环境影响因子 q_{fqs} 来描述上述三种效应影响; 引入伴随因子 q_2 来描述 $b, \bar{b}$ 之间的相互作用和上述三种效应的影响. 通过求解概率与熵方程, 得到不同碰撞条件下 q_{fqs} 与 q_2 的值. 将 q_{fqs} 代入到分布函数中, 得到低横动量区的横动量谱并与实验对比, 结果表明理论与实验符合良好. 还分析了 q_{fqs} 随温度的变化关系, 并发现 $q_{\text{fqs}} > 1$, 这是由环境效应减少了 $\Upsilon(1S)$ 的微观状态数所致. 另外, 计算显示 q_{fqs} 随着系统温度的降低而减小, 这与随着系统膨胀强子气体影响减弱的现象相一致.

关键词: 横动量谱, 分形理论, 伴随概率, Tsallis 熵**PACS:** 25.75.-q, 05.30.-d, 05.45.Df, 12.40.Ee**DOI:** 10.7498/aps.72.20230990

1 引言

在重离子碰撞中, 利用末态强子分布来研究高能碰撞中的物理过程是高能物理研究的重要主题^[1,2]. 而重夸克偶素由于产生的时间较早, 并携带大量的物理信息, 是末态强子分布研究的重要组成部分^[3–6]. 在重夸克偶素的研究中, J/ψ 粒子由于产额相对较大, 且与夸克胶子等离子体 (quark-gluon plasma, QGP) 发生相互作用携带大量信息, 是此前夸克偶素研究的焦点^[7,8]. 而本文所研究的 $\Upsilon(1S)$ 介子相较于 J/ψ 而言, 重产生效应几乎可忽略, 因此反映 QGP 的性质更为清晰, 可作为一种干净探针, 其研究也具有重要意义^[9,10].

$\Upsilon(1S)$ 经历的物理过程, 可分为 3 个阶段——

介子产生, QGP 热环境中的离解, 以及强子气体中受到的影响^[9,10]. 在此前的研究中, 大量工作集中于 $\Upsilon(1S)$ 介子的产生以及 QGP 热环境中的离解过程. 例如, 唯象势模型^[11–13]、格点规范理论^[14–16]、开放量子系统^[17,18]以及输运方程^[19]等. 而研究强子气体中 $\Upsilon(1S)$ 所受到的影响相对较少, 并且低横动量介子由于无法考虑微扰过程, 所以相关研究更少. 但强子气体对 $\Upsilon(1S)$ 产生的影响直接改变其分布, 这是十分重要的. 目前低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子在强子气体中受到的影响, 经分析主要分为以下三点: 1) 强子气体膨胀过程中的集体流效应影响^[20,21]; 2) $\Upsilon(1S)$ 介子与相邻强子间存在量子关联影响^[10,22]; 3) $\Upsilon(1S)$ 介子与相邻强子间存在强相互作用影响^[23,24]. 近年来, 有少数几种模型可以描述低横动量介子在强子气体中的分布. 例如 Tsallis 冲击波 (Tsallis

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175031) 和广东省核物质科学与技术重点实验室 (批准号: 2019B121203010) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: luancheng@dlut.edu.cn

blast-wave, TBW) 模型 [25,26] 与统计强子化模型 (statistical hadronization model, SHM) [27,28] 等. 但他们只能描述其中的一到两种效应, 却忽略了另外的效应. 例如冲击波模型只考虑了上述三点效应中的第 1 点——集体流效应, 但忽略了第 2 点和第 3 点——量子关联效应与强相互作用 [25,26] 的影响. 而强子化模型只考虑了第 2 点和第 3 点, 忽略了第 1 点 [27,28] 的影响. 它们通过与实验进行拟合, 将未考虑的效应放入到可调参数中, 达到与实验可进行比较的效果 [25–28]. 因此, 如果能发展出一套直接从物理计算出发, 而不是参数拟合的方法来分析 $\Upsilon(1S)$ 介子在强子气体中的分布, 研究意义便十分重大.

本文尝试从新的视角利用物理计算而非参数拟合的方法来分析 $\Upsilon(1S)$ 介子在强子气体中的分布. 根据 $\Upsilon(1S)$ 介子在临界点附近受到集体流、量子效应以及强相互作用的影响, 且该影响随着系统温度降低效应减弱这一特点, 建立了新的模型来进行描述. 在临界点附近, $\Upsilon(1S)$ 介子与相邻的介子在以上三种效应的共同作用下形成介子-介子两体结构. 从介子的整体观来看, $\Upsilon(1S)$ - π 介子为两介子系统; 从夸克的局部观来看, $\Upsilon(1S)$, π 介子分别为两夸克系统. 本文提出这些不同层次的两体结构具有自相似性 [29], 建立了两体分形 (two-particle fractal, TPF) 模型进行描述. 引入环境影响因子 q_{fqs} 来描述强子环境中, 集体流、量子以及强相互作用的影响, 并引入伴随因子 q_2 来表征 $\Upsilon(1S)$ 介子内部夸克之间的相互作用和以上三种环境因素造成的影响. 通过求解概率与熵方程, 求解出不同碰撞条件下 q_{fqs} 与 q_2 的数值, 将 q_{fqs} 的数值代入到 $\Upsilon(1S)$ 的分布函数中, 得到对应的横动量谱并与实验数据进行比较.

2 强子气体中的 $\Upsilon(1S)$ 分布

在重离子碰撞中, $\Upsilon(1S)$ 介子相对于 J/ψ 而言质量较大, 重产生过程的发生概率极低 [9,10]. 因此, $\Upsilon(1S)$ 介子在完成离解后, 位于强子气体中的 $\Upsilon(1S)$ 介子数目稳定. 可以通过研究强子气体中的 $\Upsilon(1S)$ 介子数目来研究 $\Upsilon(1S)$ 的分布. 而在强子气体中, 介子之间的间距随着系统的膨胀而增大, 相互作用逐渐减小 [30], 因此临界温度附近强子气体对 $\Upsilon(1S)$ 的影响相对较大. 此时, $\Upsilon(1S)$ 介子主

要受到集体流 [20,21]、量子效应 [10,22] 以及强相互作用 [23,24] 三个方面的影响. 由于集体流效应, $\Upsilon(1S)$ 介子与相邻的 π 介子共同运动. 由临界点附近 π 介子的热波长为 3.2 fm [31], 大于 π 介子之间的平均间距 [22] 可知, 此时低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子与邻近的 π 介子均存在量子关联. 由 $\Upsilon(1S)$ 径向波函数可知, 在 0.6 fm 范围内 b 夸克有较大概率与其他夸克发生相互作用 [10]. 因此, 除了 $\Upsilon(1S)$ 内部 b 夸克与 $\bar{b}$ 反夸克发生相互作用, 在 0.6 fm 范围内该 b 夸克还有可能与介子外部其余介子内的夸克发生相互作用. 根据此时 π 介子的粒子数密度为 0.5/fm³ [22], 在 0.6 fm 为半径的 b 夸克作用范围内, 最多可容纳一个 π 介子. 因此, 此时低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子与最近邻的 π 介子之间存在强相互作用. 根据以上三种效应的共同影响, $\Upsilon(1S)$ - π 介子-介子可形成两体结构, 如图 1(b) 所示. 同时, 从夸克的局部观来看, 如图 1(d) 所示, $\Upsilon(1S)$ 与 π 介子都是夸克-反夸克两体系统. 本文提出两体分形模型 (TPF model) 来进行描述. 模型认为在临界温度附近, $\Upsilon(1S)$ - π 两介子系统, $\Upsilon(1S)$ 介子和 π 介子两夸克系统具有自相似两体结构 [29]. 随着系统膨胀, 自相似结构消失. 而分形理论是一种用于描述自相似性以及自仿射特性的基本理论 [29,32]. 本文运用分形理论来描述强子气体中 $\Upsilon(1S)$ 的概率与熵, 进而来分析强子气体中 $\Upsilon(1S)$ 的分布.

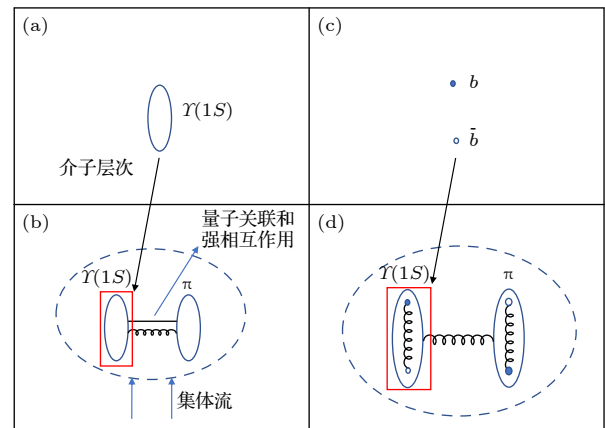


图 1 强子气体中 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克在不同层次的自相似结构 (a) 真空中的自由 $\Upsilon(1S)$ 介子; (b) $\Upsilon(1S)$ 介子在强子气体中的介子层次; (c) 真空中的自由 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克; (d) 夸克层次强子气体中的 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克

Fig. 1. Self-similarity structure of b quark and $\bar{b}$ anti-quark in hadron gas: (a) Free $\Upsilon(1S)$ in vacuum; (b) $\Upsilon(1S)$ in hadron gas from meson aspect; (c) free b and $\bar{b}$ in vacuum; (d) $\Upsilon(1S)$ in hadron gas from quark aspect.

首先,从介子层次出发,研究临界温度附近的底夸克偶素,如图1(a)所示.在质心系中,假设底夸克偶素自由地处在真空环境中,底夸克偶素处于 $\Upsilon(1S)$ 态的概率为

$$P_{11} = \frac{\langle \psi_1 | e^{-\beta \hat{H}} | \psi_1 \rangle}{\sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta \hat{H}} | \psi_i \rangle}, \quad (1)$$

其中 ψ_i 是底夸克偶素处于真空环境中的波函数, ψ_1 对应 $\Upsilon(1S)$ 态的波函数. $\hat{H}$ 是真空环境中底夸克偶素的哈密顿量, $\hat{H} = \frac{\hat{P}_{Q1}^2}{2m_b} + \frac{\hat{P}_{Q2}^2}{2m_{\bar{b}}} + \hat{V}_{\text{vac}}(r)$.重夸克 b 和反重夸克 $\bar{b}$ 的质量 $m_b = m_{\bar{b}} = 4.7 \text{ GeV}$. r 为 b 和 $\bar{b}$ 之间的间距.重夸克势 $V_{\text{vac}}(r)$ 为[12,33]

$$V_{\text{vac}}(r) = -\frac{\alpha_s}{r} + \sigma r - \frac{0.8\sigma}{m_b^2 r}, \quad (2)$$

其中,强耦合因子 $\alpha_s = 0.385$ [33],弦张量 $\sigma = 0.223 \text{ GeV}^2$ [33].配分函数 $\sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta \hat{H}} | \psi_i \rangle$ 是对底夸克偶素所有微观状态概率的求和,其形式如下:

$$\begin{aligned} \sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta \hat{H}} | \psi_i \rangle &= e^{-\beta E_0} + e^{-\beta E_1} + \dots + e^{-\beta E_{13}} \\ &+ V \int_{|p_{Q1}| \geq p_{\min}}^{\infty} \int_{|p_{Q2}| \geq p_{\min}}^{\infty} \int_{r_{\min}}^{r_{\max}} \exp \left[-\beta \left(\frac{p_{Q1}^2}{2m_b} \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{p_{Q2}^2}{2m_{\bar{b}}} + V_{\text{vac}}(r) \right) \right] 4\pi r^2 \frac{d^3 p_{Q1} d^3 p_{Q2} dr}{(2\pi)^6}, \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $E_0, E_1, \dots, E_{13}$ 是实验测量底夸克偶素 $\eta_b(1S)$, $\Upsilon(1S)$, $\eta_b(2S)$, $\Upsilon(2S)$, $h_b(1P)$, $\chi_{b0}(1P)$, $\chi_{b1}(1P)$, $\chi_{b2}(1P)$, $h_b(2P)$, $\chi_{b0}(2P)$, $\chi_{b1}(2P)$, $\chi_{b2}(2P)$, $\Upsilon_2(1D)$, $\Upsilon(3S)$ 对应的各能态能量[34].对于低能级底夸克偶素,将这14个离散能级的概率进行求和.对于更高能态,由于能级间隔较小[34],为计算方便,这里直接进行积分. $p_{\min}$ 是高能连续能级中重夸克偶素的夸克最小动量.由于高能级相邻能级之间的动量差异较小[34],我们将离散能级中能量最高粒子 $\Upsilon(3S)$ 态对应的夸克动量取为最小动量 $p_{\min}$. $V = \frac{4}{3}\pi r_0^3$ 是底夸克偶素相对周围 π 介子的运动空间大小,其中 r_0 为运动空间的半径.运动空间半径 r_0 不是固定不变的,它随着碰撞能量和碰撞对心度的变化而变化.在不同碰撞能量和碰撞对心度情况下,通过 $r_0 = (v\tau + d_{\Upsilon(1S)} + d_{\pi})/2$ 可以计算出对应情况的运动空间半径.其中, v 为周围 π 介子相对 $\Upsilon(1S)$ 的平均运动速度,可由 $\Upsilon(1S)$ 的平均横动量以及系统的径向流速得到. τ 为临界温度时 $\Upsilon(1S)$ 的寿命, $\tau = 1/\Gamma \approx 1/0.017 \text{ GeV}^{-1}$ [35], Γ 为衰变宽

度. $d_{\Upsilon(1S)}$ 和 d_{π} 是 $\Upsilon(1S)$ 和 π 的直径,计算得到 $d_{\Upsilon(1S)} + d_{\pi} \approx 1.8 \text{ fm}$ [10,36].

表1列出了Pb-Pb在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76, 5.02 \text{ TeV}$ 碰撞能量,0—100%对心度下的运动空间半径 r_0 .其中 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76 \text{ TeV}$ 时系统的径向集体流速度 $v_r \approx 0.65$ [37], $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02 \text{ TeV}$ 时系统的径向集体流速度 $v_r \approx 0.7$ [37].表1表明,碰撞能量越高, r_0 越大.(3)式中 $r_{\min}$ 和 $r_{\max}$ 是 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克间距的上下限.这里将运动空间半径 r_0 取为间距上限 $r_{\max}$,将空间格点 0.03 fm [38]取为间距下限 $r_{\min}$.

表1 Pb-Pb在不同碰撞能量以及0—100%碰撞对心度下,中心快度区 $|y| < 2.4$ 内的 $\Upsilon(1S)$ 介子运动空间半径 r_0 的值

Table 1. In mid-rapidity region $|y| < 2.4$, radius r_0 of $\Upsilon(1S)$ motion space under different collision energies and 0—100% centrality for Pb-Pb.

碰撞能量($\sqrt{s_{\text{NN}}}$)	2.76/TeV	5.02/TeV
r_0 / fm	2.92	3.20

在上面的分析中,假设底夸克偶素处于真空中,不受环境影响.但实际上底夸克偶素是处于强子气体中的,受到强子气体的集体流效应,与相邻 π 介子的量子关联以及强相互作用的影响.在这些影响下底夸克偶素和相邻 π 介子形成自相似的两体结构,如图1(b)所示.所以在强子气体中,底夸克偶素受到以上三种效应的影响后,具有自相似性.根据分形理论,处于 $\Upsilon(1S)$ 态的伴随概率[39]为 P_{11} 的幂次形式[40,41].我们引入环境影响因子 q_{fqs} 来表示三种效应对底夸克偶素的影响.底夸克偶素处于 $\Upsilon(1S)$ 态的概率为

$$P_{1q} = \frac{P_{11}^{q_{\text{fqs}}}}{\sum_i P_{1i}^{q_{\text{fqs}}}} = \frac{\langle \psi_1 | e^{-\beta q_{\text{fqs}} \hat{H}} | \psi_1 \rangle}{\sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta q_{\text{fqs}} \hat{H}} | \psi_i \rangle}. \quad (4)$$

在 $q_{\text{fqs}} = 1$ 时,(4)式与(1)式相同,说明此时底夸克偶素没有受到强子气体的影响. q_{fqs} 偏离1越远,强子气体对底夸克偶素的影响越强.

本文考虑的 $b, \bar{b}$ 之间的吸引相互作用以及 $\Upsilon(1S)$ 与环境中粒子的相互作用均为强相互作用力.强相互作用势能正比于 $r^{-\alpha}$ (弱耦合区域 $\alpha = 1$,强耦合区域 $\alpha = -1$)[33].对于 d 维空间(本文考虑的是三维空间, $d = 3$)中具有 $V(r) \approx r^{-\alpha}$ 形式的两体相互作用势.根据长程相互作用定义,如果满足 $\alpha/d \leq 1$,则该相互作用为长程相互作用[42].因此,无论是强耦合还是弱耦合情况,此处考虑的

强相互作用是一种长程相互作用. Tsallis 熵可以有效描述长程相互作用系统^[42,43]. 所以本文用 Tsallis 熵来描述底夸克偶素, 其形式为

$$S1_q = \frac{1 - \sum_i P1_i^{q_{\text{fqs}}}}{q_{\text{fqs}} - 1} = \left[1 - \frac{\sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta q_{\text{fqs}} \hat{H}} | \psi_i \rangle}{\left(\sum_i \langle \psi_i | e^{-\beta \hat{H}} | \psi_i \rangle \right)^{q_{\text{fqs}}}} \right] / (q_{\text{fqs}} - 1). \quad (5)$$

前面从介子层次研究了强子气体对底夸克偶素的影响. 现在从夸克层次再来研究强子气体对底夸克偶素的影响. 在质心系中, 假设夸克和反夸克是自由的, 如图 1(c) 所示, 该两夸克系统处于能量为 $\Upsilon(1S)$ 内夸克动能的概率为

$$P2_1 = \frac{\langle \phi_1 | e^{-\beta \hat{H}_0} | \phi_1 \rangle}{\sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta \hat{H}_0} | \phi_i \rangle}, \quad (6)$$

其中 ϕ_i 为两自由夸克系统的波函数, ϕ_1 对应能量为 $\Upsilon(1S)$ 内夸克动能的波函数. 哈密顿量为 $\hat{H}_0 = \frac{\hat{P}_{Q1}^2}{2m_b} + \frac{\hat{P}_{Q2}^2}{2m_b}$. 配分函数 $\sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta \hat{H}_0} | \phi_i \rangle$ 是对两夸克系统所有可能微观态概率的求和. 与介子层次类似, 本文对低能态进行求和, 高能态进行连续积分. 配分函数可以写为

$$\begin{aligned} & \sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta \hat{H}_0} | \phi_i \rangle \\ &= e^{-\beta E_{k0}} + e^{-\beta E_{k1}} + \dots + e^{-\beta E_{k13}} \\ &+ V^2 \int_{|p_{Q1}| \geq p'_{\min}}^{\infty} \int_{|p_{Q2}| \geq p'_{\min}}^{\infty} \exp \left[-\beta \left(\frac{p_{Q1}^2}{2m_b} + \frac{p_{Q2}^2}{2m_b} \right) \right] \frac{d^3 p_{Q1} d^3 p_{Q2}}{(2\pi)^6}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $E_{k0}, E_{k1}, \dots, E_{k13}$ 为离散低能态 $b, \bar{b}$ 的动能. $p'_{\min}$ 是连续高能级的动量下限, 取为 $\Upsilon(3S)$ 介子内重夸克的动量. 离散低能态粒子的动能可通过非相对论薛定谔方程得到:

$$\hat{H}\psi_i(r) = E_i\psi_i(r), \quad (8)$$

$$\text{其中 } \hat{H} = \hat{H}_{\text{kinetic}} + \hat{V}_{\text{vac}}(r) = \frac{\hat{P}_{Q1}^2}{2m_b} + \frac{\hat{P}_{Q2}^2}{2m_b} + \hat{V}_{\text{vac}}(r).$$

在上面的分析中, 假设了夸克和反夸克处于自由状态. 但是, 强子气体中的 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克并不是自由的, 它们受到吸引相互作用从而形成束缚态, 并且受到强子气体的集体流效应, 量子关联以及强相互作用的影响. 在这些影响的作用下, b 夸

克和 $\bar{b}$ 反夸克形成了强子环境下的底夸克偶素, 与相邻 π 介子形成两介子结构, 如图 1(d) 所示. 因此, 这里引入伴随参数 q_2 表征 b 夸克和 $\bar{b}$ 反夸克之间的相互作用、集体流、量子关联效应以及强相互作用的影响. 基于分形理论^[42], $(b, \bar{b})$ 夸克反夸克对处于 $\Upsilon(1S)$ 态的伴随概率为^[39–41]

$$P2_{q_2} = \frac{P2_1^{q_2}}{\sum_i P2_i^{q_2}} = \frac{\langle \phi_1 | e^{-\beta q_2 \hat{H}_0} | \phi_1 \rangle}{\sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta q_2 \hat{H}_0} | \phi_i \rangle}, \quad (9)$$

当 $q_2 = 1$ 时, (9) 式与 (6) 式相同, 说明重夸克未受到束缚势与强子气体的影响. q_2 偏离 1 越远, 夸克反夸克对受到的影响越强.

与介子层次中的熵 (5) 式类似, 由于夸克之间的强相互作用为长程力, 夸克反夸克对的熵可以写为^[42,43]

$$S2_{q_2} = \frac{1 - \sum_i P2_i^{q_2}}{q_2 - 1} = \left[1 - \frac{\sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta q_2 \hat{H}_0} | \phi_i \rangle}{\left(\sum_i \langle \phi_i | e^{-\beta \hat{H}_0} | \phi_i \rangle \right)^{q_2}} \right] / (q_2 - 1). \quad (10)$$

本文分别从介子层次以及夸克层次出发, 分析了 $(b, \bar{b})$ 夸克反夸克对的概率和熵. 由系统等价性可知, 从两个不同层次所描述的同一个系统的性质相同, 可得

$$P1_q = P2_{q_2}; \quad (11)$$

$$S1_q = S2_{q_2}. \quad (12)$$

将 (4) 式、(5) 式、(9) 式和 (10) 式代入 (11) 式和 (12) 式求解, 即可得到环境影响因子 q_{fqs} 以及伴随因子 q_2 . 表 2 列出了 Pb-Pb 在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76, 5.02$ TeV 碰撞能量, 且 0—100% 对心度的碰撞条件下解出的 q_{fqs} 和 q_2 . 从表中可以看到, 在同样碰撞能量下, 影响因子 q_2 大于环境影响因子 q_{fqs} . 这是由于与 q_{fqs} 相比, 因子 q_2 还包含了 $b, \bar{b}$ 之间的束缚能对 $b, \bar{b}$ 的影响, 因此 q_2 偏离 1 更远.

表 2 Pb-Pb 在不同碰撞能量以及 0—100% 碰撞对心度下, 中心快度区 $|y| < 2.4$ 内影响因子 q_{fqs} 和 q_2 的数值

Table 2. In mid-rapidity region $|y| < 2.4$, values of q_{fqs} and q_2 for Pb-Pb in 0—100% centrality at different collision energies.

碰撞能量 ($\sqrt{s_{\text{NN}}}$)	2.76/TeV	5.02/TeV
q_{fqs}	1.0732	1.1051
q_2	1.4249	1.4144

将强子气体影响因子 q_{fqs} 代入粒子横动量分布函数, 可以得到 $\Upsilon(1S)$ 的横动量谱. 在中心快速度区, $\Upsilon(1S)$ 介子的横动量分布为 [44]

$$\frac{d^2N}{dp_T dy} = V_{\text{lab}} \frac{p_T \cdot m_T \cosh y}{(2\pi)^2} f_i, \quad (13)$$

其中, $\Upsilon(1S)$ 介子的分布函数 [45] 为

$$f_i = \left\{ [1 + (q_{\text{fqs}} - 1)\beta m_T \cosh y]^{q_{\text{fqs}}/(q_{\text{fqs}} - 1)} - 1 \right\}^{-1}. \quad (14)$$

这里, $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$, p_T 为 $\Upsilon(1S)$ 介子在实验室系的横动量, $\Upsilon(1S)$ 介子的质量 $m = 9.46 \text{ GeV}$. $V_{\text{lab}} = \gamma V$ 为 $\Upsilon(1S)$ 在实验室参考系的运动空间, 其中 γ 为 Lorentz 变换系数.

图 2 是计算得到的 Pb-Pb 在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76, 5.02 \text{ TeV}$ 碰撞能量, 0—100% 对心度下, 低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子的横动量分布. 与实验结果进行对比后, 发现利用本文提出的 TPF 模型, 从物理计算而非数据拟合方法出发, 考虑三种效应共同影响后的 $\Upsilon(1S)$ 介子的横动量分布与实验结果 [46,47] 符合均良好.

进一步分析强子气体影响因子 q_{fqs} 随温度的演化关系. 不同固定温度下, q_{fqs} 的值随温度的变化关系如图 3 所示. 其中运动空间半径 r_0 选取为 2.92, 3.20 fm, 分别对应表 2 中 Pb-Pb 在 $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76, 5.02 \text{ TeV}$ 碰撞能量, 0—100% 碰撞对心度下的值. 从图 3 可以看到, q_{fqs} 的值都大于 1. 这是由于底夸克偶素在强子气体的影响下与最相邻的

π 介子形成两体结构, 导致系统的微观状态数减小, 此时熵也会同时减小. 而由 Tsallis 熵 $S(q)$ 的性质可知, 当 $q > 1$ 时, $S(q) < S_{\text{B-G}}$. 因此 q_{fqs} 大于 1. 另外, 当 $\Upsilon(1S)$ 介子的运动空间大小固定时, q_{fqs} 随温度的降低而减小. 这与临界温度附近, 强子气体中的 $\Upsilon(1S)$ 介子随着系统膨胀和温度降低, 受到的环境影响减弱的物理现象是一致的. 从图 3 同样可以看到, 温度一定时, q_{fqs} 随着运动空间半径 r_0 的升高而增加. 这是由于运动空间越大, $\Upsilon(1S)$ 受周围粒子影响的概率也越高, 形成两体结构的可能性就越大, 从而 q_{fqs} 越大.

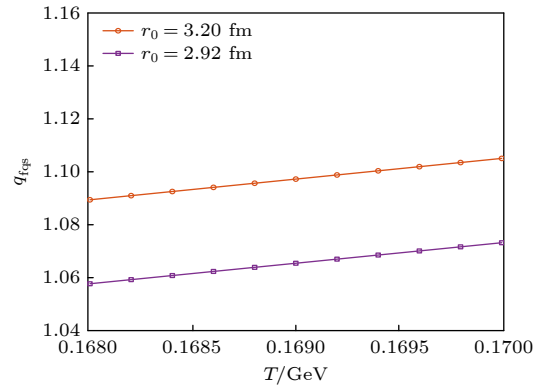


图 3 不同固定温度 T 下的强子气体影响因子 q_{fqs}
Fig. 3. Hadron gas influencing factor q_{fqs} at different fixed temperature T .

3 结 论

本文通过物理计算而非数据拟合的方法研究了低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子的横动量分布. $\Upsilon(1S)$ 介子在 QGP 中较高温度下产生部分解离且重产生概率很低, 因此, $\Upsilon(1S)$ 在上述物理过程结束后, 在强子环境中粒子数分布趋于稳定. 而在强子环境中, $\Upsilon(1S)$ 受到强子气体的集体流、量子关联和强相互作用的影响. 在这些影响的共同作用下, $\Upsilon(1S)$ 介子和最近邻 π 介子形成介子-介子两体结构. 随着系统的演化, 两介子系统解体. 本文构建两体分形模型研究该两介子系统. 从介子整体观来看, $\Upsilon(1S)$ 介子和 π 介子形成两介子系统. 从夸克的局部观来看, $\Upsilon(1S)$ 介子和 π 介子分别为两夸克系统. 本文提出在强子气体的影响下, $\Upsilon(1S)$ - π 分子态, $\Upsilon(1S)$ 介子和 π 介子形成了自相似结构. 本文引入影响因子 q_{fqs} 描述集体流、量子关联和强相互作用的影响, 引入伴随因子 q_2 表征 $\Upsilon(1S)$ 内部夸克

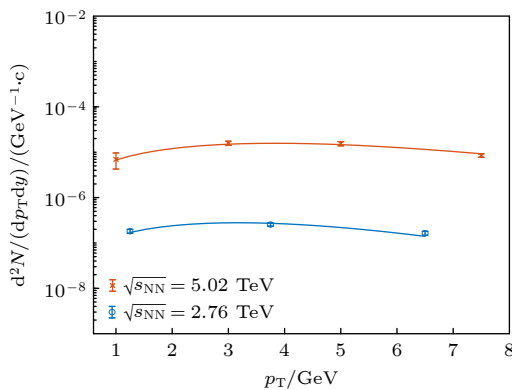


图 2 Pb-Pb 在不同碰撞能量以及 0—100% 碰撞对心度下, 低横动量 $\Upsilon(1S)$ 介子在中心快速度区间 $|y| < 2.4$ 的横动量谱. 实验数据来源于 LHC [46,47]

Fig. 2. Transverse momentum spectrum of low- p_T $\Upsilon(1S)$ in Pb-Pb at different collision energies for 0—100% centrality, in mid-rapidity region $|y| < 2.4$. The experimental data are taken from LHC [46,47].

之间束缚势和强子气体的影响. 通过求解概率与熵方程, 得到不同碰撞能量下 q_{fqs} 和 q_2 的值. 本文将 q_{fqs} 代入分布函数, 得到低横动量区 $\Upsilon(1S)$ 的横动量分布, 并与实验结果进行比较. 结果表明理论与实验符合良好. 最后, 本文分析了 q_{fqs} 随系统温度的演化关系. 计算结果表明 q_{fqs} 大于 1, 这是由于在集体流、量子以及强相互作用的影响下, $\Upsilon(1S)$ 和 π 形成两体结构, 使得系统的微观状态数减少, 从而使得 $q_{\text{fqs}} > 1$. 计算结果同样表明, q_{fqs} 随着温度的降低而减小. 这与强子气体中的 $\Upsilon(1S)$ 介子随着系统膨胀和温度降低, 受到的环境影响减弱这一物理现象是一致的. 本文提出的两体分形模型未来也可以用于研究其他介子或者共振态系统.

参考文献

- [1] Lee K S, Heinz U, Schnedermann E 1990 *Z. Phys. C: Part. Fields* **48** 525
- [2] Van Hove L 1982 *Phys. Lett. B* **118** 138
- [3] Krämer M 2001 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **47** 141
- [4] Lansberg J P 2009 *Eur. Phys. J. C* **61** 693
- [5] Brambilla N 2011 *Eur. Phys. J. C* **71** 1534
- [6] Andronic A 2016 *Eur. Phys. J. C* **76** 107
- [7] Mócsy Á, Petreczky P, Strickland M 2013 *Int. J. Mod. Phys. A* **28** 1340012
- [8] Rapp R, Blaschke D, Crochet P 2010 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **65** 209
- [9] Rothkopf A 2020 *Phys. Rep.* **858** 1
- [10] Zhao J, Zhou K, Chen S, Zhuang P 2020 *Prog. Part. Nucl. Phys.* **114** 103801
- [11] Mócsy Á 2009 *Eur. Phys. J. C* **61** 705
- [12] Karsch F, Mehr M T, Satz H 1988 *Z. Phys. C: Part. Fields* **37** 617
- [13] Guo Y, Dong L, Pan J, Moldes M R 2019 *Phys. Rev. D* **100** 036011
- [14] Kogut J B 1983 *Rev. Mod. Phys.* **55** 775
- [15] Digal S, Petreczky P, Satz H 2001 *Phys. Rev. D* **64** 094015
- [16] Burnier Y, Rothkopf A 2017 *Phys. Rev. D* **95** 054511
- [17] Young C, Dusling K 2013 *Phys. Rev. C* **87** 065206
- [18] Akamatsu Y, Rothkopf A 2012 *Phys. Rev. D* **85** 105011
- [19] Zhou K, Xu N, Zhuang P 2014 *Nucl. Phys. A* **931** 654
- [20] Herrmann N, Wessels J P, Wienold T 1999 *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* **49** 581
- [21] Schnedermann E, Sollfrank J, Heinz U 1993 *Phys. Rev. C* **48** 2462
- [22] Wong C Y 2002 *Phys. Rev. C* **65** 034902
- [23] Lin Z, Ko C M 2001 *Phys. Lett. B* **503** 104
- [24] Abreu L M, Navarra F S, Nielsen M 2020 *Phys. Rev. C* **101** 014906
- [25] Tang Z, Xu Y, Ruan L, van Buren G, Wang F, Xu Z 2009 *Phys. Rev. C* **79** 051901
- [26] Reygers K, Schmah A, Berdnikova A, Sun X 2020 *Phys. Rev. C* **101** 064905
- [27] Cleymans J, Satz H 1993 *Z. Phys. C: Part. Fields* **57** 135
- [28] Andronic A, Braun-Munzinger P, Redlich K, Stachel J 2007 *Nucl. Phys. A* **789** 334
- [29] Mandelbrot B 1967 *Science* **156** 636
- [30] Li B A, Ko C M 1995 *Phys. Rev. C* **52** 2037
- [31] Pathria R, Beale D P 2022 *Formulation of Quantum Statistics* (London: Elsevier) pp127–128
- [32] Mandelbrot B 1982 *The Fractal Geometry of Nature* (New York: W. H. Freeman) pp25–74
- [33] Dumitru A, Guo Y, Mócsy Á, Strickland M 2009 *Phys. Rev. D* **79** 054019
- [34] Particle Data Group 2022 *Prog. Theor. Exp. Phys.* **2022** 083C01
- [35] Srivastava P K, Chaturvedi O S K, Thakur L 2018 *Eur. Phys. J. C* **78** 440
- [36] Crater H W, Yoon J H, Wong C Y 2009 *Phys. Rev. D* **79** 034011
- [37] Ristea C 2018 *Eur. Phys. J. Web Conf.* **191** 01004
- [38] Cè M, Harris T, Meyer H B, Toniato A, Török C 2021 *J. High Energy Phys.* **12** 215
- [39] Beck C, Schögl F 1995 *Thermodynamics of Chaotic Systems* (Cambridge: Cambridge University Press) pp88–127
- [40] Tél T 1988 *Z. Naturforsch., A: Phys. Sci.* **43** 1154
- [41] Schroeder M 2009 *Fractals, Chaos, Power Laws: Minutes from an Infinite Paradise* (New York: W. H. Freeman and Company) pp103–121
- [42] Abe S, Okamoto Y 2001 *Nonextensive Statistical Mechanics and Its Applications* (Berlin: Springer) pp5–6
- [43] Tsallis C 1988 *J. Stat. Phys.* **52** 479
- [44] Cleymans J, Worku D 2012 *Eur. Phys. J. A* **48** 160
- [45] Beck C 2000 *Physica A* **286** 164
- [46] CMS Collaboration 2017 *Phys. Lett. B* **770** 357
- [47] CMS Collaboration 2019 *Phys. Lett. B* **790** 270

Distribution of low- p_T $\Upsilon(1S)$ in hadron gas^{*}

Ding Hui-Qiang¹⁾ Dai Ting-Ting¹⁾ Cheng Luan^{1)2)†}

Zhang Wei-Ning¹⁾ Wang En-Ke²⁾

1) (*Department of Physics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China*)

2) (*Institute of Quantum Matter, South China Normal University, Guangzhou 510631, China*)

(Received 15 June 2023; revised manuscript received 9 July 2023)

Abstract

The $\Upsilon(1S)$ meson serves as a reliable probe in heavy-ion collisions, as the regeneration process in the quark-gluon plasma (QGP) is negligible compared to J/ψ . Therefore, the distribution of $\Upsilon(1S)$ in the hadron gas provides valuable information about the QGP. Consequently, its study holds great significance. The distribution in the hadron gas is influenced by flow, quantum, and strong interaction effects. Previous models have predominantly focused on one or two of these effects while neglecting the others, resulting in the inclusion of unconsidered effects in the fitted parameters. In this paper, we aim to comprehensively examine all three effects simultaneously from a novel fractal perspective through physical calculations, rather than relying solely on data fitting. Close to the critical temperature, the combined action of the three effects leads to the formation of a two-meson structure comprising $\Upsilon(1S)$ and its nearest neighboring meson. However, with the evolution of the system, most of these states undergo disintegration. To describe this physical process, we establish a two-particle fractal (TPF) model. Our model proposes that, under the influence of the three effects near the critical temperature, a self-similarity structure emerges, involving a $\Upsilon(1S)$ - π two-meson state and a $\Upsilon(1S)$ - π two-quark state. As the system evolves, the two-meson structure gradually disintegrates. We introduce an influencing factor, q_{fqs} , to account for the flow, quantum, and strong interaction effects, as well as an escort factor, q_2 , to represent the binding force between b and $\bar{b}$ and the combined impact of the three effects. By solving the probability and entropy equations, we derive the values of q_{fqs} and q_2 at various collision energies. Substituting the value of q_{fqs} into the distribution function, we successfully obtain the transverse momentum spectrum of low- p_T $\Upsilon(1S)$, which demonstrates good agreement with experimental data. Additionally, we analyze the evolution of q_{fqs} with temperature. Interestingly, we observe that q_{fqs} is greater than 1 and decreases as the temperature decreases. This behavior arises from the fact that the three effects reduce the number of microstates, leading to $q_{\text{fqs}} > 1$. The decrease in q_{fqs} with system evolution aligns with the understanding that the influence of the three effects diminishes as the system expands. In the future, the TPF model can be employed to investigate other mesons and resonance states.

Keywords: transverse momentum spectrum, fractal theory, escort probability, Tsallis entropy

PACS: 25.75.-q, 05.30.-d, 05.45.Df, 12.40.Ee

DOI: 10.7498/aps.72.20230990

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12175031) and the Key Laboratory of Nuclear Science of Guangdong Province, China (Grant No. 2019B121203010)

[†] Corresponding author. E-mail: luancheng@dlut.edu.cn

