

声波导单模光纤中后向受激布里渊散射的声模分析*

冯云龙 侯尚林[†] 雷景丽 武刚 晏祖勇

(兰州理工大学理学院, 兰州 730050)

(2023年10月27日收到; 2023年11月20日收到修改稿)

本文推导了单模光纤中的声波亥姆霍兹方程, 利用分离变量法求解并获得正规声波导模的特征方程, 定义了声模的归一化频率, 结合贝塞尔函数的宗量近似分析了声波模式的特征值范围、截止频率和远离截止, 探讨了声模的色散和布里渊增益谱的多峰成因. 研究表明单模光纤中纵向声波基模 L_{01} 模无截止, 主要被限制在纤芯中, 与光基模耦合形成布里渊增益谱的主峰; 高阶声模都存在低频截止, 在包层分布比基模多, 与 LP_{01} 模耦合形成布里渊增益谱的次峰. 只有纵向 L_{0n} 声模对后向布里渊增益谱有贡献, 纤芯掺锗浓度增大能使布里渊增益谱发生红移, 声模数量增多, L_{01} 模的增益峰值逐渐变大而高阶模的贡献减小. 泵浦波长为 $1.55 \mu\text{m}$, 纤芯掺锗浓度 3.65%、纤芯半径 $4.2 \mu\text{m}$ 的单模光纤存在 4 个 L_{0n} 和 16 个 L_{mn} ($m > 0$) 声模, 声模 L_{01} , L_{03} , L_{04} 与光模 LP_{01} 声光耦合产生布里渊增益谱的 1 个主峰和 2 个弱峰; 纤芯掺锗浓度 15%, 纤芯半径 $1.3 \mu\text{m}$ 的单模光纤存在 3 个 L_{0n} 模和 7 个 L_{mn} ($m > 0$) 模, L_{01} , L_{02} , L_{03} 模与 LP_{01} 模声光耦合使得布里渊增益谱呈现 3 个主峰. 这些结论可以完全解释相应的实验现象, 也为光纤 SBS 声波导研究及应用提供理论参考.

关键词: 光纤, 声波导, 受激布里渊散射, 声模

PACS: 42.81.-i, 42.65.Es, 43.35.+d

DOI: 10.7498/aps.73.20231710

1 引言

受激布里渊散射 (stimulated Brillouin scattering, SBS) 是一种典型的三阶非弹性散射. 由于泵浦光使介质电致伸缩产生弹性声波, 声波周期性地调制介质折射率而形成运动光栅, 光栅散射的光波形成频率下移的斯托克斯波. 光纤中的 SBS 包括后向受激布里渊散射 (backward SBS, BSBS) 和前向受激布里渊散射 (forward SBS, FSBS), 也称为声波导布里渊散射 (guided acoustic wave Brillouin scattering, GAWBS). 由于光纤中的 SBS 具有低阈值、不受波长限制、布里渊增益线宽窄、声光相互作用区长等特点, 因而在高精度和高分辨率的温度和应变传感^[1,2]、窄线宽激光器^[3]、快慢光^[4]、脉冲压缩^[5]等领域具有广泛的应用前景.

光纤既可以是光学波导, 也可以是声学波导. 光纤中的 SBS 主要决定于泵浦光与声波的重叠与耦合. 当光波和声波的重叠较多时, SBS 过程将被有效地激发和增强; 相反, 声光重叠较少会导致 SBS 减弱甚至无法被观察到. 因此, 光纤声波导中的声学模式的产生、存在条件及分布对研究 SBS 特性是至关重要的. 光纤中掺杂稀土离子会改变声速^[6]. 因此可以在包层和纤芯中掺杂不同浓度或类型的稀土离子以改变声学波导结构.

研究表明在声波导光纤中可以传播径向 R_{mn} 声模、扭转-径向 TR_{mn} 声模和纵向 L_{mn} 声模^[7], 而且不同类型的声模与光模相互作用产生不同的 SBS, 如光学模式和纵向 L_{mn} 声模耦合形成 BSBS; 光学模式和径向 R_{2n} 声模或扭转-径向 TR_{2n} 声模耦合形成 FSBS. 1985 年, Shelby 等^[8] 证明了声波导光纤中 FSBS 声波可以在光纤横截面振荡形成

* 国家自然科学基金 (批准号: 61665005) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: houshanglin@vip.163.com

驻波, 形成的声模为径向 R_{0n} 模和扭转-径向 TR_{2n} 模. 1989 年, Shibata 等^[9] 在理论和实验上表明纤芯掺锗石英单模光纤的 BSBS 是由光模 LP_{01} 模和纵向声学模 L_{mm} 模相互作用产生, 而且声波能量主要分布在纤芯中. 2009 年, Tartara 等^[10] 采用有限元法对反声波导单模光纤进行全模态分析, 发现低阶声模能量主要存在于包层中, 而高阶声模能量集中在纤芯, 并与光场有较大的空间重叠. 2013 年, Christopher 等^[11] 通过求解声波方程分析了声学导模、泄漏模在光波导中对 BSBS 增益的影响, 但并未分析导模的截止条件与色散情况. 2018 年, Xing 等^[12] 提出了一种基于单模光纤 BSBS 的多个声模实现多参数光纤传感器, 实验成功实现了温度和应变的鉴别传感并且温度和应变精度分别为 $0.98\text{ }^{\circ}\text{C}$ 和 $19.6\text{ }\mu\text{e}$, 但文中并未解释多个声模存在的理论原因. 2023 年, Tsvetkov 和 Likhachev^[13] 理论研究了硅基光纤中纤芯同时掺 P_2O_5 和 F 对布里渊增益的影响, 通过调整掺杂浓度可实现单模光纤中高的声学折射率, 有效地激发了 BSBS 过程中声学模式并产生了宽波段的多峰布里渊增益谱 (Brillouin gain spectrum, BGS), 而且研究发现 BGS 的最大值与声模数量成负相关. 2023 年, Huang 等^[14] 综述了光纤中抑制 BSBS 的关键技术, 提出通过横向设计光纤掺杂浓度、类型和波导结构减少光学基场与声模之间的重叠因子、增大光纤的有效模场面积, 或者纵向串联不同的光纤都可提高布里渊阈值进而抑制 BSBS. 2023 年, He 等^[15] 利用有限元法分析了纤芯掺锗和掺铝两种单模光纤的声场分布以及对布里渊阈值的影响, 但并未解释声模的存在数量以及存在条件. 通过充分的文献调研可知, 目前还没有文献报道过光纤作为声波导在 BSBS 中形成的正规声模的截止状态与远离截止情形, 以及用声学归一化频率判断与光模满足相位匹配条件的声模数量的方法, 用声光耦合解释 BSBS 增益谱多峰结构的物理本质等内容.

本文从单模光纤中声光相互作用的物质方程出发, 推导了声波亥姆霍兹方程, 分析了 BSBS 中声波模式分布和特征方程 (声波色散方程), 引入了声模的归一化频率, 讨论了声波模式的截止和数量, 研究了光纤中的声光耦合及对 BSBS 性能的影响, 计算并分析了两种单模光纤的全声模态的布里渊频移 (Brillouin frequency shift, BFS)、声模模场分布以及多峰 BGS, 理论分析结果与已报道的

实验结论符合得非常好. 本文的研究结果揭示了光纤中的 BSBS 现象的物理本质, 并对光纤中 BSBS 在传感等领域的应用提供理论参考.

2 理论分析

2.1 光纤中声模和光模特征方程

简单起见, 采用阶跃型石英单模光纤为研究对象. 光纤中 BSBS 声光相互作用的物质方程为^[16]

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - \Gamma \nabla^2 \frac{\partial \rho}{\partial t} - v_l^2(r) \nabla^2 \rho = -\frac{\gamma}{2} \nabla^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}, \quad (1)$$

式中, t 表示时间, ρ 表示相对于材料密度 ρ_0 变化量, Γ 表示阻尼因子, $v_l(r)$ 表示纵波声速, γ 是电致伸缩系数, ∇^2 为 Laplace 算子. 电场强度 \mathbf{E} 满足^[16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(r, \theta, z, t) = & \frac{1}{2} f(r, \theta) \{ A_p(z, t) \exp [j(\omega_p t - \beta_p z)] \mathbf{e}_z \\ & + A_s(z, t) \exp [j(\omega_s t + \beta_s z)] \mathbf{e}_{-z} \} \\ & + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \nabla^2 \mathbf{E} \cdot \mathbf{E} \approx & -\frac{1}{2} f^2(r, \theta) A_p(z, t) A_s^*(z, t) (\beta_p + \beta_s)^2 \\ & \times \exp [j(\omega_p - \omega_s)t - (\beta_p + \beta_s)z] + \text{c.c.}, \end{aligned} \quad (3)$$

式中 \mathbf{e}_z 和 \mathbf{e}_{-z} 是光波前向传播的和后向传播的单位矢量, $A_j(z, t)$ ($j = p, s$) 是泵浦光和斯托克斯光场的慢变振幅, β_j, ω_j 为光波的传播常数和角频率, c.c. 是复共轭. $f(r, \theta)$ 为线偏振模的光场二维分布, 满足二维波动方程^[17]:

$$\nabla_{\perp}^2 f(r, \theta) + (n^2 \mathbf{k}_0^2 - \beta_0^2) f(r, \theta) = 0, \quad (4)$$

式中 $\nabla_{\perp}^2 = \partial^2 / \partial r^2 + 1/r \partial / \partial r + 1/r^2 \partial^2 / \partial \theta^2$ 是柱坐标系下的横向 Laplace 算子, n 为折射率, $\mathbf{k}_0 = 2\pi / \lambda_p$ 为波矢, λ_p 为泵浦波长, β_0 为光波的传播常数. (4) 式基模的 $f(r, \theta)$ 在柱坐标系归一化场解, 表达式为^[18]

$$f(r, \theta) = J_0 \left(U_0 \frac{r}{a} \right), \quad r \leq a, \quad (5)$$

$$f(r, \theta) = J_0(U_0) \frac{K_0 \left(W_0 \frac{r}{a} \right)}{K_0(W_0)}, \quad r \geq a. \quad (6)$$

由边界条件可得特征方程为^[18]

$$\frac{U_0 J_1(U_0)}{J_0(U_0)} = \frac{W_0 K_1(W_0)}{K_0(W_0)}, \quad (7)$$

式中 $U_0 = \sqrt{n_{0,1}^2 k_0^2 - \beta_0^2} a$ 为光波横向归一化相位常数, $W_0 = \sqrt{\beta_0^2 - n_{0,2}^2 k_0^2} a$ 为光波横向归一化衰减

常数, 并满足 $U_0^2 + W_0^2 = V_0^2 = k_0^2 a^2 (n_{0,1}^2 - n_{0,2}^2)$, 式中 $n_{0,1}$ 为纤芯折射率, $n_{0,2}$ 为包层折射率, a 为纤芯半径, V_0 为光波的归一化频率.

由于 (1) 式中 $\rho(z, t, r, \theta)$ 满足^[16]:

$$\rho(z, t, r, \theta) = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^M \bar{\rho}_m(z, t) \xi_m(r, \theta) \times \exp[j(\omega_a t - \beta_a z)] + \text{c.c.}, \quad (8)$$

其中 ω_a 为声波角频率, β_a 为声波的传播常数, M 是 ρ 未扰动时 ($\gamma = 0, \Gamma = 0$) 的声模个数, $\xi_m(r, \theta)$ 是振幅为 $\bar{\rho}_m(z, t)$ 的声模二维空间分布, 并满足以下声波亥姆霍兹方程^[16]:

$$\nabla_{\perp}^2 \xi_m(r, \theta) + \left(\frac{\omega_a^2}{v_l^2} - \beta_a^2 \right) \xi_m(r, \theta) = 0, \quad (9)$$

在柱坐标系中将其展开为

$$\frac{\partial^2 \xi_m(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \xi_m(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \xi_m(r, \theta)}{\partial \theta^2} + \left(\frac{\omega_a^2}{v_l^2} - \beta_a^2 \right) \xi_m(r, \theta) = 0, \quad (10)$$

令 $\xi_m(r, \theta) = R(r) \Theta(\theta)$, 利用分离变量法可得到:

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + \left[\left(\frac{\omega_a^2}{v_{l,1}^2} - \beta_a^2 \right) r^2 - m^2 \right] R = 0, \quad r \leq a, \quad (11)$$

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} - \left[\left(\beta_a^2 - \frac{\omega_a^2}{v_{l,2}^2} \right) r^2 + m^2 \right] R = 0, \quad r \geq a, \quad (12)$$

$$\frac{d^2 \Theta}{d\theta^2} + m^2 \Theta = 0, \quad (13)$$

式中 $v_{l,1}$ 为纤芯纵波声速, $v_{l,2}$ 为包层纵波声速. (13) 式的解具有沿圆周方向驻波状态的变化形式, 即

$$\Theta(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

(11) 式和 (12) 式贝塞尔方程通解为

$$R(r) = AJ_m \left[\sqrt{\left(\frac{\omega_a^2}{v_{l,1}^2} - \beta_a^2 \right)} r \right] + BN_m \left[\sqrt{\left(\beta_a^2 - \frac{\omega_a^2}{v_{l,1}^2} \right)} r \right], \quad r \leq a, \quad (15)$$

$$R(r) = CK_m \left[\sqrt{\left(\beta_a^2 - \frac{\omega_a^2}{v_{l,2}^2} \right)} r \right] + DI_m \left[\sqrt{\left(\beta_a^2 - \frac{\omega_a^2}{v_{l,2}^2} \right)} r \right], \quad r \geq a. \quad (16)$$

由于 $\xi_m(r, \theta)$ 在 r 趋向 0 和无穷时不能发散, 所以 B 和 D 须为 0. 定义声波横向归一化相位常数 $U_a = \sqrt{\omega_a^2/v_{l,1}^2 - \beta_a^2} a$, 声波横向归一化衰减常数 $W_a = \sqrt{\beta_a^2 - \omega_a^2/v_{l,2}^2} a$, 声波归一化频率 $V_a = \beta_a a \sqrt{v_{l,2}^2/v_{l,1}^2 - 1}$, 且满足

$$\frac{v_{l,2}^2}{v_{l,1}^2} W_a^2 + U_a^2 = V_a^2. \quad (17)$$

对于石英光纤, 引入声学折射率的概念, 定义纤芯声折射率 $n_{a,1} = v_{\text{SiO}_2}/v_{l,1}$, 包层声折射率 $n_{a,2} = v_{\text{SiO}_2}/v_{l,2}$, 其中 v_{SiO_2} 为二氧化硅的纵向声速. 因此 (17) 式可写为

$$V_a = \beta_a a \sqrt{v_{l,2}^2/v_{l,1}^2 - 1} = \beta_a a \frac{v_{l,2}}{v_{\text{SiO}_2}} \sqrt{n_{a,1}^2 - n_{a,2}^2}, \quad (18)$$

对于石英光纤 $v_{l,2}/v_{\text{SiO}_2} = 1$, 所以 $V_a = \beta_a a \sqrt{n_{a,1}^2 - 1}$.

根据 $r = a$ 处 R 和 dR/dr 满足连续性边界条件, 即:

$$AJ_m \left(U_a \frac{r}{a} \right)_{r=a} = CK_m \left(W_a \frac{r}{a} \right)_{r=a}, \quad (19)$$

$$A \frac{dJ_m \left(U_a \frac{r}{a} \right)}{dr} \Big|_{r=a} = C \frac{dK_m \left(W_a \frac{r}{a} \right)}{dr} \Big|_{r=a}. \quad (20)$$

根据 Crammer 法则, 可得到其特征方程:

$$\frac{U_a [J_{m-1}(U_a) - J_{m+1}(U_a)]}{J_m(U_a)} = - \frac{W_a [K_{m-1}(W_a) + K_{m+1}(W_a)]}{K_m(W_a)}. \quad (21)$$

定义函数

$$\text{LHX}(U_a) = \frac{U_a [J_{m-1}(U_a) - J_{m+1}(U_a)]}{J_m(U_a)}, \quad (22)$$

$$\text{RHX}(U_a) = - \frac{W_a [K_{m-1}(W_a) + K_{m+1}(W_a)]}{K_m(W_a)}, \quad (23)$$

其中 m 阶 LHX(U_a) 和 RHX(U_a) 函数的交点横坐标即为 L_{mn} 声模的特征值. 由于 BSBS 中 $\beta_a = 2\beta_0$ ^[19], 所以 $v_{l,1}\beta_a < \omega_a < v_{l,2}\beta_a$, 即

$$\frac{\beta_a}{2\pi} v_{l,1} < f_B < \frac{\beta_a}{2\pi} v_{l,2}, \quad (24)$$

f_B 即为 BFS, $\xi_m(r, \theta)$ 写成归一化场解, 即

$$\xi_m(r, \theta) = J_m\left(U_a \frac{r}{a}\right) \begin{pmatrix} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{pmatrix}, \quad r \leq a, \quad (25)$$

$$\xi_m(r, \theta) = J_m(U_a) \frac{K_m(W_a \frac{r}{a})}{K_m(W_a)} \begin{pmatrix} \cos(m\theta) \\ \sin(m\theta) \end{pmatrix}, \quad r \geq a. \quad (26)$$

定义有效声速^[3] $v_{a, \text{eff}} = \omega_a / \beta_a$ 和有效声折射率^[19] $n_{a, \text{eff}} = v_{\text{SiO}_2} / v_{a, \text{eff}}$, 假设声波以 $\exp(-\Gamma_B t)$ 衰减, BGS 会呈现 Lorentz 线型^[20], 即:

$$A_{\text{ao}} = \frac{\left(\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} f^2(r, \theta) r dr\right)^2 \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} \xi_m^2(r, \theta) r dr}{\left(\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} f^2(r, \theta) \xi_m(r, \theta) r dr\right)^2}. \quad (29)$$

光模的有效模场面积 A_{eff} 可表示为^[21]

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left(\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} f^2(r, \theta) r dr\right)^2}{\left(\int_0^{2\pi} d\theta \int_0^{+\infty} f^4(r, \theta) r dr\right)}. \quad (30)$$

声光重叠因子 I 满足^[10]:

$$I = A_{\text{eff}} / A_{\text{ao}}, \quad (31)$$

反映了 BSBS 过程的散射效率, 其值越接近 1 则表明声模的散射效率越强. (29) 式需要利用 (5) 式和 (25) 式在纤芯、(6) 式和 (26) 式在包层中分区间积分. 如果光纤中声模的阶数 $m > 0$ 时, 角向变量 $\cos(m\theta)$ 或 $\sin(m\theta)$ 对 θ 在 0 到 2π 的积分则为 0, 这将导致声光重叠因子为 0, 所以单模光纤中只有 L_{0n} 模对 BGS 有贡献, 即在 BSBS 过程中声模必须满足 $m = 0$. 这与文献^[3] 研究结论相符.

2.2 截止条件和远离截止情形

在特征方程 (21) 式中令 $W_a \rightarrow 0$ 可以得到声模的截止条件, 即 $\omega_a = v_{l,2} \beta_a$ 是声模截止的临界状态.

1) 当截止时, $W_a \rightarrow 0$, (21) 式右边为

$$\frac{W_a [K_{m-1}(W_a) + K_{m+1}(W_a)]}{K_m(W_a)} = 2m, \quad (32)$$

特征方程变为

$$g_B(f) = \sum_i \frac{g_P}{A_{\text{ao}}^i} \frac{(\Delta f_B / 2)^2}{(f - f_B^i)^2 + (\Delta f_B / 2)^2}, \quad (27)$$

$$g_P \equiv \frac{2\pi n_{o, \text{eff}}^7 p_{12}^2}{c \lambda_p^2 \rho_0 v_{l,1} \Delta f_B}, \quad (28)$$

式中, f 为声频率, 下标 i 表示声模阶数, $n_{o, \text{eff}}$ 为光模的有效折射率, 满足 $n_{o, \text{eff}} = \beta_{o, \text{eff}} / k_0$, p_{12} 为纵向弹光系数, c 为真空中的光速, Δf_B 为布里渊增益线宽, g_P 为布里渊增益系数, A_{ao} 为声光有效面积, 是表征光纤中光模与声模间 SBS 相对强度的重要参数, 可表示为^[16]

$$U_{\text{am}}^0 [J_{m-1}(U_{\text{am}}^0) - J_{m+1}(U_{\text{am}}^0)] + 2m J_m(U_{\text{am}}^0) = 0, \quad (33)$$

定义截止函数:

$$C_1(U_a) = U_a [J_{m-1}(U_a) - J_{m+1}(U_a)] + 2m J_m(U_a). \quad (34)$$

2) 当远离截止时, $W_a \rightarrow \infty$, (21) 式右边为

$$\frac{W_a [K_{m-1}(W_a) + K_{m+1}(W_a)]}{K_m(W_a)} = \infty, \quad (35)$$

特征方程变为

$$J_m(U_a^\infty) = 0, \quad (36)$$

定义远离截止函数:

$$C_2(U_a) = J_m(U_a). \quad (37)$$

L_{mn} 模的 U_a 应介于 m 阶 $C_1(U_a)$ 的零点 U_{am}^0 和 m 阶 $C_2(U_a)$ 的零点 U_{am}^∞ 之间. 相比于目前运用有限元法^[10,22,23] 求解 BSBS 的声学模式以及分析 BGS, 其难以解释光纤中光场激发的声模种类、数量以及截止特性, 本文通过定义声模的归一化频率并结合声模的截止条件与远离截止情形可有效解决上述问题. 声模的归一化频率可分析光纤中的正规声模的存在和截止, 此方法相较于以往工作^[22,23] 更能揭示光纤中 BSBS 的声光耦合现象.

2.3 纤芯掺锗浓度对声速和密度影响

石英单模光纤通常在纤芯掺锗提高折射率, 其

也可以改变声速和介质密度. 纤芯纵向声速 $v_{l,1}$ 和密度 ρ_0 随锆浓度 ω_{GeO_2} (摩尔分数) 变化如下^[24]:

$$v_{l,1} = 5944 (1 - 7.2 \times 10^{-3} \omega_{\text{GeO}_2}), \quad (38)$$

$$\rho_0 = 2202 (1 + 6.4 \times 10^{-3} \omega_{\text{GeO}_2}). \quad (39)$$

而当泵浦波长为 $1.55 \mu\text{m}$ 时, 折射率 $n_{o,1}$ 和布里渊线宽 Δf_B 随锆浓度变化如下^[24]:

$$n_{o,1} = 1.458 (1 + 1.0 \times 10^{-3} \omega_{\text{GeO}_2}), \quad (40)$$

$$\Delta f_B = (17.5 + 0.71 \times \omega_{\text{GeO}_2}) \times 10^6. \quad (41)$$

3 数值模拟结果与讨论

3.1 声模分布及色散

由特征方程 (21) 式可知, L_{mn} 模的 U_a 应介于 $C_1(U_a) = U_a[J_{m-1}(U_a) - J_{m+1}(U_a)] + 2mJ_m(U_a)$ 的零点和 $C_2(U_a) = J_m(U_a)$ 的零点之间. 图 1 表示 $m = 0$ (L_{0n} 模) 和 $m = 1$ (L_{1n} 模) 的 U_a 取值范围, 其中蓝色曲线为声模的截止函数曲线, 红色曲线为声模的远离截止函数曲线. 由图 1 可见 L_{01} 模的 $U_a < 2.4048$, 类似于 LP_{01} 模, 称为声学基模. 次高阶模 L_{11}

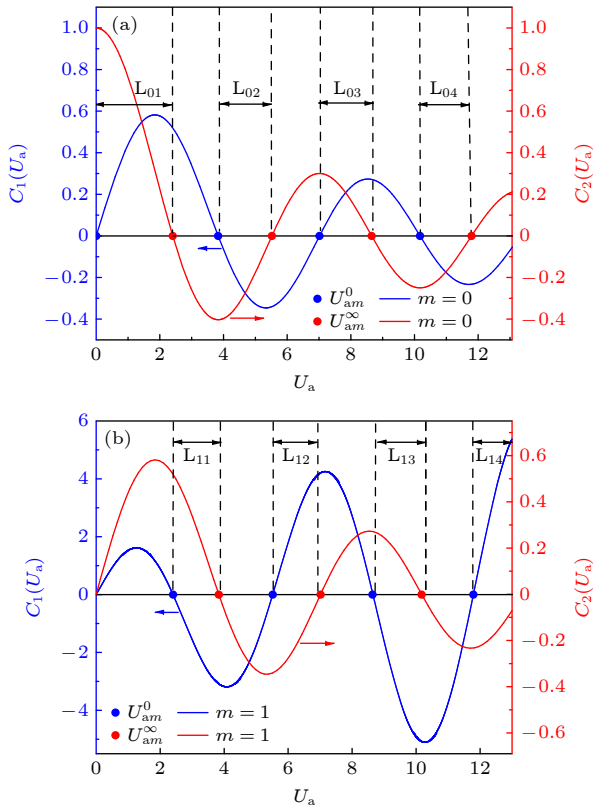


图 1 (a) L_{0n} 模; (b) L_{1n} 模的 U_a 取值范围

Fig. 1. The U_a value range of (a) L_{0n} mode and (b) L_{1n} mode.

模满足 $2.4048 < U_a < 3.8317$. 当 $V_a < 2.4048$ 时, L_{11} 模截止, 此时只存在 L_{01} 模. 当 V_a 分别大于 3.8317, 7.0156 和 10.1735 时, L_{02} , L_{03} 和 L_{04} 声模被激发, 高阶声模与光波耦合致使 BGS 呈现多个增益峰.

当 $W_a = 0$ 时, 声模被截止, 此时 $U_a = V_a$. 图 2 为 $U_a = f(V_a)$ 以及 $n_{a,\text{eff}} = f(V_a)$ 的色散曲线. 可见 U_a 随着 V_a 的增大而增大, 并且变化率逐渐减小, 模式趋向于远离截止状态. $n_{a,\text{eff}}$ 随着 V_a 的增大而非线性增大, 而当 V_a 减小时声模的有效声折射率趋向于包层的声折射率, 声模的相速度增大趋向于包层声速, 当二者相等时对应的 V_a 即为声学导模的截止点. 声场基模 L_{01} 模表现出“无截止传输特性”, 这与图 1 的结论一致. L_{11} 模、 L_{21} 模、 L_{02} 模和 L_{31} 模等阶模的截止频率 V_a 依次为 2.4048, 3.8317, 5.1356…… 由图 2(b) 可见, L_{21} 模和 L_{02} 模的截止点相同, 但二者并不是简并模式.

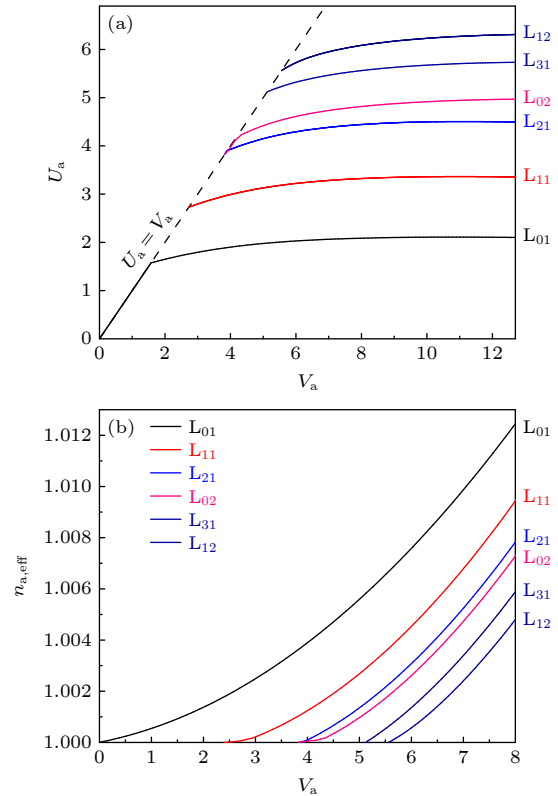


图 2 声模色散曲线 (a) U_a 与 V_a 的关系; (b) $n_{a,\text{eff}}$ 与 V_a 的关系

Fig. 2. Dispersion curve of acoustic mode: (a) $U_a = f(V_a)$; (b) $n_{a,\text{eff}} = f(V_a)$.

图 3 为纤芯半径取 $4.1\text{--}4.5 \mu\text{m}$, 纤芯掺锆浓度从 $0.4\%\text{--}4\%$ 时的 V_a 和 V_o 变化曲线. 由图 3 可见, 当纤芯半径不变时, 二者都随着掺锆浓度的增大而增大. 这是因为纤芯掺锆浓度的增大, 增大

了纤芯和包层的相对折射率差和声速比 $v_{l,2}/v_{l,1}$ ，因而增大了归一化频率 V_o 、传播常数 β_o 以及 V_a 。由于 $V_o < 2.4048$ ，光纤为单模传输，而声学 L_{0n} 模数量最多为 4 个。光纤的纤芯半径取 $4.5 \mu\text{m}$ 时，在保持单模传输的条件下，当 $\omega_{\text{GeO}_2} \leq 0.3\%$ 时仅存在 L_{01} 模；当 $0.4\% \leq \omega_{\text{GeO}_2} \leq 1.1\%$ 时存在 L_{01} 模和 L_{02} 模；当 $1.2\% \leq \omega_{\text{GeO}_2} \leq 2.4\%$ 时存在 L_{01} 模、 L_{02} 模和 L_{03} 模；当 $2.5\% \leq \omega_{\text{GeO}_2} \leq 4\%$ 时存在 L_{01} 模、 L_{02} 模、 L_{03} 模和 L_{04} 模。

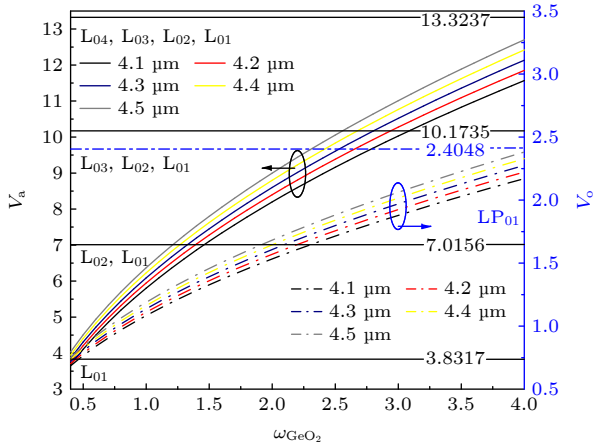


图 3 V_a 和 V_o 随掺锗浓度的变化

Fig. 3. Variation of V_a and V_o with germanium doped concentration.

单模光纤的 BSBS 过程中是光学基模与不同声模之间发生的相互作用，因此 BGS 中将出现一个或多个中心频率和强度不同的增益峰^[25]，而掺锗浓度在改变声模数量的同时进而影响 BGS。由掺杂 (38) 式和 (40) 式可分别得到不同掺锗浓度下的纤芯声速和纤芯折射率，根据光纤的折射率和纵向声速分布求解给定纤芯半径的光模和声模特征方程 (7) 式和 (21) 式，可得到 LP_{01} 模的 $n_{o, \text{eff}}$ 和 L_{0n} 模的 BFS，并由 (28) 式和 (29) 式得到布里渊增益系数 g_p 和声光有效面积 A_{a0} ，进而得到光纤的 BGS。当纤芯半径为 $4.5 \mu\text{m}$ 时，BGS 随纤芯掺锗浓度从 1% 每隔 0.5% 增大到 4% 时的计算结果如图 4 所示。可见 BGS 随着掺锗浓度的增大而出现红移，并且 L_{01} 模的增益峰值逐渐变大；当掺锗浓度分别大于 1.5% 和 2.5% 时， L_{03} 模和 L_{04} 模的增益峰出现且增益峰值不断变小。由于单模光纤中的 SBS 主要由 L_{01} 模散射 LP_{01} 模，而增大掺锗浓度使得纤芯折射率增大、纵向声速减小， LP_{01} 模和 L_{01} 模被强烈地限制在纤芯中导致声光重叠增强，所以增

益峰值变大，而高阶模分布在纤芯和包层中，他们的增益峰值比较小。

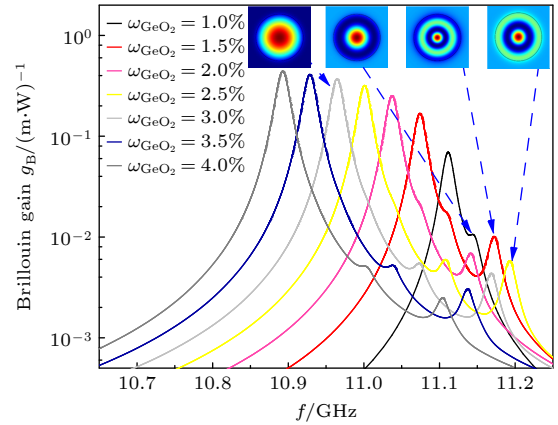


图 4 布里渊增益谱随掺锗浓度变化曲线

Fig. 4. BGS variation curves with germanium doped concentration.

3.2 布里渊频移及多峰布里渊增益谱分析

根据文献 [22, 23]，模拟单模光纤参数如表 1 所示，根据以上理论进行模拟，并和实验结果相比较以验证上述理论的正确性。分别按照两种光纤的参数，首先求解 (7) 式得到光场的 U_o 传播常数 β_o ，然后代入 (21) 式可以求得声模的 U_a 以及 BFS。

表 1 光纤参数

Table 1. Optical fiber parameters of two kinds of fiber.

Parameters	Fiber 1 ^[22]	Fiber 2 ^[23]
$a/\mu\text{m}$	4.2	1.3
$b/\mu\text{m}$	62.5	62.5
$n_{o,1}$	1.4633	1.4799
$n_{o,2}$	1.458	1.458
$\lambda_p/\mu\text{m}$	1.549	1.550
$v_{l,1}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	5787.8	5302.1
$v_{l,2}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	5944	5944

Fiber 1 的纤芯掺杂浓度为 3.65%，纤芯半径为 $4.2 \mu\text{m}$ ，可计算得到归一化频率 $V_o = 2.1368 < 2.4048$ ，满足单模传输条件。声波 L_{0n} 模 U_a 的分布如图 5(a) 所示，LHX (U_a) 和 RHX (U_a) 有 4 个交点。由于 Fiber1 的 $V_a = 11.7081 < 13.3237$ ，因此 L_{05} 模被截止，所以 (21) 式仅存在 4 个特征值 U_a ，这与文献 [22] 实验研究结果相符合。图 5(b) 为 L_{0n} 模和 LP_{01} 模的归一化场分布。可见声波 L_{01} 模和光波 LP_{01} 模在整个光纤横截面随半径增大而衰减，

但高阶 L_{0n} 模在纤芯振荡、包层衰减, L_{01} 模和 LP_{01} 模重叠区域最大, 其声光有效面积 A_{ao} 和有效模场面积 A_{eff} 分别为 $78.87 \mu\text{m}^2$ 和 $76.32 \mu\text{m}^2$, 两者数值接近使得声光重叠因子 I 达到 0.9668. 由于高阶声模在纤芯振荡, 它们和 LP_{01} 模耦合作用比较弱.

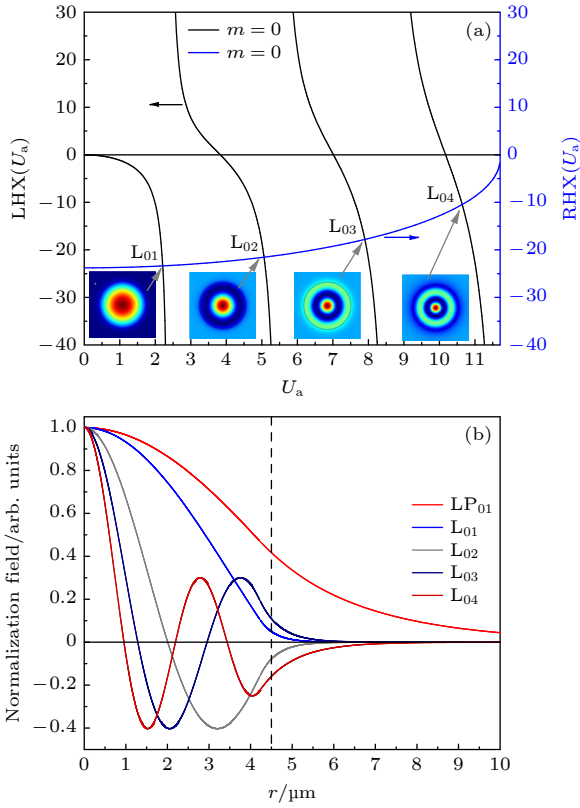


图 5 Fiber 1 的 (a) L_{0n} 模特征方程和 (b) 归一化场分布
Fig. 5. (a) L_{0n} mode characteristic equation and (b) normalized field distribution of Fiber 1.

Fiber 1 的 BGS 如图 6 所示. 可见 BGS 有 3 个增益峰, 对应的 BFS 分别为 10.9244, 11.0494, 11.1576 GHz. 这 3 个峰分别由 L_{01} 模、 L_{03} 模、 L_{04} 模与 LP_{01} 模耦合产生, 这与文献 [22] 研究结果相符合. 由于 L_{02} 模和 L_{01} 模的 BFS 差仅为 45.0 MHz, 并且其声光重叠因子 I 仅为 0.0049, 所以 L_{02} 模并没有明显的增益峰, 而 L_{03} 模和 L_{04} 模与光模耦合导致 BGS 中呈现 2 个增益弱峰.

Fiber 2 的纤芯掺杂浓度为 15%, 纤芯半径为 $1.3 \mu\text{m}$, 光场归一化频率 $V_o = 1.3358 < 2.4048$, 满足单模传输条件. L_{0n} 模 U_a 的分布如图 7(a) 所示, $LHX(U_a)$ 和 $RHX(U_a)$ 仅有 3 个交点, 由于 Fiber 2 的 $V_a = 7.8052 < 10.1735$, 因此 L_{04} 模被截止, 所以仅存在 3 个 U_a , 这与文献 [23] 实验研究结果一致. L_{0n} 模和 LP_{01} 模的归一化场分布如

图 7(b) 所示, LP_{01} 的有效模场面积 A_{eff} 和 L_{01} 模声光有效面积 A_{ao} 分别为 $21.02 \mu\text{m}^2$ 和 $26.06 \mu\text{m}^2$, 其声光重叠因子 I 达到 0.8068, 而高阶声模 L_{02} 模和 L_{03} 模与 LP_{01} 模的声光重叠因子 I 分别为 0.0436, 0.0639. 由图 8 可见 Fiber 2 的 BGS 有 3 个增益主峰, 这与文献 [23] 研究结果相一致. L_{01} 模和 LP_{01} 模耦合使得 BGS 在 10.0902 GHz 中呈现一个主峰, 相邻峰值间布里渊差为 381.9 和 613.6 MHz. 由于高阶模的布里渊增益较小, 所以标准单模光纤

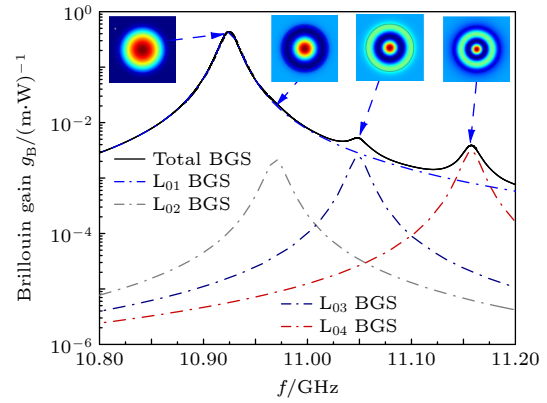


图 6 Fiber 1 的布里渊增益谱
Fig. 6. The BGS of Fiber 1.

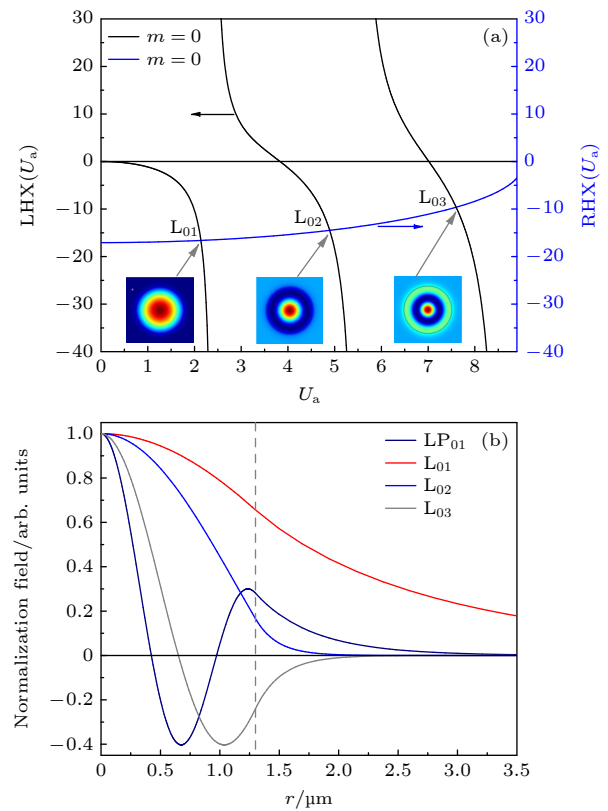


图 7 Fiber 2 的 (a) L_{0n} 模特征方程和 (b) 归一化场分布
Fig. 7. (a) L_{0n} mode characteristic equation and (b) normalized field distribution of Fiber 2.

往往不能运用于后向布里渊多参数传感,但可以灵活设计光纤的声波导结构以提高光模与高阶声模的声光重叠,从而扩展其的应用范围.

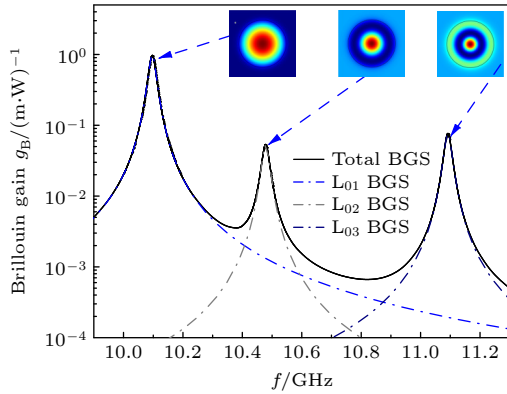


图 8 Fiber 2 的布里渊增益谱
Fig. 8. The BGS of Fiber 2.

当取 $m \geq 1$ 时, Fiber 1 和 Fiber 2 特征方程分别还有 16 个根和 7 个根, 即这 2 种光纤中与泵浦波和斯托克斯波满足相位匹配条件的声模分别总共存在 20 个和 10 个. 所有 L_{mn} 模的 BFS 如表 2 所示, 根据本文理论推导可得到单模光纤中高阶 $L_{mn} (m > 0)$ 模的声光重叠因子 I 为 0, 所以对 BGS 没有贡献. 由于高阶模处于截止状态, 因此可通过增大纤芯半径或减小纤芯声速诱导其出现.

表 3 为这 2 种单模光纤的 A_{eff} , A_{ao} 和 I , 以及文献 [22, 23] 中实验结果和本文理论计算得到的 BFS 和两者的相对误差. 由表 3 中可见本文计算结果与实验测量数据最小误差为 0.0323%, 最大为 0.8087%, 符合得非常好. 误差的主要来源是实际制造过程中的精度影响, 因为理论计算是按照理想的情况进行的, 但这样的误差精度足够验证特征方程的正确性及声波归一化频率 V_a 的适用广泛性.

表 2 Fiber 1 和 Fiber 2 的 L_{mn} 模 BFS (GHz)
Table 2. BFS (GHz) of the L_{mn} modes in Fiber 1 and Fiber 2.

Fiber type	m	n			
		1	2	3	4
Fiber 1	0	10.9244	10.9694	11.0488	11.1576
	1	10.9407	11.0032	11.0985	—
	2	10.9620	11.0418	11.1576	—
	3	10.9880	11.0848	11.2052	—
	4	11.0185	11.1318	—	—
	5	11.0532	11.1812	—	—
	6	11.0921	—	—	—
	7	11.1349	—	—	—
Fiber 2	0	10.0902	10.4721	11.0857	—
	1	10.2306	10.7466	—	—
	2	10.4117	11.0438	—	—
	3	10.6287	—	—	—
	4	10.8779	—	—	—
	5	11.1511	—	—	—

4 结 论

光纤作为一种声学波导和光学波导, 可以传播机械波和电磁波, 本文在光波导传统线偏振模式理论的基础上理论推导了 BSBS 声波方程的解析解及特征方程, 通过对照光纤的归一化频率 V_0 定义了声模的归一化频率 V_a , 通过 Bessel 函数的宗量近似得到了声模的色散曲线, 进一步根据特征方程计算了单模光纤的声模全模态 BFS, 研究了声模场分布以及多峰 BGS, BFS 的理论实验最大相对误差仅为 0.8087%. 色散曲线表明声场基模 L_{01} 模没有低频截止, 高阶声模的归一化频率 V_a 从小到大依次为 2.4048, 3.8317, 5.1356……, 对应为 L_{11}

表 3 两种单模光纤的理论计算与实验结果比较
Table 3. Comparison of experimental and theoretical calculation results of two single-mode optical fibers.

Fiber type	$A_{\text{eff}}/\mu\text{m}^2$	$A_{\text{ao}}/\mu\text{m}^2$	I	BFS/GHz		Relative error/%
				Reference	This paper	
Fiber 1	76.32	78.87	0.9668	10.9170 ^[22]	10.9244	0.0678
				10.9630 ^[22]	10.9694	0.0584
				11.0430 ^[22]	11.0488	0.0525
				11.1540 ^[22]	11.1576	0.0323
Fiber 2	21.02	26.06	0.8068	10.0000 ^[23]	10.0902	0.8087
				10.5000 ^[23]	10.4721	0.2657
				11.1100 ^[23]	11.0857	0.2187

模、 L_{21} 模和 L_{02} 模、 L_{31} 模等等, 此模型可以与光纤中的线偏振模式理论结合完整分析 BSBS 中的正规声、光导模. 单模光纤中仅有 L_{0n} 模对 BGS 有贡献, L_{01} 模在整个光纤横截面衰减, 高阶 L_{0n} ($n>1$) 模在纤芯振荡、包层衰减. 本文结论将为光纤 BSBS 声波导特性研究提供理论指导.

参考文献

- [1] Shimizu K, Horiguchi T, Koyamada Y, Kurashima T 1993 *Opt. Lett.* **18** 185
- [2] Bao X Y, Chen L 2012 *Sensors-Basel* **12** 8601
- [3] Li M J, Xing C, Wang J, Gray S, Liu A P, Demeritt J A, Ruffin A B, Crowley A M, Walton D T, Zenteno L A 2007 *Opt. Express* **15** 8290
- [4] Gonzalez H M, Song K Y, Thévenaz L 2005 *Appl. Phys. Lett.* **87** 081113
- [5] Hon D T 1980 *Opt. Lett.* **5** 516
- [6] Jen C K, Neron C, Shang A, Abe K, Bonnell L, Kushibiki J 1993 *J. Am. Ceram. Soc.* **76** 712
- [7] Waldron R 1969 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **17** 893
- [8] Shelby R, Levenson M, Bayer P 1985 *Phys. Rev. B* **31** 5244
- [9] Shibata N, Okamoto K, Azuma Y 1989 *J. Opt. Soc. Am. B* **6** 1167
- [10] Tartara L, Codemard C, Maran J N, Cherif R, Zghal M 2009 *Opt. Commun.* **282** 2431
- [11] Poulton C G, Pant R, Eggleton B J 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 2657
- [12] Xing C, Ke C J, Guo Z, Yang K J, Wang H Y, Zhong Y B, Liu D M 2018 *Opt. Express* **26** 28793
- [13] Tsvetkov S V, Likhachev M E 2023 *B. Lebedev. Phys. Inst.+* **50** 291
- [14] Huang B, Wang J Q, Shao X P 2023 *Photonics-Basel* **10** 282
- [15] He D Y, Liao M S, Hu L L, Yu C L, Qi Y F, Shen H, Chen L, Yang Q B, Liu M Z, Wang M, Zhou Q L, Gao W Q, Wang T X 2023 *Opt. Express* **31** 1888
- [16] Kobayakov A, Kumar S, Chowdhury D Q, Ruffin A B, Sauer M, Bickham S R, Mishra R 2005 *Opt. Express* **13** 5338
- [17] Dong Y, Ren G B, Xiao H, Gao Y X, Li H S, Xiao S Y, Jian S S 2017 *Ieee Photonic Tech. L.* **29** 1955
- [18] Wu C Q 2000 *Optical Waveguide Theory* (Beijing: Tsinghua University Press) pp41–43 (in Chinese) [吴重庆 2000 光波导理论 (北京: 清华大学出版社) 第 41—43 页]
- [19] Zou W W, He Z Y, Hotate K 2008 *Opt. Express* **16** 10006
- [20] Jia D F, Ge C F 2004 *Nonlinear Fiber Optics* (Beijing: Electronic Industry Press) 第 246—247 页 (in Chinese) [贾东方, 葛春风 2014 非线性光纤光学 (北京: 电子工业出版社) pp246–247]
- [21] Ruffin A B, Li M J, Chen X, Kobayakov A, Annunziata F 2005 *Opt. Lett.* **30** 3123
- [22] Zou W W, He Z Y, Hotate K 2006 *Ieee Photonic Tech. L.* **18** 2487
- [23] Dasgupta S, Poletti F, Liu S, Petropoulos P, Richardson D J, Grüner-Nielsen L, Herstrøm S 2011 *J. Lightwave Techno.* **29** 22
- [24] Koyamada Y, Sato S, Nakamura S, Sotobayashi H, Chujo W 2004 *J. Lightwave Techno.* **22** 631
- [25] Kobayakov A, Sauer M, Chowdhury D 2010 *Adv. Opt. Photonics* **2** 1

Analysis of acoustic modes induced by backward stimulated Brillouin scattering in acoustic wave-guided single mode optical fibers*

Feng Yun-Long Hou Shang-Lin[†] Lei Jing-Li Wu Gang Yan Zu-Yong

(School of Science, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China)

(Received 27 October 2023; revised manuscript received 20 November 2023)

Abstract

In this work, the acoustic Helmholtz equation is derived, and its analytical solution and the characteristic equation of the uniform guide mode in single mode fibers are obtained by the method of separation of variables. The normalized frequency of the acoustic mode is defined. By combining the argument approximation of the Bessel function are analyzed the eigenvalue range of the acoustic mode, the cut-off frequency, far from the cut-off state of the acoustic mode induced by backward stimulated Brillouin scattering, the dispersion and the multi-peak Brillouin gain spectrum. The research results indicate that the longitudinal acoustic fundamental mode L_{01} cannot be cut-off and is mainly confined in the fiber core, which is coupled with the optical fundamental mode LP_{01} to form the main peak of the Brillouin gain spectrum. The other higher-order acoustic modes all have low cut-off frequencies and are distributed more in the fiber cladding than mode L_{01} which couples with the optical fundamental mode LP_{01} to form the subpeaks of the Brillouin gain spectrum. The transverse normalized phase constant and effective refractive index of the acoustic mode increase with normalized frequency increasing. Only longitudinal acoustic modes L_{0n} contribute to backward Brillouin gain spectrum in single mode fiber. When the GeO_2 concentration is less than 4% and core radius is 4.5 μm , the single mode characteristics of the fiber remain unchanged, but the maximum number of acoustic L_{0n} modes is 4. With the increase of GeO_2 concentration in the fiber core, the Brillouin gain spectrum is red-shifted and the number of acoustic modes increases, the Brillouin gain peak value of L_{01} mode gradually increases, and the contributions of higher-order modes decrease. The single-mode fiber with a core's germanium doped concentration of 3.65% and core radius of 4.3 μm has 4 L_{0n} modes and 16 L_{mn} ($m>0$) modes at a wavelength of 1.55 μm , with one main peak and two subpeaks in the Brillouin gain spectrum appearing due to the acousto-optic coupling of the acoustic L_{01} , L_{03} , and L_{04} modes with the optical LP_{01} mode. The single-mode fiber with a core's germanium doped concentration of 15% and core radius of 1.3 μm has 3 L_{0n} modes and 7 L_{mn} ($m>0$) modes, with the Brillouin gain spectrum having 3 main peaks due to the acousto-optic coupling of the L_{01} , L_{02} , and L_{03} modes with the LP_{01} mode. These conclusions are well consistent with the reported experimental phenomena and provide theoretical references for studying and utilizing the SBS acoustic waveguide in optical fibers.

Keywords: optical fibers, acoustic wave-guide, stimulated Brillouin scattering, acoustic mode

PACS: 42.81.-i, 42.65.Es, 43.35.+d

DOI: [10.7498/aps.73.20231710](https://doi.org/10.7498/aps.73.20231710)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61665005).

[†] Corresponding author. E-mail: houshanglin@vip.163.com

声波导单模光纤中后向受激布里渊散射的声模分析

冯云龙 侯尚林 雷景丽 武刚 晏祖勇

Analysis of acoustic modes induced by backward stimulated Brillouin scattering in acoustic wave-guided single mode optical fibers

Feng Yun-Long Hou Shang-Lin Lei Jing-Li Wu Gang Yan Zu-Yong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 054207 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231710

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231710>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

M型少模光纤中模间受激布里渊散射特性及其温度和应变传感特性

Inter-mode stimulated Brillouin scattering and simultaneous temperature and strain sensing in M-shaped few-mode fiber
物理学报. 2020, 69(11): 114203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200103>

水中受激拉曼散射的能量增强及受激布里渊散射的光学抑制

Enhanced stimulated Raman scattering by suppressing stimulated Brillouin scattering in liquid water
物理学报. 2019, 68(4): 044201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181548>

水体参数对受激布里渊散射阈值及增益的影响

Influence of water parameters on threshold value and gain coefficient of stimulated Brillouin scattering
物理学报. 2021, 70(15): 154205 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210326>

非线性效应对前向受激布里渊散射分布式传感的影响

Influence of nonlinear effects on forward stimulated Brillouin scattering distributed sensing
物理学报. 2022, 71(15): 154206 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220313>

皮秒激光驱动下的背向受激布里渊散射的光谱结构

Spectral structures of backward stimulated Brillouin scattering driven by a picosecond laser
物理学报. 2021, 70(19): 195202 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210568>

极地海冰声波导建模综述

Review on modeling polar sea-ice acoustics waveguide
物理学报. 2022, 71(8): 084301 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211950>