

## 氟化镁微瓶腔光频梳光谱分析及优化\*

郭状<sup>1)</sup> 欧阳峰<sup>1)</sup> 卢志舟<sup>2)</sup> 王梦宇<sup>1)†</sup> 谭庆贵<sup>3)</sup>  
谢成峰<sup>1)‡</sup> 魏斌<sup>1)</sup> 何兴道<sup>1)</sup>

1) (南昌航空大学, 光电信息感知技术与仪器江西省重点实验室, 南昌 330063)

2) (重庆联合微电子中心, 硅基光电子中心, 重庆 401332)

3) (中国空间技术研究院西安分院, 西安 710000)

(2023年7月12日收到; 2023年10月11日收到修改稿)

氟化镁微腔光频梳具有体积小、功耗低、光谱覆盖范围广、色散可调控的优势, 在光通信、中红外光谱等领域有着潜在应用前景. 本文研究了氟化镁回音壁模式微瓶腔平台产生的光频梳光谱特性. 为了优化氟化镁微瓶腔光频梳的光谱分布, 利用有限元法迭代求解了瓶腔结构在不同曲率和轴向模式下的二阶色散及高阶色散, 通过分步傅里叶法求解非线性薛定谔方程仿真了不同轴向模式激励下的光频梳光谱演变过程. 结果表明, 在最佳曲率半径下通过低阶轴向模式激励可以实现宽带范围的近零反常色散调谐, 而高阶轴向模式将导致微瓶腔呈现弱正常色散. 在低阶轴向模式下较弱的反常色散使光频梳的带宽得到展宽, 证明了三阶色散和负的四阶色散可以展宽克尔孤子光频梳; 在高阶轴向模式下弱正常色散抑制了克尔光频梳的产生, 拉曼光频梳占主导地位. 在适宜的泵浦条件下通过调控微瓶腔的轴向模式可以实现克尔孤子光频梳和拉曼光频梳的选择性激发. 本文工作的开展将为氟化镁微腔色散设计及宽带克尔孤子光频梳、拉曼光频梳实验调控提供指导意义.

**关键词:** 光学微腔, 微瓶腔, 轴向模式, 色散, 光频梳**PACS:** 42.50.-p, 42.55.Sa, 42.60.Da, 42.60.Fc**DOI:** 10.7498/aps.73.20231126

## 1 引言

回音壁模式微腔由于具有模式体积小、品质因子高等优势, 能极大地增强微腔内部光与物质相互作用<sup>[1]</sup>, 已成为研究光学频率梳的理想微纳光学器件之一. 如今, 微腔光频梳已成为研究热点, 在激光雷达、光学频率合成器、光学原子钟、相干光通信等众多领域中具有潜在的应用前景. 2007年, Del'Haye等<sup>[2]</sup>在二氧化硅微腔中利用增强的非线性效应首次实现了光频梳. 2011年, Kippenberg

等<sup>[3]</sup>发现色散的存在会引起微腔内激发的相邻谐振模式不等距, 影响光频梳产生过程中四波混频的相位匹配条件, 导致光频梳的跨度有限. 色散和非线性的相互作用是决定光频梳稳定性及带宽性能的关键. 2014年, Herr等<sup>[4]</sup>利用色散与非线性、增益与损耗的平衡, 首次在氟化镁晶体微腔中实现了高相干性、高稳定性的锁模态克尔孤子光频梳, 开辟孤子微腔光频梳的新研究领域. 高重频、低功耗的特点使其成为可靠的小型化光源, 然而在强色散情况下, 微腔内谐振模式分布不均匀, 其激发的光频梳的光谱带宽范围仍然具有局限性.

\* 国家自然科学基金(批准号: 62101230, 51865040)、江西省自然科学基金(批准号: 20224BAB202006, 20232ACB212008, 20232BCJ23096, 20232BAB212016)、江西省教育厅基金(批准号: GJJ190508)、重点实验室基金 2021-JCJQ-LB-006(批准号: 6142411512108)和南昌航空大学研究生创新专项资金(批准号: YC2022-108)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: mengyu@nchu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: xcf@nchu.edu.cn

通过精密色散工程设计, 国内外已经有许多课题组在多个材料体系平台中实现了光频梳产生, 如氮化硅、氟化镁、氮化铝、二氧化硅等. 由于微腔的材料色散不可改变, 所以一般的设计方法围绕结构色散进行调控, 当微腔具有宽范围、平坦的近零反常色散时, 等间距的级联四波混频将会激发, 产生宽带光频梳. 2016年, Brasch等<sup>[5]</sup>通过设计波导横截面实现了具有反常色散的氮化硅微环腔, 利用切伦科夫辐射色散波实现了1300—2000 nm范围的孤子光频梳; 2019年, Sayson等<sup>[6]</sup>通过设计不同主半径的氟化镁楔形微盘腔实现了零色散点的偏移至C通信波段, 实现了1083—2670 nm跨越倍频程范围内的可调谐参量振荡, 并证明了光频梳的四波混频过程是通过高阶色散相匹配的; 2020年, Liu等<sup>[7]</sup>在氮化铝微环腔中通过设计波导截面的底角、环宽度及高度调控不同偏振模式下的色散, 实现了宽带范围内反常色散调控; 2023年, Gu等<sup>[8]</sup>通过改变二氧化硅楔形微盘腔的直径、厚度及楔角调控微腔的反常色散, 实现了在1000—2200 nm倍频程范围内的孤子光频梳. 上述色散工程方法主要通过设计旋转对称微腔的半径尺寸及截面结构调控方位角模式分布去实现反常色散的优化, 由于结构色散通常是正常的, 所以一般要求在感兴趣波段附近选择具有反常色散的材料, 而这将阻碍在任意中心波长处产生具有任意重复频率的光频梳. Savchenkov等<sup>[9]</sup>通过调节氟化钙椭球微腔的曲率激发具有反常色散的轴向模式, 弥补了氟化钙材料在可见光波段的正常色散, 实现了可见光区域光频梳的产生. 因此, 利用椭球形微腔的轴向模式可以消除方位角模式对色散调控的限制, 提高色散调控的灵活性.

在此类椭球形微腔中, 微瓶腔的轴向模式更具显著性, 由于自身强非球面引起的高度非简并共振<sup>[10]</sup>, 当瓶腔的半径沿着瓶长轴方向变化时, 不同阶数的轴向模式被激发, 使其具备优异的色散管理潜力. 近期已有报道基于熔融石英微瓶腔<sup>[11-13]</sup>轴向模式管理反常色散产生低重复频率的克尔光频梳, 但熔融石英材料具有对周围湿度敏感的特性, 不利于光频梳长期稳定激发. 相比之下, 氟化镁晶体材料稳定、对周围湿度不敏感, 且具有超高的品质因子、较小的热光系数、宽带透光范围等优良特性<sup>[14]</sup>, 使其在非线性光学领域研究中具有潜在的应用价值. 目前, 关于氟化镁晶体微瓶腔轴向模式开展色散工程及光频梳的研究较少, 对于微瓶腔色散的精确求解及优化缺少系统性的分析研究.

本文研究了氟化镁微瓶腔光频梳光谱特性, 以微瓶腔的模式场解分布及非线性LLE (Lugiato-Lefever equation) 为理论模型, 首先采用有限元法(FEM)详细研究了不同曲率半径下氟化镁微瓶腔的色散分布, 接着利用最佳曲率半径的微瓶腔研究了在不同轴向模式激励下的色散分布, 最后采用分步傅里叶法求解非线性LLE方程, 研究不同轴向模式下色散对光频梳光谱性能的影响.

## 2 理论模型与计算方法

### 2.1 微瓶腔色散计算方法

微瓶腔是具有圆柱对称性的长轴谐振器, 其几何结构如图1所示, 尺寸参数主要包括长轴 $L_b$ 、短轴直径 $D_s$ (半径 $R_s$ )及最大直径 $D_b$ (半径 $R_b$ ), 微瓶腔模型的轮廓可以由近似抛物线函数进行拟合, 可以表示为<sup>[15]</sup>

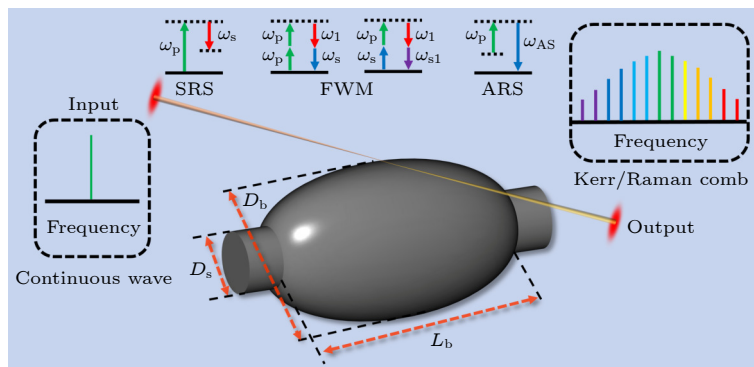


图1 微瓶腔光频梳示意图

Fig. 1. Schematic diagram of the microbottle resonator optical frequency comb.

$$D(z) = D_b \left[ 1 - \frac{1}{2} (\Delta k \cdot z)^2 \right], \quad (1)$$

其中,  $z$  为沿瓶轴中心的长度,  $\Delta k$  为瓶腔轮廓的曲率. 在克尔非线性效应引发四波混频 (FWM) 产生克尔光频梳的同时, 微瓶腔内受激拉曼散射 (SRS, ARS) 也会发生, 当微瓶腔的相邻谐振模式处于拉曼增益带宽范围并在腔内功率满足其阈值功率时, 将激发拉曼光频梳. 图 1 中  $\omega_p$  为泵浦光子, 蓝色  $\omega_s$  和  $\omega_{s1}$  为不同的信号光子,  $\omega_1$  为闲置光子, 红色  $\omega_s$  和  $\omega_{As}$  分别为斯托克斯光子和反斯托克斯光子.

微瓶腔的色散主要由材料色散和结构色散组成. 材料色散是由泵浦波长对应的材料折射率变化引起的, 可以通过群速度色散参数 (GVD) 来量化<sup>[6]</sup>, 利用以下公式计算:

$$\Delta\nu_{\text{FSR}}^{\text{M}} \approx \frac{c^2 \lambda^2}{4\pi^2 n^3 R_b^2} \text{GVD}, \quad (2)$$

其中,  $\text{GVD} = \frac{-\lambda}{c} \frac{\partial^2 n}{\partial \lambda^2}$ ;  $c$  是真空中光速;  $\lambda$  是泵浦波长;  $R_b$  是微瓶腔的最大半径;  $n$  是由波长决定的有效折射率, 一般用 Sellmeier 方程来近似表述, 可以表示为

$$n^2 = 1 + \sum_i \frac{A_i \lambda^2}{\lambda^2 - B_i^2}, \quad (3)$$

其中  $A_i$  和  $B_i$  是由不同材料决定的系数, 将 (3) 式代入 GVD 中对  $\lambda$  求二阶偏导数, 可以得到二阶色散的材料色散曲线.

微瓶腔的结构色散不仅受瓶腔尺寸参数影响, 还受其内部激发的轴向模式影响. 椭球形微瓶腔支持两类高品质回音壁模式, 即耦合进入微瓶腔的光不仅能在赤道面以闭环的方式进行传播, 还能沿着谐振腔轴在两个转折点  $Z_c$  间来回螺旋传播, 其表达式为

$$Z_c = \pm \left[ \frac{4}{\Delta E_m} \left( q + \frac{1}{2} \right) \right]^{1/2}. \quad (4)$$

当光沿着半径变化的瓶轴传播时, 激发的轴向模式是解除简并的, 多个有效腔重叠将会产生密集的谐振模式, 激发高阶轴向模式, 会极大地影响谐振模式频率分布. 微瓶腔的谐振模式频率可以表示为<sup>[17]</sup>

$$\nu_m = \frac{c}{2\pi n_0} \left[ \left( \frac{U_m}{R_b} \right)^2 + \left( q + \frac{1}{2} \right) \Delta E_m \right]^{1/2}, \quad (5)$$

其中,  $U_m = m + \alpha_p(m/2)^{1/3} + (3/20)\alpha_p^2(m/2)^{-1/3}$ ,

$\alpha_p$  为 Airy 函数的  $p$  阶根, 当  $p = 1, 2, 3$  时,  $\alpha_p = 2.3381, 4.0897, 5.5205$ ;  $\Delta E_m = 4U_m \Delta k / D_b$ ;  $m$  为方位角模式数;  $q$  为轴向模式数;  $n_0$  为泵浦波长为  $\lambda_0$  时的有效折射率.

由于色散体现在微腔的有效模式折射率随谐振模式频率的改变而改变, 因此微瓶腔的结构色散可以从 (5) 式相邻谐振模式频率的变化中计算出来. 根据色散的定义, 微瓶腔的角向模式自由光谱范围和结构色散可以表示为

$$\text{FSR}_m = \nu_m - \nu_{m-1}, \quad (6)$$

$$\Delta\nu_{\text{FSR}}^{\text{G}} = \nu_{m+1} + \nu_{m-1} - 2\nu_m. \quad (7)$$

通过结合 (2) 式与 (6) 式, 可以得到微瓶腔的总色散计算表达式:

$$\Delta\nu_{\text{FSR}} = \Delta\nu_{\text{FSR}}^{\text{M}} + \Delta\nu_{\text{FSR}}^{\text{G}}. \quad (8)$$

通过结合 (5) 式与 (7) 式, 微瓶腔的二阶色散可以表示为

$$\beta_2 = -\frac{1}{4\pi^2 R_b} \frac{\Delta\nu_{\text{FSR}}}{\text{FSR}_m^3}. \quad (9)$$

通常情况下, 二阶色散还可以表示为

$$D = -\frac{2\pi\nu_m^2}{c} \beta_2. \quad (10)$$

二阶色散系数的符号  $\beta_2 < 0$  或  $D > 0$  时, 可以反映微腔处于反常色散, 而二阶色散的数值虽远大于其他高阶色散, 但高阶色散的作用不能够忽略. 对  $m$  阶角向模式的相邻谐振角频率  $\omega_\mu$  按照泰勒级数展开, 可以得到含有二阶以上的高阶色散计算表达式<sup>[18]</sup>:

$$\begin{aligned} \omega_\mu &= \omega_0 + D_1 \mu + \frac{D_2}{2} \mu^2 + \sum_{i>2} \frac{D_i}{i!} \mu^i \\ &= \omega_0 + D_1 \mu + D_{\text{int}}(\mu), \end{aligned} \quad (11)$$

其中,  $\mu$  是相对中心模式  $m$  的模式数;  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_{\text{int}}(\mu)$  分别是表征微瓶腔自由光谱范围、二阶色散、总色散的参数.

为了优化微瓶腔的色散处于反常色散区域接近零色散, 本文采用有限元法 (FEM) 对氟化镁晶体微瓶腔色散进行精确求解<sup>[19]</sup>. 如图 2 所示, 在有限元求解器中构建微谐振器模型, 通过计算得到谐振频率  $\nu_m$  与有效模式折射率的特征值, 对其分析处理可以得到色散数据. 微腔色散求解流程分为 3 个步骤: 1) 只考虑结构色散, 对材料施加恒定的

近似折射率, 初步求解一系列谐振频率; 2) 同时考虑材料色散和结构色散, 将上一步求解的谐振频率导入 Sellmeier 方程中, 计算出有效模式折射率, 然后多次迭代求解获取精确的谐振频率; 3) 对包含材料色散和结构色散的准确特征谐振频率进行分析处理, 获取色散数据.

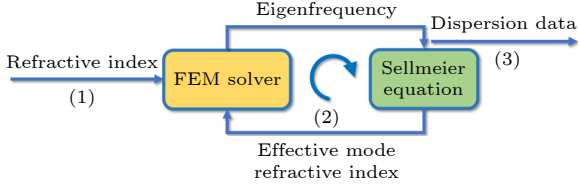


图 2 色散求解流程

Fig. 2. Dispersion solving process.

## 2.2 光频梳求解模型

在对微瓶腔的色散进行计算求解后, 可以得到在感兴趣波段附近的色散优化数值, 将其代入微腔光频梳的求解模型中, 可以分析色散对光频梳光谱性能的影响. 对于微瓶腔内光场的动态演变, 采用非线性 LLE (Lugiato-Lefever equation) 来描述. 为了更好地分析光频梳的演变规律, 对其进行无量纲化处理, 可得到 LLE 的归一化形式<sup>[20]</sup>:

$$\frac{\partial E}{\partial \tau} = \left[ - (1 + i\delta) + i \sum_{k \geq 2} \frac{\xi_k}{k!} \left( i \frac{\partial}{\partial \theta} \right)^k + i(1 - f_R) |E|^2 + i f_R \int h_R(t) |E(t - \tau, \tau)|^2 \right] E + S, \quad (12)$$

式中,  $\delta$  是归一化失谐系数;  $\xi_k$  是归一化色散系数,  $\xi_k = L\beta_k(2\pi/\tau_R)^k/\alpha$ ,  $L$  是微腔周长,  $\tau_R$  是传输一圈的时间,  $\alpha$  是微腔总损耗系数,  $\beta_k$  是色散系数,

$k$  为阶数;  $t$  是快变时间;  $\tau$  是慢变时间;  $S$  是归一化泵浦功率;  $E$  是光场强度;  $\theta \in (-\pi, \pi)$ ;  $f_R$  是与材料相关的拉曼响应系数, 对于氟化镁材料而言为 0.16;  $h_R(t)$  是拉曼时间响应函数, 其表达式为<sup>[21]</sup>

$$h_R(t) = \frac{\tau_1^2 + \tau_2^2}{\tau_1 \tau_2^2} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) \sin\left(\frac{t}{\tau_1}\right), \quad (13)$$

其中,  $\tau_1 = 11.2$  fs,  $\tau_2 = 34$  fs.

采用分步傅里叶法 (split-step Fourier method) 对归一化 LLE 进行求解, 首先利用傅里叶变换将时域上的微分方程转换成频域上的代数方程, 通过对频域上的方程进行数值求解, 最后将求解结果通过傅里叶反变换转换回时域上的解. 由此, 可以分析不同轴向模式下的色散以及不同高阶色散对光频梳光谱特征的影响.

## 3 实验结果与分析

### 3.1 微瓶腔曲率对色散的影响

结构色散在不同尺寸量级的微腔中会体现不同的作用, 分别研究了微瓶腔的瓶长轴  $L_b$  及最大半径  $R_b$  对色散的影响. 为了消除轴向模式造成的干扰, 在有限元求解器中仅求解轴向模式为零 ( $q=0$ ) 的基模谐振模式. 如图 3(a) 所示, 设定  $R_b = 400$   $\mu\text{m}$ ,  $R_s = 300$   $\mu\text{m}$ , 分析不同瓶轴长度对色散的影响. 在 1553 nm 附近, 随着  $L_b$  的增大, 微瓶腔的曲率逐渐减小, 微瓶腔色散处于反常色散区域 ( $D > 0$ ), 但总体变化不大, 色散呈现逐渐减小的趋势, 色散数值约为 0.08 ps/(nm·km).

通过以上数据可知, 微瓶腔的长轴对色散影响不大, 为了获得较弱的反常色散需要选择较大  $L_b$ . 如图 4 所示, 设定  $R_s = 300$   $\mu\text{m}$ ,  $L_b = 800$   $\mu\text{m}$ , 分析

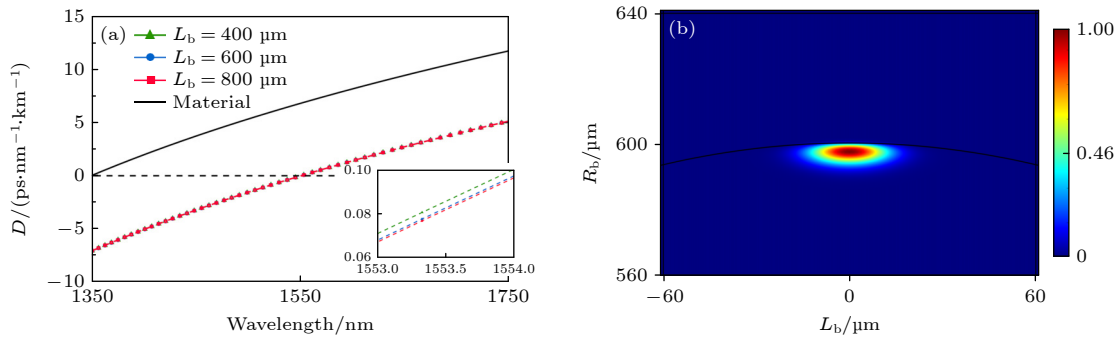


图 3 (a) 不同瓶轴长的色散分布; (b)  $q=0$  的微瓶腔轴向模式场分布

Fig. 3. (a) Dispersion distribution for different bottle axis lengths; (b) axial mode field distribution of the microbottle resonator for  $q=0$ .

最大半径  $R_b$  对色散的影响. 图 4(a) 为二阶色散求解结果, 在 1553 nm 附近微瓶腔的色散处于反常色散区域, 当  $R_b$  从 400  $\mu\text{m}$  增大到 600  $\mu\text{m}$  时, 随着曲率增大, 色散值从零色散附近开始逐渐增大. 微瓶腔的总色散求解结果如图 4(b) 所示, 当微瓶腔的曲率半径为 400  $\mu\text{m}$  时, 其总色散为反常色散 (曲线开口向上), 随着曲率半径的增大, 总色散曲线开口张开程度变小, 反映出反常色散数值逐渐增大.

由此可以看出, 微瓶腔的最大半径  $R_b$  能够显著改变色散分布, 对于较小曲率半径的微瓶腔, 结构色散的调控作用越大, 能够实现弱反常色散的调谐. 由于材料色散是固有的, 因此在对微瓶腔的色散进行优化时, 需要选择相对小的曲率半径, 利用结构色散调控总色散的分布, 使其总色散数值为接近于零的反常色散, 利于光频梳的高效率激发.

### 3.2 微瓶腔轴向模式对色散的影响

在经过尺寸参数优化后, 微瓶腔色散可以被优化为接近于零的反常色散, 设定  $R_b = 500 \mu\text{m}$ ,

$R_s = 300 \mu\text{m}$ ,  $L_b = 800 \mu\text{m}$ , 分析不同轴向模式对色散的影响. 如图 5(a) 所示, 在轴向模式数  $q = 0$  时, 其群速度色散类似于赤道面上的色散分布, 随着高阶轴向模式的激发, 其零色散点往长波长方向移动, 在 1553 nm 附近时, 其色散数值为 1.04 ps/(nm·km). 当轴向模式数增大为  $q = 40$  时, 微瓶腔的色散数值为 0.31 ps/(nm·km), 表现出较弱的反常色散, 而进一步增大轴向模式数为  $q = 80$ , 其色散数值为 -1.86 ps/(nm·km), 微瓶腔此时呈现正常色散.

实验中, 不同轴向模式的激发可以通过改变锥形光纤耦合位置与瓶中心的距离  $Z_c$  来实现 [22]. 通过 (4) 式与 (5) 式计算得出激发不同模式 ( $m, p, q$ ) 对应的  $Z_c$ , 当泵浦波长为 1553 nm, 仅考虑一阶径向模式时, 移动锥形光纤距离瓶中心  $Z_c = 8.98 \mu\text{m}$ , 可激发基模轴向模式 (2770, 1, 0); 当  $Z_c = 81.51 \mu\text{m}$  时, 可激发低阶轴向模式 (2726, 1, 40); 当  $Z_c = 115.86 \mu\text{m}$  时, 可激发高阶轴向模式 (2682, 1, 80). 因此, 通过调节锥形光纤与微瓶腔的耦合调控轴向模式数可以更灵活调控微瓶腔色散, 并且当距离合适时可以实现零色散.

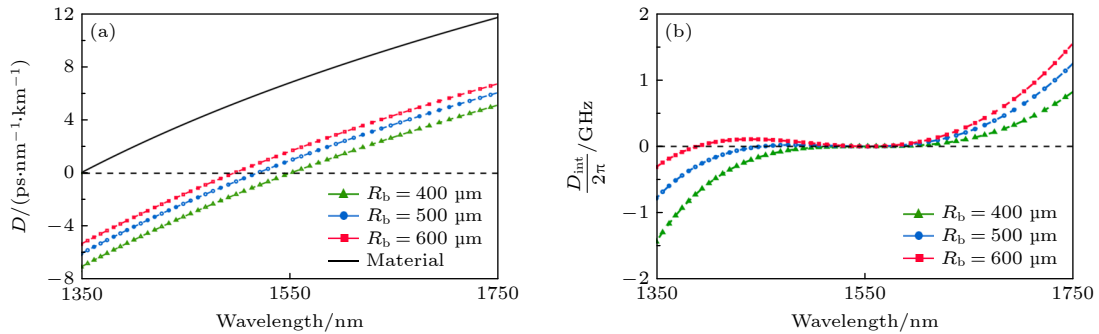


图 4 不同最大半径的色散分布 (a) 二阶色散; (b) 总色散

Fig. 4. Dispersion distribution with different maximum radii: (a) Second order dispersion; (b) total dispersion.

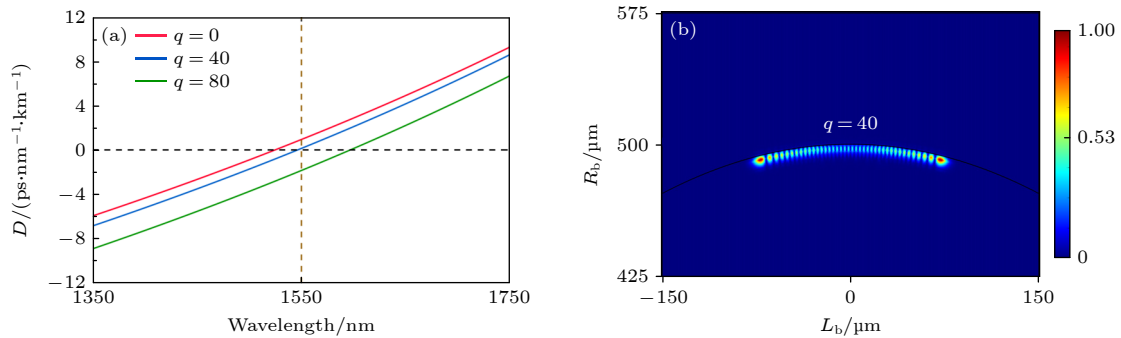


图 5 (a) 不同轴向模式的色散分布; (b)  $q = 40$  的轴向模式场分布

Fig. 5. (a) Dispersion distribution of different axial modes; (b) axial mode field distribution for  $q = 40$ .

### 3.3 微瓶腔轴向模式和高阶色散对光频梳的影响

微瓶腔的轴向模式会极大地增大微腔内部的谐振模式密度, 尤其在高阶轴向模式下会改变色散的正负特性, 将直接影响微腔内部克尔非线性效应和受激拉曼效应的激发效率, 改变光频梳的光谱特征分布. 选用  $R_b = 500 \mu\text{m}$ ,  $R_s = 300 \mu\text{m}$ ,  $L_b = 800 \mu\text{m}$  尺寸参数的氟化镁微瓶腔作为研究对象, 微瓶腔曲率大小为  $\Delta k = 0.002236 \mu\text{m}^{-1}$ , 自由光谱范围  $\text{FSR} = \lambda^2 / (2\pi n R_b) = 0.56 \text{ nm}$ . 设定泵浦光中心波长为  $1553 \text{ nm}$ , 光场传输一周的时间  $\tau_R = 6 \text{ ps}$ , 传输周长  $L = 2\pi \times 500 \mu\text{m}$ , 损耗系数  $\alpha = 9 \times 10^{-5}$ , 将不同轴向模式下的色散参数归一化后代入 LLE 方程中, 选择合适的归一化泵浦功率及失谐参量分析光频梳的演变规律<sup>[23]</sup>.

在只考虑二阶色散的情况下, 选择较小的归一化失谐量  $\delta = 0.7$ , 研究不同轴向模式数  $q$  对光频

梳光谱特性的影响. 如图 6(a) 所示, 当  $q = 0$  时, 其二阶色散  $\beta_2 = -1.30 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 归一化色散  $\xi_2 = -0.0497$ . 设定归一化泵浦功率  $S = 0.6$  时, 可以得到  $14 \times \text{FSR}$  的图灵环态克尔光频梳. 保持功率不变, 当  $q = 40$  时, 其二阶色散为  $\beta_2 = -0.37 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 归一化色散  $\xi_2 = -0.0142$ , 可以观察到  $24 \times \text{FSR}$  的图灵环态克尔光频梳产生. 对于图灵环态光频梳, 反常色散值越小, 相邻模式接近等距, 相位匹配更容易满足, 其重复频率越大, 光频梳的带宽越宽. 当增大泵浦功率  $S = 1.7$  时, 可观察到  $31 \times \text{FSR}$  克尔光频梳的产生, 并在  $1468 \text{ nm}$  处产生了反斯托克斯光频梳, 其频率偏移量为  $11.18 \text{ THz}$ , 在氟化镁材料拉曼频移  $12.3 \text{ THz}$  范围内. 这是由于微瓶腔的相邻谐振模式处于调制不稳定态增益范围和拉曼增益带宽范围的重叠区域中, 且拉曼阈值功率大于克尔阈值功率, 当腔内功率同时满足克尔阈值功率和拉曼阈值功率时, 将激发克尔-拉曼光频梳<sup>[24]</sup>.

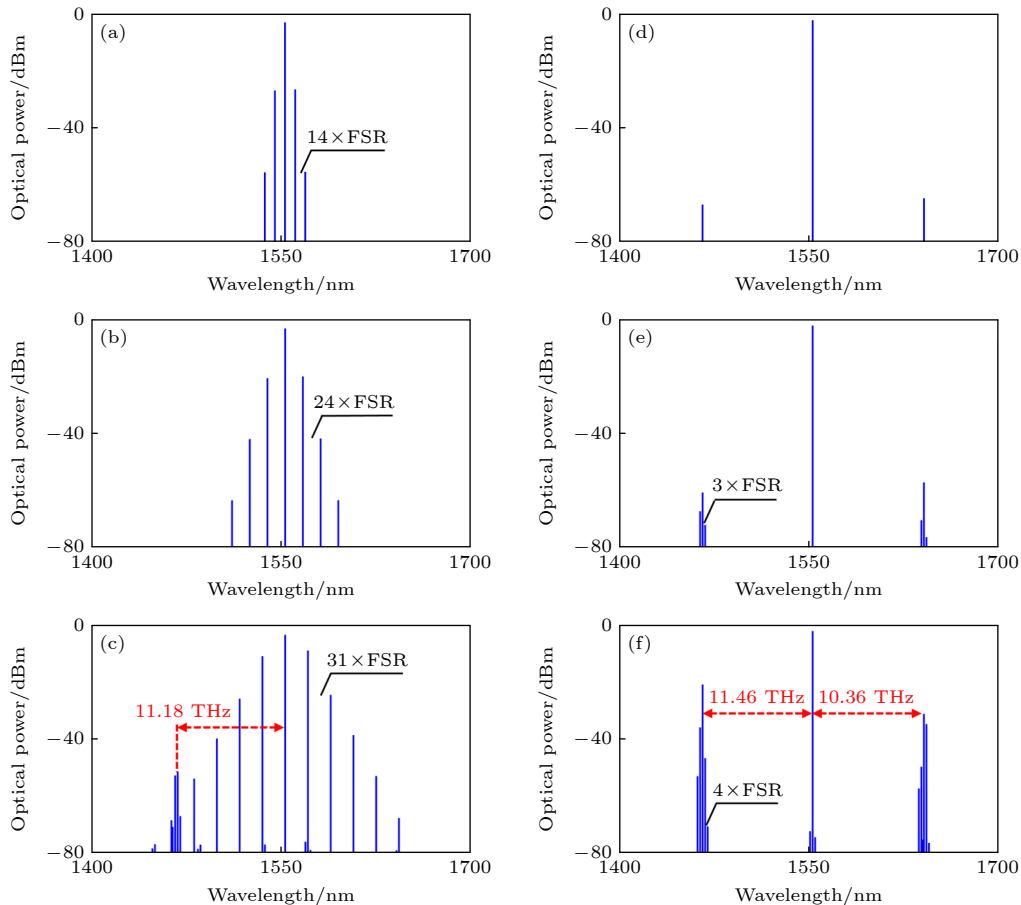


图 6 轴向模式和功率对光频梳光谱演化的影响 (a)  $q = 0, S = 0.6$ ; (b)  $q = 40, S = 0.6$ ; (c)  $q = 40, S = 1.7$ ; (d)  $q = 80, S = 0.785$ ; (e)  $q = 80, S = 0.795$ ; (f)  $q = 80, S = 0.825$

Fig. 6. Influences of axial mode and power on the spectral evolution of optical frequency comb: (a)  $q = 0, S = 0.6$ ; (b)  $q = 40, S = 0.6$ ; (c)  $q = 40, S = 1.7$ ; (d)  $q = 80, S = 0.785$ ; (e)  $q = 80, S = 0.795$ ; (f)  $q = 80, S = 0.825$ .

如图 6(d) 所示, 进一步增大轴向模式数  $q = 80$  时, 其二阶色散为  $\beta_2 = 2.19 \text{ ps}^2/\text{km}$ , 归一化色散  $\xi_2 = 0.0838$ , 设定  $S = 0.785$ , 此时可在 1466 nm 和 1641 nm 处观察到一阶拉曼增益峰的产生, 一阶斯托克斯与反斯托克斯频移分别为 10.36 THz, 11.46 THz, 当增大功率  $S = 0.795$  时, 可以在拉曼增益峰处得到  $3 \times \text{FSR}$  的拉曼光频梳. 进一步增大功率  $S = 0.825$  时, 拉曼效应得到增强, 产生了  $4 \times \text{FSR}$  的拉曼光频梳, 同时还在 1553 nm 处观察到了少量克尔光频梳产生. 这是由于在高阶轴向模式的作用下, 微瓶腔的色散变得正常, 很难满足克尔光频梳的产生条件, 受激拉曼效应占据主导地位, 相比于反常色散条件下, 在较小的泵浦功率下激发了拉曼光频梳.

然而高阶色散的作用不可忽略, 通过增大失谐参量, 研究不同高阶色散下光频梳演变规律. 在相同的基模轴向模式  $q = 0$  时, 在 1553 nm 处求解得出其三、四阶色散分别为  $\beta_3 = 0.05 \text{ ps}^3/\text{km}$ ,  $\beta_4 = -1.49 \times 10^{-4} \text{ ps}^4/\text{km}$ , 归一化色散分别为  $\xi_3 = 0.001914$ ,  $\xi_4 = -5.7 \times 10^{-6}$ . 如图 7(a), 设定归一化泵浦功率  $S = 2.8$ , 失谐参量  $\delta = 2.2$ , 当引入三阶色散时, 在孤子光频梳的短波长 1475 nm 处观察到了色散波的产生, 这是由三阶色散诱导切伦科夫辐射产生

的, 光频梳带宽被展宽为 1472—1601 nm; 当引入负四阶色散时, 孤子光频梳的色散波移至 1470 nm 处, 但其强度被抑制, 呈现出不连续的光谱; 当考虑正四阶色散时, 孤子光频梳光谱在 1474—1602 nm 上连续, 色散波在 1479 nm 处得到增强, 带宽有所减弱.

从以上仿真结果可以看出, 椭球形微瓶腔的结构色散主要受最大半径和高阶轴向模式数影响. 在相同的基模轴向模式下, 随着微瓶腔最大半径的减小, 曲率逐渐减小, 微瓶腔的色散可以转变为较小反常色散, 存在一个合适的最大半径使其接近零色散. 当微瓶腔半径选定后, 选择性激发适宜的高阶轴向模式时, 微瓶腔的色散可以被调谐至近零反常色散和弱正常色散区域. 当微瓶腔处于弱反常色散区域时, 克尔非线性效应强于受激拉曼效应, 在较小失谐参量和泵浦功率下先激发了克尔光频梳, 当腔内功率增大到同时满足克尔阈值功率和拉曼阈值功率时, 将激发宽带克尔-拉曼光频梳. 当激发微瓶腔的高阶轴向模式使其处于弱正常色散区域时, 腔内受激拉曼效应强于克尔非线性效应, 可以在较小的失谐和功率下先激发纯拉曼光频梳, 随着功率增大, 谐振模式处于调制不稳定态增益范围内, 在 1550 nm 附近激发了少量克尔光频梳<sup>[25]</sup>. 此外,

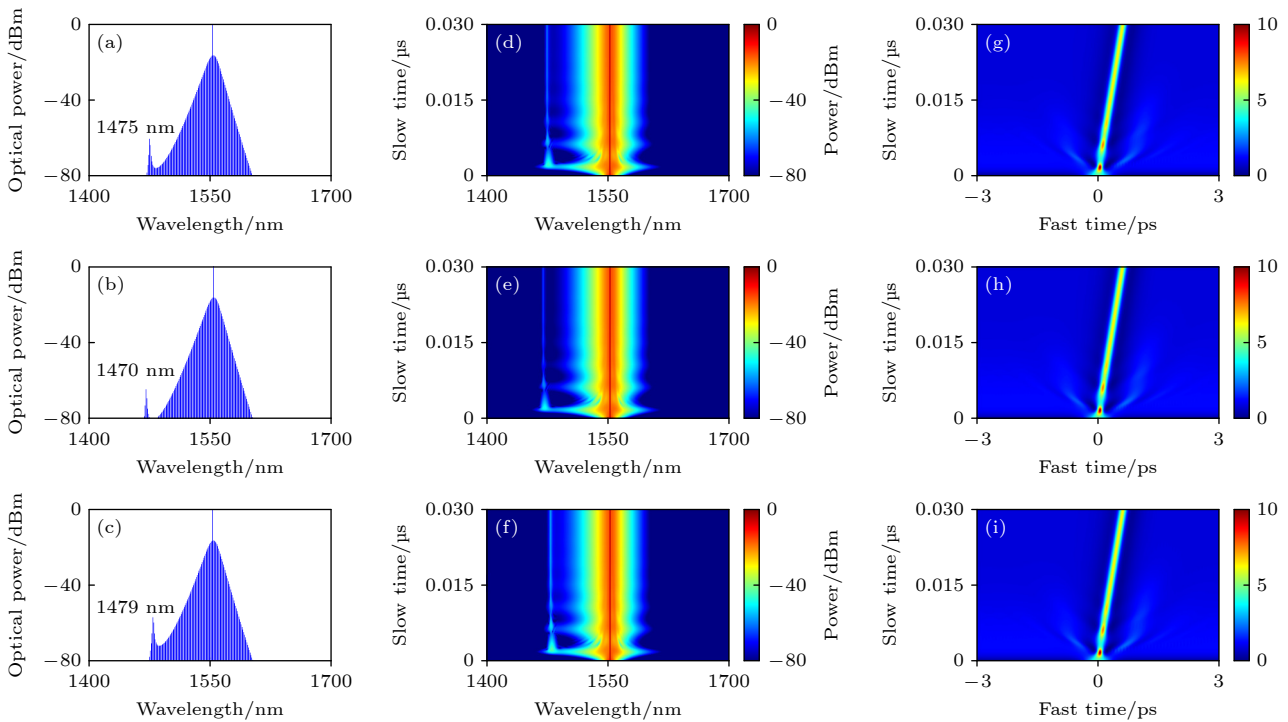


图 7 不同高阶色散对孤子光频梳的影响 (a)–(c) 腔内光谱图; (d)–(f) 孤子频域演化图; (g)–(i) 孤子时域演化图

Fig. 7. Influence of different higher order dispersions on the soliton optical frequency comb: (a)–(c) Intracavity spectrograms; (d)–(f) soliton frequency domain evolution; (g)–(i) soliton time domain evolution.

在基模轴向模式下分析了不同高阶色散对光频梳的光谱演变影响,在合适的失谐和泵浦条件下将归一化三阶色散及四阶色散代入到 LLE 方程中仿真孤子光频梳,证明了克尔孤子光频梳的带宽可以在三阶色散和正的四阶色散作用下被展宽<sup>[26]</sup>,这将为前期色散工程提供设计思路。

## 4 结 论

本文在微瓶腔模式场理论上结合有限元法对氟化镁微瓶腔的色散进行精确求解,讨论了微瓶腔在不同曲率及轴向模式下的色散分布,并在优化的色散数值下分析了不同轴向模式和高阶色散对光频梳光谱性能的影响. 研究表明,在微瓶腔的曲率参数瓶颈半径、瓶轴长及最大半径中,半径对微瓶腔的色散调控效果最强. 半径越小,结构色散的作用越强,微瓶腔的反常色散将呈现减弱趋势,但根据仿真结果,最大半径不宜小于 400  $\mu\text{m}$ ,否则将使氟化镁微瓶腔在通信波段附近呈现正常色散. 此外,通过微瓶腔的低阶轴向模式,可以进一步优化反常色散接近零色散,而当激发微瓶腔的高阶轴向模式时,可以调控微瓶腔的色散至正常色散区域,实现色散的动态调控. 相比于拉曼光频梳,克尔光频梳除了需要达到阈值功率外,还需要有反常色散条件,依据两者的不同,在较小的失谐参量下通过改变泵浦功率和轴向模式可实现纯克尔光频梳向克尔-拉曼光频梳、纯拉曼光频梳的转变,为光频梳的光谱优化及多种光源实现提供解决办法. 最后,通过引入基模轴向模式下的三阶及四阶高阶色散至 LLE 方程中,证明了三阶色散可以产生色散波增大孤子光频梳光谱带宽范围,正四阶色散可以增强色散波的,而负四阶色散将抑制色散的强度,使光谱不连续. 因此,在前期色散工程设计时需要考虑高阶色散,优化其基础色散数值,以激发宽带光频梳。

采用的有限元法为色散精确求解提供思路,研究的氟化镁晶体材料微瓶腔可以从曲率及轴向模式两个维度上去实现调控,特别针对微谐振器在制备完成后其几何参数定型的问题,其特殊的轴向模式可以在不改变瓶微尺度半径情况下在近零反常色散与正常色散之间切换,使其在非线性光学研究中具备实际灵活应用性. 通过设计微瓶腔的最大半径控制相位匹配条件<sup>[27]</sup>,可以在控制色散的同时也能选择性激发受激拉曼效应和克尔非线性,为多

种光源如中红外拉曼激光器、宽带克尔-拉曼孤子光频梳产生提供借鉴思路。

## 参考文献

- [1] Yu C Q, Ma S C, Chen Z Y, Xiang C C, Li Hai, Zhou T J 2021 *Acta Phys. Sin.* **70** 160701 (in Chinese) [于长秋, 马世昌, 陈志远, 项晨晨, 李海, 周铁军 2021 物理学报 **70** 160701]
- [2] Del'Haye P, Schliesser P, Arcizet O, Wilken T, Holzwarth R, Kippenberg T J 2007 *Nature* **450** 1214
- [3] Kippenberg T J, Holzwarth R, Diddams S A 2011 *Science* **332** 555
- [4] Herr T, Brasch V, Jost J D, Wang C Y, Kondratiev N M, Gorodetsky M L, Kippenberg T J 2014 *Nat. Photon.* **8** 145
- [5] Brasch V, Geiselmann M, Herr T, Lihachev G, Pfeiffer M H, Gorodetsky M L, Kippenberg T J 2016 *Science* **351** 357
- [6] Sayson N L B, Bi T, Ng V, Pham H, Trainor L S, Schwefel H G L, Coen S, Erkintalo M, Murdoch S G 2019 *Nat. Photon.* **13** 701
- [7] Liu J, Weng H, Afridi A A, Li J, Dai J, Ma X, Long H, Zhang Y, Lu Q, Donegan J F, Guo W 2020 *Opt. Express* **28** 19270
- [8] Gu J X, Li X, Qi K, Pu K R, Li Z X, Zhang F, Li T, Xie Z D, Xiao M, Jiang X S 2023 *Opt. Lett.* **48** 1100
- [9] Savchenkov A A, Matsko A B, Liang W, Ilchenko V S, Seidel D, Maleki L 2011 *Nat. Photon.* **5** 293
- [10] Nasir M N M, Murugan G S, Zervas M N 2016 *J. Opt. Soc. Am. B* **33** 1963
- [11] Yin Y H, Niu Y X, Qin H Y, Ding M 2019 *J. Lightwave Technol.* **37** 5571
- [12] Wang M Y, Yang Y, Lu Z Z, Wang W Q, Zhang W F, Xie C F, Zhong H K, Wu L F, Wu T, Tan Q G, Fu Y J, Wang K Y 2021 *J. Lightwave Technol.* **39** 5917
- [13] Jin X Y, Xu X, Gao H R, Wang K Y, Xia H J, Yu L D 2021 *Photonics Res.* **9** 171
- [14] Lecaplain C, Javerzac-Galy C, Gorodetsky M L, Kippenberg T J 2016 *Nat. Commun.* **7** 13383
- [15] Sumetsky M 2004 *Opt. Lett.* **29** 8
- [16] Lin G, Chembo Y K 2015 *Opt. Express* **23** 1594
- [17] Murugan G S, Petrovich M N, Jung Y, Wilkinson J S, Zervas M N 2011 *Opt. Express* **19** 20773
- [18] He Z Q, Sun C Z, Xiong B, Wang J, Hao Z B, Wang L, Han Y J, Li H T, Gan L, Luo Y 2023 *Opt. Lett.* **48** 2182
- [19] Fujii S, Tanabe T 2020 *Nanophotonics* **9** 1087
- [20] Chembo Y K, Grudinin I S, Yu N 2015 *Phys. Rev. A* **92** 043818
- [21] Ghanbari A, Kashaninia A, Sadr A, Saghaei H 2017 *Optik* **140** 545
- [22] Wang M Y, Meng L J, Yang Y, Zhong H K, Wu T, Liu B, Zhang L, Fu Y J, Wang K Y 2020 *Acta Phys. Sin.* **69** 234203 (in Chinese) [王梦宇, 孟令俊, 杨煜, 钟汇凯, 吴涛, 刘彬, 张磊, 伏燕军, 王克逸 2020 物理学报 **69** 234203]
- [23] Crespo-Ballesteros M, Matsko A B, Sumetsky M 2023 *Commun. Phys.* **6** 52
- [24] Xing T, Xing E, Jia T, Li J, Rong J, Zhou Y, Liu W, Tang J, Liu J 2022 *Chin. Phys. B* **31** 104204
- [25] Fujii S, Kato T, Suzuki R, Hori A, Tanabe T 2018 *J. Opt. Soc. Am. B* **35** 100
- [26] Xu F, Zhao Y, Wu Y H, Wang W C, Jin X Y 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 184204 (in Chinese) [许凡, 赵妍, 吴宇航, 王文驰, 金雪莹 2022 物理学报 **71** 184204]
- [27] Yang Q F, Yi X, Yang K Y, Vahala K 2017 *Nat. Phys.* **13** 53

# Analysis and optimization of optical frequency comb spectra of magnesium fluoride microbottle resonator<sup>\*</sup>

Guo Zhuang<sup>1)</sup> Ouyang Feng<sup>1)</sup> Lu Zhi-Zhou<sup>2)</sup> Wang Meng-Yu<sup>1)†</sup>  
Tan Qing-Gui<sup>3)</sup> Xie Cheng-Feng<sup>1)‡</sup> Wei Bin<sup>1)</sup> He Xing-Dao<sup>1)</sup>

1) (*Key Laboratory for Optoelectronic Information Perception and Instrumentation of Jiangxi, Nanchang Hangkong University, Nanchang 330063, China*)

2) (*Silicon Photonics R & D Center, Chongqing United Microelectronics Center, Chongqing 401332, China*)

3) (*China Academy of Space Technology (Xi'an), Xi'an 710000, China*)

( Received 12 July 2023; revised manuscript received 11 October 2023 )

## Abstract

Optical frequency comb has shown great potential applications in many areas including molecular spectroscopy, RF photonics, millimeter wave generation, frequency metrology, atomic clock, and dense/ultra-dense wavelength division multiplexed high speed optical communications. Optical frequency comb in the microresonator supporting whispering-gallery mode has attracted widespread interest because of its advantages such as flexible repetition rate, wide bandwidth, and compact size. The exceptionally long photon lifetime and small modal volume enhance light-matter interaction, which enables us to realize intracavity nonlinear frequency conversions with low pump threshold. With the advantages of small size, low power consumption, wide spectral coverage and adjustable dispersion, the magnesium fluoride microresonator optical frequency comb has potential applications in optical communication and mid-infrared spectroscopy.

In this work, the spectral characteristics of the optical frequency comb generated by a magnesium fluoride whispering-gallery mode microbottle resonator platform are investigated. In order to optimize the spectral distribution of the optical frequency comb of the magnesium fluoride microbottle resonator, the second-order dispersion and higher-order dispersion of the bottle resonator structure under different curvatures and axial modes are solved iteratively by the finite element method, and the spectral evolutions of the optical frequency comb under different axial mode excitations are simulated by solving the nonlinear Schrödinger equation through the split-step Fourier method. The results show that near-zero anomalous dispersion tuning can be achieved in a wide bandwidth range by exciting low-order axial mode at an optimal radius of curvature, while the high-order axial mode will lead the microbottle resonator to present the weak normal dispersion. The weaker anomalous dispersion in the lower-order axial mode broadens the bandwidth of the optical comb, demonstrating that the third-order dispersion and the negative fourth-order dispersion can broaden the Kerr soliton optical comb; the weak normal dispersion in the higher-order axial mode suppresses the generation of the Kerr optical comb, and the Raman optical comb dominates. The selective excitation of Kerr soliton combs and Raman combs can be achieved by modulating the axial mode of the microbottle resonator under suitable pumping conditions. The present work provides guidance for designing the dispersion in magnesium fluoride microresonator and the experimental tuning of broadband Kerr soliton optical combs and Raman optical combs.

**Keywords:** optical microresonator, microbottle resonator, axial mode, dispersion, optical frequency comb

**PACS:** 42.50.-p, 42.55.Sa, 42.60.Da, 42.60.Fc

**DOI:** 10.7498/aps.73.20231126

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 62101230, 51865040), the Natural Science Foundation of Jiangxi Province, China (Grant Nos. 20224BAB202006, 20232ACB212008, 20232BCJ23096, 20232BAB212016), the Education Department Fund of Jiangxi Province, China (Grant No. GJJ190508), the Foundation of Key Laboratory 2021-JCJQ-LB-006 (Grant No. 6142411512108), and the Special Fund for Graduate Student Innovation of Nanchang Hangkong University, China (Grant No. YC2022-108).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [mengyu@nchu.edu.cn](mailto:mengyu@nchu.edu.cn)

<sup>‡</sup> Corresponding author. E-mail: [xcf@nchu.edu.cn](mailto:xcf@nchu.edu.cn)



## 氟化镁微瓶腔光频梳光谱分析及优化

郭状 欧阳峰 卢志舟 王梦宇 谭庆贵 谢成峰 魏斌 何兴道

### Analysis and optimization of optical frequency comb spectra of magnesium fluoride microbottle resonator

Guo Zhuang Ouyang Feng Lu Zhi-Zhou Wang Meng-Yu Tan Qing-Gui Xie Cheng-Feng Wei Bin He Xing-Dao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 034202 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231126

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231126>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

扁长型微瓶腔中的回音壁模式选择及Fano谐振

Selection of whispering-gallery modes and Fano resonance of prolate microbottle resonators

物理学报. 2020, 69(23): 234203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200817>

太赫兹半导体激光光频梳研究进展

Research progress of terahertz semiconductor optical frequency combs

物理学报. 2020, 69(18): 189501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200399>

光学微腔中倍频光场演化和光谱特性

Spatiotemporal evolution and spectral character of second harmonic generation in optical microresonator

物理学报. 2020, 69(2): 024203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191294>

高阶色散下双耦合微腔中克尔光频梳的稳定性和非线性动力学分析

Stability and non-linear dynamic analysis of Kerr optical frequencycombs in dual-coupled microcavities with high-order dispersion

物理学报. 2022, 71(18): 184204 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220691>

正常色散高非线性石英光纤优化设计及平坦光频率梳产生

Design of normal dispersion high nonlinear silica fiber and generation of flat optical frequency comb

物理学报. 2022, 71(23): 234209 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221115>

太赫兹量子级联激光器频率梳的色散

Group velocity dispersion analysis of terahertz quantum cascade laser frequency comb

物理学报. 2019, 68(10): 109501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190217>