

分数阶衍射蜂窝晶格中带隙涡旋孤子的传输与控制*

王娟芬[†] 韦鑫 刘帅 杨玲珍 薛萍萍 樊林林

(太原理工大学电子信息与光学工程学院, 太原 030600)

(2023年12月22日收到; 2024年2月7日收到修改稿)

基于分数阶非线性薛定谔方程, 研究分数阶衍射效应下蜂窝晶格中带隙涡旋光孤子的存在性与传输特性. 首先采用平面波展开法得到蜂窝晶格能带结构, 其次在带隙结构中分别采用改进的平方算子迭代法、分步傅里叶法和傅里叶配置法研究含有蜂窝晶格势的分数阶非线性薛定谔方程中带隙涡旋孤子的模式及其传输特性. 研究发现带隙涡旋孤子的传输特性受 Lévy 指数和传播常数的影响. 在稳定区间, 带隙涡旋孤子可以稳定传输, 而在非稳定区间, 带隙涡旋孤子会随着传输距离的增加而逐渐汇聚, 失去环状结构演变为基孤子. 且 Lévy 指数越大, 带隙涡旋孤子能够稳定传输的距离越长, 功率越低. 此外, 相邻晶格同相位两个带隙涡旋孤子与旁瓣能量相叠加, 反相位两带隙涡旋孤子与旁瓣能量相抵消, 传输过程中逐渐失去环状结构, 演化为类偶极子模式, 且受方位角调制影响而周期性旋转. 在非相邻晶格处两带隙涡旋孤子, 由于旁瓣影响较小, 带隙涡旋孤子在传输过程中能较好地保持环状结构.

关键词: 分数阶薛定谔方程, 蜂窝晶格, 带隙涡旋孤子, 相互作用

PACS: 42.65.-k, 05.45.Yv, 42.81.Dp, 63.90.+t

DOI: 10.7498/aps.73.20232005

1 引言

空间光孤子作为孤子的一个分支, 由于其在全光控制、光开关、光路由和光逻辑门等方面的应用^[1-4], 近年来在实验和理论上都得到了快速的发展. 孤子的传输动力学可以用非线性薛定谔方程 (nonlinear Schrödinger equation, NLSE) 来描述. 近年来, Laskin^[5,6] 在量子力学中推导出了分数阶薛定谔方程 (fractional Schrödinger equation, FSE), 该方程对于理解分数阶效应中的物理现象至关重要^[7-10]. 随后, Stickler^[11] 引入一维 Lévy 晶体, 提出可能在凝聚态环境中实验实现空间分数量子力学. 2015年, Longhi^[12] 首次将 FSE 引入光学, 提出了基于非球面光学腔的 FSE 实现方案. 自此, 光束在 FSE

中传播动力学引起了广泛的关注. Zhang 等研究了高斯光束的无衍射传播^[13], 以及在谐波势^[14] 和周期性宇称-时间 (parity-time, PT) 对称势中光束的传播动力学^[15]. 最近, Liu 等^[16] 采用可编程全息图, 实现了时域脉冲在光学 FSE 中的实验观察. 同时, 非线性分数阶薛定谔方程 (nonlinear fractional Schrödinger equation, NLFSE) 中的光束传播也受到了广泛的关注, 例如超高斯光束^[17]、艾里-高斯涡旋光束^[18] 和两个艾里光束^[19] 在 NLFSE 中的反常相互作用. 此外, 还发现了 NLFSE 中的各种孤子动力学^[20-29], 其中涡旋孤子因其具有螺旋相位和携带角动量的特性成为研究的热点, 但涡旋孤子会在空间域传输过程中因不稳定性而分裂为基孤子^[30]. 已有研究表明, 在非线性相互竞争的材料^[26]、方形光晶格 (周期势)^[28]、PT 对称复光晶格^[31] 中, 涡旋

* 国家自然科学基金 (批准号: 61675144, 61975141) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: wangjuanfen@126.com

孤子的不稳定性可以消除.

近年来, 周期性结构, 例如光学领域的光子晶体和晶格, 已被广泛应用于控制和操作各类光波和物质波, 周期性结构将禁带与介质的非线性相结合, 使得在非线性条件下, 能带带隙内可以生成带隙孤子^[32]. 最近, 在含有光学晶格的非线性分数阶衍射系统中, 各种局域带隙模的形成和稳定性受到广泛的关注^[33,34]. 在具有 NLFSE 的系统中, Huang 和 Dong^[20] 首次报道了一维光子晶格中带隙孤子的存在性. Zeng 等^[35] 在具有周期调制线性势的三次五次 NLFSE 中发现一维带隙孤子. 随后, Zeng 等^[26] 研究了在二维方形晶格带隙中, 孤子簇以及涡旋孤子稳定性, Yao 和 Liu^[28] 报道了在方形晶格带隙中, 涡旋孤子在晶格中位置变化对孤子稳定性的影响, 以及 PT 对称晶格中的带隙孤子^[36,37]. 蜂窝晶格被称为光学中石墨烯, 其结构为蜂窝状, 可以操纵光的传播, 例如锥形衍射^[38,39]、克莱因隧穿^[40] 等现象. 相较于由两束光干涉产生的方形晶格^[28], 由三束光干涉形成的蜂窝晶格具有更复杂的折射率特性, 因此蜂窝晶格中光孤子的存在性及稳定性更难实现.

本文主要基于二维分数阶非线性薛定谔方程, 研究蜂窝晶格中带隙涡旋孤子的存在性与传输特性. 研究发现, Lévy 指数与传播常数会影响带隙涡旋孤子的传输特性, 并且通过功率谱图可得带隙涡旋孤子在蜂窝晶格中的稳定传输区间; 当多个带隙涡旋孤子同时在蜂窝晶格中传输时, 孤子之间的相互作用受方位角调制效应的影响使其在传输过程中以一定角速度旋转, 相位信息与孤子数量同样也会影响带隙涡旋孤子的相互作用.

2 理论模型

光束在分数阶非线性介质中传输可用下列归一化方程来描述^[31,38]:

$$i\frac{\partial U}{\partial z} - \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} U + V(x, y)U + \sigma|U|^2U = 0, \quad (1)$$

式中, U 和 z 分别为归一化光场包络和传输距离; $-\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}}$ 是分数阶衍射效应的分数阶拉普拉斯式; α 为 Lévy 指数 ($1 < \alpha \leq 2$), 当 $\alpha = 2$ 时, (1) 式变为标准非线性薛定谔方程; σ 为非线性系数, $\sigma = \pm 1$ 代表自聚焦非线性 (+) 与自散焦非

线性 (-); $V(x, y)$ 代表晶格势, 这里考虑蜂窝晶格, 该晶格通常是由三个平面波相互作用产生, 其数学表达式为^[41]

$$V(r) = V_0 |e^{ik_0 b_1 \cdot r} + e^{ik_0 b_2 \cdot r} + e^{ik_0 b_3 \cdot r}|^2, \quad (2)$$

其中 V_0 表示蜂窝晶格势的振幅 (势深), $b_1 = (0, 1)$, $b_2 = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right)$, $b_3 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right)$, k_0 表示晶格势晶胞大小, 这里取 $k_0 = 1$, $r = (x, y)$.

(1) 式中孤子定态解的形式写为 $U(x, y, z) = u(x, y)e^{i\mu z}$, $u(x, y)$ 为一个振幅函数, μ 为传播常数. 将其代入 (1) 式, 推导出关于 $u(x, y)$ 的线性特征值方程:

$$-\mu u - \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} u + V(x, y)u + \sigma|u|^2u = 0. \quad (3)$$

为了采用平面波展开法^[42] 研究 (3) 式中的衍射关系与带隙结构, 将 $u(x, y)$ 表示为

$$u(x, y) = e^{ik_x x + ik_y y} \omega(x, y), \quad (4)$$

其中 k_x, k_y 是第一布里渊区的波数; $\omega(x, y)$ 是一个实函数. 在不考虑非线性的情况下, 将 (4) 式代入 (3) 式, 通过求解特征值问题得到带隙结构.

图 1(a) 为晶格深度 $V_0 = 1$ 时蜂窝晶格的二维图像, 其中白色虚线部分为单个晶格形状, 图 1(b) 为在此晶格深度下带隙随 Lévy 指数 α 变化的曲线图, 其中灰色部分为能带, 灰色部分之间的白色区域为带隙, 从下往上分别为半无限带隙、第一带隙、第二带隙, 依次类推. 为了研究带隙涡旋孤子的传输稳定性, 分别在第一带隙中取两点, $A_1(1.47, 1.65)$, $A_2(1.75, 1.65)$, 在第二带隙中取三点, $B_1(1.47, 1.76)$, $B_2(1.6, 1.76)$, $B_3(1.75, 1.76)$.

本文选取初始输入为环形涡旋光束^[43], 其数学表达式为

$$u(r, \theta, z = 0) = A r^l e^{-(r/r_0)^2 + il\theta}, \quad (5)$$

其中 A 为涡旋光束的振幅, r_0 为涡旋光束光斑大小, $\exp(il\theta)$ 为螺旋相位因子, l 为光束所带的拓扑荷数. 输入涡旋光束的强度及相位分布如图 2 所示, 涡旋光束的光强呈现环状分布, 在中心点光强为 0, 且相位分布呈现围绕中心点梯度变化. 下面考虑在自散焦介质中, 即 $\sigma = -1$, 通过改进的平方算子迭代法 (the modified squared-operator method, MSOM)^[42] 对 (3) 式进行数值求解可以得到相应的带隙涡旋孤子解.

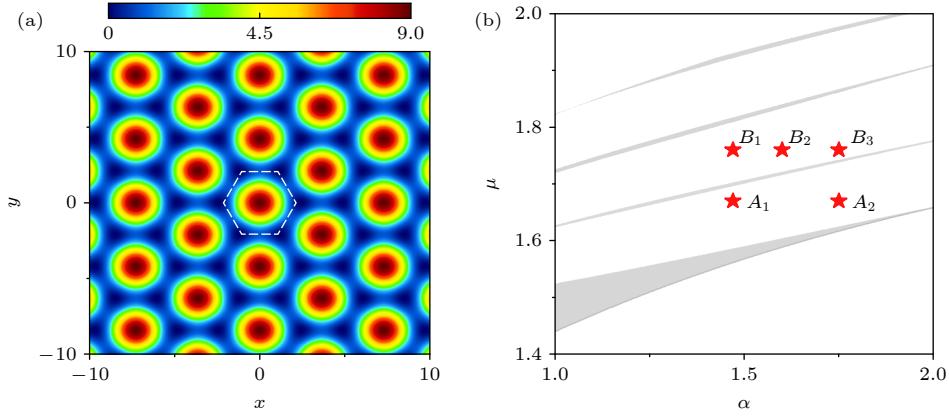


图 1 (a) 蜂窝晶格结构; (b) 蜂窝晶格所对应的能带结构. 其中势深 $V_0 = 1$, $A_1(1.47, 1.65)$, $A_2(1.75, 1.65)$, $B_1(1.47, 1.76)$, $B_2(1.6, 1.76)$, $B_3(1.75, 1.76)$

Fig. 1. (a) Honeycomb lattice shape; (b) the corresponding band-gap structure. The potential depth is $V_0 = 1$, $A_1(1.47, 1.65)$, $A_2(1.75, 1.65)$, $B_1(1.47, 1.76)$, $B_2(1.6, 1.76)$, $B_3(1.75, 1.76)$.

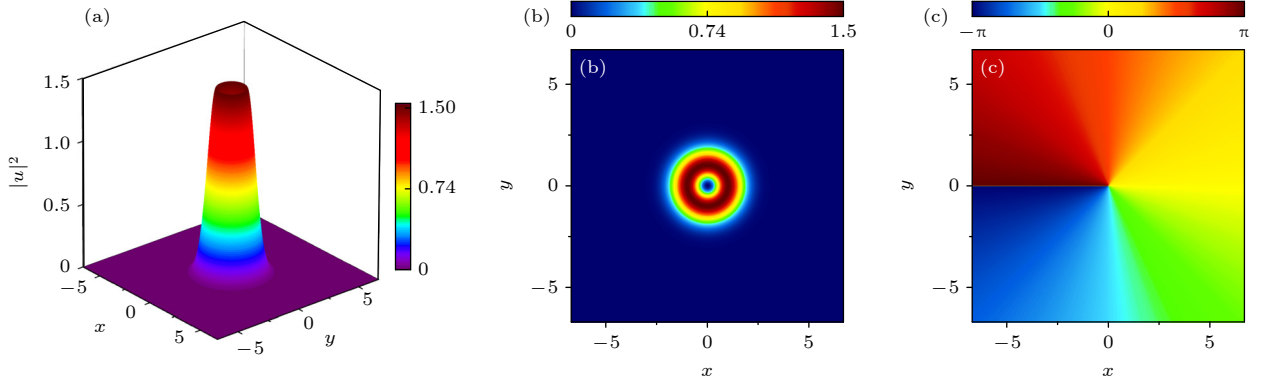


图 2 初始输入涡旋光束的强度三维分布图 (a) 和俯视图 (b), 以及相位分布图 (c). 这里取参数 $A = 2$, $r_0 = \sqrt{2}$, $l = 1$

Fig. 2. The 3D intensity distribution of initial input vortex beam (a) and corresponding top view (b), and phase distribution (c). The parameters are $A = 2$, $r_0 = \sqrt{2}$, $l = 1$.

为了研究 NLFSE 系统中孤子的线性稳定性, 证明带隙涡旋孤子传输的鲁棒性, 可以采用傅里叶配置法^[42]. 考虑将稳态解加上小扰动, 其形式为 $U = [u(x, y) + p(x, y)e^{\lambda z} + q^*(x, y)e^{\lambda^* z}]e^{i\mu z}$, 这里 $u(x, y)$ 为未扰动场振幅, $p(x, y)$ 和 $q^*(x, y)$ 为特征值 λ 处的小扰动, 将这种小扰动导入 (1) 式, 就可以得到下列特征值问题:

$$i\lambda p = \left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} p + [\mu - V(x, y)]p - \sigma u(2u^*p + uq), \quad (6)$$

$$i\lambda q = -\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^{\frac{\alpha}{2}} q - [\mu - V(x, y)]q + \sigma u^*(2uq + u^*p). \quad (7)$$

当上述特征值所有实部 $\text{Re}(\lambda)$ 为 0 时, 孤子是稳定的. 当实部 $\text{Re}(\lambda) \neq 0$ 时, 孤子存在扰动, 孤子

不稳定, 且实部 $\text{Re}(\lambda)$ 越大, 扰动增长速率就越大. 下面将采用数值的方法分析带隙涡旋孤子的存在性与传输特性.

3 数值结果

在第一带隙中, 当 $\mu = 1.65$, $\alpha = 1.75$ 时, 即图 1(b) 中的 A_2 点, 由 MSOM 算出方程 (3) 中的带隙涡旋孤子解, 并通过分步傅里叶方法模拟其传输演化, 傅里叶配置法计算线性稳定性, 其结果如图 3 所示.

图 3(a) 和图 3(b) 为带隙涡旋孤子解及其相位分布, 可以看出带隙涡旋孤子的光斑在晶格中心呈环状分布, 且在低折射率相对应的方向上有微弱的衍射光波. 带隙涡旋孤子的相位在晶格影响下, 在晶格边缘出现如同花瓣一样的周期调制. 图 3(c)

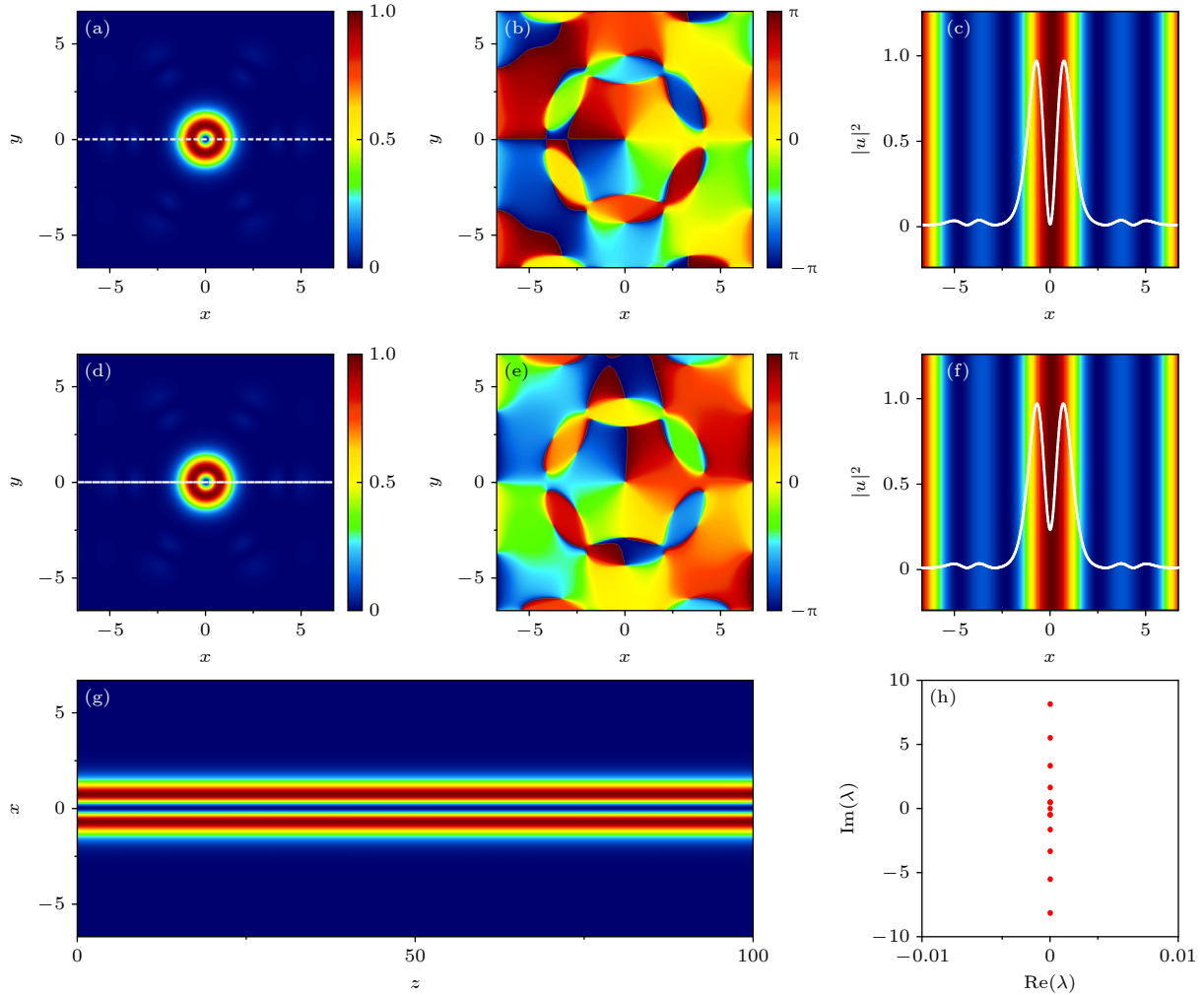


图 3 当 $\alpha = 1.75$ 时, 第一带隙中带隙涡旋孤子解及稳定性分析 (a)–(c) 带隙涡旋孤子解; (d)–(f) 在 $z = 100$ 处输出带隙涡旋孤子; (g) 带隙涡旋孤子在蜂窝晶格 x 方向剖面中的传输演化图; (h) 线性稳定谱图. 其他参数同图 2

Fig. 3. Gap vortex solitons and their stability in the first gap when $\alpha = 1.75$: (a)–(c) The gap vortex soliton solution; (d)–(f) the output gap vortex solitons at $z = 100$; (g) the transmission evolution of gap vortex soliton in the x -direction of honeycomb lattice; (h) the corresponding stable spectrum. The other parameters are the same as in Figure 2.

给出当 $y = 0$ 时的曲线分布图, 该曲线呈双峰结构, 由于衍射效应, 出现旁瓣, 且旁瓣峰值远低于主瓣. 图 3(d)–(f) 为该带隙涡旋孤子传输 100 个单位距离后的输出图像, 与图 3(a)–(c) 相比可知, 除相位略有一些变化外, 输出与输入结果相一致. 图 3(g) 为带隙涡旋孤子当 $y = 0$ (图 3(a) 和图 3(d) 白色虚线处), 沿 x 方向的剖面传输演化图像, 带隙涡旋孤子可以在 100 个单位距离稳定传输. 图 3(h) 给出通过傅里叶配置法得到的相应线性稳定谱, 可以看出 $\text{Re}(\lambda) = 0$, 说明该孤子在 100 个距离之内具有传输鲁棒性.

而在第一带隙中, 当取 $\mu = 1.65$, $\alpha = 1.47$ 时, 即图 1(b) 中的 A_1 点, 由 MSOM 算出方程 (3) 的带隙涡旋孤子解及其传输特性, 如图 4 所示. 图 4(a)

和图 4(b) 为蜂窝晶格中带隙涡旋孤子解及其相位分布, 可知带隙涡旋孤子的光斑在晶格中心呈环状分布, 而在晶格边缘有微弱的衍射光波呈辐射状分布. 带隙涡旋孤子的相位在晶格影响下, 在晶格边缘处相位出现如同花瓣一样的周期调制, 沿晶格位置出现阶跃变化, 不同于图 3(b). 图 4(c) 给出当 $y = 0$ 时的曲线分布图, 该曲线同样呈双峰结构, 两边出现旁瓣, 且旁瓣峰值远低于主瓣. 图 4(d)–(f) 为该带隙涡旋孤子传输 100 个单位距离后的输出图像, 与图 4(a)–(c) 相比可知, 带隙涡旋孤子失去环状结构, 能量集中到晶格中心点处, 演变成峰值较高的基态孤子, 且相位变得杂乱无章, 在 $y = 0$ 处的曲线出现单峰结构, 旁瓣依然存在. 图 4(g) 给出带隙涡旋孤子当 $y = 0$ 时 (图 4(a) 和图 4(d) 白色

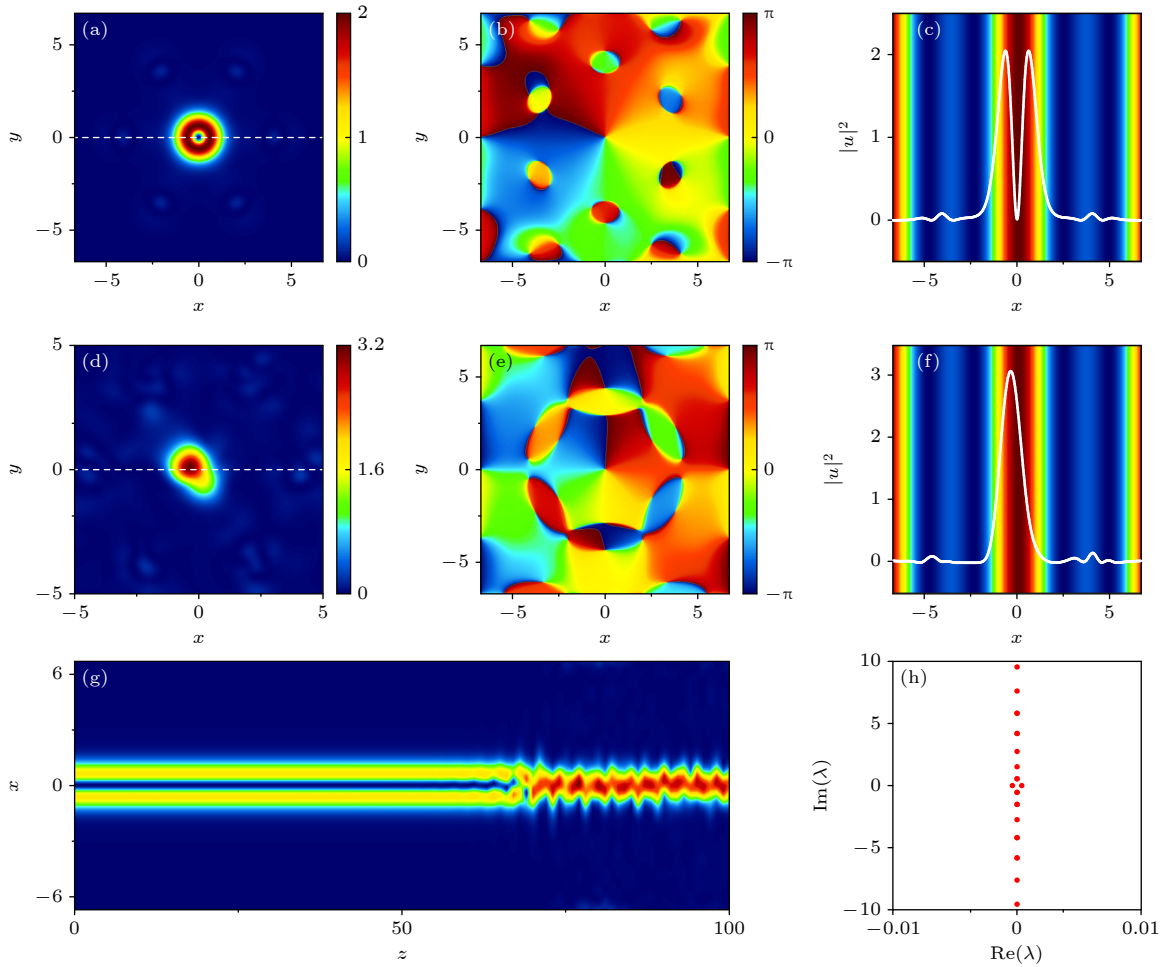


图 4 当 $\alpha = 1.47$ 时, 第一带隙中带隙涡旋孤子及稳定性分析 (a)–(c) 带隙涡旋孤子解; (d)–(f) 在 $z = 100$ 处输出带隙涡旋孤子; (g) 带隙涡旋孤子传输动力学演化; (h) 线性稳定值谱图. 其他参数同图 2

Fig. 4. Gap vortex solitons and their stability in the first gap when $\alpha = 1.47$: (a)–(c) The gap vortex soliton solution; (d)–(f) the output gap vortex solitons at $z = 100$; (g) the transmission evolution of gap vortex soliton in the x -direction of honeycomb lattice; (h) the corresponding stable spectrum. The other parameters are the same as in Figure 2.

虚线处), 在 x 方向剖面传输图. 由图 4(g) 可知带隙涡旋孤子在传输到 $z = 60$ 之后, 环状光束合成单光束, 能量逐渐向中心聚集, 峰值逐渐增大, 形成基孤子, 说明带隙涡旋孤子的传输不稳定性. 图 4(h) 为由傅里叶配置法得到的相应线性稳定谱, 该图中 $\text{Re}(\lambda) \neq 0$, 再次说明了带隙涡旋孤子的不稳定性. 产生这种现象的原因是带隙涡旋孤子在传输一定距离之后, 由于非线性效应与晶格的综合束缚作用, 使得带隙涡旋孤子逐渐汇聚成基孤子.

图 3 和图 4 的结果相比可知, Lévy 指数 α 不同, 带隙涡旋孤子的传输特性也不同. 这里定义带隙涡旋孤子功率为 $P = \iint |u(x, y)|^2 dx dy$. 图 5 给出在第一带隙和第二带隙中取传播常数分别为 $\mu = 1.65$ 与 $\mu = 1.76$ 时, 在 Lévy 指数 α 调制下带隙涡旋孤子的功率分布图, 蓝线和红线分别代表稳定

区域和不稳定区域. 由图 5 可以看出, 带隙涡旋孤子功率随着 Lévy 指数 α 的增加呈单调下降趋势. 在第一带隙中, 当 $\mu = 1.65$ 时, 带隙涡旋孤子在 $\alpha > 1.67$ 区间内时稳定, 如图 5(a) 所示. 而在第二带隙中, 当 $\mu = 1.76$ 时, 带隙涡旋孤子在 $\alpha > 1.65$ 区间内稳定, 如图 5(b) 所示. 图 5 中 A_1, A_2, B_1, B_2, B_3 即图 1(b) 中标记的 5 个点所处的区域位置. 图 3 和图 4 分别对应于第一带隙在稳定区间的 A_2 点和不稳定区间的 A_1 点. 这是因为 Lévy 指数的大小与衍射效应有关, 随着 Lévy 指数的减小, 衍射效应也逐渐减小, 与非线性效应之间的平衡逐渐被打破, 涡旋孤子的能量随之增加, 传输逐渐不稳定. 由此可以得出, Lévy 指数 α 会影响蜂窝晶格中带隙涡旋孤子的强度与传输稳定性. 下面分析第二带隙中带隙涡旋孤子的传输特性.

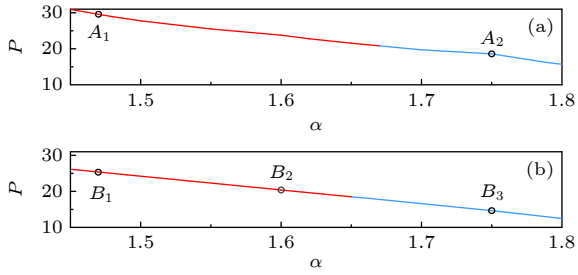


图 5 带隙涡旋孤子功率 P 与 Lévy 指数 α 关系图 (a) 第一带隙的功率谱图; (b) 第二带隙的功率谱图
 Fig. 5. Power P of gap vortex soliton versus Lévy index α : (a) The power spectrum of first band gap; (b) the power spectrum of second band gap.

图 6 给出在第二带隙中, 当 $\mu = 1.76$, $\alpha = 1.75$ 和 $\alpha = 1.47$ 时, 即 B_3 点和 B_1 点时, 由 MSOM 得到的带隙涡旋孤子传输 100 个单位距离之后的输出图与线性稳定性分析. 由图 6(a)–(c) 可知当 $\alpha = 1.75$ 时, 输出带隙涡旋孤子光斑在晶格中心处呈环状分布, 存在向外衍射的光波, 同第一带隙中图 3 结果相一致, 且相位同样出现如图花瓣一样的周期调制; 图 6(d) 给出相应的线性稳定谱, $\text{Re}(\lambda) = 0$, 说明该孤子具有传输鲁棒性. 由图 6(e)–(h) 可知当 $\alpha = 1.47$ 时, 输出带隙涡旋孤子能量向中心聚集, 峰值增高, 形成基孤子, 相位同样变得杂乱无章; 图 6(h) 给出相应的线性稳定谱, 其 $\text{Re}(\lambda) \neq 0$,

说明带隙涡旋孤子传输不稳定. 该结果与第一带隙中的图 4 相一致.

图 7 给出在第二带隙中, Lévy 指数 α 取不同值时, 带隙涡旋孤子在 $y = 0$ 处沿 x 方向的剖面传输演化图. 图 7(a) 中, 当 $\alpha = 1.75$ 时, 即 B_3 点, 带隙涡旋孤子在 $z = 100$ 距离内稳定传输. 图 7(b) 中, 当 $\alpha = 1.6$ 时, 即 B_2 点, 当带隙涡旋孤子传输到约 $z = 90$ 处时, 带隙涡旋孤子开始出现相互作用, 光束周期振荡, 但仍保持环状结构, 随着传输距离增加, 扰动逐渐变大, 孤子失去了鲁棒性. 图 7(c) 中, 当 $\alpha = 1.47$ 时, 即 B_1 点, 带隙涡旋孤子在传输到距离约 $z = 80$ 处时, 开始出现扰动, 随着传输距离增加, 扰动逐渐变大, 双峰合成高能量单峰值, 形成单孤子, 能量都集中在蜂窝晶格中心. 上述结果表明, Lévy 指数会影响带隙涡旋孤子稳定传输的距离. 对比图 7(a), 图 7(b) 与图 7(c), 可知 Lévy 指数越大, 带隙涡旋孤子能够稳定传输的距离越长, 产生这种现象的原因是 Lévy 指数 α 越大, 衍射效应越强, 与非线性效应之间的平衡不容易被打破, 孤子能够稳定传输的距离越长. 对比图 7(c) 与图 4(g), 在同一 Lévy 指数 α 下, 传播常数越大, 带隙涡旋孤子能够稳定传输的距离就越长. 产生这种现象的原因是传播常数越大, 孤子的局限程度越高, 稳定性越好.

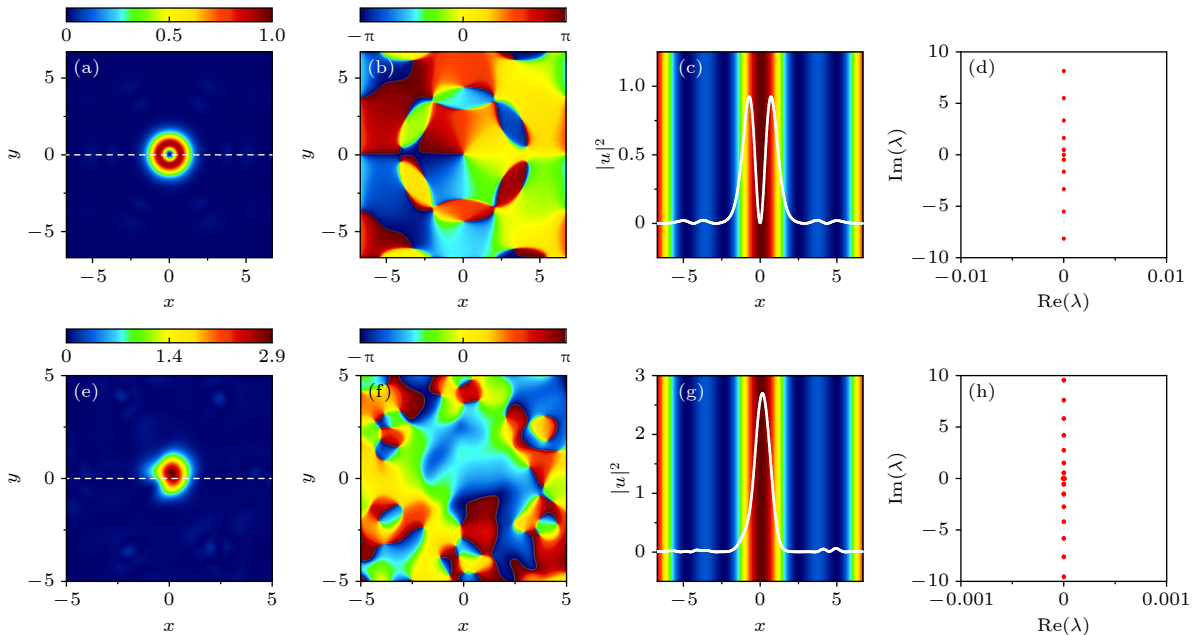


图 6 第二带隙中带隙涡旋孤子及稳定性分析 (a)–(c) 当 $\alpha = 1.75$ 时, 输出带隙涡旋孤子图像; (d)–(f) 当 $\alpha = 1.47$ 时, 输出带隙涡旋孤子图像; 其他参数同图 2
 Fig. 6. Gap vortex solitons and their stability in the second gap: (a)–(c) When $\alpha = 1.75$, the output of vortex soliton; (d)–(f) when $\alpha = 1.47$, the output of vortex soliton. The other parameters are the same as that in Figure 2.

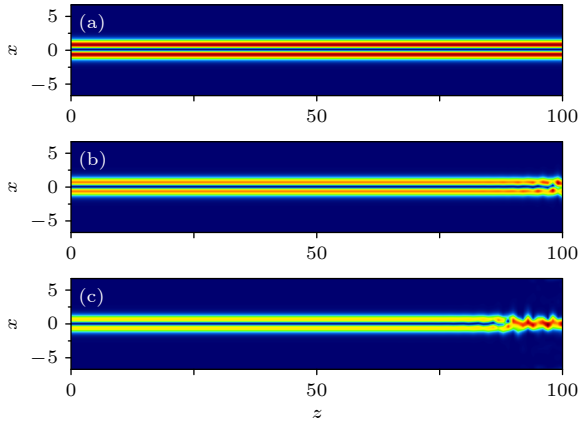


图7 第二带隙中,不同Lévy指数 α 下,带隙涡旋孤子传输动力学演化图像 (a) $\alpha = 1.75$; (b) $\alpha = 1.6$; (c) $\alpha = 1.47$; 其他参数同图2

Fig. 7. Transmission evolution of gap vortex solitons in the second gap with different Lévy indexes: (a) $\alpha = 1.75$; (b) $\alpha = 1.6$; (c) $\alpha = 1.47$. The other parameters are the same as that in Figure 2.

为进一步研究蜂窝晶格中带隙涡旋孤子的传输特性,下面考虑多个带隙涡旋孤子在不同晶格位置的传输演化.当 $\alpha = 1.8$ 时,在第一带隙中,两个同相位的带隙涡旋孤子分别放置在两个相邻($d = 4.1875$)晶格处时,如图8(a1)—(a5)所示.由图8(a1)—(a5)可知,带隙涡旋孤子环状结构中强度分布不均,这是因为衍射效应使带隙涡旋孤子由中心向外衍射产生旁瓣,当带隙涡旋孤子与旁瓣能量相互叠加,使得它们在 y 轴方向的峰值增高,逐渐演变为类偶极子模式.当两个同相位的带隙涡旋

孤子分别放置在两个不相邻($d = 8.375$)的晶格格点处时,如图8(b1)—(b5)所示,两个带隙涡旋孤子的环状结构能较好保持,这是因为不相邻的带隙涡旋孤子相互叠加的旁瓣能量远低于相邻的带隙涡旋孤子,使得两个带隙涡旋孤子在 y 轴方向的能量叠加对环状结构影响较小.同相位带隙涡旋孤子因受到方位角调制,使得其在传输过程中以稳定的角速度旋转,并逐渐失去稳定性,其在传输过程中呈现以下特征:当 $z = 3$ 时,带隙涡旋孤子顺时针旋转 45° ;当 $z = 7$ 时,带隙涡旋孤子顺时针旋转 90° ;当 $z = 10$ 时,带隙涡旋孤子顺时针旋转 135° ;在 $z = 14$ 时,由于传输逐渐不稳定,相位旋转逐渐出现不同步,导致两带隙涡旋孤子旋转也出现略微的不同步,约顺时针旋转 180° .

当两个反相位的带隙涡旋孤子分别放置在两个相邻晶格时,如图9(a1)—(a5)所示,两个反相位带隙涡旋孤子的旁瓣能量相互抵消,使得每个带隙涡旋孤子在 y 轴方向的峰值降低,演变为类偶极子模式.当两个反相位的带隙涡旋孤子分别放置在两个不相邻晶格时,如图9(b1)—(b5)所示,带隙涡旋孤子受到旁瓣的能量影响较小,环状结构能很好保持.与同相位类似,反相位带隙涡旋孤子同样受到方位角调制,其在传输过程中以一定的角速度匀速旋转,但其传输周期不同于图8同相位情况,在 $z = 10$ 时,带隙涡旋孤子顺时针旋转 90° ,在 $z = 20$ 时,两带隙涡旋孤子出现略微的不同步,顺时针旋转了约 180° .

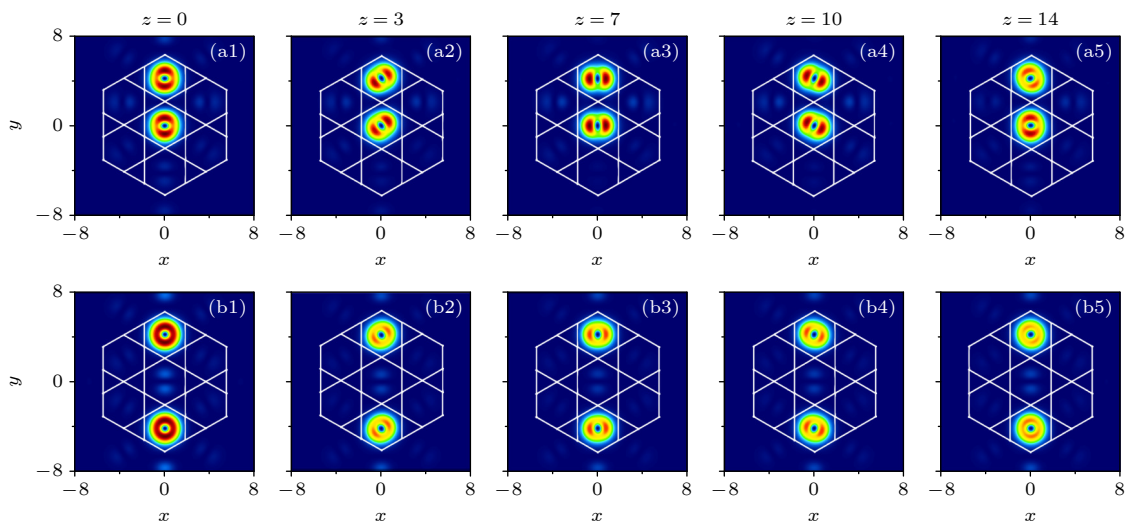


图8 当 $\alpha = 1.8$ 时,在第一带隙中,相邻((a1)—(a5))与不相邻((b1)—(b5))晶格处两个同相位带隙涡旋孤子的传输特性.其他参数同图2

Fig. 8. When $\alpha = 1.8$, the transmission characteristics of two gap vortex soliton with in-phase at adjacent lattices ((a1)—(a5)) and nonadjacent lattices ((b1)—(b5)) in the first gap. The other parameters are the same as that in Figure 2.

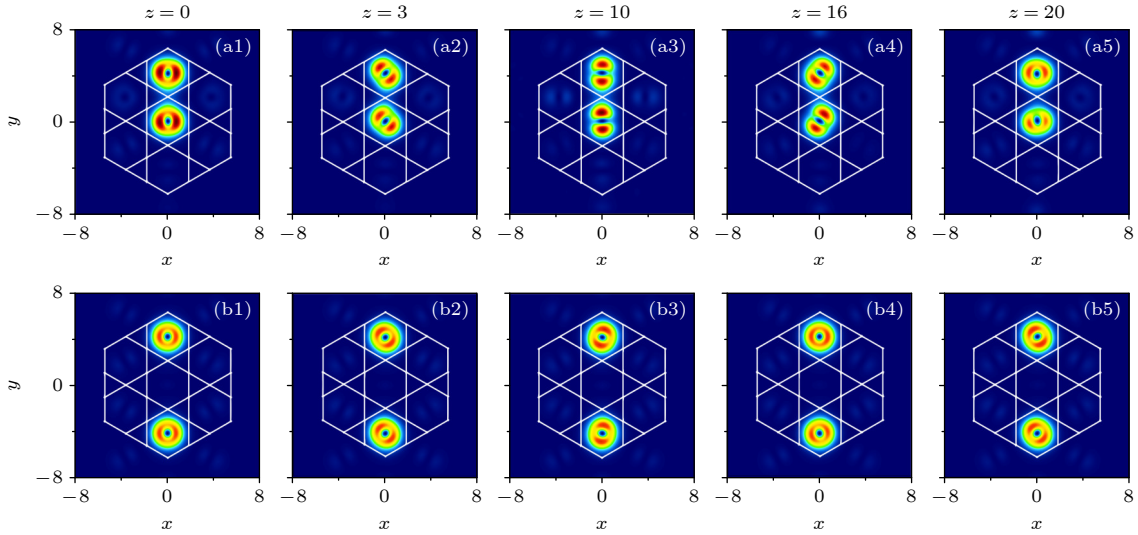


图 9 当 $\alpha = 1.8$ 时, 在第一带隙中, 相邻 ((a1)—(a5)) 与不相邻 ((b1)—(b5)) 晶格处两个相位相反的带隙涡旋孤子传输特性. 其他参数同图 2

Fig. 9. When $\alpha = 1.8$, the transmission characteristics of two gap vortex soliton with out of phase at adjacent lattices ((a1)—(a5)) and nonadjacent lattices ((b1)—(b5)) in the first gap. The other parameters are the same as that in Figure 2.

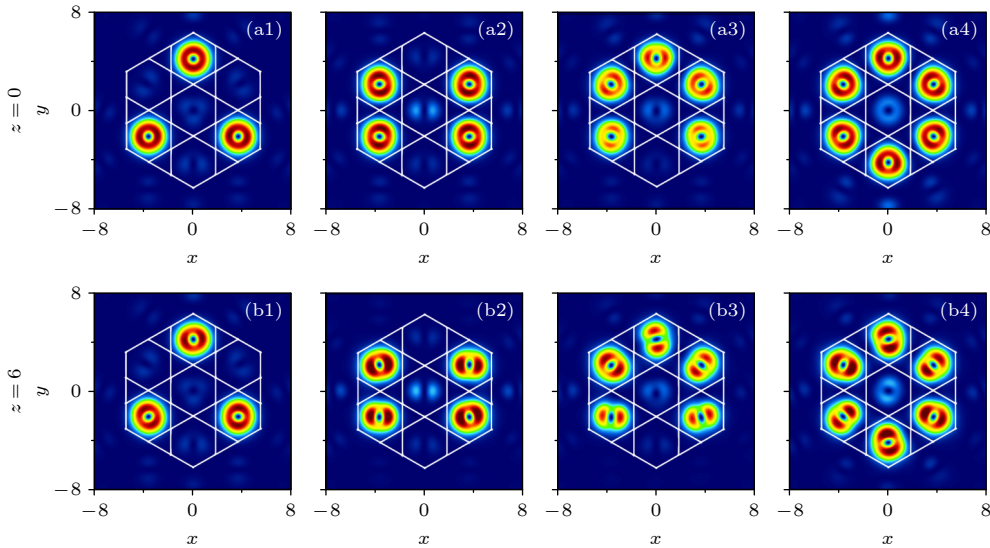


图 10 多个带隙涡旋孤子的输入 ($z = 0$) 和输出 ($z = 6$) 的光强分布图 (a1), (b1) 三个带隙涡旋孤子; (a2), (b2) 四个带隙涡旋孤子; (a3), (b3) 五个带隙涡旋孤子; (a4), (b4) 六个带隙涡旋孤子; 其他参数同图 2

Fig. 10. Intensity distributions of multiple gap vortex solitons at $z = 0$ and $z = 6$: (a1), (b1) Three gap vortex solitons; (a2), (b2) four gap vortex solitons; (a3), (b3) five gap vortex solitons; (a4), (b4) six gap vortex solitons. The other parameters are the same as that in Figure 2.

图 10 给出多个同相位带隙涡旋孤子在蜂窝晶格中的传输特性. 由图 10(a1) 和图 10(b1) 可知, 三个带隙涡旋孤子相隔较远时, 旁瓣产生的影响几乎可以忽略不计, 且在传输过程中环状结构能较好保持. 由图 10(a2)—(a4) 和图 10(b2)—(b4) 可知, 三个以上带隙涡旋孤子同时存在于晶格中时, 由于旁瓣的影响, 孤子环状结构中强度分布不均匀, 在传输过程中又因方位角调制使得每个带隙涡旋孤

子在传输过程中以一定的角速度顺时针旋转, 逐渐演化成类偶极子模式. 在图 10(a2) 和图 10(b2) 中, 四个带隙涡旋孤子在中心处的旁瓣叠加形成一个低峰值的双峰孤子, 且在传输过程中位置不随带隙涡旋孤子的旋转而改变; 在图 10(a3) 和图 10(b3) 中五个带隙涡旋孤子在中心的旁瓣叠加形成一个低峰值强度分布不均匀的环状光束; 在图 10(a4) 和图 10(b4) 中, 六个带隙涡旋孤子的旁瓣在中心

处的叠加, 出现了一个峰值较小的带隙涡旋孤子, 且在传输过程中跟随带隙涡旋孤子一同旋转.

4 结 论

本文基于分数阶非线性薛定谔方程, 研究了在蜂窝晶格中具有分数阶衍射效应和自散焦非线性效应下带隙涡旋孤子的模式及其传输特性. 研究结果表明带隙涡旋孤子的传输与 Lévy 指数和传播常数有关. 在稳定区间, 带隙涡旋孤子可以稳定传输, 保持环状结构, 在非稳定区间, 带隙涡旋孤子会随着传输距离的增加而逐渐汇聚, 失去环状结构及其相位结构, 演变为能量较高的基态孤子. 且 Lévy 指数越大, 带隙涡旋孤子功率越小, 能够稳定传输的距离逐渐增加. 在同一 Lévy 指数下, 随着传播常数增大, 带隙涡旋孤子能够稳定传输的距离也再增加. 当多个带隙涡旋孤子在晶格中传输时, 带隙涡旋孤子间的相互作用会受到晶格距离影响. 带隙涡旋孤子之间距离越大, 它们相互之间的作用力越小, 在传输过程中能够保持相对稳定; 带隙涡旋孤子之间的距离越小, 旁瓣能量会相互叠加, 使其失去环状结构, 在传输过程中逐渐演化为类偶极子模式且在方位角的调制下顺时针旋转. 带隙涡旋孤子间的相互作用也会受到相位的影响. 当两个同相位带隙涡旋孤子在相邻晶格内传输时, 由于与旁瓣的叠加, 在纵轴上能量加强, 当两个反相位带隙涡旋孤子在相邻晶格内传输, 两个带隙涡旋孤子在纵轴方向上能量相互抵消, 不能稳定保持环状结构. 该研究结果可为带隙涡旋孤子在晶格中的传输与控制提供一定的理论指导.

参考文献

- [1] Liao Q Y, Hu H J, Chen M W, Shi Y, Zhao Y, Hua C B, Xu S L, Fu Q D, Ye F W, Zhou Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 104202 (in Chinese) [廖秋雨, 胡恒洁, 陈懋薇, 石逸, 赵元, 花春波, 徐四六, 傅其栋, 叶芳伟, 周勤 2023 物理学报 **72** 104202]
- [2] Shao Z, Wang C, Wu K, Zhang H, Chen J 2019 *Nanoscale Adv.* **1** 4190
- [3] Sheng-Chyan L, Varrazza R, Siyuan Y 2006 *IEEE J. Sel. Top. Quantum Electron.* **12** 817
- [4] Sang Y, Wu X, Raja S S, Wang C Y, Li H, Ding Y, Liu D, Zhou J, Ahn H, Gwo S, Shi J 2018 *Adv. Opt. Mater.* **6** 1701368
- [5] Laskin N 2002 *Phys. Rev. E* **66** 056108
- [6] Laskin N 2000 *Phys. Rev. E* **62** 3135
- [7] Laughlin R B 1983 *Phys. Rev. Lett.* **50** 1395

- [8] Wen J, Zhang Y, Xiao M 2013 *Adv. Opt. Photonics* **5** 83
- [9] Rokhinson L P, Liu X, Furdyna J K 2012 *Nat. Phys.* **8** 795
- [10] Olivar-Romero F, Rosas-Ortiz O 2016 *J. Phys. Conf. Ser.* **698** 012025
- [11] Stickler B A 2013 *Phys. Rev. E* **88** 012120
- [12] Longhi S 2015 *Opt. Lett.* **40** 1117
- [13] Zhang Y, Zhong H, Belić M R, Ahmed N, Zhang Y, Xiao M 2016 *Sci. Rep.* **6** 23645
- [14] Zhang A X, Zhang Y, Jiang Y F, Yu Z F, Cai L X, Xue J K 2020 *Chin. Phys. B* **29** 010307
- [15] Zhang Y, Zhong H, Belić M R, Zhu Y, Zhong W, Zhang Y, Christodoulides D N, Xiao M 2016 *Laser Photonics Rev.* **10** 526
- [16] Liu S, Zhang Y, Malomed B A, Karimi E 2023 *Nat. Commun.* **14** 222
- [17] Zhang L, Li C, Zhong H, Xu C, Lei D, Li Y, Fan D 2016 *Opt. Express* **24** 14406
- [18] He S, Zhou K, Malomed B A, Mihalache D, Zhang L, Tu J, Wu Y, Zhao J, Peng X, He Y, Zhou X, Deng D 2021 *J. Opt. Soc. Am. B* **38** 3230
- [19] Zhang L, Zhang X, Wu H, Li C, Pierangeli D, Gao Y, Fan D 2019 *Opt. Express* **27** 27936
- [20] Huang C, Dong L 2016 *Opt. Lett.* **41** 5636
- [21] Zhu Y, Yang J, Li J, Hu L, Zhou Q 2022 *Nonlinear Dyn.* **109** 1047
- [22] Huang C, Dong L 2019 *Opt. Lett.* **44** 5438
- [23] Wu Z, Cao S, Che W, Yang F, Zhu X, He Y 2020 *Results Phys.* **19** 103381
- [24] Wang J, Wu Q, Du C, Yang L, Xue P, Fan L 2023 *Phys. Lett. A* **471** 128794
- [25] Wen J M, Bo W B, Wen X K and Dai C Q 2023 *Acta Phys. Sin.* **72** 100502 (in Chinese) [温嘉美, 薄文博, 温学坤, 戴朝卿 2023 物理学报 **72** 100502]
- [26] Zeng L, Zeng J 2020 *Commun. Phys.* **3** 26
- [27] Paredes A, Salgueiro J R, Michinel H 2022 *Physica D* **437** 133340
- [28] Yao X, Liu X 2018 *Opt. Lett.* **43** 5749
- [29] Wang J, Jin Y, Gong X, Yang L, Chen J, Xue P 2022 *Opt. Express* **30** 8199
- [30] Yao G, Li Y, Chen R P 2022 *Photonics* **9** 249
- [31] Dong L, Huang C 2019 *Nonlinear Dyn.* **98** 1019
- [32] Liu X, Zeng J 2024 *Front. Phys.* **19** 42201
- [33] Malomed B A 2021 *Photonics* **8** 353
- [34] Liu X, Malomed B A, Zeng J 2022 *Adv. Theory Simul.* **5** 2100482
- [35] Zeng L, Zeng J 2019 *Nonlinear Dyn.* **98** 985
- [36] Li L, Li H G, Ruan W, Leng F C, Luo X B 2020 *J. Opt. Soc. Am. B* **37** 488
- [37] Liu X, Zeng J 2023 *Photonics Res.* **11** 196
- [38] Peleg O, Bartal G, Freedman B, Manela O, Segev M, Christodoulides D N 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 103901
- [39] Huang X Q, Chan C T 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 184208 (in Chinese) [黄学勤, 陈子亭 2015 物理学报 **64** 184208]
- [40] Bahat-Treidel O, Peleg O, Grobman M, Shapira N, Segev M, Pereg-Barnea T 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 063901
- [41] Ablowitz M J, Nixon S D, Zhu Y 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053830
- [42] Yang J 2010 *Mathematical Modeling and Computation* (Philadelphia: the Society for Industrial and Applied Mathematics) pp271–275, 377–380
- [43] Huang X, Tan W, Jiang T, Nan S, Bai Y, Fu X 2023 *Opt. Commun.* **527** 128970

Transmission and control of band gap vortex solitons in fractional-order diffraction honeycomb lattices*

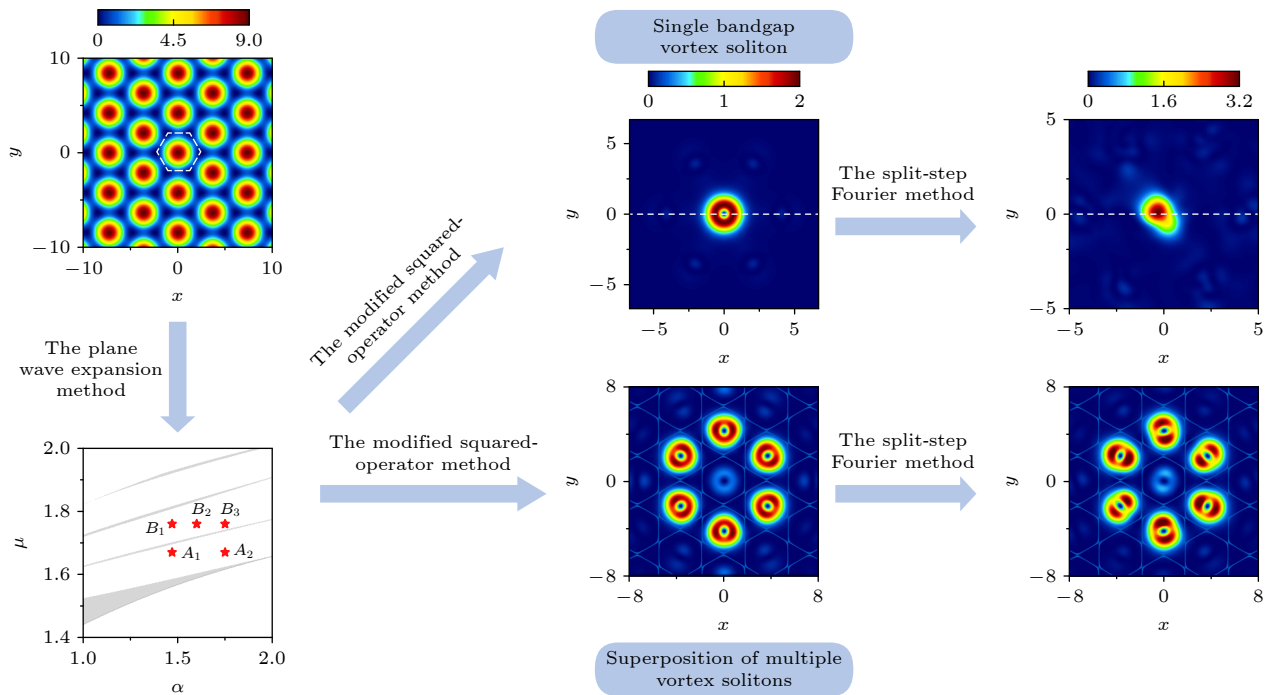
Wang Juan-Fen[†] Wei Xin Liu Shuai Yang Ling-Zhen
Xue Ping-Ping Fan Lin-Lin

(College of Electronic Information and Optical Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030600, China)

(Received 22 December 2023; revised manuscript received 7 February 2024)

Abstract

In this paper, the existence and transmission characteristics of gap vortex optical solitons in a honeycomb lattice are investigated based on the fractional nonlinear Schrödinger equation. Firstly, the band-gap structure of honeycomb lattice is obtained by the plane wave expansion method. Then the gap vortex soliton modes and their transmission properties in the fractional nonlinear Schrödinger equation with the honeycomb lattice potential are investigated by the modified squared-operator method, the split-step Fourier method and the Fourier collocation method, respectively. The results show that the transmission of gap vortex solitons is influenced by the Lévy index and the propagation constant. The stable transmission region of gap vortex soliton can be obtained through power graphs. In the stable region, the gap vortex soliton can transmit stably without being disturbed. However, in the unstable region, the gap vortex soliton will gradually lose ring structure and evolves into a fundamental soliton with the transmission distance increasing. And the larger the Lévy index, the longer the stable transmission distance and the lower the power of the bandgap vortex soliton. When multiple vortex solitons transmit in the lattice, the interaction between them is influenced by the lattice



* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61675144, 61975141).

[†] Corresponding author. E-mail: wangjuanfen@126.com

position and phase. Two vortex solitons that are in phase and located at adjacent lattices, are superimposed with sidelobe energy, while two vortex solitons that are out of phase are cancelled with sidelobe energy. These vortex solitons will gradually lose ring structure and evolve into dipole modes in the transmission process. And they are periodic rotation under the azimuth angle modulating. When two vortex solitons located at non-adjacent lattice, vortex solitons can maintain a ring-shaped structure due to the small influence of sidelobes. When three gap vortex solitons are located at non-adjacent lattices, the solitons can also maintain their ring-like structures. However, when there are more than three gap vortex solitons, the intensity distribution of vortex solitons are uneven due to the sidelobe energy superimposed. These vortex solitons will form dipole modes and rotate under the azimuthal angle modulating in the transmission process. These results can offer theoretical guidance for transmitting and controlling the gap vortex solitons in the lattice.

Keywords: fractional Schrödinger equation, honeycomb lattice, gap vortex solitons, interaction

PACS: 42.65.-k, 05.45.Yv, 42.81.Dp, 63.90.+t

DOI: [10.7498/aps.73.20232005](https://doi.org/10.7498/aps.73.20232005)



分数阶衍射蜂窝晶格中带隙涡旋孤子的传输与控制

王娟芬 韦鑫 刘帅 杨玲珍 薛萍萍 樊林林

Transmission and control of band gap vortex solitons in fractional-order diffraction honeycomb lattices

Wang Juan-Fen Wei Xin Liu Shuai Yang Ling-Zhen Xue Ping-Ping Fan Lin-Lin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 73, 094205 (2024) DOI: 10.7498/aps.73.20232005

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.73.20232005>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三体相互作用下准一维玻色-爱因斯坦凝聚体中的带隙孤子及其稳定性

Gap solitons and their stabilities in a quasi one-dimensional Bose-Einstein condensate under three-body interaction

物理学报. 2020, 69(1): 010301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191278>

紧聚焦角向偏振分数阶涡旋光诱导磁化场特性

Investigation on magnetization induced by tightly focused azimuthally polarized fractional vortex beam

物理学报. 2020, 69(16): 167802 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200269>

四阶色散非线性薛定谔方程的明暗孤立波和怪波的形成机制

Study on the generation mechanism of bright and dark solitary waves and rogue wave for a fourth-order dispersive nonlinear Schrödinger equation

物理学报. 2020, 69(1): 010502 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191384>

基于图形处理器加速数值求解三维含时薛定谔方程

Numerical solution of three-dimensional time-dependent Schrödinger equation based on graphic processing unit acceleration

物理学报. 2020, 69(23): 234202 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200700>

驻波声场中单分散细颗粒的相互作用特性

Interaction between monodisperse fine particles in a standing wave acoustic field

物理学报. 2020, 69(6): 064704 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191681>

非线性薛定谔方程的高阶分裂改进光滑粒子动力学算法

Numerical study of nonlinear Schrödinger equation with high-order split-step corrected smoothed particle hydrodynamics method

物理学报. 2019, 68(9): 090203 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190169>