

Einstein-Bumblebee 引力理论中的 Kerr-Sen-like 黑洞玻色子隧穿辐射*

谭霞^{1)†} 杨树政^{2)‡}

1) (齐鲁师范学院物理与电子工程学院, 济南 250200)

2) (西华师范大学物理与天文学院, 南充 637002)

(2023 年 9 月 8 日收到; 2023 年 10 月 21 日收到修改稿)

Lorentz-breaking 理论不仅对弯曲时空背景有影响, 而且对于在弯曲时空中的玻色子和费米子的动力学方程都有一定的修正. 因此, 我们需要在不同的黑洞时空中对玻色子和费米子的量子隧穿辐射进行适当的修正. 从而得到经过 Lorentz-breaking 理论修正后的黑洞 Hawking 温度等物理量的新表达式及其物理意义. 本文根据 Einstein-Bumblebee 引力理论中得到的 Kerr-Sen-like (KSL) 黑洞时空度规, 在标量场作用量中引入 aether-like 场矢量修正项和弯曲时空中的 d'Alembert 算符并应用弯曲时空中的变分原理, 研究了此时空度规中的 Lorentz-breaking 修正项及 KSL 时空中自旋为零的含有 Lorentz-breaking 修正项的玻色子动力学方程的新形式. 通过正确选择与 KSL 时空度规相对应的 aether-like 场矢量, 求解修正的玻色子动力学方程, 得到了修正的量子隧穿率, 并在此基础上研究了含有 Lorentz-breaking 修正项的此黑洞的 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵. 此外, 还研究了 Lorentz-breaking 效应对玻色子正、负能级分布及其能级交错的最大值的影响, 从而得出此黑洞时空中的量子非热辐射的条件. 最后对所得的一系列结果的物理意义进行了深入的讨论.

关键词: Lorentz-breaking, Einstein-Bumblebee 引力理论, Kerr-Sen-like 黑洞, Bekenstein-Hawking 熵

PACS: 04.62.+v, 04.70.Dy, 11.30.-j

DOI: 10.7498/aps.73.20231463

1 引言

在场论和量子引力理论的研究过程中, 研究者们发现在高能领域的 Lorentz 不变性需要进行 Planck 尺度量级的修正. 因此, 在弯曲时空中考虑 Lorentz-breaking 的影响是值得深入研究的课题. Lorentz 色散关系是现代物理学的基本关系, 广义相对论和量子场论都是建立在这个基本关系基础之上的理论. 对标量场和旋量场理论模型的 Lorentz-breaking 修正的相关课题研究已引起广泛关注. 最先知道的 Lorentz-breaking 项是 Carroll-Field-Jackiw (CFJ) 项^[1-3], 在随后的研究过程中, aether-like 修正项和 Chiral 修正项也已被研究. 研究者在平直时空和弯曲时空弯曲时空中的标量

场方程和旋量场方程加入了 Lorentz-breaking 项的修正. 在这些场方程修正的基础上, 还对标量粒子和旋量粒子的动力学方程进行了正确的修正, 得到了一系列有意义的研究成果^[4-23]. 这些 Lorentz-breaking 修正效应已在经典和量子两个方面得到一系列有意义的研究^[24-30]. 在弯曲时空中研究 Lorentz-breaking 的影响应该考虑到两个方面内容, 其一是 Lorentz-breaking 理论对弯曲时空背景的影响, 其二是 Lorentz-breaking 理论对弯曲时空中的标量场和旋量场方程的影响. 在弯曲时空背景不变的情况下, 对标量场和旋量场的方程分别进行修正, 并在此基础上, 对静态、稳态和动态黑洞的量子隧穿辐射进行修正, 从而对黑洞 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵进行修正, 这一方面的研究工作已有报道^[15-30]. 考虑到 Lorentz-

* 国家自然科学基金 (批准号: 12373109) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 20152329@qlnu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: szyangphys@126.com

breaking 理论对弯曲时空背景的影响并且考虑到玻色子或费米子在此时空背景下的动力学方程的修正是一项有意义的研究工作, 所以相关工作还需要继续深入开展.

本文主要是根据 Einstein-Bumblebee 引力理论和一个被修正的 KSL 黑洞的时空度规, 对标量场方程进行正确修正, 并研究此黑洞的修正的 Hawking 温度和 Bekenstein-Hawking 熵及量子隧穿率的物理意义. 为了深入探讨, 还研究了 KSL 黑洞的量子非热效应. 第 2 节介绍 Lorentz-breaking 对稳态弯曲时空背景的影响, 同时介绍在弯曲时空背景中标量场及玻色子动力学方程的修正形式及其物理意义. 第 3 节研究 KSL 黑洞的量子隧穿辐射特征和量子非热辐射特征, 第 4 节是对文中所用研究方法及其所得结果的深入讨论.

2 Lorentz-breaking 理论和 KSL 黑洞时空中的玻色子动力学方程

Einstein 建立的广义相对论引力理论是一个不可重整化的引力理论, 这就导致引力论和量子论结合的量子引力理论以及物理学中的大统一理论至今无法被构建起来. 因此, 自从 1915 年 Einstein 发表广义相对论至今, 物理学和天文学的相关研究人员持续地研究修正的引力理论. 对广义相对论进行修正的思路主要有两种: 其一是对 Einstein 方程等式左边进行修正, 也就是对场方程的几何部分进行修正, 其二是对 Einstein 引力理论的物质场方程部分进行修正. 修正的引力理论有多种形式, 例如超对称理论、圈量子引力理论、标量张量引力理论、Horava-Lifshitz 引力理论、Einstein-aether 引力理论等. 其中 Einstein-aether 引力理论是一种 Lorentz-breaking 的理论, 该理论通过在广义相对论中引入 aether-like 矢量场进行修正, 要求 aether-like 矢量 u^μ 满足 $u^\mu u_\mu = \text{const}$. 这里 u^μ 不再是常矢量, 但是要 $u^\mu u_\mu$ 缩并的结果为常数. 在这些修

正的引力理论中, Einstein-aether-like 理论是一个不通过后牛顿近似与广义相对论相区别的引力理论. Bumblebee 引力理论是一个有效的引力场理论, 可以称之为 Einstein-Bumblebee 理论. 由于 Lorentz-breaking, 此引力场的作用量修正为^[31]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left\{ \frac{1}{16\pi G_N} \left[R + \sigma B^\mu B^\nu R_{\mu\nu} - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} - V(B^\mu) \right] \right\}, \quad (1)$$

其中, G_N 是牛顿引力常数; σ 是一个实的耦合常数, 其实际意义是一个非最小耦合常数, 且是 Einstein 引力场与 Bumblebee 矢量场 B^μ 之间的非最小耦合常数; V 表示势并且 $V = V(B^\mu)$, 考虑到 Lorentz-breaking, $V = V(B_\mu B^\mu \pm b^2)$. 根据文献^[31]的研究结果, 在 Einstein-Bumblebee 引力中的 KSL 黑洞时空线元用 Boyer-Lindquist 坐标表述为

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2Mr}{\rho^2} \right) dt^2 - \frac{4Mr a \sqrt{1+\ell}}{\rho^2} \sin^2 \theta dt d\phi + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \rho^2 d\theta^2 + \frac{A \sin^2 \theta}{\rho^2} d\phi^2, \quad (2)$$

$$\Delta = [r(r+b) - 2Mr]/(1+\ell) + a^2, \quad (3)$$

$$\rho^2 = r(r+b) + (1+\ell) a^2 \cos^2 \theta, \quad (4)$$

$$A = [r(r+b) + (1+\ell) a^2]^2 - \Delta(1+\ell)^2 a^2 \sin^2 \theta. \quad (5)$$

这里, M 是此黑洞的质量, $a = J/M$ 是黑洞的单位质量的角动量, J 是此黑洞的角动量. ℓ 是由于 Lorentz-breaking 引起的对时空背景的修正项, b 为荷电参数, 且 $b = Q^2/M$. 根据 (2) 式—(5) 式, 可以计算出与 (2) 式对应的度规行列式和非零的逆变度规张量的分量分别为

$$g = - (1+\ell) \sin^2 \theta [r(r+b) + (1+\ell) a^2 - (1+\ell) a^2 \sin^2 \theta]^2 - (1+\ell) a^2 \sin^2 \theta]^2, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} g^{tt} &= -\frac{\rho^2}{\Delta} \frac{A \sin^2 \theta}{g} = -\frac{\rho^2}{\Delta} \frac{A}{(1+\ell) [r(r+b) + (1+\ell) a^2 - (1+\ell) a^2 \sin^2 \theta]^2}, \quad g^{rr} = \frac{\Delta}{\rho^2}, \quad g^{\theta\theta} = \frac{1}{\rho^2}, \\ g^{\phi\phi} &= -\frac{\rho^2}{\Delta} \frac{\rho^2 - 2Mr}{g} = \frac{\rho^2}{\Delta} \frac{r(r+b) - 2Mr + (1+\ell) a^2 \cos^2 \theta}{(1+\ell) \sin^2 \theta [r(r+b) + (1+\ell) a^2 - (1+\ell) a^2 \sin^2 \theta]^2}, \\ g^{t\phi} &= g^{\phi t} = -\frac{\rho^2}{\Delta} \frac{2Mr a (1+\ell)^{1/2} \sin^2 \theta}{g} = \frac{\rho^2}{\Delta} \frac{2Mr a}{(1+\ell)^{1/2} [r(r+b) + (1+\ell) a^2 - (1+\ell) a^2 \sin^2 \theta]^2}. \end{aligned} \quad (7)$$

对于 (2) 式描述的 KSL 黑洞是一个旋转的稳态黑洞, 此黑洞的事件视界面满足曲面方程 $F(x^\mu) = 0$, 可知其法矢量 $\mathbf{n}_\mu = \frac{\partial F}{\partial x^\mu}$, 法矢量的长度定义为

$$\mathbf{n}_\mu \mathbf{n}^\mu = g^{\mu\nu} \mathbf{n}_\mu \mathbf{n}_\nu = g^{\mu\nu} \frac{\partial F}{\partial x^\mu} \frac{\partial F}{\partial x^\nu}.$$

我们可以定义此黑洞的零超曲面方程为

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial F}{\partial x^\mu} \frac{\partial F}{\partial x^\nu} = 0. \quad (8)$$

由方程 (8) 可确定此黑洞的事件视界 r_H 所满足的方程. 把 (7) 式代入 (8) 式中, 得到

$$g^{rr} \left(\frac{\partial F}{\partial r} \right)^2 = 0, \quad (9)$$

即 $g^{rr} = 0$, $\Delta|_{r=r_H} = \frac{r(r+b) - 2Mr}{1+\ell} + a^2 = 0$. 所以此黑洞事件视界 r_H 满足:

$$r_H^2 + br_H - 2Mr_H + (1+\ell)a^2 = 0. \quad (10)$$

由此可见, 由于 Lorentz-breaking 引起的时空背景的改变, 导致此黑洞的事件视界位置 r_H 发生变化. 由方程 (10) 可知, 此黑洞的外视界和内视界分别表述为

$$r_+ = M - \frac{b}{2} + \sqrt{(b-2M)^2 - 4a^2(1+\ell)}, \quad (11)$$

$$r_- = M - \frac{b}{2} - \sqrt{(b-2M)^2 - 4a^2(1+\ell)}. \quad (12)$$

根据时空度规 (2) 式, 文献 [31] 研究了此黑洞的影子, 文献 [32] 研究了通过磁重联提取此黑洞的能量. 以下内容将是对此黑洞熵修正的相关研究, 这是还未深入研究的课题. 为了研究黑洞熵, 以下考虑 Lorentz-breaking 理论对标量场方程的修正.

对平直时空而言, aether-like 场矢量 $\mathbf{u}^\alpha$ 是一个常矢量, 自然满足 $\mathbf{u}^\alpha \mathbf{u}_\alpha = \text{const}$. 由于 Lorentz-breaking, 平直时空中标量场作用量为

$$S_f = \frac{1}{2} \int d^4x \left[\Box \varphi^2 + \lambda (\mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi)^2 + m^2 \varphi^2 \right]. \quad (13)$$

由变分原理可知, 由 $\delta S_f = 0$ 可以确定标量场方程. 注意到变分与积分可交换秩序, 由 (13) 式和变分原理可以得到平直时空中的修正的标量场方程如下:

$$\Box \varphi + \lambda \mathbf{u}^\alpha \mathbf{u}^\beta \partial_\alpha (\partial_\beta \varphi) + m^2 \varphi = 0, \quad (14)$$

其中, 四维 Minkowski 时空中的 d'Alembert 算符为

$$\Box = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_4^2},$$

坐标 $x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 = ict = ix^0$.

在此四维 Minkowski 时空中的线元 $ds^2 = -(\mathbf{d}x^0)^2 + (\mathbf{d}x_1)^2 + (\mathbf{d}x_2)^2 + (\mathbf{d}x_3)^2$, 显然, 此时空度规的号差为 +2. $\Box$ 的含义是标量场的梯度的散度运算符号. 如 (2) 式所示, 在四维弯曲时空中, 考虑到 Lorentz-breaking 理论的修正意义, 标量场的作用量被修正为

$$S_c = \frac{1}{2} \int d^4x \sqrt{-g} \left[\tilde{\Box} \varphi^2 + \lambda (\mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi)^2 + m^2 \varphi^2 \right]. \quad (15)$$

其中 $\mathbf{u}^\alpha$ 是 aether-like 场矢量, λ 是耦合常数, $\tilde{\Box}$ 是弯曲时空中的 d'Alembert 算符, 在弯曲时空中, $\tilde{\Box}$ 的含义是标量场的梯度的散度运算符号. 根据 (15) 式和变分原理:

$$\delta S_c = 0, \quad (16)$$

即

$$\delta \left\{ \frac{1}{2} \left[\tilde{\Box} \varphi^2 + \lambda (\mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi)^2 + m^2 \varphi^2 \right] \right\} = 0. \quad (17)$$

对此变分运算而言, 我们需要对弯曲时空中的协变微商进行详细说明. 在弯曲时空中, 一个标量场的协变微商等于其普通微商, 即 $\partial_{;\mu} \varphi = \partial_\mu \varphi$. 注意到缩并指标在广义相对论中的规范写法. 方程 (17) 的第 2 项应该写成 $\lambda \mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi \mathbf{u}^\beta \partial_\beta \varphi$, 这仍然是一个标量, 因此变分计算如下:

$$\begin{aligned} & \delta (\lambda \mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi \mathbf{u}^\beta \partial_\beta \varphi) \\ &= \lambda \delta (\mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi) (\mathbf{u}^\beta \partial_\beta \varphi) + \lambda (\mathbf{u}^\alpha \partial_\alpha \varphi) \delta (\mathbf{u}^\beta \partial_\beta \varphi) \\ &= 2\lambda \mathbf{u}^\alpha \mathbf{u}^\beta \partial_\alpha (\partial_\beta \varphi) (\partial_\alpha \varphi \delta x^\alpha). \end{aligned} \quad (18)$$

由于变分运算与 $\tilde{\Box}$ 的运算可以交换秩序, 因此可以得到

$$\delta (\tilde{\Box} \varphi^2) = 2\tilde{\Box} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x^\alpha} \delta x^\alpha = 2\tilde{\Box} \varphi \partial_\alpha \varphi \delta x^\alpha. \quad (19)$$

注意到 $\delta (m^2 \varphi^2) = 2m^2 \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial x^\alpha} \delta x^\alpha = 2m^2 \varphi \partial_\alpha \varphi \delta x^\alpha$, 所以由方程 (17)–(19) 可知, 略去共同项 $\partial_\alpha \varphi \delta x^\alpha$ 之后, 得到修正后的标量场方程为

$$\tilde{\Box} \varphi + \lambda \mathbf{u}^\alpha \mathbf{u}^\beta \partial_\alpha (\partial_\beta \varphi) + m^2 \varphi = 0, \quad (20)$$

其中 $\tilde{\Box} \varphi$ 在弯曲时空中的表达式为

$$\begin{aligned}\tilde{\square}\varphi &= \text{div}(\text{grad}\varphi) = \text{div}\left(g^{\mu\nu}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\right).\end{aligned}\quad (21)$$

则 (20) 式可表达为

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{-g}}\frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}\frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\right) \\ + \lambda u^\mu u^\nu \frac{\partial}{\partial x^\mu}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x^\nu}\right) + m^2\varphi = 0.\end{aligned}\quad (22)$$

(20) 式是修正后的标量场方程, 实际上这是自旋为零的标量场方程, 是一个修正后的 Klein-Gordon 方程. 此方程可以用于研究自旋为零, 质量为 m 的标量粒子的动力学行为. 以此方程为依据, 可以研究不同弯曲时空中的量子隧穿辐射特征并对修正后的 Hawking 温度等重要的物理量进行研究. 以下针对 KSL 黑洞, 研究此黑洞的修正的 Hawking 温度, Bekenstein-Hawking 熵和粒子正负能级分布特征.

3 对 KSL 黑洞量子隧穿辐射的修正

为了在 KSL 黑洞时空中求解方程 (22), 选择 aether-like 矢量的分量:

$$\begin{aligned}u^t &= c_t/\sqrt{g_{tt}}, \quad u^t u_t = u^t u^t g_{tt} = C_t^2, \\ u^r &= c_r/\sqrt{g_{rr}}, \quad u^r u_r = u^r u^r g_{rr} = C_r^2, \\ u^\theta &= c_\theta/\sqrt{g_{\theta\theta}}, \quad u^\theta u_\theta = u^\theta u^\theta g_{\theta\theta} = C_\theta^2, \\ u^\phi &= c_\phi/\sqrt{g_{\phi\phi}}, \quad u^\phi u_\phi = u^\phi u^\phi g_{\phi\phi} = C_\phi^2.\end{aligned}\quad (23)$$

$$\begin{aligned}\lambda u^\mu u^\nu \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \frac{\partial S}{\partial x^\nu} &= \lambda \left[u^t u^t \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 + u^r u^r \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + u^\theta u^\theta \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + u^\phi u^\phi \left(\frac{\partial S}{\partial \phi} \right)^2 + 2u^t u^\phi \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial \phi} \right] \\ &+ 2\lambda \left[u^t u^r \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial r} + u^t u^\theta \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial \theta} + u^r u^\theta \frac{\partial S}{\partial r} \frac{\partial S}{\partial \theta} + u^r u^\phi \frac{\partial S}{\partial r} \frac{\partial S}{\partial \phi} + u^\theta u^\phi \frac{\partial S}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial \phi} \right].\end{aligned}\quad (28)$$

此方程中有 5 项含 (2λ) 的项, 其中与 u^r 有关的 3 项都与 $\sqrt{\Delta}$ 有关, 当 $r \rightarrow r_H$ 时 $\sqrt{\Delta}|_{r \rightarrow r_H} = 0$, 另外二项之和是 $\left(u^t u^\theta \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial \theta} + u^\theta u^\phi \frac{\partial S}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial \phi} \right)$, 因此有

$$\left[\Delta \left(u^t u^\theta \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial \theta} + u^\theta u^\phi \frac{\partial S}{\partial \theta} \frac{\partial S}{\partial \phi} \right) \right] \Big|_{r \rightarrow r_H} = 0. \quad (29)$$

注意到:

显然 u^μ 满足:

$$u^\mu u_\mu = C_0 (\text{const.}). \quad (24)$$

根据 WKB 理论和黑洞的量子隧穿辐射理论, 方程 (22) 中的 φ 是标量场波函数, 微观粒子的作用量用 S 表示. 则波函数与作用量 S 的联系表示为

$$\varphi = \varphi_0 e^{\frac{i}{\hbar} S}, \quad (25)$$

把 (25) 式代入 (22) 式中, 可得

$$g^{\mu\nu} \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \frac{\partial S}{\partial x^\nu} + \lambda u^\mu u^\nu \frac{\partial S}{\partial x^\mu} \frac{\partial S}{\partial x^\nu} - m^2 = 0. \quad (26)$$

这是质量为 m , 自旋为零的标量粒子的动力学方程, 这个标量场方程是 Lorentz-breaking 理论修正后的方程. 如果考虑荷电为 q 的自旋为零的标量粒子, 那么 (26) 式将改写为

$$(g^{\mu\nu} + \lambda u^\mu u^\nu) \left(\frac{\partial S}{\partial x^\mu} - q A_\mu \right) \left(\frac{\partial S}{\partial x^\nu} - q A_\nu \right) - m^2 = 0, \quad (27)$$

其中 A_μ 是电磁势. (27) 式是质量为 m , 荷电为 q , 自旋为零的标量粒子的动力学方程, 这个标量场方程也是 Lorentz-breaking 理论修正后的方程.

在 KSL 时空背景中求解方程 (26), 就可以研究量子隧穿辐射特征, 并对修正后的量子隧穿率 Γ , Hawking 温度等重要的物理量进行研究. 根据黑洞的量子隧穿辐射理论, 黑洞事件视界处的量子隧穿率为 $\Gamma \exp(-2\text{Im}S_\pm)$. 为了求解方程 (26), 对修正项进行如下说明:

$$\begin{aligned}u^r &= C_r/\sqrt{g_{rr}} = \sqrt{\Delta}/\rho, \\ u^t u^t &= u^t u_t g^{tt} = C_t^2 g^{tt}, \\ u^r u^r &= u^r u_r g^{rr} = C_r^2 g^{rr}, \\ u^\theta u^\theta &= u^\theta u_\theta g^{\theta\theta} = C_\theta^2 g^{\theta\theta}, \\ u^\phi u^\phi &= u^\phi u_\phi g^{\phi\phi} = C_\phi^2 g^{\phi\phi},\end{aligned}\quad (30)$$

所以考虑到方程 (28) 和 (30), 当 $r \rightarrow r_H$ 时, 方程 (26) 可以简化为

$$\begin{aligned}
 & g^{tt} (1 + \lambda C_t^2) \left(\frac{\partial S}{\partial t} \right)^2 + g^{rr} (1 + \lambda C_r^2) \left(\frac{\partial S}{\partial r} \right)^2 + 2g^{t\varphi} (1 + \lambda C_t^2) \frac{\partial S}{\partial t} \frac{\partial S}{\partial \phi} \\
 & + g^{\theta\theta} (1 + \lambda C_\theta^2) \left(\frac{\partial S}{\partial \theta} \right)^2 + g^{\phi\phi} (1 + \lambda C_\phi^2) \left(\frac{\partial S}{\partial \phi} \right)^2 - m^2 = 0.
 \end{aligned} \quad (31)$$

这是稳态轴对称 KSL 黑洞时空中的自旋为零的玻色子动力学方程的 Lorentz-breaking 修正形式. 此弯曲时空中存在 Killing 矢量 $\left(\frac{\partial}{\partial \phi} \right)^\alpha$, 因此 $\frac{\partial S}{\partial \phi} = n(\text{const.})$. 方程 (31) 中的 S 可以分离变量, 即

$$S = -\omega t + R(r) + \Theta(\theta) + n\phi. \quad (32)$$

把方程 (32) 代入方程 (31) 中可得

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta}{\rho^2} (1 + \lambda C_r^2) \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{\rho^2 (1 + \lambda C_t^2) \omega^2 \left\{ [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 - \Delta(1+\ell)^2 a^2 \sin^2 \theta \right\}}{(1+\ell) [r(r+b) + (1+\ell)a^2 - (1+\ell)a^2 \sin^2 \theta]^2} \\
 & - 2 \frac{\rho^2}{\Delta} (1 + \lambda C_t^2) \times \frac{\omega a n (2mr)}{(1+\ell)^{\frac{1}{2}} [r(r+b) + (1+\ell)a^2 - (1+\ell)a^2 \sin^2 \theta]^2} \\
 & + \frac{\rho^2 (1 + \lambda C_\phi^2) n^2 [r(r+b) - 2mr + (1+\ell)a^2 (1 - \sin^2 \theta)]}{(1+\ell) [r(r+b) + (1+\ell)a^2 (1 - \sin^2 \theta)]^2} + g^{\theta\theta} (1 + \lambda C_\theta^2) \left[\frac{d\Theta(\theta)}{d\theta} \right]^2 - m^2 = 0.
 \end{aligned} \quad (33)$$

此方程两边同时乘以 $\rho^2 [r(r+b) + (1+\ell)a^2 - (1+\ell)a^2 \sin^2 \theta]^2$, 并对此方程进行变量分离. 设分离变量出现的常数为 C' , 那么由方程 (33) 可得

$$\begin{aligned}
 & (1 + \lambda C_r^2) [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 \Delta^2 \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{(1 + \lambda C_t^2) \omega^2}{1+\ell} [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^4 \\
 & - 2 \frac{\omega a n (2Mr) (1 + \lambda C_t^2)}{(1+\ell)^{\frac{1}{2}}} [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 - n^2 a^2 (1 + \lambda C_\phi^2) [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 \\
 & - \Delta m^2 [r(r+b) + (1+\ell)a^2] - \Delta C' = 0.
 \end{aligned} \quad (34)$$

由 (3) 式可知,

$$2Mr = r(r+b) + (1+\ell)a^2 - \Delta(1+\ell),$$

因此, 由方程 (34) 得到

$$\begin{aligned}
 & \Delta^2 \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 - \frac{\omega^2 (1 + \lambda C_t^2)}{(1+\ell) (1 + \lambda C_r^2)} [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 + 2 \frac{\omega a n (2Mr)}{(1+\ell)^{\frac{1}{2}} (1 + \lambda C_r^2)} (1 + \lambda C_t^2) \\
 & - n^2 a^2 - \Delta \frac{m^2 [r(r+b) + (1+\ell)a^2] - C'}{(1 + \lambda C_r^2) [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2} = 0.
 \end{aligned} \quad (35)$$

由此方程可知:

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{dR}{dr} \right)^2 &= \frac{1}{\Delta^2} [r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2 \frac{1 + \lambda C_t^2}{(1+\ell) (1 + \lambda C_r^2)} \left\{ \omega^2 - 2 \frac{(1+\ell)^{\frac{1}{2}} [r(r+b) + (1+\ell)a^2 - \Delta(1+\ell)]}{[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2} \right. \\
 & \times a n \omega + \frac{(1+\ell)}{[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2} n^2 a^2 + \Delta \frac{(1+\ell) m^2 [r(r+b) + (1+\ell)a^2] - (1+\ell) C'}{[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^4 (1 + \lambda C_t^2)} \left. \right\}.
 \end{aligned} \quad (36)$$

由此, 可以得到两个结论, 一是方程 (36) 左边是正实数, 必然要求右边也是正实数, 因此可得

$$\left\{ \omega^2 - 2\omega a n \frac{(1+\ell)^{\frac{1}{2}} [r(r+b) + (1+\ell)a^2 - \Delta(1+\ell)]}{[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2} + \frac{(1+\ell)n^2 a^2}{[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^2} \right. \\ \left. + \Delta \frac{(1+\ell)m^2 [r(r+b) + (1+\ell)a^2] - (1+\ell)C'}{(1+\lambda C_t^2)[r(r+b) + (1+\ell)a^2]^4} \right\} \geq 0. \quad (37)$$

由方程 (37) 可以确定粒子能级分布. 由方程 (36) 得到的第 2 个结论是:

$$\frac{dR_{\pm}}{dr}|_{r \rightarrow r_H} = \pm \frac{r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2}{\Delta|_{r \rightarrow r_H}} \sqrt{\frac{1+\lambda C_t^2}{(1+\lambda C_r^2)(1+\ell)}} \left[\omega - \sqrt{(1+\ell)} \frac{na}{r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2} \right] \\ = \pm \frac{r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2}{\Delta|_{r \rightarrow r_H}} \sqrt{\frac{1+\lambda C_t^2}{(1+\lambda C_r^2)(1+\ell)}} (\omega - \omega_0), \quad (38)$$

其中,

$$\omega_0 = \frac{an\sqrt{1+\ell}}{r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2}, \quad \Delta|_{r \rightarrow r_H} = [r^2 + br - 2Mr + (1+\ell)a^2]_{r \rightarrow r_H}. \quad (39)$$

当 $r \neq r_H$ 时, $\Delta \neq 0$, 当 $r = r_H$ 时, $\Delta(r_H) = 0$. 由 $dR_{\pm}|_{r \rightarrow r_H} \sim \frac{dr}{\Delta|_{r \rightarrow r_H}}$ 可知, $R_{\pm} \sim \int \frac{dr}{\Delta|_{r \rightarrow r_H}}$, 这里被积函数有一个一阶极点. 所以, 应用留数定理对方程 (38) 两边积分, 得到

$$R_{\pm} = \frac{\pm i\pi [r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2]}{2r_H - 2M + b} \times \left[\frac{1+\lambda C_t^2}{(1+\lambda C_r^2)(1+\ell)} \right]^{\frac{1}{2}} (\omega - \omega_0). \quad (40)$$

根据 WKB 近似理论和黑洞量子隧穿辐射理论, KSL 黑洞的量子隧穿率的表达式为

$$\Gamma \sim \exp(-2\text{Im}S_{\pm}) \\ = \exp(-2\text{Im}R_{\pm}) = \exp\left(-\frac{\omega - \omega_0}{T_H}\right), \quad (41)$$

其中,

$$T_H = \frac{2r_H - 2M + b}{4\pi [r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2]} \left(\frac{1+\lambda C_r^2}{1+\lambda C_t^2} \right)^{\frac{1}{2}} \\ \times (1+\ell)^{\frac{1}{2}}. \quad (42)$$

由方程 (41) 和方程 (42) 可见, 由于 Lorentz-breaking 效应, 时空背景的修正和粒子动力学方程的修正都对粒子隧穿率 Γ 和此黑洞事件视界 r_H 处的 Hawking 温度有修正. Γ 和 T_H 与 ℓ , b , λ , C_t^2 和 C_r^2 有关. 前面定义的 $u^{\mu} = (u^t, u^r, u^{\theta}, u^{\phi})$, 在 Γ 和 T_H 的表达式中只有 C_t 和 C_r , 这就说明 u^{μ} 的 time-like 分量和 space-like 分量对粒子量子隧穿率和黑洞温度有修正的意义. 由于黑洞表面引力

与 Hawking 温度存在确定的关系, 因此把 (42) 式改写为

$$T_H = \frac{\kappa}{2\pi}, \quad (43)$$

其中, κ 就是 KSL 黑洞事件视界处的表面引力, 即

$$\kappa = \frac{2r_H - 2M + b}{2[r_H(r_H+b) + (1+\ell)a^2]} \left(\frac{1+\lambda C_r^2}{1+\lambda C_t^2} \right)^{\frac{1}{2}} (1+\ell)^{\frac{1}{2}}. \quad (44)$$

方程 (41)–(44) 就是 Lorentz-breaking 对 KSL 黑洞时空中自旋为零的玻色子隧穿辐射修正的结果.

此外黑洞物理中的热力学演化的重要物理量之一是黑洞熵. 根据黑洞热力学第一定律, KSL 黑洞的 Bekenstein-Hawking 熵 S_{BH} 由以下方程确定, 即

$$dM = T_H dS_{BH} + \Omega dJ + Q dV. \quad (45)$$

由此可知:

$$S_{BH} = \int dS_{BH} = \int \frac{dM - \Omega dJ - Q dV}{T_H} \\ = \int \frac{dM - \Omega dJ - Q dV}{T_0} \left(\frac{1+\lambda C_r^2}{1+\lambda C_t^2} \right)^{-\frac{1}{2}} (1+\ell)^{-\frac{1}{2}} \\ = S_{bh} \left(1 - \frac{a^2 \ell}{r_H^2 + r_H b + a^2} \right) \left(\frac{1+\lambda C_r^2}{1+\lambda C_t^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \\ \times (1+\ell)^{-\frac{1}{2}}. \quad (46)$$

这里,

$$T_0 = \frac{2r_H - 2M + b}{4\pi [r_H^2 + r_H b + (1+\ell)a^2]},$$

S_{bh} 是未作修正之前的 Bekenstein-Hawking 熵, 在线元表达式 (2) 式中, 令 $dt = 0$, $dr = 0$, 通过计算此黑洞的事件视界的面积可以得到:

$$S_{\text{bh}} = \pi [r_{\text{H}}^2 + r_{\text{H}}b + (1 + \ell)a^2]. \quad (47)$$

显然, S_{BH} 与 ℓ , c_t , 和 c_r 有关.

黑洞还有一种辐射是非热辐射. 静态黑洞没有非热辐射, 稳态黑洞和动态黑洞都有非热辐射. 稳态轴对称 KSL 黑洞除了以上所述的热辐射还有非

热辐射. 研究此黑洞的非热辐射仍然要从方程 (25) 开始去研究粒子能级 $\omega^\pm$ 的分布和正能级与负能级交错的最大值 [33]. KSL 黑洞的非热辐射还未被研究. 根据方程 (37), 取等号就可得到如下 ω 所满足的方程

$$\begin{aligned} \omega^2 - 2\omega an \frac{(1 + \ell)^{\frac{1}{2}} [r(r + b) + (1 + \ell)a^2 - \Delta(1 + \ell)]}{[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^2} + \frac{(1 + \ell)n^2a^2}{(1 + \lambda C_t^2)[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^2} \\ + \Delta \frac{(1 + \ell)m^2 [r(r + b) + (1 + \ell)a^2] - (1 + \ell)C'}{(1 + \lambda C_t^2)[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^4} = 0. \end{aligned} \quad (48)$$

由此方程可以解出正能级 ω^+ 和负能级 ω^- 分别为

$$\begin{aligned} \omega_{\pm} = an \frac{(1 + \ell)^{\frac{1}{2}} [r(r + b) + (1 + \ell)a^2 - \Delta(1 + \ell)]}{[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^2} \pm \left\{ a^2 n^2 \frac{(1 + \ell) [r(r + b) + (1 + \ell)a^2 - \Delta(1 + \ell)]^2}{[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^4} \right. \\ \left. - \left[\frac{(1 + \ell)n^2a^2}{[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^2} + \Delta \frac{(1 + \ell)m^2 [r(r + b) + (1 + \ell)a^2] - (1 + \ell)C'}{(1 + \lambda C_t^2)[r(r + b) + (1 + \ell)a^2]^4} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (49)$$

由方程 (37) 和方程 (49) 可得粒子能级分布为

$$\omega \geq \omega_+, \quad (50)$$

$$\omega \leq \omega_-. \quad (51)$$

禁区宽度为

$$D = \omega_+ - \omega_-. \quad (52)$$

当 $r \rightarrow r_{\text{H}}$ 时, 由于 $\Delta|_{r \rightarrow r_{\text{H}}} = 0$, 因此由 (49) 式可以得到 $\omega_{\pm}|_{r \rightarrow r_{\text{H}}}$, 即

$$\omega_+|_{r \rightarrow r_{\text{H}}} = \omega_-|_{r \rightarrow r_{\text{H}}} = \frac{an\sqrt{1 + \ell}}{r_{\text{H}}(r_{\text{H}} + b) + (1 + \ell)a^2} = \omega_0. \quad (53)$$

(53) 式与 (39) 式完全一致. (39) 式中, ω_0 的物理意义是热辐射中的化学势, 这里 ω_0 是 ω_+ 与 ω_- 交错能级的最大值, 这是在非热辐射中的 ω_0 . 这就说明在 KSL 黑洞事件视界 r_{H} 处, Dirac 真空的禁区宽度缩小到零. 正负能级交错的最大值是 ω_0 , 这必将导致非热辐射的发生. 当 $r \rightarrow \infty$ 时, $\omega_{\pm} \rightarrow \pm m$. 在 Dirac 真空概念中负能态是充满粒子的态, 而正能态是空着的态. 处于负能态的负能粒子能量是 ω , 当 ω 满足如下条件时, 负能粒子会通过量子隧道效应穿越禁区成为辐射的正能粒子而离开此黑洞. 此非热辐射条件为

$$m < \omega \leq \omega_0, \quad (54)$$

非热辐射粒子将带走此黑洞的能量和角动量. 实际

上, 这就是 Starobinsky-Unruh 过程 (自发辐射) [34,35]. 黑洞的自发辐射与超辐射都属于非热辐射, 这一辐射与黑洞温度无关. KSL 黑洞非热辐射将使此黑洞退化为 Schwarzschild-like 黑洞.

4 讨 论

研究结果表明, 考虑到 Lorentz-breaking 理论对弯曲时空中的玻色子动力学方程的修正形式如方程 (26) 和方程 (27) 所示. 将方程 (26) 应用于 KSL 黑洞时空中进行研究得到了 KSL 黑洞量子隧穿率、Bekenstein-Hawking 熵、Hawking 温度、量子非热辐射能量范围表达式的新形式. 这一系列的结果对于研究黑洞的量子隧穿辐射是有参考意义的内容.

静态、稳态和动态黑洞都有热辐射, 即 Hawking 量子隧穿辐射. 而只有稳态和动态黑洞才有量子非热辐射. 我们可以用量子隧穿辐射的观点来解释 Hawking 热辐射, 即在黑洞视界内部有大量虚粒子, 这些粒子通过量子隧道效应穿越视界并实化成实粒子, 形成 Hawking 热辐射. 利用量子隧穿理论, Kraus 和 Wilczek [36,37] 提出用量子隧穿辐射理论来计算黑洞的 Hawking 温度和熵. 这是对 Hawking 纯热辐射的修正. 由于 Lorentz-breaking 理论的修正, 对弯曲时空背景和弯曲时空中的玻色子和费米

子的动力学行为都会产生一定的影响. 以上研究表明, KSL 黑洞的量子隧穿率, 黑洞表面引力, 黑洞 Hawking 温度都有新的表达式. 与黑洞温度相关的是黑洞的 Bekenstein-Hawking 熵. 如果用 ΔS_{BH} 表示此黑洞的熵变, 那么, 此黑洞的量子隧穿率可以表示为 $\Gamma = \exp(\Delta S_{\text{BH}})$. 还可以根据修正后的 Hawking 温度 T_{H} 的表达式和黑洞热力学第一定律得到修正后的 Bekenstein-Hawking 熵的表达式. 根据黑洞热力学第二定律, 黑洞熵在顺时方向永不减少, 即 $dS_{\text{BH}} > 0$. 这是唯一能显示时间箭头的物理定律. 在当今物理学的研究中, 除了熵之外, 人们还想不出有什么物理量具有时间的单向性. 除了量子热效应的修正之外, 以上对此黑洞的量子非热效应的研究表明, Lorentz-breaking 理论对时空背景和标量场方程的修正对粒子能级及其正、负能级交错最大值都有一定的影响. 需要说明的是, 以上的研究方法对于玻色子在不同弯曲时空中的动力学特征的研究有参考意义. 但是, 对于不同自旋的费米子而言, 需要用另外的方法去研究. 需要进一步说明的是, 以上的研究结果是在 WKB 理论和半经典情况之下得到的结果, 如果要考虑 Planck 不同幂次的影响, 则需要利用以上所用研究方法和所得到的相关结果采用超越半经典理论进行进一步的修正研究.

参考文献

- [1] Carroll M S, Field G B, Jackiw R 1990 *Phys. Rev. D* **41** 1231
- [2] Jackiw R, Kostelecky V A 1999 *Phys. Rev. Lett.* **82** 3572
- [3] Coleman S, Glashow S L 1999 *Phys. Rev. D* **59** 116008
- [4] Kruglov S I 2012 *Phys. Lett. B* **718** 228
- [5] Amelino-Camelia G, Ahluwalia D V 2002 *Int. J. Mod. Phys. D* **11** 35
- [6] Amelino-Camelia G 2004 *New J. Phys.* **6** 188
- [7] Magueijo J, Smolin L 2002 *Phys. Rev. Lett* **88** 190403
- [8] Magueijo J, Smolin L 2003 *Phys. Rev. D* **67** 044017
- [9] Ellis J, Mavromatos N E, Nenopoulos D V 1992 *Phys. Lett. B* **293** 37
- [10] Ellis J, Mavromatos N E, Nenopoulos D V 1999 *Chaos Solitons Fractals* **10** 345
- [11] Ellis J R, Mavromatos N E, Sakharov A S 2004 *Astropart. Phys.* **20** 669
- [12] Kruglov S I 2013 *Mod. Phys. Lett. A* **28** 1350014
- [13] Jacobson T, Liberati S, Mattingly D 2003 *Nature* **424** 1019
- [14] Yang S Z, Lin K, Li J, Jiang Q Q 2016 *Adv. High Energy Phys.* **2016** 7058764
- [15] Yang S Z, Lin K 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 060401 (in Chinese) [杨树政, 林恺 2019 物理学报 **68** 060401]
- [16] Yang S Z, Lin K 2019 *Sci. Sin-Phys Mech. Astron.* **49** 019503
- [17] Li R, Yu Z H, Yang S Z 2023 *EPL* **141** 50001
- [18] Li R, Ding Q T, Yang S Z 2022 *EPL* **138** 60001
- [19] Tan X, Liu Y Z, Liu Z E, Sha B, Zhang J, Yang S Z 2020 *Mod. Phys. Lett. A* **35** 2050168
- [20] Zhang J, Liu Z E, Sha B, Tan X, Liu Y Z, Yang S Z 2020 *Adv. High Energy Phys.* **2020** 2742091
- [21] Sha B, Liu Z E, Liu Y Z, Tan X, Zhang J, Yang S Z 2020 *Chin. Phys. C* **44** 125104
- [22] Liu Z E, Tan X, Liu Y Z, Sha B, Zhang J, Yang S Z 2021 *Can. J. Phys.* **99** 451
- [23] Liu Y Z, Sha B, Tan X, Liu Z, Liu J 2020 *Can. J. Phys.* **98** 999
- [24] Gomes M, Nascimento J R, Petrov A Y, da Silva A J 2010 *Phys. Rev. D* **81** 045018
- [25] Mariz T, Nasimento J R, Petrov A Y, Serafim W 2014 *Phys. Rev. D* **90** 045015
- [26] Casano R, Ferreira M M, Maluf R, dos Santos E P 2013 *Phys. Lett. B* **726** 815
- [27] Klinkhammer F R, Schreck M 2011 *Nucl. Phys. B* **848** 90
- [28] Klinkhammer F R, Schreck M 2012 *Nucl. Phys. B* **856** 666
- [29] Brito F A, Nascimento J R, Passos E, et al. 2007 *JHEP* 2007 6
- [30] Li R, Yu Z H, Yang S Z 2022 *EPL* **139** 59001
- [31] Sohan Kumar Jha, Anisur Rahaman 2021 *Eur. Phys. J C* **81** 345
- [32] Carleo A, Lambiase G, Mastroiuto L 2022 *Eur. Phys. J. C* **82** 776
- [33] Yang S Z, Zhao Z 1996 *Int. J. Theor. Phys.* **35** 2455
- [34] Polarski David, Starobinsky A A 1994 *Phys. Rev. D* **50** 6123
- [35] Unruh W G 1974 *Phys. Rev. D* **10** 3194
- [36] Kraus P, Wilczek F 1995 *Nucl. Phys. B* **433** 403
- [37] Parikh M K, Wilczek F 2000 *Phys. Rev. Lett.* **85** 5042

Tunneling radiation of bosons from the Kerr-Sen-like black hole by Einstein-Bumblebee gravitational theory*

Tan Xia^{1)†} Yang Shu-Zheng^{2)‡}

1) (*College of Physics and Electronic Engineering, Qilu Normal University, Jinan 250200, China*)

2) (*College of Physics and Space Science, China West Normal University, Nanchong 637002, China*)

(Received 8 September 2023; revised manuscript received 21 October 2023)

Abstract

Lorentz-breaking theory not only affects the curved space-time background, but also corrects the dynamic equations of bosons and fermions in curved space-time to some extent. Therefore, we need to make appropriate corrections to the quantum tunneling radiation of bosons and fermions in different black hole spacetimes. New expressions of black hole Hawking temperature and other physical quantities modified by Lorentz-breaking theory and their physical meanings are obtained. According to the Kerr-Sen-like (KSL) black hole spacetime metric obtained from Einstein-Bumblebee gravitational theory, by introducing the correction term of the aether-like field vector into the scalar field action and the d'Alembert operator in curved spacetime, and applying the variational principle to curved spacetime, the Lorentz-breaking correction term in the spacetime metric and the new form of the dynamic equation of the bosons with zero spin in KSL spacetime are studied. By correctly selecting the aether-like field vector corresponding to the KSL spacetime metric and solving the modified bosons dynamic equation, the modified quantum tunneling rate is obtained. On this basis, the Hawking temperature and the Bekenstein-Hawking entropy of the black hole with Lorentz-breaking correction term are studied. The effects of Lorentz-breaking theory on the distribution of positive and negative energy levels of bosons and the maximum crossing of energy levels are also studied, and then the condition of quantum non-thermal radiation in the black hole space-time is studied. Finally, the physical significance of a series of results obtained in this work is discussed in depth. The results show that the modified form of the bosons dynamic equation in curved spacetime, with Lorentz-breaking theory taken into account, is shown in Eqs. (26) and (27). The new expressions of the quantum tunneling rate, Bekenstein-Hawking entropy, Hawking temperature and quantum non-thermal radiation energy range of KSL black hole are obtained by applying Eq. (26) to KSL black hole space-time. These results are useful for studying the quantum tunneling radiation characteristics of black holes. It should be noted that the above research results are obtained under the WKB theory and in the semiclassical case. If the effects of different powers of Planck are considered, the above research methods and related results need to be used for conducting further modified research by using the transcendental semi-classical theory.

Keywords: Lorentz-breaking, Einstein-Bumblebee gravitational theory, Kerr-Sen-like black hole, Bekenstein-Hawking entropy

PACS: 04.62.+v, 04.70.Dy, 11.30.-j

DOI: 10.7498/aps.73.20231463

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12373109).

† Corresponding author. E-mail: 20152329@qlnu.edu.cn

‡ Corresponding author. E-mail: szyangphys@126.com

Einstein-Bumblebee引力理论中的Kerr-Sen-like黑洞玻色子隧穿辐射

谭霞 杨树政

Tunneling radiation of bosons from the Kerr-Sen-like black hole by Einstein-Bumblebee gravitational theory

Tan Xia Yang Shu-Zheng

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 040401 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231463

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231463>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

引力彩虹时空中Kerr黑洞的熵谱和面积谱

Entropy spectrum and area spectrum of Kerr black hole in gravity's rainbow

物理学报. 2018, 67(6): 060401 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172374>

洛伦兹破缺理论与Vaidya黑洞弯曲时空中的Dirac粒子隧穿辐射特征

Lorentz-violating theory and tunneling radiation characteristics of Dirac particles in curved spacetime of Vaidya black hole

物理学报. 2019, 68(19): 190401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190437>

洛伦兹破缺标量场的霍金隧穿辐射

Hawking tunneling radiation in Lorentz-violating scalar field theory

物理学报. 2019, 68(6): 060401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182050>

非对易施瓦西黑洞的热力学及其量子修正

Thermodynamics and its quantum correction of non-commutative Schwarichild black hole

物理学报. 2019, 68(20): 200401 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191054>

克尔度规引力场对费米子的量子散射

Quantum scattering of fermion by gravitational field with Kerr metric

物理学报. 2022, 71(21): 210401 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220876>

线性引力论的引力磁分量及其磁效应

The gravitational magnetic component and its magnetic effects in linearized theory of gravity

物理学报. 2020, 69(13): 130401 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191673>