

等容预压缩等离子体中的快点火热斑形成与燃烧波传播*

王美乔¹⁾ 徐泽鲲¹⁾²⁾ 吴福源³⁾⁴⁾ 张杰^{2)3)4)†}

1) (中国科学院大学物理科学学院, 北京 100049)

2) (中国科学院物理研究所, 北京凝聚态物理国家研究中心, 北京 100190)

3) (上海交通大学物理与天文学院, 激光等离子体教育部重点实验室, 上海 200240)

4) (上海交通大学, IFSA 协同创新中心, DCI 联合研究团队, 上海 200240)

(2023 年 9 月 13 日收到; 2023 年 11 月 24 日收到修改稿)

研究热斑点火物理过程对于实现聚变点火和高增益聚变放能具有重要意义, 但是, 迄今为止的大部分相关研究都是针对等压构型预压缩等离子体进行的, 对等容构型预压缩等离子体中的热斑点火过程研究尚不充分. 本文针对双锥对撞点火方案产生的等容预压缩高密度等离子体, 建立了描述热斑边界演化和核聚变燃烧的半解析模型. 该模型表明, 在等容预压缩高密度等离子体中的热斑边界, 可以用对热斑产生的 α 粒子具有强烈吸收作用的激波波峰的位置来定义, 且等容预压缩等离子体中的热斑点火过程也存在 α 粒子射程主导的自调节现象. 通过考虑 α 粒子的空间不均匀沉积效应, 可以利用该模型描述等容预压缩等离子体中热斑内部的温度和密度演化. 使用该模型分析热斑在点火初期时刻的劳森参数和平均热斑温度发现, 在快电子总能量相同情况下, 能量较低的快电子束更有利于实现点火. 辐射流体模拟程序 O-SUKI-N 的验证计算表明, 本文提出的半解析模型的计算结果具有较强的合理性.

关键词: 等容预压缩等离子体, 快点火, 热斑演化, α 粒子沉积

PACS: 52.57.-z, 52.57.Kk, 52.55.Pi, 95.30.Lz

DOI: 10.7498/aps.73.20231474

1 引言

激光聚变反应^[1-4]有望成为支持人类社会可持续发展的低碳、清洁的终极能源. 2022 年, 美国利弗莫尔国家实验室首次实现了能量增益大于 1 的激光聚变点火^[5], 意味着激光聚变的研究目标从追求聚变点火迈入了追求高增益能量输出的新时代. 1957 年, 英国科学家劳森^[6]通过研究功率平衡方程给出了热核自持燃烧条件——劳森判据, 表明激光聚变的核燃料只有在高温高密度状态下才能实

现自持燃烧. 然而, 将靶丸整体压缩至聚变条件所需的激光能量远高于目前的技术水平, 且不可能产生高的能量增益^[7]. 考虑到核聚变反应产生的大部分 α 粒子可以沉积在高度压缩的高密度燃料内部并继续加热燃料的有利条件, 先将少部分燃料(热斑)加热至聚变反应条件, 再利用反应释放的能量加热剩余冷燃料的热斑点火方式才是更为可行和高效的激光聚变反应方式.

在研究中心点火方案的过程中, 研究者们针对等压构型预压缩等离子体给出过多种热斑定义. 美国利弗莫尔实验室最初将靶丸中心的气体部分

* 中国科学院战略性先导科技专项 (批准号: XDA25010100, XDA25051200)、上海市浦江人才计划 (批准号: 22PJ1407900)、上海市科技创新行动计划 (批准号: 22JC1401500) 和北京市自然科学基金 (批准号: QY23162) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jzhang1@sjtu.edu.cn

定义为热斑^[7],近年来随着实验的发展,逐渐改用聚变反应率^[8](聚变反应率大于峰值反应率10%的区域)和中子产额^[9](中子产额占总产额98%的球形区域)等方式定义热斑.但是,对等容构型预压缩等离子体中的热斑点火的研究尚不充分,如何定义等容构型等离子体中的热斑也尚未明确.随着双锥对撞点火方案^[3,10-14]等基于等容预压缩等离子体的新型点火方案的发展,研究等容预压缩等离子体中的热斑点火过程愈发重要.

与中心点火方案通过阻滞过程形成热斑不同,双锥对撞点火方案采用快电子束沉积能量的方式在等容预压缩等离子体中形成热斑.为了研究等容预压缩等离子体中热斑的演化,针对等容预压缩等离子体,建立了描述热斑边界演化和核聚变燃烧的半解析模型.该模型将热斑分为激波区域和中心燃烧区域两部分进行研究.研究表明高密度低温的激波对 α 粒子有强烈的吸收作用,会导致在波后形成“ α 粒子吸收峰”,因此可以采用激波波峰的空间位置作为热斑边界的定义. α 粒子的不均匀沉积效应在等容预压缩高密度等离子体中不可忽略,为此给出了描述热斑内部演化的方程.利用该模型,分析了快电子总能量一定的条件下,快电子束能量对热斑性能的影响.还利用数值模拟程序对模型进行了检验.

本文分为4节,第2节介绍研究建立的半解析模型;第3节利用数值模拟程序O-SUKI-N^[15]验证该模型,并将模型应用于双锥对撞点火方案中的快电子束能量分析;第4节对全文进行总结.

2 半解析模型

双锥对撞点火方案能够产生在加热方向边缘密度梯度陡峭且内部均匀的高密度等容预压缩等离子体,并通过强磁场引导快电子束穿过陡峭边缘直接加热高密度等离子体实现点火.相较于中心点火方案形成的等压构型等离子体,等容预压缩等离子体的热斑与冷燃料密度相同,但由于快电子从边缘向内加热的原因,存在显著的压强差.利用数值模拟程序MULTI-2D^[16,17]进行的二维流体力学模拟研究表明,经内爆压缩加速后的等离子体喷流,对撞后能够形成密度分布较均匀的等容预压缩等离子体^[10,13],如图1所示.高密度等离子体在加热方向(图1水平方向)约70 μm 的范围内密度较

为均匀,峰值密度为358 g/cc ,加热方向面密度为1.83 g/cm^2 .计算快电子束在等离子体中沉积能量的过程,发现形成的热斑近似为半径约20 μm 的半球体,峰值离子温度为7.57 keV .

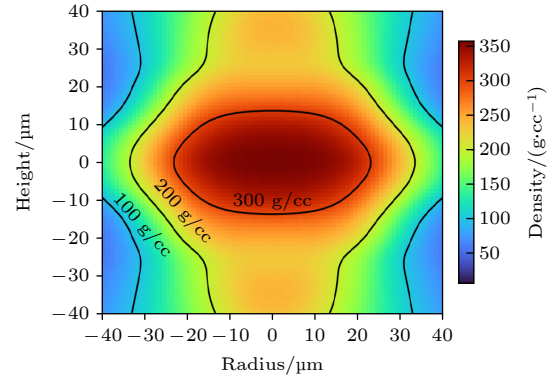


图1 双锥对撞点火方案中等容预压缩等离子体密度分布
Fig. 1. Density distribution of isochoric pre-compressed plasma in double-cone ignition scheme.

本研究将双锥对撞点火方案中快电子束加热结束时的预压缩等离子体简化为等容预拼装模型.由于本研究关注的是热斑向冷燃料的燃烧传播,所以简化模型近似认为热斑处在等离子体中心,如图2(a)所示.等容预拼装等离子体中心是高温的初始热斑,外层是低温的冷燃料,外径 $R_c = 35\mu\text{m}$,冷燃料温度 $T_c = 1\text{keV}$.初始热斑与冷燃料间陡峭的压强差会在等离子体中激发向低压强区传播的激波和向高压强区传播的稀疏波,燃烧过程中的压强分布如图2(b)所示.根据密度分布将等容预拼装等离子体在燃烧过程中划分为三个区域:激波以内的中心燃烧区域,向外传播的激波区域和激波以外的冷燃料区域,如图2(b)所示.中心燃烧区域与激波区域的分界点为激波后的密度谷值(波谷)位置.中心燃烧区域的压强和密度高于波谷,其边缘会向波谷稀疏.由此将中心燃烧区域进一步划分,分为中心的稳定区域和外层的稀疏区域,二者以密度梯度绝对值最大处为分界.

随着中心燃烧区域向波谷的稀疏,稳定区域会逐渐缩小直至完全消失.因此,半解析模型对等容预拼装等离子体在燃烧过程中的划分只适用于初始时刻到稀疏波传播至靶丸中心这一阶段,称为点火初期.在双锥对撞点火方案关心的参数范围内,点火初期之后大部分燃料都开始参与燃烧,不再需要区分热斑与冷燃料.数值模拟表明,当稳定区域半径减小至初始热斑半径的1/4时,靶丸中心的密

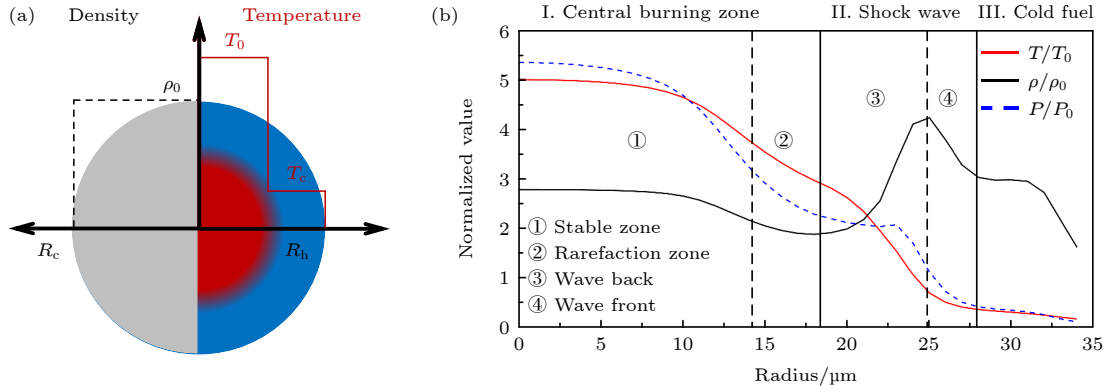


图 2 (a) 等容预拼装等离子体密度温度示意图; (b) O-SUKI-N 程序给出的等容预拼装等离子体在燃烧过程中的温度、密度和压强分布, 靶丸被划分为中心燃烧区域、激波区域和冷燃料区域. 此时初始热斑温度为 9 keV, 图中所取基准值 $T_0 = 5$ keV, $\rho_0 = 100$ g/cc, $P_0 = 10^3$ Gbar

Fig. 2. (a) Density and temperature of isochoric pre-assembled plasma. (b) The temperature, density, and pressure distribution of the isochoric pre-assembly plasma in the burning process given by O-SUKI-N. The target is divided into central burning zone, shock wave, and cold fuel by density. The initial hotspot temperature is 9 keV, and the reference value is $T_0 = 5$ keV, $\rho_0 = 100$ g/cc, $P_0 = 10^3$ Gbar.

度会开始迅速下降, 说明此时稀疏波已经开始影响靶丸中心. 由此进一步明确点火初期的定义: 从初始时刻到稳定区域半径减小至初始热斑半径 1/4 的这一阶段, 称为点火初期.

2.1 激波区域

激波区域以波峰为界分为波前和波后, 描述该区域的流体方程组难以直接求解, 因此通过近似来简化分析. 为了实现点火, 初始热斑温度至少需要大于理想点火温度 4.3 keV, 且热斑温度和面密度不足以驱动激波转化为爆轰波时, 激波可以近似为平面强激波, 并用缓变近似来描述波后状态. 本工作主要关注激波后的等离子体演化, 这是因为后文的分析和数值模拟都表明, 燃烧过程中大部分 α 粒子能量会沉积在波峰以内, 波前的流体性质几乎不影响热斑演化.

波速近似 近似认为激波波速满足平面强激波波速公式:

$$u_s = \sqrt{\frac{\gamma + 1}{2} \cdot \frac{p_{DT}}{\rho_0}}, \quad (1)$$

其中 γ 是氦氟离子的热容比; p_{DT} 是初始热斑的压强.

缓变近似 激波前后的压强剧烈变化, 但波后的压强变化相对平稳, 近似认为 $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$, 代入状态方程 $p = \Gamma_B \rho T$ 得到

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r}, \quad (2)$$

其中 $\Gamma_B = 4k_B / (m_D + m_T)$, m_D , m_T 为氦氟质量.

压强缓变近似表明随着波后等离子体的密度上升, 其温度会同时下降. 不同的 α 粒子沉积模型都说明^[7,18,19], α 粒子射程与等离子体温度正相关, 且与密度负相关. 波后等离子体的密度上升和温度下降, 会导致 α 粒子射程迅速减小并集中沉积能量, 在波后形成 α 粒子吸收峰, 如图 3 所示.

α 粒子吸收峰表明, 在燃烧过程中大部分 α 粒子都会被约束在激波波峰以内. 考虑到热斑是产生 α 粒子并逐步引燃冷燃料的区域, 可以将激波波峰位置定义为等容预拼装等离子体中热斑的边界.

等容预拼装等离子体在演化过程中的温度密度分布, 会影响 α 粒子沉积分布, 因此等容预拼装模型热斑在点火过程中存在与等压构型类似的自调节现象: 初始时刻稳定区域对 α 粒子光性厚, 会被 α 粒子集中沉积并加热; 随着半径减小和温度升高, 稳定区域对 α 粒子逐渐透明, α 粒子开始射出稳定区域, 集中沉积并加热激波后; 随着热斑温度进一步提高, 部分 α 粒子开始射出激波并直接加热冷燃料.

α 粒子吸收峰与布拉格峰^[20] 的形状相似, 但二者有不同的形成机制. α 粒子吸收峰主要是由激波区域等离子体的温度密度分布导致的, 而布拉格峰是由带电粒子与均匀介质的相互作用截面随粒子能量降低而上升导致的. 这意味着 α 粒子吸收峰主要是由燃料性质决定的, 用激波波峰位置作为热斑边界定义较为合理.

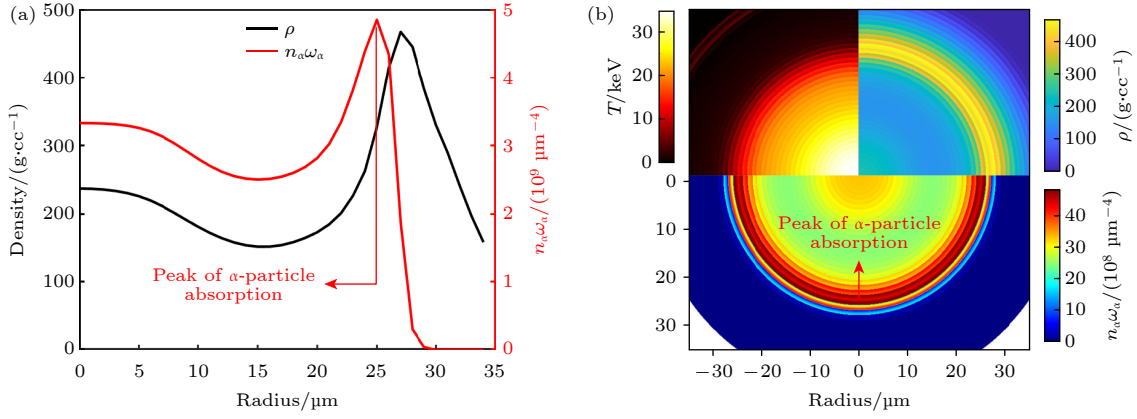


图 3 O-SUKI-N 程序给出的燃烧过程中等离子体参数和 α 粒子吸收峰, 此时初始热斑温度为 9 keV (a) 密度曲线 (蓝色) 与 α 粒子沉积 $n_{\alpha}\omega_{\alpha}$ 分布曲线 (红色); (b) 等离子体温度 T 、密度 ρ 和 α 粒子沉积 $n_{\alpha}\omega_{\alpha}$ 分布

Fig. 3. The plasma parameters and α -particle absorption peak during burning process given by O-SUKI-N, and the initial hotspot temperature is 9 keV: (a) Density distribution (blue), α -particle deposition $n_{\alpha}\omega_{\alpha}$ distribution (red); (b) temperature T , density of plasma ρ and α -particle deposition $n_{\alpha}\omega_{\alpha}$.

2.2 中心燃烧区域

激波区域以内是中心燃烧区域, 以密度梯度绝对值最大处为界分为中心的稳定区域和外侧的稀疏区域. 稳定区域的温度和密度均高于稀疏区域, 而点火温度附近聚变反应率近似与温度的四次方和密度的平方成正比, 所以稳定区域的聚变速率远高于稀疏区域. 因此本节主要分析稳定区域的演化而忽略了稀疏区域的核聚变反应, 后者带来的修正将在 2.4 节讨论.

稳定区域单位体积的功率平衡方程为

$$\frac{3}{2}\Gamma_B \frac{d\rho T}{dt} = P_{\text{dep}} - P_r - P_e - P_m. \quad (3)$$

方程左边是等离子体内能变化; 右边的 P_{dep} 是稳定区域产生的 α 粒子沉积能量的功率; $P_r = A_r \rho^2 T^{1/2}$ 是韧致辐射功率, 其中 $A_r = 3.05 \times 10^{23} (\text{erg}\cdot\text{cm}^3) / (\text{g}^2\cdot\text{s}\cdot\text{keV}^{1/2})$; $P_e = \frac{A_e}{\ln A} T^{5/2} \nabla T \cdot \mathbf{S}$ 是电子热传导功率 [21], $A_e = 9.5 \times 10^{19} \text{erg} / (\text{s}\cdot\text{cm}\cdot\text{keV}^{7/2})$, $\ln A = 10$ 是平均库仑对数; P_m 是机械功导致的能量损失功率. 稳定区域边缘会向波谷稀疏, 速度近似为等温声速:

$$\frac{dR_{\text{sta}}}{dt} = -\sqrt{\frac{4k_B T}{m_D + m_T}}. \quad (4)$$

直接求解 (3) 式和 (4) 式是困难的, 需要进行适当的简化. 韧致辐射功率 $P_r \propto T^{1/2}$, 而 α 粒子沉积功率 P_{dep} 近似正比于 T^4 , 模型中近似认为 $P_r \ll P_{\text{dep}}$. 电子热传导功率 P_e 正比于温度梯度, 可以通过稳定区域与激波波峰间的温度线性近似来估计:

$T^{5/2} \nabla T = T_0^{5/2} \cdot \frac{T - T_0}{R_0 + u_{st} - R_{\text{sta}}}$. 因为稳定区域边缘的温度决定了 (4) 式中的稀疏波波速, 所以研究主要关注 P_{dep} 在稳定区域边缘的具体表达式. 为了简化计算, 近似认为稳定区域的温度是均匀的, 且密度维持初始密度 ρ_0 不变. 在此条件下, 考虑 α 粒子的不均匀沉积效应可以给出 (3) 式的具体形式, 推导见 2.3 节.

2.3 α 粒子的不均匀沉积效应

热斑产生的 α 粒子会将一部分能量直接沉积在热斑中, 并携带剩余的能量逃逸出热斑边界. 球形等离子体中产生的 α 粒子在球形区域内沉积的能量占其携带总能量的比例称为整体沉积比例 f_{α} . Zylstra [22] 总结了多种计算均匀球形等离子体中 f_{α} 的模型, 其中最常用的解析模型由 Krokhin 和 Rozanov 给出 [18]:

$$f_{\text{K-R}} = \frac{E_{\text{dep}}(R)}{E_{\alpha}(R)} = \begin{cases} 1 - \frac{1}{4\tau} + \frac{1}{160\tau^3}, & \tau = \frac{R}{l_{\alpha}} \geq \frac{1}{2}, \\ \frac{3}{2}\tau - \frac{4}{5}\tau^2, & \tau = \frac{R}{l_{\alpha}} < \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $E_{\text{dep}}(R)$ 是 α 粒子在半径为 R 的球形等离子体中沉积的总能量; $E_{\alpha}(R)$ 是球形等离子体中产生 α 粒子携带的总能量.

但是 (5) 式只考虑了 α 粒子在均匀球形等离子体中整体的沉积比例, 没有考虑沉积的具体空间

分布. 如图 4 所示, 在等离子体中心 O 点沉积的 α 粒子 (对应约 4π 立体角) 能量明显多于在边缘 A 点沉积 (对应约 2π 立体角) 的能量. 因此, 均匀球形等离子体中 α 粒子在单位体积中沉积的能量应当与距中心的半径 r 有关. 定义不均匀沉积函数 $f_{\text{non}}(r)$ 来描述 α 粒子在单位体积中沉积的能量随半径的分布:

$$f_{\text{non}}(r) = \frac{dE_{\text{dep}}(r)}{dE_{\alpha}(r)}, \quad (6)$$

其中 $dE_{\text{dep}}(r)$ 是 α 粒子在 $r \rightarrow r + dr$ 的球壳内沉积的能量, $dE_{\alpha}(r) = \frac{1}{4}n^2\langle\sigma\nu\rangle_{\text{DT}}E_0 \cdot 4\pi r^2 dr$ 是该球壳产生 α 粒子携带的总能量. 在均匀球形等离子体中计算 $f_{\text{non}}(r)$ 对空间的平均:

$$\bar{f}_{\text{non}} = \frac{\int_0^R f_{\text{non}}(r) \cdot 4\pi r^2 dr}{\int_0^R 4\pi r^2 dr} = \frac{E_{\text{dep}}(R)}{E_{\alpha}(R)}. \quad (7)$$

结果与 (5) 式的定义相同. 这表明不均匀沉积函数 $f_{\text{non}}(r)$ 的空间平均实际上就是整体沉积比例 $f_{\text{K-R}}$, 即 $f_{\text{non}}(r)$ 的定义与 $f_{\text{K-R}}$ 自洽.

直接解析计算任意温度密度分布的球形等离子体中的不均匀沉积函数 $f_{\text{non}}(r)$ 是困难的. 但半解析模型关注的是稳定区域边缘的稀疏, 因此只需要计算稳定区域边缘的 $f_{\text{non}}(R_{\text{sta}})$. 考虑一个半径为 R 的均匀球形等离子体, 并将其分为两部分: 半径为 $R - dR$ 的中心球体和厚度为 dR 的球壳. 将 α 粒子根据产生和沉积的区域分为 4 部分, 如表 1 所列.

表 1 中 4 部分的总和构成了整个球形等离子

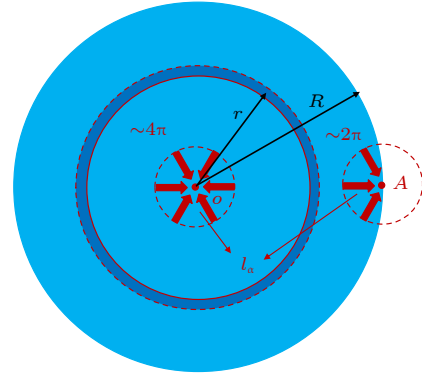


图 4 α 粒子空间非均匀沉积模型示意图

Fig. 4. Schematic diagram of the non-uniform deposition model of α -particle.

体中 α 粒子沉积 $E_{\text{dep}}(R \rightarrow R)$:

$$\begin{aligned} E_{\text{dep}}(R \rightarrow R) &= E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow R - dR) + E_{\text{dep}}(dR \rightarrow R - dR) \\ &\quad + E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow dR) + E_{\text{dep}}(dR \rightarrow dR). \end{aligned} \quad (8)$$

利用 (5) 式计算 $E_{\text{dep}}(R \rightarrow R)$ 和 $E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow R - dR)$:

$$E_{\text{dep}}(R \rightarrow R) = \frac{n^2}{3}\pi R^3\langle\sigma\nu\rangle_{\text{DT}}E_0 f_{\text{K-R}}(R), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow R - dR) &= \frac{n^2}{3}\pi(R - dR)^3\langle\sigma\nu\rangle_{\text{DT}}E_0 f_{\text{K-R}}(R - dR), \end{aligned} \quad (10)$$

其中 n 是离子数密度; $\langle\sigma\nu\rangle_{\text{DT}}$ 是氘氚离子的聚变反应截面, $E_0 = 3.5 \text{ MeV}$ 是氘氚聚变生成 α 粒子携带的初始能量.

仿照 Krokhin 和 Rozanov 的方法计算 $E_{\text{dep}}(dR \rightarrow R - dR)$:

$$E_{\text{dep}}(dR \rightarrow R - dR) = \eta \cdot \begin{cases} \int_{1/2\tau}^1 d\cos\theta + \int_0^{1/2\tau} [1 - (1 - 2\tau\cos\theta)^2] d\cos\theta, & \tau \geq \frac{1}{2}, \\ \int_0^1 [1 - (1 - 2\tau\cos\theta)^2] d\cos\theta, & \tau < \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (11)$$

表 1 均匀球形热斑中 α 粒子的产生与沉积区域

Table 1. Production and deposition of α -particles in uniform spherical hotspots.

α 粒子产生区域	α 粒子沉积区域	符号
中心球体 ($0 \leq r < R - dR$)	中心球体 ($0 \leq r < R - dR$)	$E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow R - dR)$
中心球体 ($0 \leq r < R - dR$)	球壳 ($R - dR \leq r \leq R$)	$E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow dR)$
球壳 ($R - dR \leq r \leq R$)	中心球体 ($0 \leq r < R - dR$)	$E_{\text{dep}}(dR \rightarrow R - dR)$
球壳 ($R - dR \leq r \leq R$)	球壳 ($R - dR \leq r \leq R$)	$E_{\text{dep}}(dR \rightarrow dR)$

其中 $\eta = \frac{1}{2}\pi n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} R^2 E_0 dR$, $\tau = R/l_\alpha$ 是球形等离子体半径与 α 粒子射程的比值. 为了得到解析表达式, (11) 式中的射程 l_α 采用 Krokhnin 和 Rozanov 的结果 $l_\alpha^{\text{K-R}} [\mu\text{m}] = 108T^{3/2} [\text{keV}]/\rho [\text{g/cc}]$. 由此得到球壳中沉积的能量 $E_{\text{dep}}(dR) = E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow dR) + E_{\text{dep}}(dR \rightarrow dR)$:

$$E_{\text{dep}}(dR) = E_{\text{dep}}(R \rightarrow R) - E_{\text{dep}}(R - dR \rightarrow R - dR) - E_{\text{dep}}(dR \rightarrow R - dR), \quad (12a)$$

$$E_{\text{dep}}(dR) = \begin{cases} \left(\frac{1}{4}n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} \right) \cdot (4\pi R^2 dR) E_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12\tau} \right), & \tau \geq \frac{1}{2}, \\ \left(\frac{1}{4}n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} \right) \cdot (4\pi R^2 dR) E_0 \left(\tau - \frac{2}{3}\tau^2 \right), & \tau < \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (12b)$$

根据 (6) 式的定义, 均匀球形等离子体边缘的不均匀沉积函数为

$$f_{\text{non}}(R) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{12\tau}, & \tau \geq \frac{1}{2}, \\ \tau - \frac{2}{3}\tau^2, & \tau \leq \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (13)$$

将 (13) 式以 $P_{\text{dep}} = \frac{1}{4}n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} E_0 f_{\text{non}}(R_{\text{sta}})$ 的形式代入 (3) 式, 得到描述稳定区域温度和半径演化的方程组, 整理为

$$\frac{dT}{dt} = \begin{cases} \frac{n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} E_0}{6\Gamma_B \rho} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{12\tau} \right) - \frac{2A_e T_0^{5/2}}{3\Gamma_B \rho \ln \Lambda} \cdot \frac{T - T_0}{R_0 + u_s t - R_{\text{sta}}}, & \tau = \frac{R_{\text{sta}}}{l_\alpha^{\text{K-R}}} > \frac{1}{2}, \\ \frac{n^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} E_0}{6\Gamma_B \rho} \left(\tau - \frac{2}{3}\tau^2 \right) - \frac{2A_e T_0^{5/2}}{3\Gamma_B \rho \ln \Lambda} \cdot \frac{T - T_0}{R_0 + u_s t - R_{\text{sta}}}, & \tau = \frac{R_{\text{sta}}}{l_\alpha^{\text{K-R}}} \leq \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (14a)$$

$$\frac{dR_{\text{sta}}}{dt} = -\sqrt{\frac{4k_B T}{m_D + m_T}}. \quad (14b)$$

2.4 稀疏区域的聚变产能

稀疏区域的温度密度低于稳定区域, 其聚变速率远小于稳定区域, 因此在 2.2 节和 2.3 节的讨论中忽略了稀疏区域核聚变反应的影响. 为了考虑稀疏区域带来的聚变产能修正, 研究通过线性近似的方法, 估算了稀疏区域的聚变产能功率.

温度分布 因为核聚变带来的升温远大于激波加热带来的升温, 可以近似认为激波波峰位置保持着冷燃料的初始温度 T_c , 且稳定区域边缘至波峰的温度是线性分布的:

$$T(r) = T_{\text{sta}} - \frac{T_{\text{sta}} - T_c}{R_0 + u_s t - R_{\text{sta}}} \cdot (r - R_{\text{sta}}), \quad (15)$$

其中激波波速 u_s 由 (1) 式给出, 稳定区域半径 R_{sta} 的变化由 (4) 式给出.

密度分布 近似认为稳定区域内部保持着初始密度 ρ_0 , 且激波波谷位于初始热斑边缘位置 R_0 , 压强维持初始状态. 根据 (15) 式计算的波谷温度 $T(R_0)$, 即可得到波谷密度 $\rho_{\text{rf}}(R_0)$. 稳定区域边缘至波谷的密度是近似线性分布的:

$$\rho_{\text{rf}}(R_0) = \frac{\rho_0 T_0 + \rho_0 T_c}{2T(R_0)}, \quad (16a)$$

$$\rho_{\text{rf}}(r) = \rho_0 - \frac{\rho_0 - \rho_{\text{rf}}(R_0)}{R_0 - R_{\text{sta}}} \cdot (r - R_{\text{sta}}). \quad (16b)$$

由于等容预拼装模型的初始压强存在跃变, 因此 (16b) 式中 R_0 处的初始压强由初始热斑压强和冷燃料压强平均得到.

采用线性近似计算稀疏区域的温度和密度分布后, 估算稀疏区域的聚变产能功率 P_{rf} :

$$P_{\text{rf}} = \int_{R_{\text{sta}}}^{R_h} \left(\frac{\rho_{\text{rf}}(r)}{m_D + m_T} \right)^2 \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} E_0 \cdot 4\pi r^2 dr, \quad (17)$$

其中 $\langle \sigma v \rangle_{\text{DT}}$ 是由 $T(r)$ 决定的氘氚聚变反应率.

至此, 给出了等容预拼装模型等离子体中热斑边界的定义, 分析了 α 粒子射程主导的自调节现象, 并建立了描述热斑内部演化的方程组. 方程组包括描述激波区域的波速近似 (1) 式和缓变近似 (2) 式, 描述稳定区域的 (14) 式, 以及线性估算稀疏区域聚变产能的 (17) 式.

3 模型验证与应用

为了验证第 2 节中建立的半解析模型及各种近似, 利用辐射流体数值模拟程序 O-SUKI-N 与模型进行了对比.

3.1 分解验证: 激波与中心燃烧区域

激波区域 缓变近似表明波后的温度梯度和密度梯度满足 (2) 式, O-SUKI-N 程序的结果验证了这一关系, 如图 5 所示. 模型还表明, 等容预拼装等离子体中的热斑存在由 α 粒子射程主导的自调节现象, α 粒子会依次集中沉积并加热稳定区域和激波后, 最终射出波峰并直接加热冷燃料, 如图 5 所示.

中心燃烧区域 稳定区域是中心燃烧区域内主要的聚变产能区域, 其温度和半径演化由 (14) 式描述, 利用 O-SUKI-N 程序进行了对比验证. 对比的参数范围为等离子体密度 $250 \text{ g/cc} \leq \rho_0 \leq 350 \text{ g/cc}$, 初始热斑温度 $4.5 \text{ keV} \leq T_0 \leq 10 \text{ keV}$, 半径 $10 \text{ }\mu\text{m} \leq R_0 \leq 20 \text{ }\mu\text{m}$. 在此参数空间内, 半解析模型和数值模拟比较吻合. 同时, 也尝试了直接应用 Krokhin 给出的 (5) 式计算稳定区域边缘的 α 粒子沉积, 计算得到的升温和稳定区域稀疏都比数值模拟更快. 图 6 展示了比较有代表性的一组参数, 此时 $\rho_0 = 300 \text{ g/cc}$, $T_0 = 9 \text{ keV}$, $R_0 = 20 \text{ }\mu\text{m}$. 以上结果表明, 半解析模型对稳定区域的温度和半径演化计算比较准确, 且较好地修正了 Krokhin 的整体沉积模型.

α 粒子沉积是稳定区域升温的决定性机制, 为

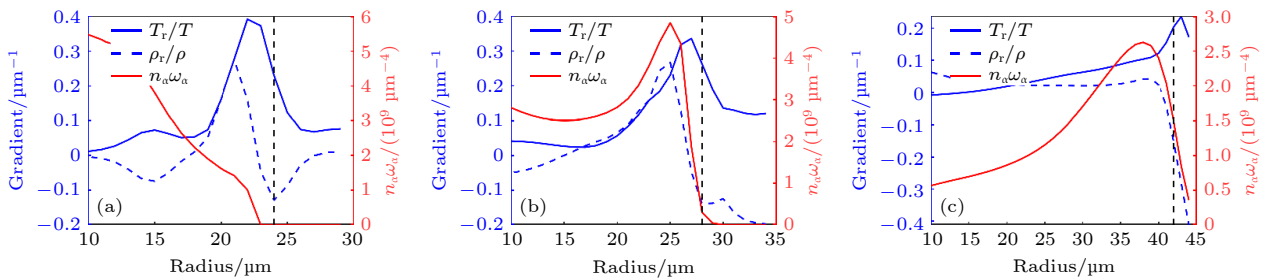


图 5 初始热斑温度为 9 keV 条件下, O-SUKI-N 程序给出的燃烧过程中 $-\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r}$ (蓝色实线), $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}$ (蓝色虚线) 和 α 粒子沉积分布 $n_\alpha \omega_\alpha$ (红色实线) 分布, 图中黑色虚线对应激波波峰的位置, \bar{T}_h 是热斑平均温度 (a) $\bar{T}_h = 10.99 \text{ keV}$; (b) $\bar{T}_h = 14.46 \text{ keV}$; (c) $\bar{T}_h = 22.65 \text{ keV}$

Fig. 5. Distribution of $-\frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial r}$ (blue solid line), $\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial r}$ (blue dashed line) and α -particle deposition $n_\alpha \omega_\alpha$ (red solid line) in the burning process when the initial hotspot temperature is 9 keV given by O-SUKI-N. The black dashed line corresponds to the position of the shock peak, and \bar{T}_h is the average temperature of the hotspot (a) $\bar{T}_h = 10.99 \text{ keV}$; (b) $\bar{T}_h = 14.46 \text{ keV}$; (c) $\bar{T}_h = 22.65 \text{ keV}$.

了验证 α 粒子的不均匀沉积效应, 利用 O-SUKI-N 程序的输出结果计算了稳定区域边缘的 α 粒子沉积比例. 算例中, 定义中心燃烧区域内密度梯度绝对值最大的位置作为稳定区域边缘.

O-SUKI-N 程序采用扩散模型描述 α 粒子沉积 [15]:

$$\frac{\partial n_\alpha^{\text{OSU}}}{\partial t} = \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} n_{\text{D}}^{\text{OSU}} n_{\text{T}}^{\text{OSU}} - \nabla \cdot (D_\alpha \nabla n_\alpha^{\text{OSU}}) - \omega_\alpha^{\text{OSU}} n_\alpha^{\text{OSU}}, \quad (18a)$$

$$\omega_\alpha^{\text{OSU}} = \omega_{\alpha\text{i}}^{\text{OSU}} + \omega_{\alpha\text{e}}^{\text{OSU}}, \quad (18b)$$

其中 $\langle \sigma v \rangle_{\text{DT}} n_{\text{D}}^{\text{OSU}} n_{\text{T}}^{\text{OSU}}$ 是 α 粒子产生项; $n_{\text{D}}^{\text{OSU}}$ 和 $n_{\text{T}}^{\text{OSU}}$ 分别是氘离子的数密度; $\nabla \cdot (D_\alpha \nabla n_\alpha^{\text{OSU}})$ 是 α 粒子扩散项; $\omega_\alpha^{\text{OSU}} n_\alpha^{\text{OSU}}$ 是 α 粒子沉积项, 包括了 α 粒子-离子碰撞效应 $\omega_{\alpha\text{i}}^{\text{OSU}}$ 和 α 粒子-电子碰撞效应 $\omega_{\alpha\text{e}}^{\text{OSU}}$. 仿照 (6) 式定义 O-SUKI-N 程序的不均匀沉积函数 $f_{\text{OSU}}(r) = \frac{n_\alpha^{\text{OSU}} \omega_\alpha^{\text{OSU}}}{n_{\text{D}} n_{\text{T}} \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}}}$, 其中 $n_\alpha^{\text{OSU}} \omega_\alpha^{\text{OSU}}$ 表示单位时间在一个网格内沉积的 α 粒子数, $n_{\text{D}}^{\text{OSU}} n_{\text{T}}^{\text{OSU}} \langle \sigma v \rangle_{\text{DT}}$ 表示该网格在单位时间内产生的 α 粒子数.

在实际算例中统计了等容预拼装等离子体热斑在约 5 ps 时稳定区域边缘的 α 粒子不均匀沉积函数, 对比了不同 $\tau = R/l_\alpha$ 条件下稳定区域边缘的 $f_{\text{non}}(R)$ 和 $f_{\text{OSU}}(R)$, 如图 7 所示. 对比显示 $f_{\text{non}}(R)$ 与 $f_{\text{OSU}}(R)$ 趋势比较吻合, 但 O-SUKI-N 程序的结果普遍略大于不均匀沉积模型. 这是因为实际算例中稳定区域中心的温度和密度略高于稳定区域边缘, 从中心逃逸至边缘的 α 粒子略多于模型中均匀球形热斑的假设.

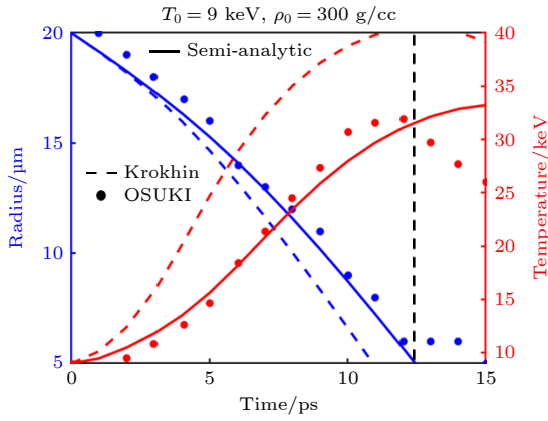


图6 半解析模型、Krokhin模型与O-SUKI-N程序计算结果对比,图中黑色虚线标明了点火初期结束时刻
Fig. 6. Comparison of results of semi-analytic model, Krokhin model, and O-SUKI-N under different conditions. The black dashed line indicates the end of the early stage of ignition.

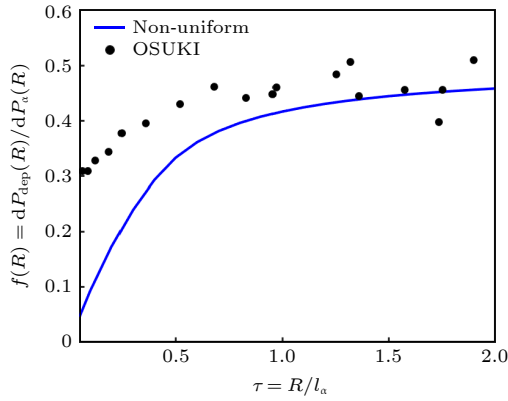


图7 不均匀沉积模型与O-SUKI-N程序稳定区域边缘不均匀沉积函数 $f_{\text{non}}(R)$ 和 $f_{\text{OSU}}(R)$ 对比
Fig. 7. Comparison of non-uniform deposition function $f_{\text{non}}(R)$ and $f_{\text{OSU}}(R)$ at the stable zone edge of the non-uniform deposition mode model with O-SUKI-N.

3.2 整体验证: 快电子束能量分析

双锥对撞点火方案使用快电子束沉积能量的方式在预压缩等离子体中产生热斑,而实验中使用的快电子总能量往往是一定的,可以调控的参量是影响快电子射程的快电子束能量.因此,利用半解析模型分析快电子束能量对点火的影响.利用半解析模型计算点火初期结束时刻等容预拼装模型热斑的劳森参数和平均温度,可以用于评估热斑点火性能的优劣.同时,半解析模型与数值模拟程序计算结果的比较,也能验证模型对热斑在点火初期的整体描述.

研究假设快电子束是单能的,并且在靶丸中心

形成一个均匀的球形热斑.根据Solodov和Betti的快电子射程公式^[23]给出热斑半径 $R_{\text{hs}} = \langle x \rangle$,

$$\rho \langle x \rangle = \frac{0.82E^2}{0.44 + E} \left(\frac{\rho}{300} \right)^{0.07} \left(\frac{T}{5} \right)^{-0.02}, \quad (19)$$

其中快电子束能量 E 的单位是MeV,燃料密度 ρ 的单位是g/cc,燃料温度 T 的单位是keV,射程 $\langle x \rangle$ 的单位是cm.当快电子总能量一定时,能量越低的快电子束产生的初始热斑越小,且温度越高.

半解析模型计算表明,当快电子总能量一定时,能量较低的快电子束形成的热斑能获得更高的劳森参数和热斑平均温度,更有利于实现聚变点火和高增益,如图8所示.为了验证半解析模型的结论,使用O-SUKI-N程序进行了对比.对比发现快电子总能量为2 kJ和3 kJ时,半解析模型计算的劳森参数^[6,24] $P\tau$ 和热斑平均温度 \bar{T} 都与数值模拟程

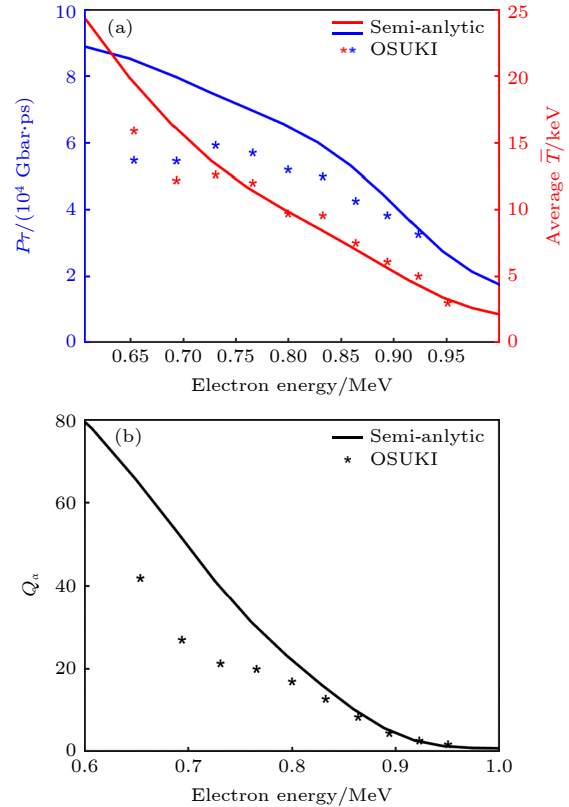


图8 快电子总能量3 kJ条件下半解析模型与数值模拟程序O-SUKI-N对比 (a)点火初期结束时刻的热斑劳森参数 $P\tau$ (蓝色)和热斑平均温度 \bar{T} (红色)对比;(b) α 粒子加热倍率 Q_α

Fig. 8. Comparison between the semi-analytical model and the simulation program O-SUKI-N when the total fast electron energy is 3 kJ: (a) Comparison of the Lawson parameter $P\tau$ (blue) and average temperature \bar{T} (red) of the hot-spot at the end of the early stage of ignition; (b) comparison of Q_α .

序比较吻合,其中3 kJ的结果如图8(a)所示.对于等容预拼装模型,我们认为激波传播至靶丸边缘所用的时间为能量约束时间 τ ,并由此估算了全过程聚变产能. O-SUKI-N 程序的计算表明,这样的估算可以反应聚变产能(用 α 粒子加热倍数^[25] $Q_\alpha = E_\alpha/E_{\text{tot}}$ 表征)的变化趋势,并且也验证了劳森参数的结果,如图8(b)所示.

半解析模型和数值模拟还表明,密度高于等压构型热斑的等容预拼装模型热斑会导致更高的聚变速率,能够抵消激波导致热斑迅速扩大带来的负面影响,甚至实现更高的燃耗.

本节利用数值模拟对半解析模型的分解和整体验证都表明,该模型能够较为准确地刻画等容预拼装模型的燃烧过程.同时相较于精确的数值模拟,半解析模型能够更加快速地给出热斑的一些特征量估计,可以为数值模拟的参数选择和优化提供参考.

4 总 结

本研究建立了描述等容预压缩等离子体中热斑形成和燃烧波传播的半解析模型,给出了等容预拼装等离子体热斑边界的定义,分析了由 α 粒子射程主导的自调节现象,并利用该模型计算了双锥对撞点火方案中快电子束能量对热斑性能的影响.

该模型表明,高密度的低温激波对 α 粒子有强烈的吸收作用,会导致热斑在点火初期产生的大部分 α 粒子都沉积在激波波峰以内,因此可以用波峰的空间位置来定义等容预拼装模型热斑的边界.同时,等容预拼装模型热斑存在由 α 粒子射程主导的自调节现象: α 粒子会依次集中沉积并加热稳定区域和激波波后,最终射出波峰并直接加热冷燃料.模型还表明,中心燃烧区域内的 α 粒子不均匀沉积效应是不可忽略的,并由此建立了描述稳定区域演化的方程组.我们还利用辐射流体程序 O-SUKI-N 对该模型进行了验证.

利用半解析模型可以快速地估计等容预拼装模型热斑的演化过程,并分析加热快电子束能量的影响.我们发现在快电子总能量一定的条件下,能量越低的快电子束能够形成更局域的高温热斑,越有利于实现点火.

因为模型假设的等容预拼装等离子体中心热斑在实验上难以实现,所以本研究给出的半解析模型存在一定的局限性.尽管如此,在实际的等容预

压缩等离子体点火实验中,依然可以将激波波峰作为热斑边界的定义.对于不同几何形状的热斑,也可以计算相应的 α 粒子不均匀沉积函数,进而得到描述热斑内部温度和密度演化的方程.

参考文献

- [1] Nuckolls J, Wood L, Thiessen A, Zimmerman G 1972 *Nature* **239** 139
- [2] Tabak M, Hammer J, Glinsky M E, Kruer W L, Wilks S C, Woodworth J, Campbell E M, Perry M D, Mason R J 1994 *Phys. Plasmas* **1** 1626
- [3] Zhang J, Wang W M, Yang X H, Wu D, Ma Y Y, Jiao J L, Zhang Z, Wu F Y, Yuan X H, Li Y T, Zhu J Q 2020 *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **378** 20200015
- [4] Lan K 2022 *Matter Radiat. Extrem.* **7** 055701
- [5] Tollefson J, Gibney E 2022 *Nature* **612** 597
- [6] Lawson J D 1957 *Proc. Trans. R. Soc. London, Ser. B* **70** 6
- [7] Atzeni S, Meyer-ter-Vehn J 2004 *The Physics of Inertial Fusion* (New York : Oxford University Press) pp44, 48
- [8] Olson R E, Leeper R J, Yi S A, et al. 2016 *J. Phys. Conf. Ser.* **717** 012042
- [9] Patel P K, Springer P T, Weber C R, et al. 2020 *Phys. Plasmas* **27** 050901
- [10] Yang M Q, Wu F Y, Chen Z B, Zhang Y X, Chen Y, Zhang J C, Chen Z Z, Fang Z F, Rafael R, Zhang J 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 225202 (in Chinese) [杨孟奇, 吴福源, 陈致博, 张翼翔, 陈一, 张晋川, 陈致真, 方志凡, Rafael Ramis, 张杰 2022 *物理学报* **71** 225202]
- [11] Zhang Z, Yuan X H, Zhang Y H, Liu H, Fang K, Zhang C L, Liu Z D, Zhao X, Dong Q L, Liu G Y, Dai Y, Gu H C, Li Y T, Zheng J, Zhong J Y, Zhang J 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 155201 (in Chinese) [张喆, 远晓辉, 张翌航, 刘浩, 方可, 张成龙, 刘正东, 赵旭, 董全力, 刘高扬, 戴羽, 谷昊琛, 李玉同, 郑坚, 仲佳勇, 张杰 2022 *物理学报* **71** 155201]
- [12] Wu F, Yang X, Ma Y, et al. 2022 *High Power Laser Sci. Eng.* **10** e12
- [13] Song H, Wu F, Sheng Z, Zhang J 2023 *Phys. Plasmas* **30** 092707
- [14] Xu Z, Wu F, Jiang B, Kawata S, Zhang J 2023 *Nucl. Fusion* **63** 126062
- [15] Nakamura H, Uchibori K, Kawata S, Karino T, Sato R, Ogoyski A I 2022 *Comput. Phys. Commun.* **272** 108223
- [16] Ramis R, Meyer-ter-Vehn J, Ramírez J 2009 *Comput. Phys. Commun.* **180** 977
- [17] Wu F, Chu Y, Ramis R, et al. 2018 *Matter Radiat. Extrem.* **3** 248
- [18] Krokhin O N, Rozanov V B 1973 *Sov. J. Quantum Electron.* **2** 393
- [19] Fraley G S 1974 *Phys. Fluids* **17** 474
- [20] Frenje J A, Grabowski P E, Li C K, et al. 2015 *Phys. Rev. Lett.* **115** 205001
- [21] Spitzer L 2006 *Physics of Fully Ionized Gases* (2nd rev. ed.) (Mineola, NY: Dover Publications) p170
- [22] Zylstra A B, Hurricane O A 2019 *Phys. Plasmas* **26** 062701
- [23] Solodov A A, Betti R 2008 *Phys. Plasmas* **15** 042707
- [24] Betti R, Hurricane O A 2016 *Nat. Phys.* **12** 435
- [25] Zylstra A B, Hurricane O A, Callahan D A, et al. 2022 *Nature* **601** 542

Formation of fast-ignition hotspots and propagation of burning waves in pre-compressed isochoric plasmas*

Wang Mei-Qiao¹⁾ Xu Ze-Kun¹⁾²⁾ Wu Fu-Yuan³⁾⁴⁾ Zhang Jie^{2)3)4)†}

1) (*School of Physical Sciences, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

2) (*Beijing National Laboratory for Condensed Matter Physics, Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China*)

3) (*Key Laboratory of Laser Plasmas, Ministry of Education, School of Physics and Astronomy, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

4) (*IFSA Collaborative Innovation Center, DCI Joint Team, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China*)

(Received 13 September 2023; revised manuscript received 24 November 2023)

Abstract

The formation and evolution of hotspots is important for achieving ignition and high energy gain in inertial fusion process. However, most of relevant studies are carried out on pre-compressed plasmas with an isobaric configuration, the evolution of the hotspot in a plasma with an isochoric configuration is rarely studied. In this paper, a semi-analytical model is developed to describe the evolution of the hotspot boundary and propagation of fusion burning waves for a high-density pre-compressed plasma with an isochoric configuration in the double-cone ignition scheme. For the shock wave, the strong shock wave approximation and the quasi-isobaric approximation are reasonable. The quasi-isobaric approximation shows that as the plasma density behind the shock wave increases, the plasma temperature decreases. Because of these, the range of α -particles decreases rapidly behind the shock wave, forming an α -particle absorption peak. Therefore, considering that the hotspot is the main region where α -particles are produced and deposited, the position of the shock peak can be used to identify the boundary of the hotspot in a high-density plasma with an isochoric configuration. It also shows that a “self-regulating burning process” exists in the burning process of the isochoric hotspot, most of α -particles are deposited in the stable region and behind the shock, and finally, transport through the shock peak and heat the cold fuel, resulting in the temperature rising. In the high-density hotspots of plasma with an isochoric configuration, the deposition of α -particles behaves as an obvious non-uniform distribution effect. By analyzing the non-uniform deposition of α -particles, the deposition rate of α -particles at the edge of spherical uniform hotspot is calculated, then the temperature and density evolution of the isochoric hotspot can be well described. The model can be used to estimate the Lawson parameter of the hotspots at the end of the early stage of ignition. It is found that a lower fast electron energy is more beneficial to ignition and high gain operation of fusion plasma. It is also shown that the high density of the hotspots in the isochoric plasma will lead to a higher fusion burning rate, which can offset the negative influence of the shock wave and even achieve higher energy gain. The semi-analytical model is verified by the hydrodynamic simulations of O-SUKI-N.

Keywords: pre-compressed isochoric plasma, fast ignition, hotspot evolution, α -particles deposition

PACS: 52.57.-z, 52.57.Kk, 52.55.Pi, 95.30.Lz

DOI: [10.7498/aps.73.20231474](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231474)

* Project supported by the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant Nos. XDA25010100, XDA25051200), the Shanghai Pujiang Program, China (Grant No. 22PJ1407900), the Shanghai Municipal Science and Technology Key Project, China (Grant No. 22JC1401500), and the Beijing Natural Science Foundation, China (Grant No. QY23162).

† Corresponding author. E-mail: jzhang1@sjtu.edu.cn

等容预压缩等离子体中的快点火热斑形成与燃烧波传播

王美乔 徐泽鲲 吴福源 张杰

Formation of fast-ignition hotspots and propagation of burning waves in pre-compressed isochoric plasmas

Wang Mei-Qiao Xu Ze-Kun Wu Fu-Yuan Zhang Jie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 055204 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231474

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231474>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

超音速高密度喷流对撞过程中的高效能量转移

Efficient energy transition from kinetic to internal energy in supersonic collision of high-density plasma jets from conical implosions

物理学报. 2022, 71(15): 155201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220361>

表面效应对铁间隙型位错环的影响

Surface effect on interstitial dislocation loop in iron

物理学报. 2020, 69(3): 036101 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191379>

体心立方Fe中位错环对微裂纹扩展影响的分子动力学研究

Effect of interstitial dislocation loop on expansion of micro-crack in body centered cubic iron investigated by molecular dynamics method

物理学报. 2020, 69(11): 116102 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200317>

分子离子, $\Lambda^2\Pi_u$ 和态的不透明度

Molecular opacities of $\Lambda^2\Pi_u$ and states of nitrogen cation

物理学报. 2022, 71(19): 193101 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220734>

反应量子波包动力学研究

Quantum dynamics studies of the reaction

物理学报. 2022, 71(22): 228201 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221155>

射频容性耦合Ar/O₂等离子体的轴向诊断

Axial diagnosis of radio-frequency capacitively coupled Ar/O₂ plasma

物理学报. 2021, 70(11): 115204 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20202113>