

结合源偏倚和权窗的蒙特卡罗全局减方差方法*

张显¹⁾ 刘仕倡²⁾ 魏军侠¹⁾ 李树¹⁾ 王鑫¹⁾³⁾ 上官丹骅^{1)†}

1) (北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100094)

2) (华北电力大学核科学与工程学院, 北京 102206)

3) (中国工程物理研究院高性能数值模拟软件中心, 北京 100088)

(2023年9月14日收到; 2023年10月20日收到修改稿)

全局计数问题在反应堆 pin-by-pin 模型蒙特卡罗模拟和多物理耦合计算中动态粒子输运蒙特卡罗模拟等重大研究领域中有广泛的应用场景. 大量的全局减方差算法研究立足于全局计数误差分布的展平, 由此提高全局计数的整体效率. 本工作针对两种高效全局减方差算法, 即均匀计数密度算法 (属于源偏倚算法的一种) 和权窗算法的结合展开研究, 提出利用均匀计数密度算法的偏倚因子调整权窗下限, 由此实现两种算法的有机结合. 基于 Hoogenboom-Martin 压水堆全堆基准题中开展了一系列对比测试, 验证了混合全局减方差算法更优于单一权窗算法或均匀计数密度算法, 尤其是在降低最大误差方面. 同时, 基于新的指标, 验证了均匀计数密度算法较经典的均匀裂变源算法具有更好的表现. 研究结果表明, 本文提出的混合全局减方差算法能高效求解全局计数问题, 进一步促进了相关领域的研究.

关键词: 蒙特卡罗方法, 全局减方差, 均匀计数密度算法, 权窗算法

PACS: 28.41.Ak, 02.50.Ng

DOI: 10.7498/aps.73.20231493

1 引言

蒙特卡罗 (Monte Carlo, MC) 方法具有几何建模能力强、物理过程描述高保真等优点, 被广泛应用于定态和动态粒子输运问题的模拟. 随着研究的深入, 输运问题的几何模型愈加精细, 考虑的因素越来越多, 例如反应堆 pin-by-pin 模型^[1,2] 和多物理耦合计算中大规模动态粒子输运模型等^[3]. 庞大的几何和计数规模以及高效高精度的计算需求, 给 MC 粒子输运模拟带来巨大挑战. 由于所模拟系统的空间不均匀性, 计数统计误差在全局范围内呈现不均匀分布, 由此带来整体效率的低下. 解决这一问题的本质困难在于高功率区域因具有较多的粒子样本数, 能较快获得统计收敛的结果, 而低

功率区域的收敛则耗时巨大, 仅单纯增加样本总数, 只会导致绝大部分计算资源浪费在已收敛的高功率区域, 难以 (在有些情况下是不可能的) 获得全局收敛的计数结果, 而这些结果对于反应堆计算或高置信度多物理耦合计算至关重要.

为实现全局计数整体误差分布的展平, 需要引入相关的全局减方差算法指导 MC 粒子输运, 提高全局计数的整体效率^[4,5]. 均匀裂变源 (UFS) 算法^[6-8] 是针对临界计算提出的一种高效全局减方差算法, 根据裂变中子源的密度分布重新分配裂变源, 以便在低功率区域人为地产生更多的裂变中子. 基于 UFS 算法的启发, 均匀计数密度 (UTD) 算法^[9] 被提出, 其利用目标计数密度来指导源粒子的偏倚, 获得了更高的全局减方差性能. 此外, 权窗 (WW) 算法^[10,11] 也是一种被广泛应用的全局减方差算法,

* 国家自然科学基金 (批准号: 12175067, 12035002, 12375164)、河北省自然科学基金 (批准号: A2022502008)、中央高校基本科研业务费专项资金 (批准号: 2022JG002) 和中国工程物理研究院创新发展基金 (批准号: CX20210045, CX20200028) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: sgdh@iapcm.ac.cn

不同于 UTD 和 UFS 算法, WW 算法是对粒子的输运过程进行偏倚, 以引导粒子输运到更广泛的区域.

为进一步提高 MC 临界计算全局计数问题的整体效率, 本文提出一种结合 UTD 算法和 WW 算法的混合全局减方差方法, 其利用 UTD 的偏倚因子动态调整 WW 下限, 利用 WW 减小 UTD 方法引起的权重波动, 以此实现两种算法的有机结合. 这一方法在 MC 粒子输运程序 cosRMC^[12-14] 上进行了验证. 第 2 节介绍了 UFS 和 UTD 算法的基本思想; 第 3 节对混合算法的思想和实现方法进行了描述; 第 4 节基于新的指标深入研究了 UTD 算法的效率, 并开展混合算法的测试验证; 第 5 节给出了相应结论.

2 UFS 和 UTD 算法原理

在反应堆模拟计算中, 不同几何栅元间的功率密度会有较大差异, 全堆中子样本数量就会呈现不均匀分布, 导致全局计数不能同步收敛. UFS 算法的基本思想: 在保证结果无偏的前提下, 对裂变中子源分布进行调整. 由于 MC 方法进行临界计算是以迭代形式开展的, 上一代产生的次级裂变中子将作为下一代的裂变中子源. 基于这一特点, UFS 算法根据当前代的裂变中子数密度分布产生偏倚因子, 在下一代开始时指导裂变源分布的调整. 为便于描述裂变中子源分布, 在堆芯区域叠加均匀网格对空间进行离散, 以网格为单元执行源粒子的偏倚. UFS 偏倚因子的设置方法为

$$\beta_i = \frac{N_t}{m \cdot N_i}, \quad (1)$$

其中, N_t 为总裂变源中子数, m 为总网格数, N_i 为网格 i 内的裂变源中子数.

引入源偏倚因子 β_i 后, 网格 i 内每次碰撞产生的裂变中子数^[15] 将被调整为

$$n_{\text{UFS}} = w \cdot \frac{v \sum_f \cdot \beta_i}{\sum_t}, \quad (2)$$

其中, w 是发生碰撞的中子权重; v 为平均次级裂变中子数; \sum_f 为宏观裂变中子截面; \sum_t 是宏观总截面. 为保证计算结果无偏, 下一代裂变源中子的权重 w_s 将调整为 w_s/β_i .

上述算法将导致低功率区域分裂出更多的小权重中子, 而高功率区域则相应减少了裂变中子

数, 因此不会增加额外的计算耗时. 如果减方差目标是展平某种全局计数的统计误差分布, 以目标计数密度指导源粒子的偏倚可能比基于裂变中子数密度的偏倚效率更高^[9]. 基于此, UTD 算法提出偏倚因子的设定方法为

$$\beta_i = \frac{T_t}{m \cdot T_i}, \quad (3)$$

其中 T_t 为所有网格目标计数之和; m 为总网格数; T_i 为网格 i 的目标计数. 上述两种算法本质上都是源偏倚算法.

3 基于 UTD 和 WW 的混合全局减方差算法

WW 算法是一种基于分裂和轮盘赌的全局减方差方法, 也需要借助网格来为不同空间区域提供 WW. 每一个网格的 WW 由三个参数组成, 包括 WW 上限、WW 下限和轮盘赌存活权重. 每当粒子到达栅元边界、碰撞点以及飞行每个平均自由程后, 都会对粒子的权重进行检查. 如图 1 所示, 如果粒子权重低于 WW 下限, 就会触发轮盘赌机制, 有效地截断小权重的粒子; 如果粒子权重高于 WW 上限, 对粒子执行分裂操作, 增加粒子样本数. 通过为低功率区域设置较小的 WW 参数, 为高功率区域设置较大的 WW 参数, 可以实现计算资源的均匀分配. WW 算法是一种输运过程偏倚算法.



图 1 权窗原理

Fig. 1. Working principle of weight window.

为结合源偏倚与输运过程偏倚各自的优势, 获得临界计算全局计数整体效率的进一步提高, 本文提出一种基于 UTD 和 WW 的混合算法. 由于

UTD 算法会改变裂变中子的权重, 可能会引起较大的粒子权重波动, 不利于统计结果的整体收敛, 而 WW 算法可以将粒子权重控制在合理范围内, 因此混合算法预计可以获得更高的整体效率.

UTD 方法和 WW 方法均基于网格执行偏倚操作, 因此在混合算法中两者可以共用一套网格划分方案. 在低功率区域, UTD 和 WW 方法都会分裂中子, 混合算法将建立两个临时储存库, 对这些粒子进行临时分类存放, 按序完成所有粒子的输运模拟. 由于 UTD 算法在低功率区域会分裂出极小权重的中子, WW 的轮盘赌机制可能直接截断这类粒子, 对 UTD 算法的效果造成一定削弱. 因此, 提出使用 UTD 偏倚因子 β_i 来调整网格 WW 下限 W_L :

$$W_L = \frac{W_L}{\beta_i}. \quad (4)$$

通过这种方法, 在不同功率区域根据 UTD 偏倚因子, 合理地降低或抬高 WW 下限, 可以减少 WW 对 UTD 性能的负面影响, 实现两种方法的有机结合.

4 数值结果及分析

选择在 Hoogenboom-Martin 压水堆全堆基准题^[16,17]上开展相关的测试验证. 如图 2 所示, 该模型堆芯径向半径为 209 cm, 轴向高度为 366 cm, 共包含 241 个燃料组件, 燃料组件为 17×17 布置; 每个组件内呈现 17×17 的棒分布, 包含 264 个燃料棒和 25 个控制棒通道. 从图 2(a) 和图 2(b) (不采用任何全局减方差算法) 可以看出, 基准模型的径向功率分布具有显著不均匀性, 导致统计误差分布也呈现严重不均. 将堆芯沿横向和纵向划分成

289×289 的网格, 其中燃料区网格共计 69649 个. 计算条件为非活跃代数 200, 活跃代数 300, 每代初始粒子数 50000, 采用 50 核并行计算, 统计每个网格的中子裂变功率.

4.1 基于新指标的 UTD 和 UFS 对比分析

为更清晰地了解 UTD 算法的优势所在, 基于新指标对 UTD 和 UFS 进行了对比分析. 在 H-M 基准题计算中, 堆芯模型具有 $1/4$ 对称性, 4 个对称区域的物理量在理想情况下应完全相同, 而由于统计误差的存在, 导致堆芯物理对称区域的计算结果略有不同, 称之为计算不对称性. 引入变异系数 C_v 定量描述这种计算不对称程度, 变异系数越大表示不对称性程度越大^[18]:

$$C_v = \frac{S}{\bar{x}}, \quad (5)$$

其中, S 和 \bar{x} 分别是对称区域 4 个计数量的标准偏差和平均.

图 3 给出了 Basic, UFS 和 UTD 三种情况下的变异系数分布. 从图 3 可以看出, 不使用任何源偏倚的 Basic 情况下, 堆芯外围的计算不对称程度明显比中心的不对称程度大; 使用 UFS 算法时, 堆芯外围的 C_v 明显降低, 计算不对称程度较 Basic 的小; UTD 算法下的计算不对称度相较 UFS 有了更进一步的改善.

此外, UFS 算法和 UTD 算法在临界计算的每个活跃代都会对偏倚因子进行更新, 选取了堆芯中横向 289 个连续的网格, 计算得到 UTD 和 UFS 算法在这些网格中的偏倚因子的方差分布, 见图 4. UTD 偏倚因子的方差整体小于 UFS 偏倚因子的方差, UTD 算法的偏倚因子在迭代过程中波动更小, 表明 UTD 算法相比 UFS 算法更具稳定性.

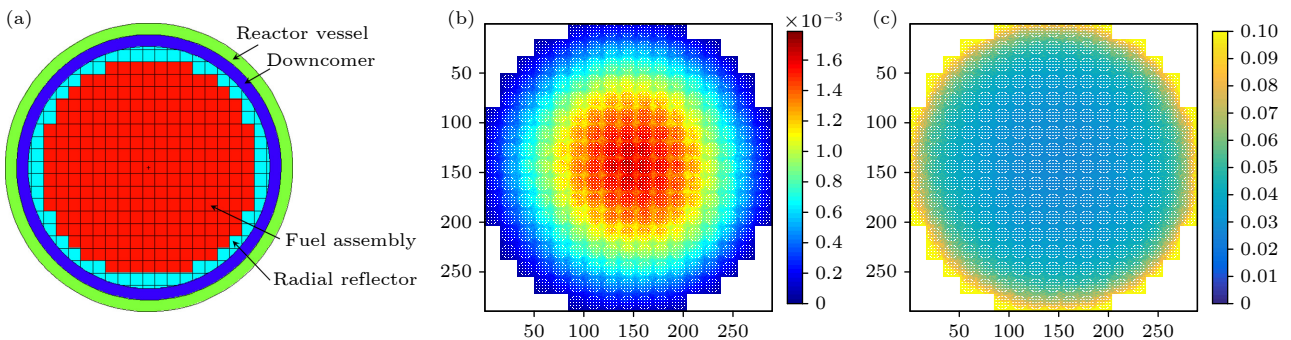


图 2 Hoogenboom-Martin 基准题 (a) 几何横截面; (b) 功率分布 (MW); (c) 统计误差分布

Fig. 2. Hoogenboom Martin benchmark: (a) Geometric cross-section; (b) power distribution (MW); (c) statistical error distribution.

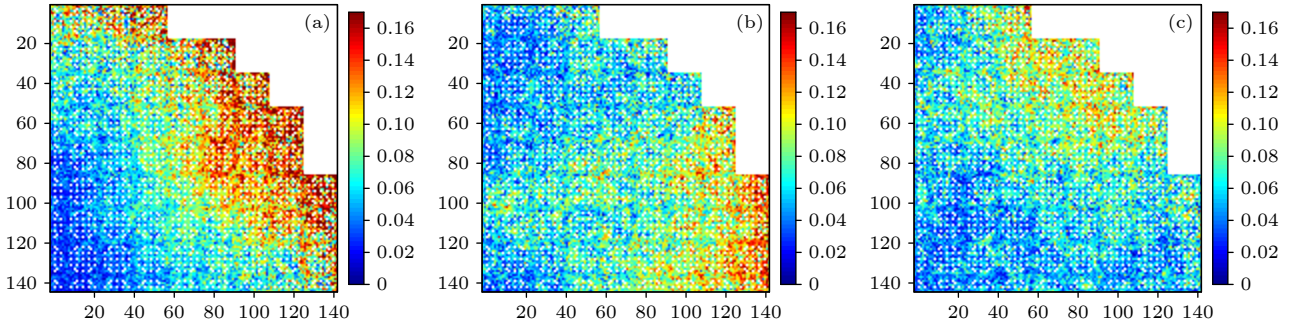


图 3 变异系数分布 (a) Basic; (b) UFS; (c) UTD

Fig. 3. Distribution of the coefficient of variation: (a) Basic; (b) UFS; (c) UTD.

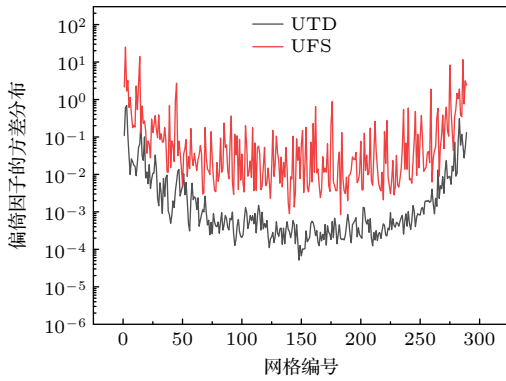


图 4 偏倚因子的方差分布

Fig. 4. Variance distribution of bias factors.

为了进一步对比两者的减方差效果,引入品质因子 FOM_MAX 和 FOM_95 来表征计算效率^[19,20]:

$$FOM_MAX = 1/(T \cdot Re_{max}^2), \quad (6)$$

$$FOM_95 = 1/(T \cdot Re_{95}^2). \quad (7)$$

这里, T 是计算时间, Re_{max} 是所有网格计数的统计误差的最大值, Re_{95} 表示某一网格计数的统计误差, 其使至少 95% 的网格计数的统计误差都不大于该值. 表 1 给出了三种计算条件下中子注量率的统计误差和品质因子. 从两种品质因子来看, UTD 算法和 UFS 算法均获得了计算效率的提高, 并且 UTD 算法的计算效率略优于 UFS 算法. 在降低最大误差的问题上, UTD 算法的计算效率是 UFS 算法的 1.36 倍.

表 1 UTD 算法和 UFS 算法的计算结果对比
Table 1. Comparison of calculation results of UTD and UFS.

计算条件	Re_{max}	Re_{95}	计算时间 T/min	FOM_MAX	FOM_95
Basic	0.2591	0.0969	13.05	1.1414	8.1610
UFS	0.1486	0.0558	13.06	3.4675	24.5917
UTD	0.1271	0.0532	13.15	4.7074	26.8690

4.2 混合算法的验证

统计误差的累积分布如图 5 所示, UTD 算法下的统计误差较集中落在 3.7%—5.0% 区间内, 混合算法和 WW 算法下的统计误差较集中落在 2.7%—3.2% 区间内. 从结果可以看出, WW 算法下的统计误差整体小于 UTD 算法, 且最大和最小误差的差值相比 UTD 算法也更小, 说明 WW 算法的减方差力度比 UTD 算法更大. 使用混合算法时, UTD 算法会在临界计算中的每个活跃代开始对裂变源分布进行调整, WW 算法会在粒子输运过程中对粒子进行偏倚, 两者的共同作用使得低功率区域具有更多的粒子样本, 在低功率区域实现更进一步的减方差效果, 从而混合算法的最大统计误差小于 WW 算法和 UTD 算法. 表 2 列出了三种减方差算法的整体效率, 通过品质因子可以得出,

表 2 计算结果对比

Table 2. Comparison of calculation results.

计算条件	Re_{max}	Re_{95}	计算时间 T/min	FOM_MAX	FOM_95
WW	0.0874	0.0333	24.26	5.3962	37.1724
UTD	0.1271	0.0540	13.61	4.5483	25.1973
混合算法	0.0538	0.0324	24.40	14.1594	39.0409

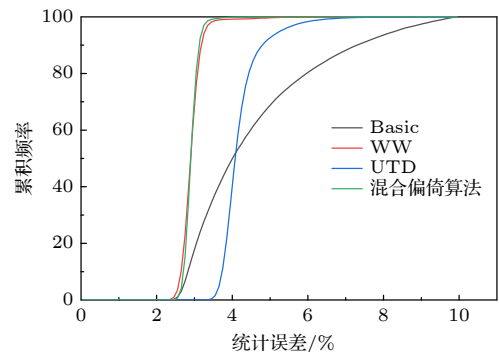


图 5 统计误差的累积分布

Fig. 5. Cumulative distribution of statistical errors.

针对降低最大误差的问题,混合算法的计算效率分别是 WW 算法和 UTD 算法的 2.6 倍和 3 倍.

5 结 论

围绕 MC 粒子输运模拟全局计数问题统计误差分布不均的问题,本文提出了一种结合均匀计数密度算法和 WW 算法的混合算法,通过引入 WW 减少了均匀计数密度算法导致的权重波动,其 WW 下限利用均匀计数密度算法偏倚因子进行调整,本质上实现了源偏倚和输运过程偏倚的有机结合.在 Hoogenboom-Martin 基准题的验证计算中,基于新的指标对比分析了均匀计数密度算法和 UFS 算法,进一步验证了 UTD 算法的高效性.同时,计算结果表明,混合算法的整体效率较均匀计数密度算法或 WW 算法有进一步的提高.在降低最大误差方面,混合算法的整体效率分别是 WW 算法和均匀计数密度算法的 2.6 倍和 3 倍,验证了混合算法的优越性.

参考文献

- [1] Zhang T F, Wu H C, Cao L Z, Li Y Z, Liu X J, Xiong J B, Chai X 2019 *At. Energy Sci. Technol.* **53** 1160 (in Chinese) [张腾飞, 吴宏春, 曹良志, 李云召, 刘晓晶, 熊进标, 柴翔 2019 *原子能科学技术* **53** 1160]
- [2] Li G, Lei W, Zhang B Y, Deng L, Ma Y, Li R, Shangguan D H, Fu Y G, Hu X L 2014 *Nucl. Power Eng.* **35** 228 (in Chinese) [李刚, 雷伟, 张宝印, 邓力, 马彦, 李瑞, 上官丹骅, 付元光, 胡小利 2014 *核动力工程* **35** 228]
- [3] Shangguan D H, Yan W H, Wei J X, Gao Z M, Chen Y B, Ji Z C 2022 *Acta Phys. Sin.* **71** 090501 (in Chinese) [上官丹骅, 闫威华, 魏军侠, 高志明, 陈艺冰, 姬志成 2022 *物理学报* **71** 090501]
- [4] Davis A, Turner A 2011 *Fusion Eng. Des.* **86** 2689
- [5] Wijk A J V, Eynde G V D, Hoogenboom J E 2011 *Ann. Nucl. Energy* **38** 2496
- [6] Hunter J L, Sutton T M 2013 *M&C 2013 Sun Valley, Idaho, USA, May 5-9, 2013* p2780
- [7] Kelly D J, Sutton T M, Wilson S C 2012 *Proceedings of PHYSOR 2012-Advances in Reactor Physics-Linking Research, Industry, and Education Knoxville, Tennessee, USA, April 15-20, 2012*
- [8] Shangguan D H, Ji Z C, Deng L, Li R, Li G, Fu Y G 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 122801 (in Chinese) [上官丹骅, 姬志成, 邓力, 李瑞, 李刚, 付元光 2019 *物理学报* **68** 122801]
- [9] Shangguan D H, Li G, Zhang B Y, Deng L, Ma Y, Fu Y G, Li R, Hu X L 2017 *Nucl. Sci. Eng.* **182** 555
- [10] Li X M, Zheng H Q, Hao L J, Song Q, Hu L Q, Jiang P 2017 *Nucl. Sci. Eng.* **37** 577 (in Chinese) [李新梅, 郑华庆, 郝丽娟, 宋婧, 胡丽琴, 江平 2017 *核科学与工程* **37** 577]
- [11] Cooper M A, Larsen E W 2001 *Nucl. Sci. Eng.* **137** 1
- [12] Wang K, Li Z G, She D, Liang J G, Xu Q, Qiu Y S, Yu J K, Sun J L, Fan X, Yu G L 2015 *Ann. Nucl. Energy* **82** 121
- [13] Yu H, Quan G P, Qin Y, Yan Y M, Chen Y X 2021 *Nucl. Power Eng.* **42** 218 (in Chinese) [余慧, 全国萍, 秦瑶, 严伊蔓, 陈义学 2021 *核动力工程* **42** 218]
- [14] Zhang X, Liu S C, Yan Y M, Qin Y, Chen Y X 2020 *Fusion Eng. Des.* **159** 111875
- [15] Kelly D J, Aviles B N, Herman B R 2013 *M&C 2013 Sun Valley Idaho, USA, May 5-9, 2013* p2962
- [16] Hoogenboom J E, Martin W R 2009 *M&C 2009 Saratoga Springs, NY, USA, May 3-7, 2009*
- [17] Liu H F, Zhang B H, Zhang S, Sun G Y, Hao L J, Song Q, Long P C 2016 *Nucl. Tech.* **39** 040604 (in Chinese) [刘鸿飞, 张彬航, 张澍, 孙光耀, 郝丽娟, 宋婧, 龙鹏程 2016 *核技术* **39** 040604]
- [18] Zhang X, Liu S C, Qiang S L, Zhang W X, Yin Q, Cui X T, Chen Y X 2021 *Atomic Energy Sci. Technol.* **55** 66 (in Chinese) [张显, 刘仕倡, 强胜龙, 张文鑫, 尹强, 崔显涛, 陈义学 2021 *原子能科学技术* **55** 66]
- [19] Kiedrowski B C, Ibrahim A 2011 *Trans. Am. Nucl. Soc.* **104** 325
- [20] Shangguan D H, Li G, Deng L, Zhang B Y, Li R, Fu Y G 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 052801 (in Chinese) [上官丹骅, 李刚, 邓力, 张宝印, 李瑞, 付元光 2015 *物理学报* **64** 052801]

Monte Carlo global variance reduction method combining source bias and weight window*

Zhang Xian¹⁾ Liu Shi-Chang²⁾ Wei Jun-Xia¹⁾ Li Shu¹⁾
Wang Xin¹⁾³⁾ Shangguan Dan-Hua^{1)†}

1) (*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100094, China*)

2) (*School of Nuclear Science and Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China*)

3) (*Software Center for High Performance Numerical Simulation, China Academy of Engineering Physics, Beijing 100088, China*)

(Received 14 September 2023; revised manuscript received 20 October 2023)

Abstract

The global tally problem has a wide range of applications in major research fields such as Monte Carlo simulations of pin-by-pin reactor models and time-dependent particle transport problems in multi-physics coupling calculations. Due to the uneven power distribution of the simulated system, the statistical errors of all tallies are unevenly distributed, resulting in some low global efficiency. For this kind of problem with global characteristics, it is necessary to develop global variance reduction techniques to obtain the accurate distribution of target tallies in the entire space. A large number of global variance reduction algorithms have been studied based on the consideration of flattening global tally error distribution, so as to improve global efficiency. This work focuses on the combination of two efficient global variance reduction algorithms, namely, the uniform tally density algorithm and the weight window algorithm, which belong to source bias and transport process bias, respectively. In tally, a method is proposed to adjust the weight window parameters by using the bias factor of the uniform tally density algorithm. Then, the weight window method will be used to reduce the weight fluctuation caused by the uniform tally density method. In this way, an organic combination of these two algorithms can be realized. A series of comparative tests are carried out based on the Hoogenboom-Martin pressurized water reactor benchmark, and it is verified that the hybrid global variance reduction algorithm proposed in this work is better than the single weight window algorithm or the uniform tally density algorithm. In terms of reducing the maximum error, the global efficiency of the hybrid algorithm is 2.6 times and 3 times that of the weight window algorithm and the uniform tally density algorithm, respectively. In addition, through the comparative analysis of computational asymmetry degree and computational efficiency, it is verified that the uniform tally density algorithm has better performance than the classical uniform fission site algorithm, and the performance advantages of the uniform tally density algorithm are quantitatively evaluated based on some new indicators. The results show that the hybrid global variance reduction algorithm proposed in this work can solve the global tally problem efficiently, thereby further promoting research in related fields.

Keywords: Monte Carlo method, global variance reduction, uniform tally density algorithm, weight window algorithm

PACS: 28.41.Ak, 02.50.Ng

DOI: [10.7498/aps.73.20231493](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231493)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 12175067, 12035002, 12375164), the Natural Science Foundation of Hebei Province, China (Grant No. A2022502008), the Fundamental Research Funds for the Central Universities of China (Grant No. 2022JG002), and the Innovation Development Foundation of China Academy of Engineering Physics, China (Grant Nos. CX20210045, CX20200028).

† Corresponding author. E-mail: sgdh@iapcm.ac.cn

结合源偏倚和权窗的蒙特卡罗全局减方差方法

张显 刘仕倡 魏军侠 李树 王鑫 上官丹骅

Monte Carlo global variance reduction method combining source bias and weight window

Zhang Xian Liu Shi-Chang Wei Jun-Xia Li Shu Wang Xin Shangguan Dan-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 042801 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231493

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231493>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

蒙特卡罗临界计算全局计数问题新策略研究

New strategy for global tallying in Monte Carlo criticality calculation

物理学报. 2019, 68(12): 122801 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182276>

特征 γ 射线谱分析的蒙特卡罗模拟技术

Monte Carlo simulation technology based on characteristic γ -ray spectrum analysis

物理学报. 2020, 69(11): 112801 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200279>

多物理耦合计算中动态输运问题高效蒙特卡罗模拟方法

Efficient Monte Carlo algorithm of time-dependent particle transport problem in multi-physics coupling calculation

物理学报. 2022, 71(9): 090501 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211474>

光子与相对论麦克斯韦分布电子散射截面的蒙特卡罗计算方法

Monte Carlo method for computing relativistic photon-Maxwellian electron scattering cross sections

物理学报. 2018, 67(21): 215201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180932>

基于蒙特卡罗-离散纵标方法的氘氚激光等离子体聚变反应率数值模拟

Numerical simulation of deuterium-tritium fusion reaction rate in laser plasma based on Monte Carlo-discrete ordinate method

物理学报. 2019, 68(21): 215201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190440>

热辐射输运问题的高效蒙特卡罗模拟方法

An efficient Monte Carlo simulation method for thermal radiation transport

物理学报. 2020, 69(2): 029501 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191315>