时间旅行的量子门

王粲[1)2)] 陆朝阳[1)2)] 陈明城[1)2)†]

1) (中国科学技术大学近代物理系, 合肥微尺度物质科学国家研究中心, 合肥 230026)

2) (中国科学技术大学, 中国科学院量子信息与量子科技前沿卓越创新中心, 上海 201315)

(2023 年 8 月 8 日收到; 2023 年 10 月 31 日收到修改稿)

量子计算可以解决经典计算难于求解的问题, 在物理原理允许范围内扩大了可有效计算的问题范围, 对经典计算的扩展丘奇图灵论题提出了挑战. 这里我们讨论一个有趣的问题: 通过突破物理原理限制来实现更强大的计算机, 进一步扩展量子计算机的能力. 我们考虑一种全新的操纵能力, 让量子计算可以实现时间穿梭旅行的量子控制门. 这是量子门线路图形语言的一个符合直觉的扩展, 作为例子, 我们展示了一个可以有效求解 SAT 难题的扩展量子算法. 我们的结果有助于更深刻地理解计算和物理原理之间的关系.

关键词: 扩展丘奇图灵论题, 时间旅行, 闭合类时曲线, 量子计算机, P 与 NP 问题

PACS: 03.67.–a, 03.65.–w, 03.67.Lx **DOI:** 10.7498/aps.73.20231289

1 引 言

计算是一个物理过程, 计算过程和能力受到物理定律的限制[1]. 例如, 擦除一个比特信息的操作受到热力学限制, 存在最小能耗[2]. 计算科学中, 一个被广泛接受的假设——扩展丘奇图灵论题提出, 所有物理上合理的计算过程都可以用通用图灵机来有效替代[3], 同时这也定义了经典计算可以有效求解的问题类别, 即 P 问题[4]. 当我们在计算过程中引入量子力学原理, 通过量子叠加和量子干涉, 量子计算可以有效求解 P 问题之外的问题. 例如, 量子 Shor 算法可以求解的大数分解被认为是非 P 问题[5]; 量子采样算法也被认为位于 P 问题之外, 并且在近期实验工作中被实现, 展示了量子计算的优越性[6–9].

量子计算是目前在物理原理内已知的最强的计算范式[10]. 考虑到计算的能力受到物理原理的制约, 同时很多重要问题类别, 比如 NP-complete 问题[11], 处在量子计算能有效求解的范围之外, 因此研究量子计算的进一步扩展是一个很有趣的基础问题.

为了扩展量子计算, 相对论物理相关的新奇操作是一类重要候选. 其中闭合类时曲线概念引起了广泛的兴趣[12], 它可以实现量子态沿着封闭的类时曲线传输. 闭合类时曲线引入了时间旅行的能力, 量子态的闭合类时曲线在数学上通过自洽性方程来定义[13], 并在最近的实验中得到模拟演示[14,15]. 和量子计算模型结合后, 可以扩大量子计算的可求解问题类别[16].

相比于量子态的时间旅行, 这里我们引入另一种基于量子门的时间旅行. 首先通过量子门线路图形语言来形象展示时间旅行的量子门, 并介绍其如何物理地通过张量网络模拟实现, 最后设计新的量子算法来求解 NP-complete 问题, 展示超越正统量子计算的能力.

2 扩展的量子计算机

2.1 时间旅行的量子操作门

量子计算的标准通用量子门线路模型是通过单量子比特门和双量子比特 CNOT 门来搭建, 量子比特的状态信息是从左往右逐步流动[10]. 其中

† 通信作者. E-mail: cmc@ustc.edu.cn

© 2024 中国物理学会 Chinese Physical Society

双量子比特门需要在对齐的同一个时间窗口上进行操作, 如图 1(a) 所示. 而在图 1(b) 中, 展示了打破这种时间对齐的 CNOT 门, 并且同时展示了作用在一个量子比特的过去或未来的 CNOT 门操作. 我们把这种新奇的 CNOT 门称作进行了时间旅行的 CNOT 门.

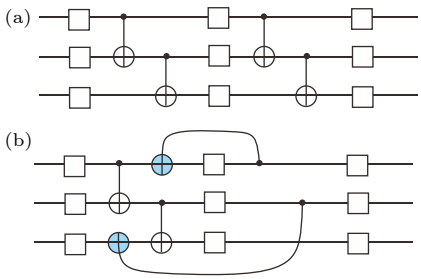

图 1 扩展量子门线路 (a) 标准的量子门线路; (b) 包含时间旅行的 CNOT 门的线路

Fig. 1. Extending quantum circuits: (a) Standard quantum circuit; (b) circuit incorporating a time-travelling CNOT gate.

包含时间旅行量子门的门线路打破了量子信息的流动顺序, 因此无法在物理上直接实现. 通过将量子门线路解释成张量网络, 可以在无时间旅行能力的系统中等效地模拟实现这类门线路的输出 [17]. 如图 2 所示, 我们在时间旅行门的拐角上引入两个分支, 作为一个新的辅助量子比特的输入和输出. 如果将这个辅助量子比特初始化和投影测量到 $(|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$ 态上, 同时在这之间, 辅助比特和时间旅行 CNOT 门的起点和终点位置的量子比特分别实现 CZ 和 CNOT 门, 那么辅助量子比特之外的输出就等效于包含时间旅行量子门线路的输出.

需要特别注意的是, 我们所引入的时间旅行量子门是确定性的操作. 而模拟实现的代价是借助辅助比特投影到 $(|0\rangle+|1\rangle)/\sqrt{2}$, 测量后选择是概率性的. 这是时间旅行打破物理原理的代价, 在真实物理体系里只能是非确定性的实现.

2.2 更强大的扩展量子算法

我们引入时间旅行量子门的目的是, 通过尽可能小的自然的改动, 来实现扩展的量子计算. 下面将描述一个扩展算法, 可以在多项式时间求解布尔可满足性 SAT 问题 (Boolean satisfiability problem)[11]. SAT 问题是计算机科学中的经典问题, 属于 NP-complete 类别. SAT 问题由 n 个布尔变量 m 个子句组成. 求解该问题需要找出 n 个布尔变量的一组值使得 m 个布尔逻辑子句同时成立.

本文量子算法由三部分构成. 其中第一部分是 n 个量子比特的寄存器, 用于存储 SAT 问题的布尔变量, 初始化为 $|0\rangle^{\otimes n}$. 第二部分是 m 个量子比特, 用于标记各个逻辑子句是否满足, 初始化为 $|1\rangle^{\otimes m}$. 第三部分包含 1 个标记量子比特, 初始化为 $|1\rangle$, 用于标记上面的 m 个子句是否全被满足, 如果全部满足, 就反转该标记比特. 该部分的线路包含了时间旅行的 CNOT 门, 具体如图 3(a) 所示.

线路图中, 黄色的 m 个竖直框代表着多比特的受控 NOT 门, 由具体 SAT 问题的各个子句具体内容决定. 如果一个子句没有满足, 那就通过多比特的受控 NOT 反转对应子句的量子比特.

算法运行时, 布尔变量的寄存器通过哈德玛门制备到所有可能的均匀叠加态上 [10]. 第一种情况: 如果寄存器里的布尔变量没有满足全部子句, 标记

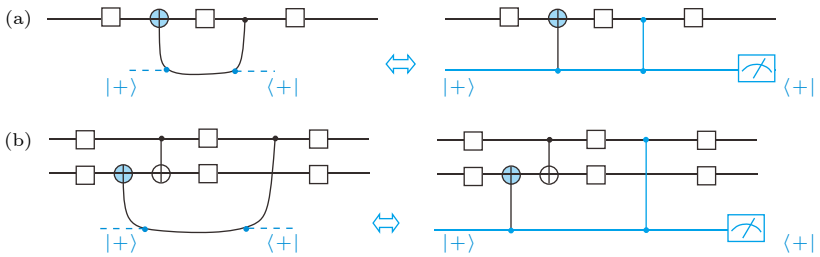

图 2 等效的张量网络表示, 借助辅助量子比特 (蓝色线) 可以非确定性地模拟实现时间旅行 CNOT 门 (a) 示例 1, 在时间旅行门的两个拐角, 引入两个分支, 认作一个辅助量子比特 (蓝色线), 将其初态制备到 $|+\rangle$ 态并同时后选择投影到 $\langle+|$ 态, 右图是相应的标准量子门线图表示; (b) 示例 2, 相比示例 1 时间旅行门作用在同一个物理量子比特上, 示例 2 展示了其作用在不同物理量子比特上的情形

Fig. 2. Equivalent tensor network representation. Using auxiliary qubits (blue line), the implementation of a time-travelling CNOT gate can be nondeterministically simulated: (a) Example 1, where we introduce two branches at the two corners of the time-travelling gate and consider an auxiliary qubit (blue line) prepared in the $|+\rangle$ state and subsequently projected to the $\langle+|$ state, the right diagram is the corresponding standard quantum circuit representation; (b) example 2, in contrast to example 1, demonstrates its operation on different physical qubits.

位将保持 $|1\rangle$, 时间旅行 CNOT 门执行, 通过上面介绍的张量网络计算方法 (如图 3(b) 所示), 时间旅行的成功概率 $p=0$, 实现了完美镇压寄存器里的错误解的概率幅. 第二种情况: 如果寄存器里的布尔变量满足全部子句, 标记位则被反转成 $|0\rangle$, 时间旅行 CNOT 门没有执行, 寄存器里的正确解不受影响. 在张量网络解释中算法总的后选择成功率为 $K/2^n$, K 为 SAT 问题满足性解的个数; 在时间旅行门的概念中, 成功率为 1. 因此算法最后, 布尔变量寄存器只确定性地保留了第二种情况的布尔变量组合, 并随后通过测量随机塌缩输出任意一个满足所有子句的布尔变量组合.

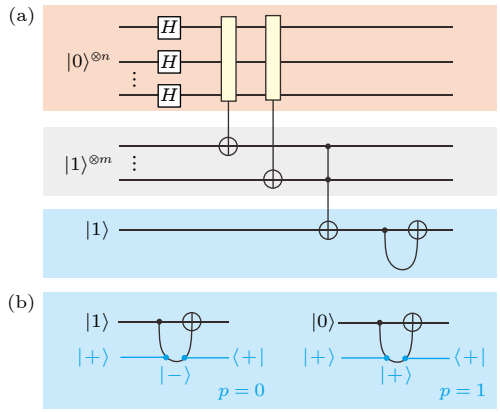

图 3 求解 SAT 问题 (a) 设计的量子算法, 门线路的深度线性正比于 SAT 问题规模, 即子句的数量 m, 最上面 n 个量子比特作为 SAT 问题解的寄存器, 中间 m 个量子比特用于标记 m 个逻辑子句是否被独立满足, 最后一个量子比特标记位用于判断是否所有的逻辑子句被同时满足; (b) 最后标记位上的时间旅行 CNOT 门的运行细节, 这里 p 对应张量网络解释中的后选择概率, 当算法中的标记位为 $|1\rangle$ 时, 相应的辅助量子比特的后选择投影概率为 0; 而标记位为 $|0\rangle$ 时, 后选择投影概率为 1, 算法最终只输出标记位为 $|0\rangle$ 的情况, 这对应上面寄存器里只存储了正确的解

Fig. 3. Solving the SAT problem. (a) The designed quantum algorithm, with the depth of the circuit linearly proportional to the SAT problem size, i.e., the number of clauses m. The top n qubits serve as registers for solving the SAT problem, the middle m qubits are used to mark whether m logical clauses are independently satisfied, and the last qubits is used to determine whether all logical clauses are simultaneously satisfied. (b) Operational details of the time-travelling CNOT gate on the final marking qubit, here, p corresponds to the posterior-select probability in tensor network interpretation: When the marking qubit in the algorithm is $|1\rangle$, the corresponding auxiliary qubits have a posterior-select projection probability of 0; while the marking qubit is $|0\rangle$, the posterior-select projection probability is 1. The algorithm ultimately only outputs the case where the marking qubit is $|0\rangle$, corresponding to storing only the correct solutions in the registers above.

该算法的复杂度正比于 SAT 问题的规模, 是线性复杂度的. 门线路的深度正比于 SAT 问题子句的数量. 正统的量子计算可以有效求解的问题类别介于 P 问题和 NP 问题之间, 这里设计的扩展量子算法有效求解了 NP-complete 的 SAT 问题. 这也表明了在时间旅行量子门的参与下, 计算复杂度类别 P=NP, 成功展示了时间旅行量子门具有超越正统量子计算的计算能力.

3 总 结

计算机的能力受到物理定律的制约, 量子计算机扩展了经典计算机可有效计算问题的范围. 通过引入相对论时间旅行操作, 相对论量子计算机可以在理论上进一步扩展量子计算的能力. 在以往的工作中, 时间旅行是通过闭合类时曲线实现的, 多伊奇通过优雅的自洽性方程将其结合到量子演化过程中. 本工作通过量子门线路的图形语言引入了自然的量子门的时间旅行扩展, 并通过简洁的算法示例展示了其对量子计算能力的显著扩充.

本文介绍的张量网络等效表示方法, 为实验模拟提供了具体的实现方案. 同时, 也预期时间旅行的量子门在其他量子任务中也起到促进作用, 包括实现确定性的非正交量子态甄别 [18,19]、量子态克隆 [20,21] 等.

参考文献

[1] Deutsch D 1997 *The Fabric of Reality: The Science of Parallel Universes-and Its Implications* (Penguin Books) p98
[2] Landauer R 1961 *IBM J. Res. Dev.* **5** 183
[3] Bernstein E, Vazirani U 1993 *Proceedings of the twenty-fifth annual ACM symposium on Theory of Computing* San Diego California USA, May 16–18, 1993 p11
[4] Fortnow L 2009 *Commun. ACM* **52** 78
[5] Shor P W 1994 *Proceedings 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science* Santa Fe NM USA, November 20–22, 1994 p124
[6] Zhong H S, Wang H, Deng Y H, et al. 2020 *Science* **370** 1460
[7] Wu Y L, Bao W S, Cao S, et al. 2021 *Phys. Rev. Lett.* **127** 180501
[8] Arute F, Arya K, Babbush R, et al. 2019 *Nature* **574** 505
[9] Madsen L S, Madsen L S, Laudenbach F, et al. 2022 *Nature* **606** 75
[10] Nielsen M A, Chuang I L 2010 *Quantum Computation and Quantum Information: 10th Anniversary Edition* (Cambridge University Press) p40
[11] Cook S A 2023 *Logic, Automata, and Computational Complexity: The Works of Stephen A. Cook* (Vol. 43) (ACM Books) p143

[12] Gott J R 1991 *Phys. Rev. Lett.* **66** 1126
[13] Deutsch D 1991 *Phys. Rev. D* **44** 3197
[14] Lloyd S, Maccone L, Garcia-Patron R, Giovannetti V, Shikano Y, Pirandola S, Rozema L A, Darabi A, Soudagar Y, Shalm L K, Steinberg A M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 040403
[15] Ringbauer M, Broome M A, Myers C R, White A G, Ralph T C 2014 *Nat. Commun.* **5** 4145
[16] Bacon D 2004 *Phys. Rev. A* **70** 032309
[17] Chen M C, Li R L, Gan L, Zhu X B, Yang G W, Lu C Y, Pan J W 2020 *Phys. Rev. Lett.* **124** 080502
[18] Brun T A, Harrington J, Wilde M M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 210402
[19] Vairogs C, Katariya V, Wilde M M 2022 *Phys. Rev. A* **105** 052434
[20] Brun T A, Wilde M M, Winter A 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 190401
[21] Ahn D, Myers C R, Ralph T C, Mann R B 2013 *Phys. Rev. A* **88** 022332

Quantum computing with time-travelling quantum gates

Wang Can [1)2)] Lu Chao-Yang [1)2)] Chen Ming-Cheng [1)2)†]

1) (*Hefei National Research Center for Physical Sciences at the Microscale, Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei* 230026, *China*)

2) (*Shanghai Branch CAS Centre for Excellence and Synergetic Innovation Centre in Quantum Information and Quantum Physics, University of Science and Technology of China, Shanghai* 201315, *China*)

(Received 8 August 2023; revised manuscript received 31 October 2023)

Abstract

Quantum computing can solve problems that are difficult to solve in classical computing, expanding the range of problems that can be effectively computed within the allowable range of classical physical principles, and posing a challenge to the extended Church-Turing thesis in classical computing. Here, we discuss an interesting question: how to achieve more powerful computers by breaking through the limitations of physical principles, further enhancing the capabilities of quantum computers. To extend quantum computing, novel operations related to relativistic physics are a crucial candidate. Among them, the concept of closed time-like curve has aroused widespread interest, and it introduces the ability for time travel. Mathematically, quantum state along the closed time-like curve is determined through self-consistent equations, which has been demonstrated in simulations. Here, we consider a novel manipulation capability that allows quantum computing to achieve time-travelling quantum control gate. This is an intuitive extension of the graphical language of quantum circuits. Explaining quantum circuits as tensor networks, we first explain how to experimentally simulate the output of such a circuit in a system without time-travel capability. Then, we take an example to demonstrate an extended quantum algorithm that can efficiently solve SAT problems, indicating that with the involvement of time-travelling quantum gates, the computational complexity class P = NP. We also anticipate that the time-travelling quantum gates will play a facilitating role in accomplishing other quantum tasks, including achieving deterministic non-orthogonal quantum state discrimination, and quantum state cloning. Our results contribute to a more in-depth understanding of the relationship between computation and physical principles.

Keywords: extended Church-Turing thesis, time travel, closed time-like curves, quantum computer, P *vs.* NP problem

PACS: 03.67.–a, 03.65.–w, 03.67.Lx **DOI:** 10.7498/aps.73.20231289

† Corresponding author. E-mail: cmc@ustc.edu.cn

物理学报 Acta Physica Sinica
Chinese Physical Society
Institute of Physics, CAS

时间旅行的量子门

王粲　陆朝阳　陈明城

Quantum computing with time-travelling quantum gates

Wang Can　Lu Chao-Yang　Chen Ming-Cheng

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 73, 020303 (2024)　DOI: 10.7498/aps.73.20231289
在线阅读 View online: https://doi.org/10.7498/aps.73.20231289
当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn

您可能感兴趣的其他文章
Articles you may be interested in

飞秒激光直写光量子逻辑门
Femtosecond laser direct writing of optical quantum logic gates
物理学报. 2019, 68(10): 104205　https://doi.org/10.7498/aps.68.20190024

离子阱中以声子为媒介的多体量子纠缠与逻辑门
Phonon-mediated many-body quantum entanglement and logic gates in ion traps
物理学报. 2022, 71(8): 080301　https://doi.org/10.7498/aps.71.20220360

量子存储式量子计算机与无噪声光子回波
“Quantum memory” quantum computers and noiseless phton echoes
物理学报. 2022, 71(7): 070305　https://doi.org/10.7498/aps.71.20212245

集成光量子计算的研究进展
Research progress of integrated optical quantum computing
物理学报. 2022, 71(24): 240302　https://doi.org/10.7498/aps.71.20221782

非平衡量子物态中的对称性与时间维度效应
Symmetries and effect of time dimension in non-equilibrium quantum matter
物理学报. 2021, 70(23): 230310　https://doi.org/10.7498/aps.70.20211741

硅和锗量子计算材料研究进展
Research progress of silicon and germanium quantum computing materials
物理学报. 2021, 70(21): 217802　https://doi.org/10.7498/aps.70.20211492