

## 薄膜微盘激射性质\*

徐宇轩 姚泰宇 邓莉† 陈诗枚 徐辰尧 唐文轩

(华东师范大学物理与电子科学学院, 上海 200241)

(2023年11月5日收到; 2024年1月22日收到修改稿)

基于半导体变形微腔的定向激射效应, 在各向同性薄膜中制备变形微腔, 将为多功能、高集成光子有源芯片提供新的解决方案. 利用二维波动光学理论, 以  $Z$  切向掺铟镓酸锂薄膜蚘线形微盘中的  $TE_{20,1}$  模式为例, 分析了不同变形因子  $\epsilon$  微盘的模式分布、品质因子  $Q$ 、定向激射效果  $D$  以及庞加莱截面图. 理论模拟结果显示, 微盘变形过程中微盘周长与谐振波长的比值近似为一定值. 当  $\epsilon$  大于 0.24 时, 微盘具有较好的单向激射性,  $Q$  值大于  $10^5$ ; 当  $\epsilon$  变形因子大于 0.4 时, 庞加莱截面图几乎被混沌海区域占据,  $Q$  值低于  $10^3$ . 因此, 薄膜蚘线形微盘变形因子  $\epsilon$  在 0.24—0.4 之间时, 微盘不仅具有高的品质因子 ( $Q$  值为  $10^3$ — $10^5$ ), 激射方向性也较高 ( $D$  值为 6.45—8.32).

**关键词:** 蚘线形微盘, 模式分布, 品质因子, 定向激射**PACS:** 42.15.-i, 42.25.-p, 42.60.Da, 42.55.Sa**DOI:** 10.7498/aps.73.20231754

## 1 引言

光学微腔将光波局域在微腔边缘传播形成回音壁模式 (whispering gallery mode, WGM), 因其具有较高的品质因子  $Q$  和较小的模式体积, 被广泛应用于传感、光频梳、量子信息、光动力学、低阈值激光产生等领域<sup>[1-4]</sup>. 标准圆形微盘的激射光输出是各向同性的, 通过将微腔结构变形, 微腔内部的回音壁模式演化为噪声模式, 进一步发展成为星形模式或者多边形模式, 最后形成定向激射<sup>[5-7]</sup>. 然而, 随着变形微腔的激射方向性的提高, 光损耗增大, 微腔  $Q$  因子降低, 腔内模式增多, 激射产生阈值增大, 严重影响了微腔激光的低阈值定向激射, 因此研制  $Q$  值高、激射定向性强的变形微腔成为制备高功率、低阈值片上微腔激光器的热点研究方向之一. 目前, 产生定向激射的微腔有: 量子点装载圆形微腔<sup>[8]</sup>、螺旋形 (spiral) 和圆角等腰三角

形 (rounded-isosceles-triangle shaped) 微腔、蚘线形 (limaçon-shaped) 微盘、面状变形 (face-shaped deformed) 微环等<sup>[9]</sup>. 螺旋形微腔和圆角等腰三角形微腔的定向激射发散角为  $60^\circ$ — $80^\circ$ ,  $Q$  值仅为  $10^1$  量级<sup>[10,11]</sup>. 将量子点注入到微米量级的微腔中心, 当微腔内泵浦光波长与装载离子增益波长范围相匹配时, 腔内部的 WGM 得到放大产生定向激射, 此时  $Q$  因子可以高达 6000, 定向激射发散角为  $30^\circ$ — $40^\circ$ <sup>[12,13]</sup>, 但在实验上实现精准泵浦微米量级微腔中的装载离子难度很高. 对于微腔的某些特定激发模式, 可以通过将高  $Q$  值模式耦合到低  $Q$  值模式产生定向激射, 但存在近似简并的远场激发模式, 大大降低输出光的方向性<sup>[14]</sup>. 混沌腔的  $Q$  因子较低, 混沌散射使腔内激射光易泄漏, 且辐射模式随机, 但在混沌腔内激射光传输的不稳定轨道附近, 存在着一些高  $Q$  值、较强增益的疤痕模式 (scar mode) 可以产生激射, 激射光沿着特定路径传输然后逐渐扩散到泄漏区, 在角动量空间形成定向激

\* 国家自然科学基金 (批准号: 12174113) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: ldeng@phy.ecnu.edu.cn

射, 该特性已被应用于混沌微腔激光器的研究<sup>[15-17]</sup>. 2008年, Wiersig和Hentschel<sup>[18]</sup>设计出一种新型的蜡线形微盘, 这种微盘轮廓由 $\rho = R(1 + \varepsilon \cos \theta)$ 表示,  $\rho$ 是径向坐标,  $\theta$ 是极角,  $\varepsilon$ 是变形因子, 通过调整 $\varepsilon$ 的大小可以改变微腔的轮廓. 尽管蜡线形微腔内的激射线以混沌模式为主, 由于高 $Q$ 值疤痕模式的存在, 激射光经过微腔壁出射后, 行进路径几乎相同, 因此可产生较好的定向激射. 2009年, Yi等<sup>[19]</sup>制备出 $R = 50 \mu\text{m}$ ,  $\varepsilon = 0.43$ 的InGaAsP蜡线形微盘,  $Q$ 值高达22000, TE模式在 $0^\circ$ 和 $140^\circ$ 角位置处显示出较好的定向激射特性. 2009年, Song等<sup>[20]</sup>在尺寸小于 $5 \mu\text{m}$ 的GaAs蜡线形微腔内, 装载InAs量子点作为增益介质,  $Q$ 值大约为23000, 产生连续单模定向激射, 且激射产生阈值较小. 因此, 蜡线形微腔成为单模、低阈值片上激光器的重要构型之一<sup>[20-22]</sup>.

对于变形微腔, 为了解决非对称微腔三维模拟运算量巨大的问题, 通常将其简化为有效折射率的二维计算<sup>[23,24]</sup>, 并且利用庞加莱截面图(Poincaré surface of section, PSOS)可以模拟二维情况下微腔内射线的动力学过程<sup>[18]</sup>. 目前, 微扰理论同样是分析微腔光子动力学的强有力工具, 当WGM微腔出现变形结构或者存在微扰物时<sup>[25,26]</sup>, 在理想回音壁模式线性叠加的基础上, 将微扰看作非线性叠加因子, 使谐振波长的量子数发生分裂, 形成不同的多边形和星形模式<sup>[27,28]</sup>.

本文研究了薄膜蜡线形微盘的定向激射性质, 以 $Z$ 切向掺铟铷酸锂薄膜蜡线形微盘中的 $\text{TE}_{20,1}$ 模式为例, 利用COMSOL建立二维模型, 仿真计算品质因子、谐振波长、远场辐射通量角分布, 方向性与变形腔的变形因子的关系, 揭示了激射定向性的规律. 利用Julia编程仿真微腔内部射线的动力学特性, 得到对应于不同变形因子 $\varepsilon$ 的PSOS图, 揭示了微腔的形变对 $Q$ 值的影响. 理论模拟结果显示: 相同 $\text{TE}_{20,1}$ 模式下, 不同 $\varepsilon$ 变形微盘的谐振波长与微盘周长之比近似为一常数; 当 $\varepsilon < 0.16$ 时,  $Q$ 值较高, 约为 $10^7$ ,  $D < 5$ , 微盘激射单向性较差; 当 $\varepsilon \geq 0.24$ 时,  $Q$ 值显著降低, 约为 $10^6$ ,  $D \geq 6.45$ , 微盘激射具有良好的单向性; 当 $\varepsilon \geq 0.4$ ,  $Q$ 小于 $10^3$ ,  $D \geq 8$ , 微盘激射方向性进一步增强, 光场从 $\varepsilon$ 较小时局域在微盘边缘区域逐渐扩散到微盘中间区域.

## 2 薄膜中的二维微盘理论

### 2.1 二维微盘中的波动光学

在二维圆形微盘中, 光仅在二维平面 $(x, y)$ 内传播, 则 $k_z = 0$ 时, 得到二维赫姆霍兹方程:

$$\left[ \nabla^2 + (nk_0)^2 \right] \psi(\mathbf{r}) = 0, \quad (1)$$

其中,  $n$ 为微盘材料的折射率,  $k_0$ 是真空中圆形微腔内的光波波数,  $\psi(\mathbf{r})$ 表示对应模式的波函数, TM模时 $\psi(\mathbf{r}) = E_z$ , TE模时 $\psi(\mathbf{r}) = H_z$ ; 在柱坐标内, 该赫姆霍兹方程的解在微盘内(圆柱面内)是 $m$ 阶第一类贝塞尔函数, 在微盘外(圆柱面外)是第一类汉克尔函数, 即

$$\psi(r, \theta) = \begin{cases} J_m(nk_0 r) \exp(im\theta), & r \leq R, \\ H_m^{(1)}(k_0 r) \exp(im\theta), & r \geq R, \end{cases} \quad (2)$$

其中 $m = 0, 1, 2, \dots$ 为方向角量子数. 根据场的边界连续条件, 对于TE(TM)模有<sup>[29,30]</sup>:

$$nJ_{m-1}(nx)H_m^{(1)}(x) - J_m(nx)H_{m-1}^{(1)}(x) = 0, \text{ (TM)}, \quad (3)$$

$$nJ_m(nx)H_{m-1}^{(1)}(x) - J_{m-1}(nx)H_m^{(1)}(k_0) - \frac{m}{x} \left( n - \frac{1}{n} \right) J_m(nx)H_m^{(1)}(x) = 0, \text{ (TE)}, \quad (4)$$

其中,  $x = k_0 R$ ,  $R$ 为微盘半径大小. 在二维各向同性微盘中, 折射率 $n$ 与方位角模式数 $m$ 确定后, 由(3)式和(4)式可以得到相对应的真空波数 $k_0$ 的大小.

### 2.2 品质因子 $Q$

品质因子 $Q$ 作为表征光学微腔储能和频率选择能力的物理参数, 可以被描述为<sup>[31]</sup>

$$Q = \text{Re}(\omega) \frac{W}{P}, \quad (5)$$

其中 $\text{Re}(\omega)$ 为某个模式下的谐振频率,  $W$ 为微腔内的光场能量,  $P$ 为单位时间的光场能量损失. 微腔中光强 $I$ 随时间按指数规律衰减<sup>[30]</sup>:

$$I = I(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = I(0) |\exp(-i\omega t)|^2, \quad (6)$$

式中 $\tau$ 为光子在微腔内的寿命,  $\omega$ 为某种光波模式对应的光波频率, 可以用复数表示为

$$\omega = \text{Re}(\omega) + i \cdot \text{Im}(\omega), \quad (7)$$

将 (7) 式代入 (6) 式中可以得到:

$$I = I(0) \exp[2\text{Im}(\omega)t], \quad (8)$$

对比 (6) 式和 (8) 式可知:

$$\tau = -\frac{1}{2\text{Im}(\omega)}. \quad (9)$$

因此 (5) 式可以写为

$$Q = \tau \cdot \text{Re}(\omega). \quad (10)$$

根据 (9) 式和 (10) 式可以得到  $Q$  的严格定义:

$$Q = -\frac{\text{Re}(\omega)}{2\text{Im}(\omega)}. \quad (11)$$

### 2.3 薄膜微盘的折射率分布

目前制备变形微腔的材料主要有 Si<sup>[13]</sup>, InGa<sub>N</sub><sup>[9]</sup>, AlGaAs<sup>[5,6,20]</sup>, Ga<sub>0.47</sub>In<sub>0.53</sub>As/Al<sub>0.48</sub>In<sub>0.52</sub>As<sup>[32]</sup>, AlGaInAs/InP<sup>[33]</sup>, InGaAsP<sup>[19]</sup> 等各向同性半导体材料. 利用铌酸锂制备的圆形微环以及圆形微盘谐振腔,  $Q$  值已经高达到  $10^7$  或  $10^8$  量级<sup>[34-36]</sup>. 并且已经在  $Z$  切向铌酸锂薄膜中制备出变形腔, 其几何形状为  $R(\varphi) = R_0 \sum_n 1 + a_n(\cos\varphi)^n$ ,  $\varphi$  表示极角,  $R_0$  表示微腔尺寸参数,  $a_0$  是形状参数, 该变形腔的  $Q$  值高达  $10^6$ , 远场辐射集中在  $180^\circ$  处与  $0^\circ$  附近<sup>[37]</sup>; 也可以在  $X$  切向铌酸锂薄膜中制备圆形微腔, 利用铌酸锂薄膜  $X$  切向的双折射效应, 产生与变形腔相似的定向激射效果, 此时  $Q$  值达到  $1.2 \times 10^6$ , 远场辐射则集中在  $0^\circ$  与  $180^\circ$  的角位置方向<sup>[38]</sup>. 因此, 以  $Z$  切向掺铟铌酸锂薄膜为例, 研究蜡线形微腔的品质因子、谐振波长、远场辐射通量角分布, 方向性与变形腔的变形因子的关系, 不仅可以了解各向同性材料的微腔变形对定性激射的影响, 也可以为铌酸锂薄膜变形腔的设计提供参考.

$Z$  切向铌酸锂晶体薄膜切割面垂直  $Z$  轴<sup>[39-41]</sup>, 光被耦合进入  $XOY$  平面传输. 图 1 展示了铌酸锂晶体的  $XOY$  平面结构具有一定对称性, 呈现出各向同性的特点. 作为负单轴晶体, 铌酸锂的折射率椭球为<sup>[39]</sup>

$$\frac{x^2}{n_o^2} + \frac{y^2}{n_o^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1, \quad (12)$$

其中,  $n_o$  为寻常光折射率,  $n_e$  为非寻常光折射率. 在  $Z$  切向铌酸锂微盘中, 光在微盘中传输即相当于在如图所示的  $XOY$  平面内传播, 此时铌酸锂微盘可以近似看作折射率为  $n_o$  的各向同性介质.

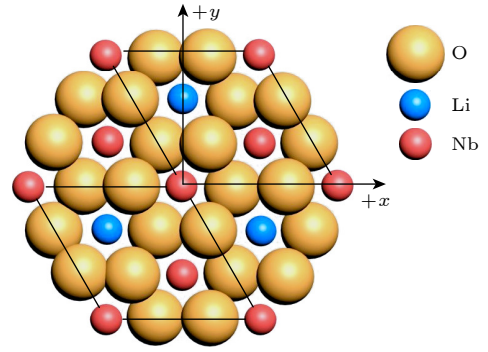


图 1  $Z$  切向铌酸锂  $XOY$  面结构的示意图

Fig. 1. Structure diagram of  $Z$ -cut LN  $XOY$  plane.

### 2.4 变形微盘定向激射及 PSOS 图像

各向同性的均匀圆形微盘产生的激射不具有定向性, 采用非对称的变形微盘引入内部射线混沌模式, 可以破坏激射分布的对称性, 产生单向性较好的定向激射<sup>[42]</sup>.

PSOS 图像是微盘内部射线动力学情况的半经典分析手段. PSOS 图像中, 横坐标为射线在微盘边缘上反射点所对应的方向角  $\phi$  与  $2\pi$  的比值, 纵坐标为射线反射角  $\chi$  的正弦值. PSOS 图像只与微盘的轮廓形状有关系, 而与微盘半径等其他参数无关<sup>[29]</sup>, 因此蜡线形微盘的 PSOS 的分布只与决定微盘形状的变形因子  $\varepsilon$  有关. PSOS 图像 (如图 2 所示) 主要包含: 混沌海 (chaotic sea)、“岛屿” (islands)、KAM 曲线 (Kolmogorov-Arnol'd-Moser torus, KAM torus). 其中, 区别于混沌海模式下的射线轨迹不规则分布, “岛屿”以及 KAM 曲线的形成, 对应于射线在微盘内传输轨迹呈现周期、准周期性分布; 混沌海区域的射线对于初始条件非常敏

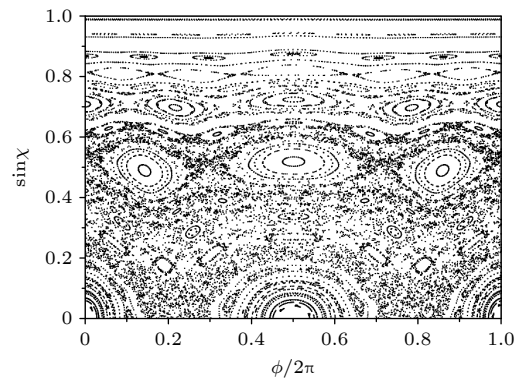


图 2 PSOS 图像, 图中散点区域为混沌海区域, 椭圆形区域为“岛屿”, 虚线为 KAM 曲线

Fig. 2. PSOS image. The scattered area in the figure is a chaotic area; the elliptical area is called an “island”, the dashed line represents the KAM curve.

感, 射线经过一定时间的传输, 微腔边缘对射线的反射角度会大于全反射临界角而射出微腔. 混沌海、“岛屿”、KAM曲线在 PSOS 图中相互邻接<sup>[43,44]</sup>. KAM 曲线将 PSOS 图像分割成不同的带状区域, 最低的一条 KAM 曲线将大部分混沌海区域与规则区域分割开,  $Q$  值较高模式区域位于该 KAM 曲线上方, 对应  $\sin \chi$  较大;  $Q$  值较低模式区域则位于该 KAM 曲线下方, 对应  $\sin \chi$  较小<sup>[43,45]</sup>.

### 3 理论模拟

#### 3.1 Matlab 辅助 COMSOL 的理论模拟

利用 COMSOL 仿真软件可以模拟铈酸锂微盘腔内的光传输模式分布. 由于微盘中可以存在多个光传播模式, 因此需要对光模式所对应的特征频率的基准值进行设置. 该特征频率基准值可以通过求解 (3) 式或 (4) 式第一个解 (径向量子数为 1) 对应的真空波数  $k_0$  的实部得到.

以 (4) 式 (TE 模式) 中等式左侧函数为例, 在二维笛卡尔坐标系内, (4) 式的实部 (蓝色线表示) 与虚部 (橙色线表示) 的函数曲线如图 3 所示. 当横坐标  $x$  为实数时, (4) 式实部与虚部的第一个零点相距较近 (如图 3 中红点所示), 说明在该零点附近可能存在复数解, 使得 (4) 式实部和虚部的值分别为 0. 虽然该零点为近似解, 但是完全可以用于 COMSOL 特征频率基准值的估计. 通过 Matlab 的 `fzero` 函数先求解 (3) 式或 (4) 式中左侧函数的虚部在实数域内的零点值, 进而确定基准值, 再结合 COMSOL 有限元法求解特征频率实现简便、高效的仿真.

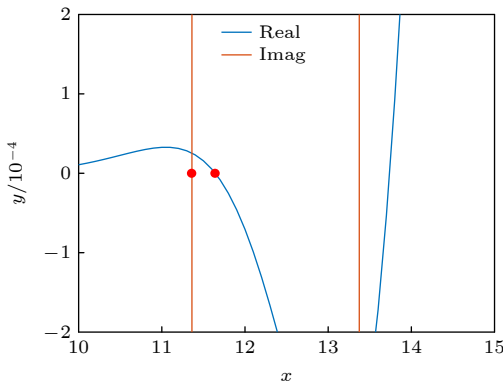


图 3 (4) 式的实部与虚部在  $y = 0$  附近的图像

Fig. 3. Illustration of the real part and imaginary part of Eq. (4) near  $y = 0$ .

#### 3.2 COMSOL 仿真参数的设置

相比于大尺寸微腔, 纳米量级的微腔 (直径在 1.5—5  $\mu\text{m}$  之间) 具有较低的激光阈值、更大的自由光谱区、更高的品质因子, 对于高阶的模式有很好的抑制效果<sup>[46,47]</sup>. 考虑到现实的微腔加工工艺限制与真实实验情况, 在仿真中取微盘直径为 5  $\mu\text{m}$  左右, 谐振波长设为 1530 nm 附近, 当  $m = 20$  时, (4) 式计算结果逼近于 0, 且在蜡线形微盘中 TE 偏振模式相比 TM 偏振模式有更好的定向激光效果<sup>[18]</sup>, 因此在仿真采用蜡线形微盘中的  $\text{TE}_{20,1}$  模式进行模拟分析. 用 Matlab 软件编程求解 (3) 式和 (4) 式得到:

$$x = k_0 R \approx 11.3582, \quad (13)$$

将计算得出的值作为 COMSOL 的特征频率, 作为求解基准值的依据. 在具体实验中可以通过 (13) 式揭示的  $k_0$  与  $R$  的关系, 调整光的波长与微盘的加工半径.

为了计算远场分布, COMSOL 中提供的完美匹配层 (perfectly matched layer, PML) 和远场域 (far-field domain, FFD) 可以实现有限元法对远场模式分布的计算. 考虑到实验中掺铈铈酸锂微盘光的激光波长  $\lambda$  在 1530 nm 附近, 因此取该波长对应的铈酸锂折射率  $n_0 = 2.2118$ <sup>[48]</sup>. 蜡线形微盘轮廓表达式为

$$\rho = R(1 + \varepsilon \cos \theta), \quad (14)$$

其中,  $R$  由  $\lambda$  的实验值通过 (13) 式计算得到,  $x = 11.3582$  时,  $\lambda = 1530 \text{ nm}$ ,  $R = 2.7658 \mu\text{m}$ . 值得说明的是, 由于  $x$  是近似估计值, 并非由实际的特征频率计算得出, 且不同  $\varepsilon$  下的特征频率大小也会发生变化, 因此在实际实验与计算中, 当  $R$  为固定值, 为了产生  $\text{TE}_{20,1}$  模,  $\lambda$  应当为一变量, 且  $n_0$  的取值会随  $\lambda$  变化而不同. 在仿真过程中, 计算得到的  $\lambda$  变化区间内,  $n_0$  的大小在 2.21 附近, 因此将  $n_0$  设置为 2.2118 是合理的.

#### 3.3 Julia 编程绘制 PSOS 图像

Julia 是一个面向科学计算的高性能动态高级程序设计语言. `DynamicalBilliards.jl` 库可以模拟二维系统中任何一种粒子与障碍物之间的碰撞. 为了计算蜡线形微盘边界曲线方程, 我们对原库中部分函数进行重构: 重构 `normalvec` 函数计算碰撞内

边界法向量; 重构 distance 函数计算光子位置到微盘边界的最短距离; 重构 cellsize 函数获取微盘边界纵横坐标的最大值和最小值; 使用 Homotopy-Continuation 库新建 collision 函数, 将粒子的直线运动方程与蚘线形微盘的曲线方程联立得到非线性方程组, 计算下一次碰撞所需时间和碰撞位置的坐标; 重构  $\xi$  函数, 使碰撞返回对应的弧长函数变为碰撞返回时对应的方位角, 作为 PSOS 图像的横坐标; 重构 bdplot\_boundarymap\_remake 函数并修改 obstacle\_axis! 获得所需要的相图. 操作步骤中的前三项可以通过联立蚘线形微盘方程修改碰撞边界条件参数来实现. 在仿真中, 采用 200 个粒子碰撞 200 次模拟 200 条射线的 200 次反射, 然后得到 PSOS 图像.

### 3.4 仿真结果

#### 3.4.1 铯酸锂微盘中的远场辐射通量密度、光场模式及 PSOS 模拟

利用远场的玻印亭矢量的大小  $S(\varphi)$  来描述辐射通量密度:

$$S(\varphi) = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} |E(\varphi)|^2, \quad (15)$$

式中,  $\varepsilon_0$  为真空介电常数,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $E(\varphi)$  为光波的电场分量. 绘制  $S(\varphi)$  可以得到远场辐射通量密度的角分布图, 直观反映变形微盘的定向激励效果. 计算可知当  $\varepsilon > 0.45$ , PSOS 图中整个区域都成为混沌海区域, 因此取  $\varepsilon$  分别为 0, 0.04, 0.08, 0.12, 0.16, 0.20, 0.24, 0.28, 0.32, 0.36, 0.40, 0.45, 根据 (15) 式计算出最大远场辐射通量密度  $S(\varphi)_{\max}$  及对应定向角  $\varphi$  随  $\varepsilon$  的变化情况, 计算结果如表 1 所示.

在仿真模拟中, 选取  $\varepsilon$  值为 0, 0.16, 0.24, 0.28, 0.45, 绘制其  $\text{TE}_{20,1}$  模式分布图、远场辐射通量角分布图和 PSOS 图, 如图 4 所示. 对于 PSOS, 因为射线具有空间反演对称性, 所以绘制  $\sin \chi > 0$  部分的图像, 即可反映射线的整体空间分布. PSOS 图中的上方红线, 对应于  $\text{TE}_{20,1}$  模在圆形微盘内射线分布反射角  $\chi_0$  的估计值,  $\sin \chi_0 = \frac{m}{nk_0 R} = 0.7961$ , 下方红线则对应于全反射角  $\chi_c$  的正弦值,  $\sin \chi_c = \frac{1}{n_0} = 0.4521$  [29]. 由图 4(e) 可知,  $\varepsilon = 0.45$  时, PSOS 图中整个区域都成为混沌区, 因此选取

$\varepsilon$  在 0—0.40 范围内, 每间隔 0.04 取值, 同时考虑  $\varepsilon = 0.45$  的情况, 研究变形微腔中的谐振波长  $\lambda_\varepsilon$ 、微盘周长  $L_\varepsilon$ 、 $Q$  值、方向性  $D$  与变形因子  $\varepsilon$  之间的关系.

表 1 不同  $\varepsilon$  的最大远场辐射通量密度  $S(\varphi)_{\max}$  对应的定向角  $\varphi$

Table 1. $S(\varphi)_{\max}$ and $\varphi$ with different $\varepsilon$ .		
变形因子 $\varepsilon$	最大远场辐射通量密度 $S(\varphi)_{\max}/(\text{W}\cdot\text{m}^{-2})$	定向角 $\varphi/(\text{°})$
0	$6.06 \times 10^1$	17.98
0.04	$6.18 \times 10^1$	179.75
0.08	$8.20 \times 10^1$	180.25
0.12	$1.71 \times 10^2$	0
0.16	$6.06 \times 10^2$	0
0.20	$3.13 \times 10^3$	0
0.24	$1.93 \times 10^4$	0
0.28	$1.17 \times 10^5$	0.50
0.32	$6.24 \times 10^5$	0
0.36	$2.63 \times 10^6$	359.00
0.40	$8.30 \times 10^6$	0
0.45	$2.27 \times 10^7$	0

#### 3.4.2 变形微腔的微盘周长 $L_\varepsilon$ 、谐振波长 $\lambda_\varepsilon$ 与变形因子 $\varepsilon$ 间的关系

变形因子  $\varepsilon$  的变化直接影响微盘形状, 为了保持光场模式不变, 谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  会随  $\varepsilon$  的变化相应发生改变. 对于  $\text{TE}_{20,1}$  模式, 根据谐振频率可以计算出与  $\varepsilon$  对应的波长:

$$\lambda_\varepsilon = \frac{2\pi c}{\text{Re}(\omega)}, \quad (16)$$

其中,  $c$  为光速. 对 (14) 式进行积分, 可以得到微盘周长  $L_\varepsilon$ 、微盘谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  随变形因子  $\varepsilon$  增大而变化的情况, 如图 5(a), (b) 所示. 图 5(c) 中显示  $\lambda_\varepsilon$  与  $L_\varepsilon$  呈线性变化关系, 利用公式  $L_\varepsilon = k\lambda_\varepsilon + b$  拟合, 得到斜率  $k = 11.73$ ; 截距  $b = -0.5963$ .

#### 3.4.3 $Q$ 值与变形因子 $\varepsilon$ 间的关系

利用有限元法计算光波  $\text{TE}_{20,1}$  模式不同  $\varepsilon$  对应的特征频率, 代入 (11) 式计算得到相应的  $Q$  值. 图 6 为蚘线形微盘处在  $\text{TE}_{20,1}$  模式的  $Q$  值随变形因子  $\varepsilon$  的变化曲线.

#### 3.4.4 方向性 $D$ 与变形因子 $\varepsilon$ 间的关系

利用 COMSOL 计算出  $\text{TE}_{20,1}$  模式不同  $\varepsilon$  对应的远场模分布. 通过远场模的分布可以研究蚘线形微盘的定向激励问题 [2,46]. 在天线研究中,

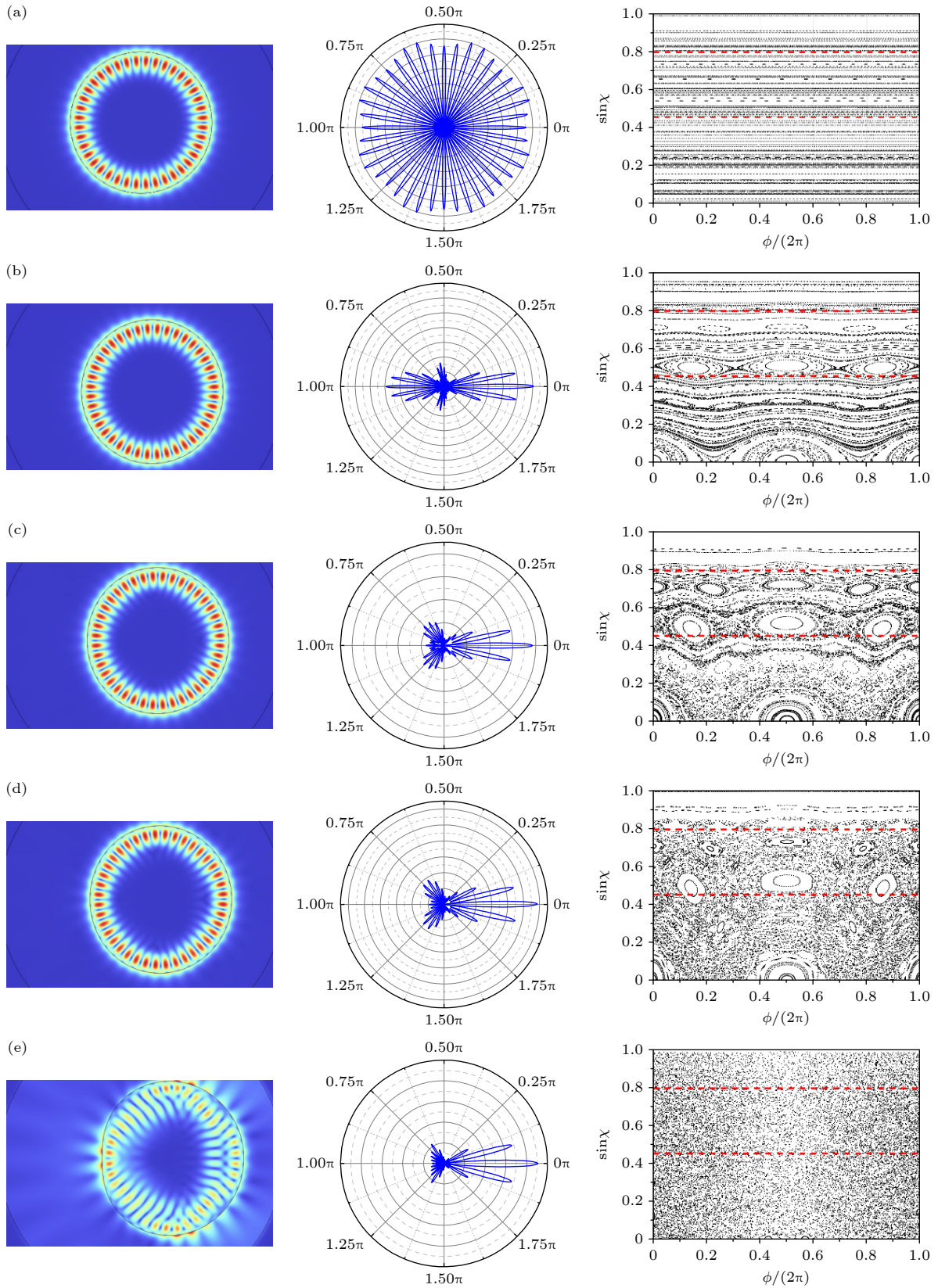


图4 变形因子  $\varepsilon$  取 (a) 0, (b) 0.16, (c) 0.24, (d) 0.28, (e) 0.45 时的  $TE_{20,1}$  模式分布图, 远场辐射通量  $S(\varphi)$  角分布图以及 PSOS  
 Fig. 4. The distribution diagram of  $TE_{20,1}$  mode, far-field radiation flux angle and PSOS with deformations  $\varepsilon$  of (a) 0, (b) 0.16, (c) 0.24, (d) 0.28, (e) 0.45.

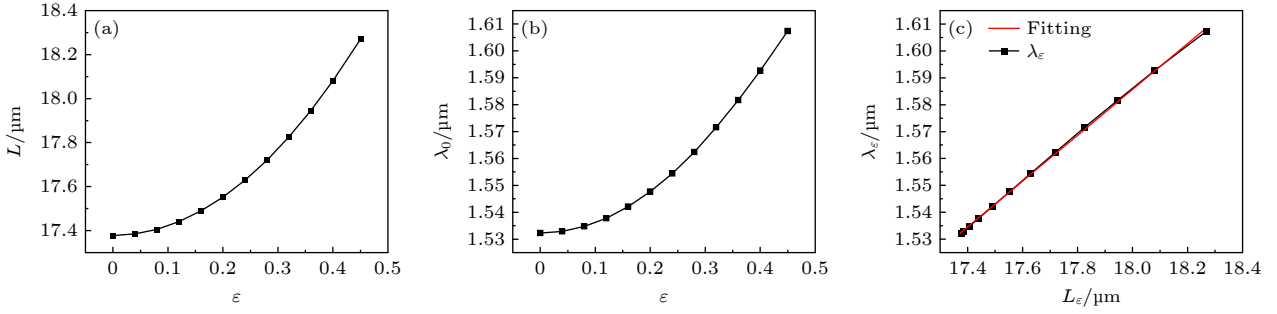


图5 TE<sub>20,1</sub>模式分布 (a) 微盘周长  $L_\varepsilon$  与变形因子  $\varepsilon$  间的关系; (b) 谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  与变形因子  $\varepsilon$  间的关系; (c) 谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  与微盘周长  $L_\varepsilon$  间存在线性变化关系

Fig. 5. Under the TE<sub>20,1</sub> mode: (a) resonant wavelength  $\lambda_\varepsilon$  variation with  $\varepsilon$ ; (b) microdisk's perimeter  $L_\varepsilon$  variation with  $\varepsilon$ ; (c) resonant wavelength  $\lambda_\varepsilon$  variation with perimeter  $L_\varepsilon$  and linear fitting.

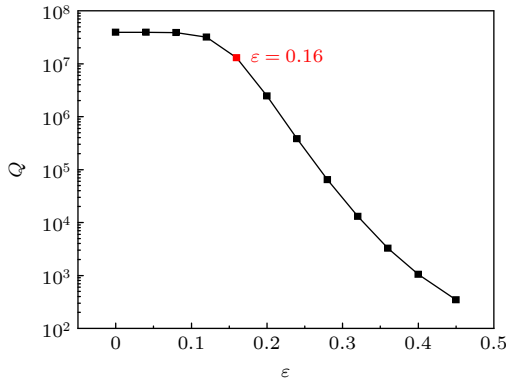


图6  $Q$  值与变形因子  $\varepsilon$  间的变化关系

Fig. 6.  $Q$  variation with  $\varepsilon$ .

采用远场辐射功率最大值与平均值之比来描述定向性  $D$ ,  $D$  越大说明辐射定向性越好, 可以借鉴该定义描述微盘的定向激励<sup>[46]</sup>:

$$D = \frac{2\pi |E(\varphi)_{\max}|^2}{\int_0^{2\pi} |E(\varphi)|^2 d\varphi}, \quad (17)$$

其中,  $E(\varphi)$  为  $\varphi$  角时远场模的大小. (17) 式中, 将  $2\pi$  划分成  $n$  等分时, 采用离散求和形式替代积分式, 由 (18) 式可以得到  $D$ :

$$D = \frac{2\pi |E(\varphi)_{\max}|^2}{\sum_{i=0}^n \left| E\left(\frac{2\pi i}{n}\right) \right|^2 \frac{2\pi}{n}} = \frac{|E(\varphi)_{\max}|^2}{|E(\varphi)_{\text{avg}}|^2}, \quad (18)$$

其中,  $|E(\varphi)_{\text{avg}}|^2$  为远场模平方的平均值. 本文中取划分数  $n = 721$ . 取  $\varepsilon$  间隔值为 0.01, 利用 (18) 式计算得到如图 7 所示的曲线, 揭示了定向性  $D$  随  $\varepsilon$  的变化关系.  $D$  随  $\varepsilon$  增大而增大, 但在  $\varepsilon = 0.16$  附近,  $D$  值出现拐点. 当  $0.16 < \varepsilon < 0.24$  时,  $D$  值逐渐减小, 取  $\varepsilon$  为 0.16, 0.18, 0.20, 0.22, 0.24, 模拟出如图 8 所示的全局远场辐射通量  $S(\varphi)$  角分布图.

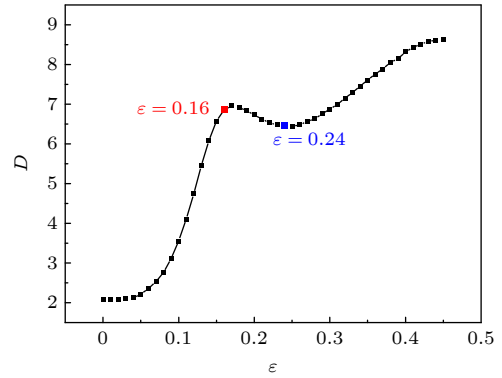


图7 方向性  $D$  与  $\varepsilon$  间的关系,  $\varepsilon$  间隔取为 0.01

Fig. 7. Directivity  $D$  variation with  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon$  increasing at intervals of 0.01.

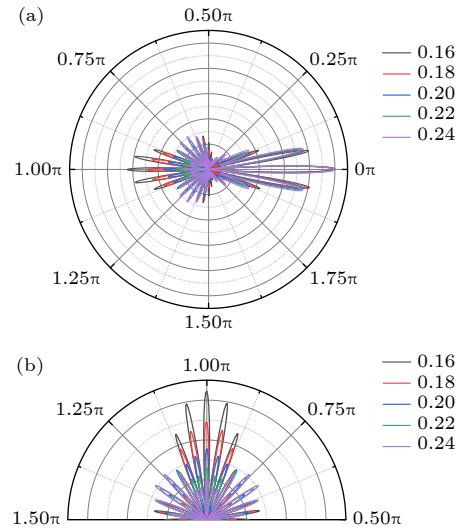


图8  $\varepsilon$  分别为 0.16, 0.18, 0.20, 0.22, 0.24 时, 以  $S(\varphi)_{\max}$  归一化的 (a) 全局远场辐射通量  $S(\varphi)$  角分布图, (b) 角度在  $90^\circ - 270^\circ$  之间的远场辐射通量  $S(\varphi)$  的角分布图

Fig. 8. (a) Global far-field radiation flux angular distribution diagram; (b) the angular distribution of far-field radiation flux at angles between  $90^\circ$  and  $270^\circ$ , with the deformation factor  $\varepsilon$  taken as 0.16, 0.18, 0.20, 0.22, 0.24, according to the normalization of  $S(\varphi)_{\max}$ .

## 4 讨论分析

### 4.1 微盘形变中的谐振频率变化

由 (14) 式可知, 蜡线形微腔的形状由变形因子  $\varepsilon$  决定, 为了保持模式分布为  $TE_{20,1}$ , 所对应的谐振波长 (频率) 会随  $\varepsilon$  的取值不同而变化<sup>[46]</sup>. 根据经典驻波近似条件, 圆形微盘赤道面上的模式方向角量子数  $m$ , 可以由下式计算得到<sup>[31]</sup>:

$$m \approx \frac{2\pi nR}{\lambda_0} = nk_0R, \quad (19)$$

其中,  $\lambda_0$  为真空中圆形腔内的波长. 计算  $m$  的近似值, 得到  $m \approx 25$ , 其值大于令 (4) 式趋近等于 0 时所得的  $m = 20$ . 两者间有区别是因为 (19) 式是在经典驻波近似条件下计算得到的. 在半经典和量子情况下, 对方向角量子数  $m$  近似值估计并不准确<sup>[29]</sup>, 但 (19) 式中等式可以推广到变形腔, 可写为

$$k_0R \approx \frac{L_\varepsilon}{\lambda_\varepsilon}. \quad (20)$$

图 4 显示谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  随  $L_\varepsilon$  的变化呈线性关系, (20) 式说明了当光波模式不变, 虽然微盘形状发生改变, 但是微盘内谐振波长  $\lambda_\varepsilon$  与微盘周长  $L_\varepsilon$  之比近似为一常数.

### 4.2 微盘形变中的模式分布、 $Q$ 值及方向性 $D$

图 4(a) 中,  $\varepsilon = 0$  对应于圆形微盘,  $Z$  切向掺铟酸锂薄膜微盘折射率分布呈现各向同性, 光波  $TE_{20,1}$  模式分布均匀, 属于典型的 WGM,  $Q$  值高达  $10^7$  以上, 远场辐射通量密度  $S(\varphi)$  分布均匀, 但  $D$  值小定向性差. 基于半经典理论的 PSOS 图, 对于圆形微盘不同角位置  $\varphi$  的射线, 反射角  $\chi$  相同,  $\sin \chi$  为一定值, 因此图中显示为一条直线, 全反射角以上区域 (即  $\sin \chi > \sin \chi_c$ ) 未出现混沌现象.

随着变形因子  $\varepsilon$  增大, 当  $\varepsilon = 0.16$  时, 如图 4(b) 中的远场辐射角分布图所示, 微腔的辐射呈现出一定的定向激射效果, 图 7 中曲线的红色部分显示在  $\varepsilon = 0.16$  附近, 方向性  $D$  出现极值,  $D$  并未随着  $\varepsilon$  的增大而单调递增, 反而在出现极大值后呈现下降趋势. 图 8(a) 中显示, 在  $0.16 \leq \varepsilon \leq 0.24$  之间, 归一化后的远场辐射通量密度在  $0 \leq \varphi \leq 90^\circ$  以及  $270^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$  几乎不变, 但在  $90^\circ \leq \varphi \leq 270^\circ$  之

间却变化明显 (如图 8(b) 所示),  $\varepsilon = 0.16$  时, 在  $\varphi = 0^\circ$  和  $180^\circ$  处都有较强的定向激射, 呈现双向激射; 随着  $\varepsilon$  值进一步增大, 在  $\varphi = 180^\circ$  附近的激射减弱, 在  $\varphi = 135^\circ, 225^\circ$  附近的激射增大, 使得  $90^\circ \leq \varphi \leq 270^\circ$  之间的激射总量增大, 从而导致  $D$  的降低, 激射效果从双向激射转变为单向激射. 在  $\varepsilon = 0.24$  附近,  $D$  对应于极小值,  $180^\circ$  方向上的辐射通量几乎消失, 之后随着  $\varepsilon$  值持续增大, 在  $\varphi = 0^\circ$  处的激射显著增强 (如表 1 中所示), 方向性增强的同时表现出单向激射. 图 6 显示了  $Q$  值随  $\varepsilon$  值增大而变化的情况,  $\varepsilon < 0.16$  时,  $Q$  值稳定在  $10^7$  量级;  $\varepsilon > 0.16$  时  $Q$  开始呈现指数式下降; 当  $\varepsilon = 0.45$  时  $Q$  值低于  $10^3$ .

从图 4 不同  $\varepsilon$  所对应的 PSOS 图可以看出,  $\varepsilon = 0.16$  时 (如图 4(b) 所示), 全反射角  $\chi_c$  以上无混沌区域, 但是  $\sin \chi_c$  与  $\sin \chi_0$  所对应的两条 KAM 曲线已经受到扰动产生变形. 当  $\varepsilon = 0.24$  时 (如图 4(c) 所示),  $\sin \chi_c$  已经逼近最低一条 KAM, KAM 附近的区域出现混沌海区域, 而  $\sin \chi_0$  附近的 KAM 波动更加剧烈, 其对应的  $Q$  值降低至 382618. 当  $\varepsilon = 0.28$  时 (如图 4(d) 所示), PSOS 图中的混沌海区域几乎弥漫了整个区域,  $\sin \chi_0$  与  $\sin \chi_c$  (红色虚线) 全部位于混沌海区域内, 光射线经过一段时间碰撞无法满足全反射条件而射出微盘, 导致了微盘内光子寿命  $\tau$  减小,  $Q$  值降低, 此时微盘的  $Q$  值仅为 64579, 远小于  $10^7$  量级. 当  $0.24 \leq \varepsilon \leq 0.28$  时, 微盘的  $Q$  值和相应 PSOS 图变化较大.  $\varepsilon = 0.45$  时 (图 4(e) 所示), PSOS 图中整个区域都成为混沌海, 仅在  $\sin \chi \approx 1$  附近存在规则模式, 射线很容易从微盘中射出, 光子寿命小,  $Q$  值进一步降低至 346.61, 但激射的方向性和单向性最好. 与 WGM 不同的是, 射线处于混沌状态时, 射线不仅存在于微盘边缘区域, 微盘的内部区域也存在大量射线, 相应模式分布从仅在边缘分布扩展至微盘的内部.

对于变形微盘, 要达到与圆形微盘相同的模式, 需要增大腔内谐振波长. 高阶模式对应的  $nk_0R$  值较大, 且由形变引起的谐振波长偏移量更大, 此时应考虑  $n$  值的变化, 其解会随之发生相应改变.

## 5 结论

本文研究了薄膜微盘的定向激射性质, 以  $Z$  切向掺铟酸锂薄膜为例, 利用 COMSOL 软件的

波动光学模块, 仿真模拟了蜡线形微盘的  $TE_{20,1}$  模式强度分布、品质因子  $Q$ 、远场辐射通量密度  $S(\varphi)$ 、方向性  $D$  与变形因子  $\varepsilon$  的关系; 基于经典散射理论, 通过优化 Julia 中 DynamicalBilliards.jl 库, 模拟了不同变形因子  $\varepsilon$  对应的 PSOS 图. 根据理论模拟结果可知: 在保证薄膜微盘  $Q$  值较高的情况下, 为了获取更好的定向激射及单向性, 将蜡线形微盘变形因子设置在  $0.24 \leq \varepsilon \leq 0.4$ , 此时  $Q$  值可以达到  $10^3$ — $10^5$ , 方向性  $D$  高达 6.45—8.32. 该理论结果将为薄膜变形微腔的实验研究提供一定理论参考.

## 参考文献

- [1] Baaske M D, Foreman M R, Vollmer F 2014 *Nat. Nanotechnol.* **9** 933
- [2] Kippenberg T J, Holzwarth R, Diddams S A 2011 *Science* **332** 555
- [3] Kippenberg T J, Vahala K J 2008 *Science* **321** 1172
- [4] Michael C P, Srinivasan K, Johnson T J, Painter O, Lee K H, Hennessy K, Kim H, Hu E 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 051108
- [5] Redding B, Ge L, Song Q H, Wiersig J, Solomon G S, Cao H 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 253902
- [6] Fang W, Cao H, Solomon G S 2007 *Appl. Phys. Lett.* **90** 081108
- [7] Unterhinninghofen J, Wiersig J, Hentschel M 2008 *Phys. Rev. E* **78** 016201
- [8] Michler P, Kiraz A, Becher C, Schoenfeld W V, Petroff P M, Zhang L, Hu E, Imamoglu A 2000 *Science* **290** 2282
- [9] Jiang X F, Zou C L, Wang L, Gong Q H, Xiao Y F 2016 *Laser Photonics Rev.* **10** 40
- [10] Chern G D, Tureci H E, Stone A D, Chang R K, Kneissl M, Johnson N M 2003 *Appl. Phys. Lett.* **83** 1710
- [11] Kurdoglyan M S, Lee S Y, Rim S, Kim C M 2004 *Opt. Lett.* **29** 2758
- [12] Baryshnikov Y, Heider P, Parz W, Zharnitsky V 2004 *Phys. Rev. Lett.* **93** 133902
- [13] Gao J, Heider P, Chen C J, Yang X D, Husko C A, Wong C W 2007 *Appl. Phys. Lett.* **91** 181101
- [14] Wiersig J, Hentschel M 2006 *Phys. Rev. A* **73** 031802
- [15] Fang W, Yamilov A, Cao H 2005 *Phys. Rev. A* **72** 023815
- [16] Lee S Y, Kurdoglyan M S, Rim S, Kim C M 2004 *Phys. Rev. A* **70** 023809
- [17] Lebental M, Lauret J S, Hierle R, Zyss J 2006 *Appl. Phys. Lett.* **88** 031108
- [18] Wiersig J, Hentschel M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 033901
- [19] Yi C H, Kim M W, Kim C M 2009 *Appl. Phys. Lett.* **95** 141107
- [20] Song Q H, Fang W, Liu B Y, Ho S T, Solomon G S, Cao H 2009 *Phys. Rev. A* **80** 041807
- [21] Kim K, Bittner S, Jin Y H, Zeng Y Q, Wang Q J, Cao H 2023 *Opt. Lett.* **48** 574
- [22] Yan C L, Shi J W, Li P, Li H, Zhang J J 2014 *Opt. Laser Technol.* **56** 285
- [23] Fang Z W, Haque S, Farajollahi S, Luo H P, Lin J, Wu R B, Zhang J H, Wang Z, Wang M, Cheng Y, Lu T 2020 *Phys. Rev. Lett.* **125** 173901
- [24] Lin J T, Farajollahi S, Fang Z W, Yao N, Gao R H, Guan J L, Deng L, Lu T, Wang M, Zhang H S, Fang W, Qiao L L, Cheng Y 2022 *Adv. Photonics* **4** 036001
- [25] Foreman M R, Vollmer F 2013 *New J. Phys.* **15** 083006
- [26] Swaim J D, Knittel J, Bowen W P 2011 *Appl. Phys. Lett.* **99** 243109
- [27] Lee J, Rim S, Cho J, Kim C M 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 064101
- [28] Farajollahi S, Fang Z W, Lin J T, Honari S, Cheng Y, Lu T 2023 *Phys. Rev. A* **108** 033520
- [29] Cao H, Wiersig J 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 61
- [30] Ryu J W, Rim S, Park Y J, Kim C M, Lee S Y 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 3531
- [31] Zou C L, Dong C H, Cui J M, Sun F W, Yang Y, Wu X W, Han Z F, Guo G C 2012 *Sci. Sin. Phys. Mech. Astron.* **42** 1155 (in Chinese) [邹长铃, 董春华, 崔金明, 孙方稳, 杨勇, 吴晓伟, 韩正甫, 郭光灿 2012 *中国科学: 物理学 力学 天文学* **42** 1155]
- [32] Qi J W, Yan C L, Diehl L, Hentschel M, Wiersig J, Yu N F, Pflügl C, Belkin M A, Edamura T, Yamanishi M, Kan H, Capasso F 2009 *New J. Phys.* **11** 125018
- [33] Li J C, Huang Y T, Hao Y Z, Yang Y D, Xiao J L 2022 *Single-mode Lasing Deformed Square Microcavity Lasers* (USA: SPIE) p125011I
- [34] Wu R, Zhang J, Yao N, Fang W, Qiao L, Chai Z, Lin J, Cheng Y 2018 *Opt. Lett.* **43** 4116
- [35] Ilchenko V S, Savchenkov A A, Matsko A B, Maleki L 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 043903
- [36] Pan Y, Lin G, Diallo S, Zhang X, Chembo Y K 2017 *IEEE Photonics J.* **9** 1
- [37] Wang L, Wang C, Wang J, Bo F, Zhang M, Gong Q, Loncar M, Xiao Y F 2018 *Opt. Lett.* **43** 2917
- [38] Gao A, Yang C, Chen L K, Zhang R, Luo Q, Wang W, Cao Q T, Hao Z Z, Bo F, Zhang G Q, Xu J J 2022 *Photonics Res.* **10** 401
- [39] Zhu D, Shao L B, Yu M J, Cheng R, Desiatov B, Xin C J, Hu Y W, Holzgrafe J, Ghosh S, Shams-Ansari A, Puma E, Sinclair N, Reimer C, Zhang M, Lončar M 2021 *Adv. Opt. Photonics* **13** 242
- [40] Gopalan V, Dierolf V, Scrymgeour D A 2007 *Annu. Rev. Mater. Res.* **37** 449
- [41] Sanna S, Schmidt W G 2010 *Phys. Rev. B* **81** 214116
- [42] Xiao Y F, Zou C L, Li Y, Dong C H, Han Z F, Gong Q H 2010 *Front. Optoelectron.* **3** 109
- [43] Yang Q F, Jiang X F, Cui Y L, Shao L B, Xiao Y F 2013 *Phys. Rev. A* **88** 023810
- [44] Jiang X F, Shao L B, Zhang S X, Yi X, Wiersig J, Wang L, Gong Q H, Loncar M, Yang L, Xiao Y F 2017 *Science* **358** 344
- [45] Xiao Y F, Jiang X F, Yang Q F, Wang L, Shi K B, Li Y, Gong Q H 2013 *Laser Photonics Rev.* **7** L51
- [46] Boriskina S V, Benson T M, Sewell P, Nosich A I 2006 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **12** 52
- [47] Boriskina S V, Sewell P, Benson T M, Nosich A I 2004 *J. Opt. Soc. Am. A* **21** 393
- [48] Zelmon D E, Small D L, Jundt D 1997 *J. Opt. Soc. Am. B* **14** 3319

# Directional emission properties of thin film microdisk\*

Xu Yu-Xuan Yao Tai-Yu Deng Li<sup>†</sup> Chen Shi-Mei

Xu Chen-Yao Tang Wen-Xuan

*(School of Physics and Electronic Science, East China Normal University, Shanghai 200241, China)*

( Received 5 November 2023; revised manuscript received 22 January 2024 )

## Abstract

Based on the directional emission effect of semiconductor deformed microcavities, the fabrication of deformed microcavities in isotropic thin films will provide a new solution for multifunctional and highly integrated photonic active chips. Because the Limacon shaped microcavity has become one of the important configurations of single-mode, low threshold on-chip lasers, the directional emission properties of microdisks fabricated in thin film are investigated. Taking the  $TE_{20,1}$  mode existing in the Z-cut lithium niobate thin film microdisk for example, according to two-dimensional wave optics theory, the mode distribution, quality factor  $Q$ , and directional emission factor  $D$  of microdisk variations with deformation factor  $\varepsilon$  are respectively analyzed through using the wave optics module of COMSOL. Adopting classical scattering theory, Poincaré surfaces of sections under different deformation factors are simulated by optimizing the Dynamical Billiards.jl library in Julia. In the simulation realized by Julia, 200 particle collisions are used 200 times to simulate 200 reflections of rays and finally PSOS images are obtained. Simulation results reveal that when the azimuthal quantum number of the light wave mode remains unchanged, although the shape of the microdisk varies, the ratio of the resonant wavelength inside the microdisk to the circumference of the microdisk is approximately a constant, which can predict the microdisk size and resonant wavelength estimation of microcavities. The corresponding PSOS shows that when  $\varepsilon > 0.45$ , the entire region is covered by chaotic sea area, therefore  $\varepsilon$  values of 0, 0.16, 0.24, 0.28, 0.45 are selected to simulate the  $TE_{20,1}$  mode distribution, far-field radiation flux angle distribution, and PSOS. Theoretical simulation results show that when the deformation factor is greater than 0.24, the microdisk has good unidirectional lasing property, with a  $Q$  factor greater than  $10^5$ . When the deformation factor is greater than 0.4, the PSOS is almost occupied by the chaotic sea area, with a  $Q$  factor below  $10^3$ . Therefore, when the deformation factor of the limaçon microdisk in the thin film can be chosen between 0.24 and 0.4, under which circumstance the microdisk not only carries high quality factor (about  $10^3$ – $10^5$ ), but also forms high laser directionality (about 6.45–8.32). The theoretical simulation results will provide a certain theoretical reference for conducting the experimental research of thin film deformation microcavities.

**Keywords:** limaçon microdisk, mode distribution,  $Q$  factor, directional emission**PACS:** 42.15.-i, 42.25.-p, 42.60.Da, 42.55.Sa**DOI:** 10.7498/aps.73.20231754

---

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 12174113).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [ldeng@phy.ecnu.edu.cn](mailto:ldeng@phy.ecnu.edu.cn)



## 薄膜微盘激射性质

徐宇轩 姚泰宇 邓莉 陈诗枚 徐辰尧 唐文轩

### Directional emission properties of thin film microdisk

Xu Yu-Xuan Yao Tai-Yu Deng Li Chen Shi-Mei Xu Chen-Yao Tang Wen-Xuan

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 084201 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20231754

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20231754>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

#### 热压法制备的碲酸盐玻璃微盘

Fabrication of tellurite glass microdisks with thermal pressing method

物理学报. 2019, 68(24): 244203 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20191051>

#### 银纳米粒子阵列中衍射诱导高品质因子的四偶极晶格等离子体模式

Quadrupolar lattice plasmon modes induced by diffraction of high-quality factors in silver nanoparticle arrays

物理学报. 2022, 71(4): 047802 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20211629>

#### 电介质微球和金属平面纳米层增强荧光远场定向发射

Far-field directional emission of fluorescence enhanced by dielectric microsphere and metallic planar nanolayers

物理学报. 2022, 71(17): 176801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20220605>

#### 一种通过约瑟夫森结非线性频率响应确定微波耗散的方法

A method of determining microwave dissipation of Josephson junctions with non-linear frequency response

物理学报. 2019, 68(11): 118501 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190167>

#### Au(111)薄膜表面等离激元和热载流子输运性质的理论研究

Theoretical study on surface plasmon and hot carrier transport properties of Au(111) films

物理学报. 2022, 71(22): 227801 <https://doi.org/10.7498/aps.71.20221166>

#### 渔网超结构的等离激元模式及其对薄膜电池的陷光调控

Plasmon modes of fishnet metastructure and its trapping and control of light for thin film solar cells

物理学报. 2021, 70(21): 218801 <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210693>